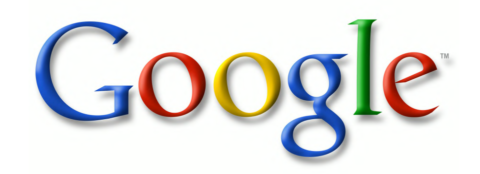




JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

TOURS. — IMPRIMERIE DESLIS FRÈRES.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, G. LIPPMANN, E. MASCART,
L. POINCARÉ,

ET

MM. B. BRUNHES, M. LAMOTTE et G. SAGNAC,
adjoints à la rédaction,

AVEC LA COLLABORATION

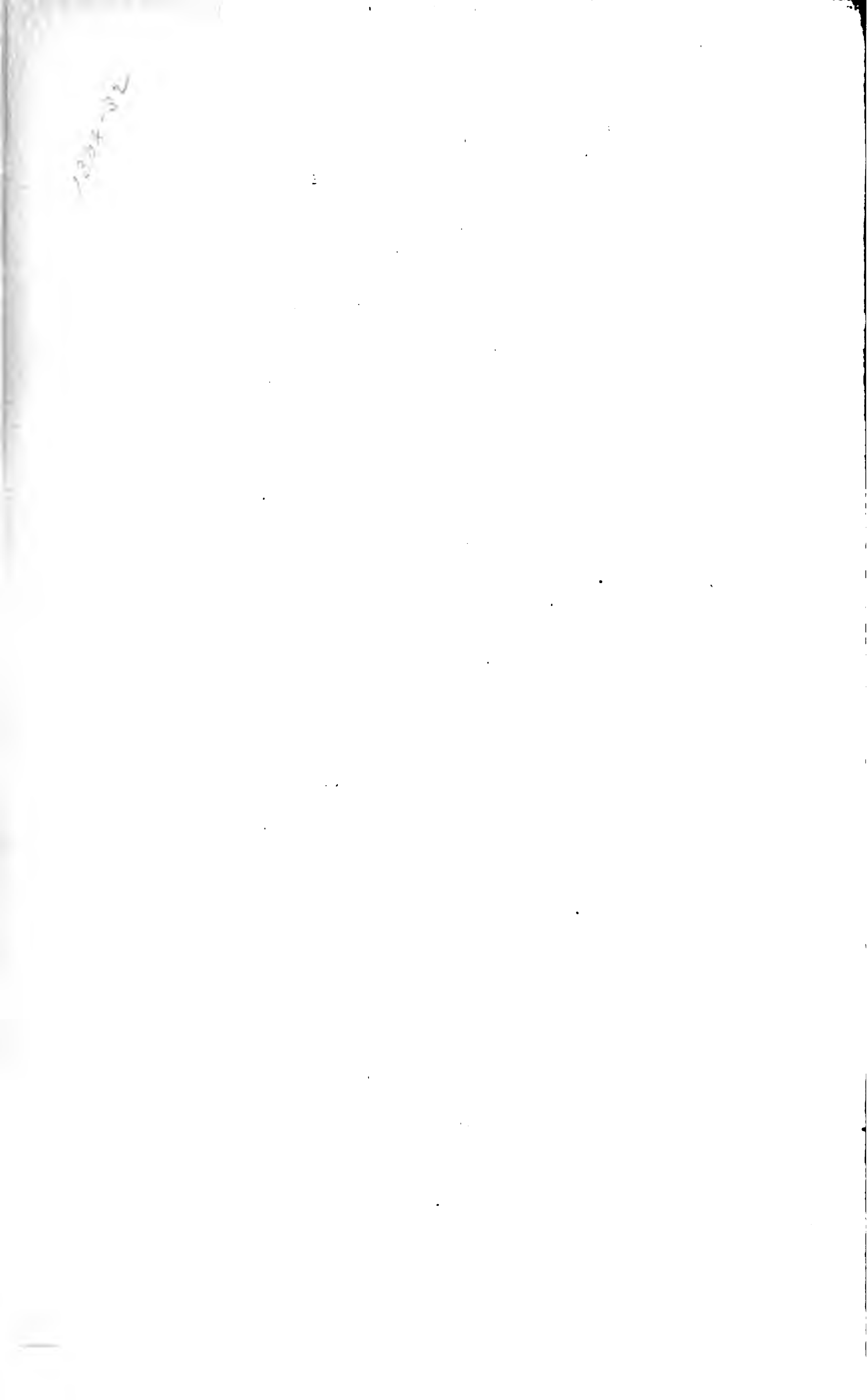
D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

QUATRIÈME SÉRIE.

TOME VI. — ANNÉE 1907.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
97, BOULEVARD ARAGO (14e)

1907



Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, G. LIPPMANN, E. MASCART,

L. POINCARÉ,

ET

MM. B. BRUNHES, M. LAMOTTE ET G. SAGNAC,

adjoints à la rédaction,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

QUATRIÈME SÉRIE

TOME VI. — JANVIER 1907.

(Clos le 15 Décembre.)

PARIS.

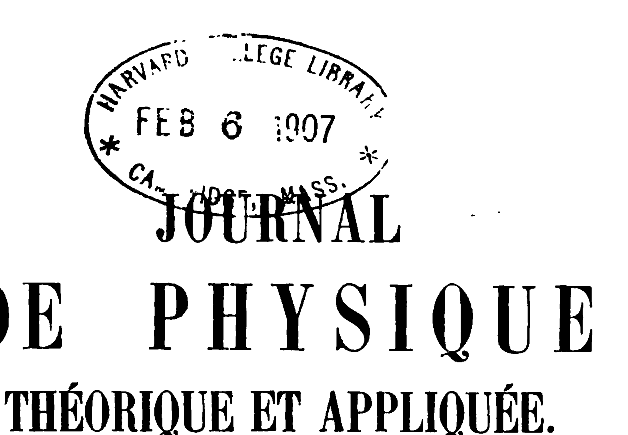
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

97, BOULEVARD ARAGO (14e).

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 17 francs pour la France ou 18 francs pour les pays ci-dessus désignés, au nom de M. Sandoz, Secrétaire du Journal, 97, boulevard Arago, à Paris, (14e). Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. **Lucien Poincaré**, 130, rue de Rennes, à Paris, 6e.

Tout ce qui concerne l'administration (demandes d'abonnements, réclamations, etc.) doit être adressé à M. Sandoz, boulevard Arago, 97, à Paris, 14e.



JOURNAL DE PHYSIQUE THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

LES DÉTECTEURS MAGNÉTIQUES ET L'ACTION DES OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES SUR L'AIMANTATION;

Par M. CH. MAURAIN.

1. Le détecteur magnétique de Rutherford-Marconi a donné lieu à de nombreux travaux dont les résultats paraissent au premier abord très complexes et parfois même contradictoires. Je voudrais, dans la première partie de ce mémoire : 1° montrer comment, chaque fois que les oscillations électriques agissent sur l'aimantation dans des conditions nettes, on peut prévoir le sens de leur action ; 2° indiquer de quoi dépend quantitativement cette action. Dans une deuxième partie, je m'occuperai des détecteurs magnétiques où l'on observe une action des oscillations électriques sur l'énergie d'hystérésis dans un champ tournant. Je m'appuierai sur les conclusions d'un travail antérieur [1] et sur de nouvelles expériences quantitatives.

PREMIÈRE PARTIE.

2. Je rappelle d'abord ceux de mes résultats antérieurs qui seront

(1) *J. de Phys.*, 4e série, t. III, p. 417; juin 1904; — et *Soc. fr. de Physique*, 17 juin 1904. — Je saisis cette occasion d'indiquer une omission involontaire dans les indications bibliographiques données dans ce mémoire : M. GEROSA, qui a étudié avec M. FINZI la réduction de l'hystérésis magnétique par l'action d'un courant alternatif parcourant le noyau magnétique, a aussi étudié avec M. MAI (*C. R. de l'Inst. Lomb.*, 1891, 2e série, p. 951) la réduction de l'hystérésis par un champ alternatif de même direction que le champ magnétisant (travail cité par M. RICCARDO ARNO, *Eclairage électrique*, t. XXXIX, p. 411 ; 1904).

M. DUHEM a appliqué dans différents mémoires ses théories des modifications permanentes à l'hystérésis magnétique et aux actions réductrices de l'hystérésis. Voir, en particulier : *Mém. de l'Acad. de Bruxelles*, t. LXII; 1902; — *C. R. de l'Acad. des Sciences*, t. CXXXVIII, p. 1022; 1903; et t. CXLI, p. 1216 et 1370; 1905; — *Rev. gén. des Sciences*, 15 et 30 janvier 1906.

utiles ici : Soit un noyau magnétique soumis à l'action d'un champ magnétique qu'on peut faire varier à volonté; dans les conditions ordinaires, on obtient des cycles d'hystérésis dont la forme dépend des limites entre lesquelles varie le champ magnétisant; la *fig.* 1 représente de tels cycles symétriques pour un fil de fer qui a servi aux expériences dont il sera parlé plus loin ; les abscisses figurent les valeurs en gauss du champ magnétisant H, et les ordonnées figurent,

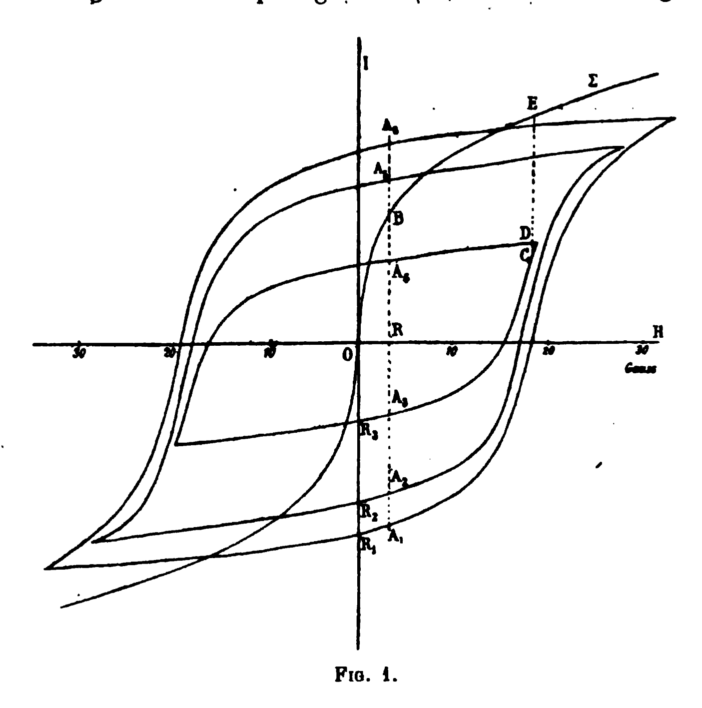


Fig. 1.

en unités arbitraires, les valeurs de l'intensité d'aimantation I. Si maintenant on fait parcourir au champ magnétisant un cycle quelconque, mais en superposant à son action, après chacune de ses variations, celle d'un champ magnétique oscillant d'amplitude décroissante, produit par des oscillations électriques assez puissantes pour que leur action pénètre, avec une intensité convenable, dans toute la masse du noyau, on obtient une seule courbe d'aimantation, la même à champ magnétisant croissant ou décroissant.

Cette courbe d'aimantation est unique, pour un noyau magnétique donné et pour des oscillations électriques de forme donnée ; par

exemple, pour le fil de fer indiqué et pour les oscillations électriques dont il sera parlé plus loin, elle est représentée par la courbe Σ de la *fig.* 1 : Supposons que, faisant varier le champ magnétisant à la manière ordinaire, en l'absence des oscillations, on l'ait amené à une certaine valeur h ; le point représentatif de l'aimantation est alors sur la droite d'abscisse h, par exemple en l'un des points A_1 A_2 ..., où cette droite coupe les cycles figurés ; faisons maintenant agir un flot d'oscillations électriques d'*amplitude initiale suffisante*, et produisant un champ magnétique oscillant de même direction que le champ magnétisant ; l'amplitude des oscillations décroît progressivement jusqu'à zéro ; par suite, le champ magnétisant total, après avoir oscillé de part et d'autre de h entre des limites de plus en plus restreintes, reprend la valeur h ; or, l'aimantation, qui a varié pendant l'action des oscillations, se fixe toujours à la même valeur représentée par le point B, où la droite d'abcisse h coupe la courbe unique Σ dont je viens de parler. Si le point représentatif avant l'action des oscillations était au-dessous de B, il s'est relevé jusqu'en B ; s'il était au-dessus de B, il s'est abaissé jusqu'en ce point. J'ai supposé, pour plus de clarté, qu'on faisait agir un seul flot d'oscillations ; si on en fait agir plusieurs, le point obtenu est naturellement encore B (¹).

Voilà ce qui se passe quand le champ magnétique oscillant est assez intense pour que son action réduise complètement l'hystérésis ; c'est ce qu'on réalise en faisant passer de fortes oscillations électriques dans une bobine bien isolée et d'un nombre de spires suffisant, placée autour du noyau magnétique. Je rappelle encore qu'à cause de la localisation superficielle du champ magnétique oscillant dans le noyau magnétique, il faut, si on veut obtenir une réduction complète de l'hystérésis, employer des fils très fins ou des lames très minces.

(¹) Dans le travail indiqué, j'ai employé tous les procédés électromagnétiques de réduction de l'hystérésis à intensité décroissante, c'est-à-dire que, s'il s'agissait d'un courant alternatif, j'en faisais décroître progressivement l'amplitude jusqu'à zéro, et que, s'il s'agissait d'oscillations électriques, j'en faisais décroître progressivement la distance explosive jusqu'à zéro ; cette précaution est indispensable pour obtenir des résultats définis avec un courant alternatif, puisque la valeur finale du champ magnétisant doit être la même que la valeur initiale ; elle est inutile quand on emploie des oscillations électriques obtenues avec le dispositif de Tesla, parce que chaque décharge qui se produit à l'interrupteur donne lieu à un flot d'oscillations dont l'amplitude décroît spontanément jusqu'à zéro ; mais on ne doit lire l'indication du magnétomètre qu'après avoir arrêté les oscillations.

3. Supposons maintenant que les oscillations électriques employées ne soient pas assez intenses pour réduire complètement l'hystérésis, c'est-à-dire pour amener le point représentatif de l'aimantation au point limite B. Comme je l'ai montré dans le travail indiqué, on obtient alors une réduction partielle de l'hystérésis d'autant plus faible que l'intensité maximum des oscillations est elle-même plus faible; cette réduction partielle se fait dans le sens qui correspondrait à la réduction complète, c'est-à-dire que le point représentatif est déplacé vers le point correspondant de la courbe Σ ; si par exemple le point représentatif était primitivement en A_1, au-dessous de B, l'action des oscillations le relève ; s'il était en A_6, au-dessus de B, l'action des oscillations l'abaisse.

4. C'est cette action qui se produit dans les détecteurs magnétiques; les oscillations y sont trop faibles pour produire la réduction complète de l'hystérésis, et produisent seulement une variation de l'aimantation vers la valeur qui correspond au point de la courbe Σ dont l'abscisse est la valeur du champ magnétisant au moment où agissent les oscillations. Cette action des oscillations se traduit par un relèvement ou un abaissement du point représentatif initial, suivant que celui-ci est au-dessous ou au-dessus de la courbe Σ ; on voit que, suivant les cas, la valeur absolue de l'intensité d'aimantation croît ou décroît, et que le sens de l'aimantation peut être changé ; ce cas se présente si le point représentatif a primitivement une ordonnée de signe contraire à celle du point correspondant de la courbe Σ, et si l'action des oscillations est assez intense pour que, dans son déplacement, le point représentatif franchisse l'axe des abscisses.

La courbe Σ coupe chaque cycle d'hystérésis en deux points : en ces deux points, l'action des oscillations est nulle.

Dans le cas particulier où on fait agir les oscillations sur l'aimantation rémanente, on observe toujours une diminution de l'aimantation; en effet, cela revient à considérer le cas $H = O$; la courbe Σ passe par l'origine, le point B est alors en O, et le déplacement du point primitif vers le point O correspond à une diminution de l'aimantation. Il peut cependant arriver qu'on paraisse observer dans ces expériences une augmentation de l'aimantation, si l'aimantation permanente employée est très faible; en effet, le noyau magnétique se trouve en réalité presque toujours soumis à une composante du champ magnétique terrestre ; si la valeur de l'aimantation permanente se trouvait inférieure à l'ordonnée de la courbe Σ correspondant à la

valeur de cette composante, l'action des oscillations provoquerait, en rapprochant le point représentatif actuel du point correspondant de la courbe Σ, une augmentation de l'aimantation ; j'ai réalisé ce cas facilement.

5. *Action quantitative des oscillations.* — Ainsi, les considérations précédentes permettent de prévoir le sens de l'action des oscillations sur l'aimantation. La chose n'est pas si simple pour l'intensité même de cette action. Le premier, M. Wilson (1) a indiqué que l'action paraît la plus intense aux points du cycle où la variation de l'intensité d'aimantation I est la plus rapide, c'est-à-dire où $\frac{dI}{dH}$ a la plus grande valeur. M. Tissot (2), dans le travail où il a montré que les oscillations agissent sur l'hystérésis magnétique, indique que l'action est la plus intense dans deux secteurs de la courbe d'hystérésis, secteurs qui comprennent bien les points où $\frac{dI}{dH}$ a la plus grande valeur. M. Lori (3) relie à un galvanomètre balistique quelques spires entourant le noyau magnétique ; les déviations du galvanomètre, au moment où agissent les oscillations, mesurent l'action de celles-ci ; il trouve que le maximum de l'action des oscillations coïncide à peu près avec celui de $\frac{dI}{dH}$. M. Piola (4) arrive à la même conclusion en utilisant, pour déceler les variations de l'aimantation, le pinceau de rayons cathodiques d'un tube de Braun, ce qui lui permet d'opérer sur des cycles d'aimantation parcourus rapidement (42 cycles par seconde). M. Eccles (5) mesure l'action quantitative des oscillations par la méthode magnétométrique ; il donne des courbes représentant la variation de cette action et la variation de $\frac{dI}{dH}$ aux différents points d'un même cycle ; ses expériences portent sur des cycles de différentes amplitudes obtenus avec une même tige de fer doux ; les deux courbes correspondant à un même cycle ont à peu près la même allure, mais leurs maximums sont cependant loin de coïncider ; M. Eccles, tout en signa-

---

(1) E. Wilson, *Proc. Roy. Soc.*, 1902, t. LXX, p. 341.

(2) C. Tissot, *Soc. fr. de Physique*, 20 février 1903 ; — et *J. de Phys.*, 4e série, t. II, p. 342 ; 1903.

(3) F. Lori, *Il Nuovo Cimento*, 5e série, t. X, p. 297 ; 1905.

(4) F. Piola, *Rendiconti della R. Accad. dei Lincei*, t. XV, p. 222 ; 2e semestre 1906.

(5) W.-H. Eccles, *Phil. Mag.*, 6e série, t. XII, p. 109 ; août 1906.

lant les divergences, considère l'ensemble de ses mesures comme favorable à la correspondance entre l'action des oscillations et la valeur de $\frac{dI}{dH}$.

6. Or il est facile de se convaincre qu'il est tout à fait insuffisant d'essayer de déduire l'intensité de l'action des oscillations de la valeur de $\frac{dI}{dH}$; supposons en effet qu'on emploie des oscillations assez intenses pour réduire complètement l'hystérésis, et qu'on les fasse agir aux deux points C et D du plus petit cycle de la *fig.* 1; dans chacune de ces expériences le point représentatif sera amené, par l'action des oscillations, au point E de la courbe Σ, et l'action des oscillations, mesurée par les distances CE ou DE, qui sont sensiblement égales, est sensiblement la même dans les deux expériences; or les valeurs de $\frac{dI}{dH}$ sont cependant très différentes aux points C et D.

7. Le résultat obtenu dans ce cas particulier conduit à faire intervenir, pour prévoir l'intensité de l'action des oscillations, la distance D qui sépare le point représentatif de l'aimantation du point correspondant de la courbe Σ. La courbe Σ peut être considérée comme représentant des valeurs stables de l'aimantation; par exemple, le point B (*fig.* 1) représente la valeur de l'aimantation stable correspondant au champ magnétisant h; dès lors, la distance D entre ce point B et un point représentatif correspondant à la même abscisse, A_1 par exemple, mesure la quantité dont l'aimantation actuelle diffère de l'aimantation stable correspondante; il est naturel de penser que cette distance doit intervenir parmi les conditions qui fixent l'intensité de l'action des oscillations.

Les expériences suivantes manifestent en effet l'intervention de la distance D; elles montrent aussi que ni la distance D seule, ni le coefficient angulaire $\frac{dI}{dH}$ seul, ni même ces deux quantités, ne permettent de prévoir l'intensité de l'action des oscillations, mais que celle-ci dépend de l'ensemble de l'histoire magnétique du noyau au moment où on fait agir les oscillations.

8. *Expériences sur un fil de fer de $\frac{1}{10}$ de millimètre de diamètre.* — Ces expériences sont disposées exactement comme celles décrites dans le mémoire déjà cité : l'aimantation est mesurée par la méthode

magnétométrique unipolaire ; le fil de fer est placé suivant l'axe de deux longues bobines concentriques, la bobine magnétisante et une bobine à une seule couche, à isolement soigné, où on peut envoyer des oscillations électriques obtenues par la méthode de Tesla ; la bobine de Ruhmkorff est alimentée par un courant alternatif de 48 périodes par seconde.

Les courbes de M. Eccles représentent l'action d'oscillations d'intensité donnée aux différents points de plusieurs cycles d'aimantation d'amplitudes variées. Les expériences dont je vais parler d'abord sont d'un genre différent : opérant toujours sur le même cycle d'aimantation, j'ai mesuré en ses différents points l'action d'oscillations assez fortes, puis d'oscillations plus faibles, enfin d'oscillations très faibles. Pour faire une expérience, on fait décrire à l'aimantation le cycle d'aimantation S (*fig.* 2), puis, arrêtant la variation au point choisi, on fait agir les oscillations ; pour faire une nouvelle expérience, on décrit le cycle complet une ou plusieurs fois, de manière à bien retrouver le cycle S ; on arrête la variation au nouveau point choisi, on fait agir les oscillations, et ainsi de suite.

9. Les courbes en pointillé de la *fig.* 2 représentent : l'une, S, le cycle d'aimantation sur lequel ont été faites ces séries d'expériences ; l'autre, Σ, la courbe unique obtenue en réduisant complètement l'hystérésis par l'action d'oscillations électriques assez intenses, que j'appellerai la courbe d'aimantation stable ; les courbes en trait plein se rapportent à l'action des oscillations aux différents points de la branche inférieure du cycle d'aimantation S ; les abscisses sont les mêmes pour toutes les courbes de la figure, de sorte que les points se correspondent sur une même parallèle à l'axe des ordonnées. La courbe I représente la distance D existant entre chaque point de la branche inférieure de S et le point correspondant de la courbe d'aimantation stable Σ ; cette distance est comptée positivement pour la région où Σ est au-dessus de la branche inférieure de S, négativement pour la région où Σ est au-dessous de cette branche ; remarquons que la courbe I représente encore l'action d'oscillations assez intenses pour supprimer complètement l'hystérésis. La courbe II représente l'action d'oscillations insuffisantes pour supprimer complètement l'hystérésis, mais encore assez fortes ; la courbe III représente l'action d'oscillations plus faibles ; la courbe IV, celle d'oscillations très faibles. Pour toutes ces courbes, l'action des oscillations est comptée positivement quand cette action est de rele-

ver le point représentatif, négativement quand elle abaisse ce point.

De l'examen de ces courbes on déduit les résultats suivants : pour toutes ces oscillations, l'action est nulle au point M où Σ coupe S ;

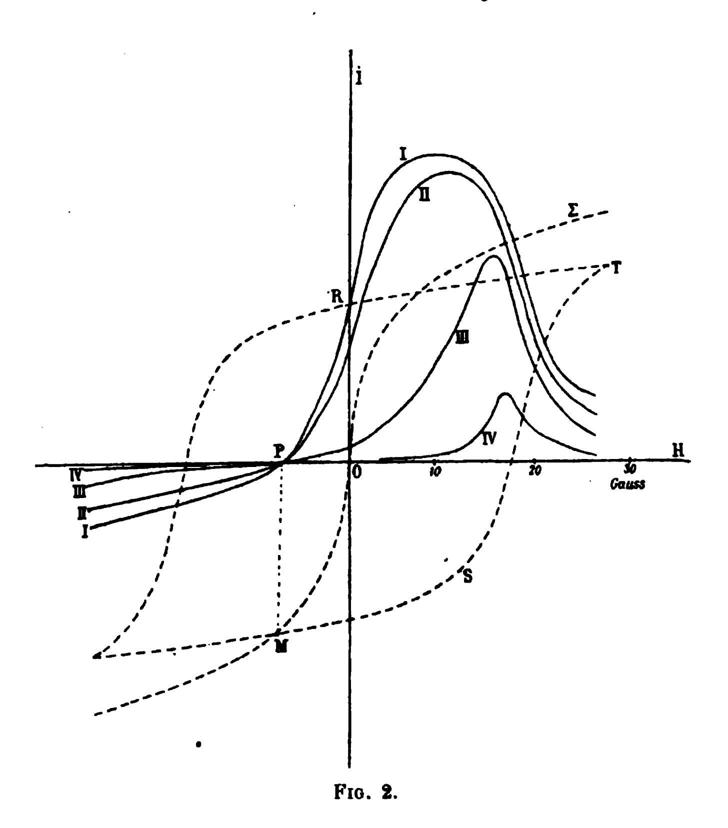


Fig. 2.

elle est positive à droite de M, négative à gauche ; les maximums sont tous compris entre le maximum de la courbe I (courbes des distances D), qui correspond à environ H = 10 gauss, et le maximum de $\frac{dI}{dH}$ pour la courbe d'aimantation, qui correspond à environ H = 19 gauss ; plus les oscillations agissantes sont faibles, plus le maximum de leur action s'éloigne du maximum de la courbe des distances D et se rapproche du maximum de $\frac{dI}{dH}$. En somme, la considération de la distance D à la courbe d'aimantation stable, qui permet déjà de prévoir le sens de l'action des oscillations, est

importante également pour prévoir l'intensité de cette action, et cela d'autant plus que les oscillations sont plus intenses.

10. Cette considération de la distance D permet d'interpréter différents résultats : par exemple M. Eccles mesure l'action d'oscillations d'intensité donnée sur l'aimantation rémanente d'une tige de fer et trouve cette action d'autant plus grande que l'amplitude de l'aimantation induite à laquelle a été soumise la tige est elle-même plus grande ; en se reportant à la *fig.* 1, on voit que cela revient à mesurer l'action des oscillations aux points R_1, R_2, R_3 ; en ces points les valeurs de $\frac{dI}{dH}$ sont peu différentes, mais les distances à la courbe d'aimantation stable, c'est-à-dire au point O, sont d'autant plus grandes que l'amplitude du cycle correspondant est elle-même plus grande.

De même M. Eccles mesure l'action des oscillations en des points de cycles de différentes amplitudes correspondant à une même valeur du champ magnétisant, et trouve que cette action augmente avec l'amplitude du cycle ; la *fig.* 1 montre qu'en effet la distance au point B des points A_1, A_2, A_3 augmente avec l'amplitude du cycle.

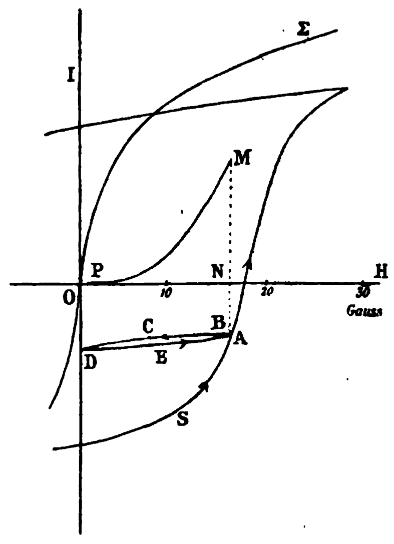


Fig. 3.

Je dois cependant ajouter que M. Eccles ne signale pas dans son mémoire de renversement dans le sens de l'action des oscillations ;

j'indiquerai plus loin une divergence d'un autre genre entre ses résultats et les miens.

11. Dans d'autres expériences, j'ai cherché comment varie l'action des oscillations aux différents points de petits cycles d'aimantation greffés sur le grand. Par exemple, si, ayant amené le point représentatif au point A du cycle S (*fig.* 3), on fait décroître progressivement le champ magnétisant jusqu'à zéro, puis qu'on le fasse croître de nouveau jusqu'à la valeur correspondant au point A, le point représentatif décrit un cycle très étroit ABCDEA qui le ramène sensiblement au point A (en toute rigueur, un peu plus haut); si alors on continue à augmenter le champ, le point représentatif décrit sensiblement la courbe S ; ce fait semble indiquer qu'après le parcours du cycle ABCDEA le noyau est revenu sensiblement au même état magnétique que celui qu'il avait primitivement en A.

Or, en mesurant l'action des oscillations aux différents points d'un tel cycle, voici ce qu'on observe : en un point B extrêmement voisin de A, l'action est très sensiblement la même qu'en A, très peu plus faible ; cependant $\frac{dI}{dH}$ est très faible en ce point, beaucoup plus faible qu'au point A du cycle S, et, d'autre part, la distance D est sensiblement la même qu'en A. Quand on s'avance sur le petit cycle, l'action des oscillations diminue rapidement, jusqu'à devenir presque nulle; la courbe MP représente ses variations ; puis, à mesure qu'on s'avance sur la branche de retour, l'action reprend une valeur de plus en plus grande, cette valeur étant très sensiblement la même qu'au point correspondant à l'aller; revenu au point A, on retrouve la même action qu'au début (mesurée par MN). Bien entendu, entre deux expériences on fait parcourir à l'aimantation le reste du petit cycle, le grand cycle, et la partie convenable du petit.

Ces résultats montrent que l'intensité de l'action des oscillations ne peut être fixée d'après les éléments géométriques actuels de la courbe d'aimantation (coordonnées du point, coefficient angulaire, etc.), et dépend en réalité de l'ensemble de l'histoire magnétique du noyau ; nous voyons en effet que l'action est sensiblement la même aux points très voisins A et B, malgré la différence des valeurs de $\frac{dI}{dH}$; or, l'histoire magnétique aux deux points A et B ne diffère que par le parcours du très petit arc AB, c'est-à-dire est sensiblement la même ; à mesure qu'on s'avance sur le petit cycle

vers le point D, l'arc de ce cycle parcouru à partir de A devient de plus en plus important, et son influence se fait sentir de plus en plus sur l'action des oscillations jusqu'à devenir prépondérante; lorsque le point représentatif décrit la branche de retour DEA et revient en A, le noyau paraît reprendre à peu près son état magnétique initial, puisque le point représentatif se déplace ensuite sur le grand cycle primitif; de même l'intensité de l'action des oscillations augmente suivant DEA et reprend en A sensiblement sa valeur initiale.

12. Un fait caractéristique relativement à l'action quantitative des oscillations est le suivant : la valeur de l'action des oscillations ne présente pas de discontinuité au sommet d'un cycle d'hystérésis. J'ai constaté ce fait pour les différentes variations représentées *fig.* 2; si on construit les courbes représentant l'action des oscillations sur la branche descendante TR du cycle S, on trouve qu'elles aboutissent, pour le sommet T du cycle, aux mêmes points que les courbes représentant l'action des oscillations sur la branche montante ; ces courbes correspondant à la branche TR sont identiques, avec changement de signe, aux parties des courbes de la *fig.* 2 situées à gauche de P ; on ne les a pas figurées pour ne pas compliquer.

J'ai vérifié le même fait pour un cycle d'amplitude plus faible, qui est le plus petit cycle de la *fig.* 1 ; ici, les valeurs de $\frac{dI}{dH}$ sont extrêmement différentes sur les deux branches ; malgré cela, aucune discontinuité dans les valeurs de l'action des oscillations ne se révèle au sommet T du cycle, comme le montrent les nombres suivants qui mesurent l'action des oscillations en fonction du champ magnétisant autour du point T :

Branche montante.....	17,2 gauss	18,9	19,8
	16,8	9,3	5,4
Branche descendante..	18,8 gauss	17	14,3
	4,2	1,3	0,6

Ainsi, en deux points extrêmement voisins dusomm et d'un cycle, et situés l'un sur la branche montante, l'autre sur la branche descendante, les actions des oscillations sont sensiblement les mêmes, malgré la différence des valeurs de $\frac{dI}{dH}$; or ces deux points, étant

extrêmement voisins sur le cycle, correspondent à des histoires magnétiques sensiblement identiques ; à mesure qu'on s'éloigne du sommet du cycle sur la branche descendante, on modifie l'état magnétique du noyau, et l'action des oscillations diminue. Ces expériences sont tout à fait parallèles à une partie de celles dont j'ai parlé dans le paragraphe précédent.

La variation de l'action des oscillations autour du sommet d'un cycle est plus rapide pour des cycles de faible amplitude, comme le plus petit cycle de la *fig.* 1, que pour des cycles à grande amplitude, et cela s'explique facilement, puisque, pour des cycles à grande amplitude, les branches montante et descendante deviennent très voisines près du sommet.

Les courbes qui, dans le mémoire de M. Eccles, représentent l'action des oscillations aux différents points d'une des branches d'un cycle d'aimantation, paraissent comporter une discontinuité dans les valeurs de cette action autour du sommet d'un cycle ; je n'ai pu me rendre compte de la cause de cette différence entre ses résultats et les miens.

13. En résumé, c'est de toute l'histoire magnétique du noyau que dépend l'action quantitative des oscillations ; on peut cependant prévoir en gros sa variation par la considération des deux éléments suivants : le coefficient angulaire $\frac{dI}{dH}$ et la distance D à la courbe d'aimantation stable, et cela en tenant compte des résultats exposés plus haut.

Comme conséquence, on peut indiquer les conditions à réaliser pour obtenir, avec des oscillations données, l'action la plus grande possible : il faut soumettre le noyau magnétique à un champ magnétisant variable d'amplitude aussi grande que possible, et faire agir les oscillations dans la région du cycle d'hystérésis où la courbe commence à monter rapidement (ou à descendre) ; c'est en effet dans cette région que la distance D et le coefficient angulaire $\frac{dI}{dH}$ ont tous deux une valeur élevée. On peut remarquer que, les courbes représentant l'action des oscillations aux différents points d'un cycle ayant un maximum assez accusé, il est important, au point de vue de la sensibilité des détecteurs magnétiques, de faire agir les oscillations dans une région bien déterminée et assez restreinte du cycle, région qu'une étude préalable indique facilement.

On pourrait sans doute imaginer un dispositif qui fermerait le circuit des oscillations (au récepteur) seulement pendant la partie convenable de chaque cycle d'aimantation.

Bien entendu, à ces conditions il faut ajouter celle d'une fine division du noyau magnétique, de façon que l'action des oscillations intéresse toute la masse; ce qui paraît convenir le mieux, c'est un faisceau de fils isolés très fins, de fer ou d'acier; l'emploi de fer porphyrisé agglutiné par de la paraffine élimine bien l'action protectrice des courants de Foucault; mais il est difficile d'aimanter très fortement un noyau de ce genre.

DEUXIÈME PARTIE.

14. Dans tout ce qui précède, j'ai considéré le cas où le noyau magnétique est soumis à un champ magnétisant variable de direction fixe, et où les oscillations électriques produisent un champ magnétique oscillant de même direction que le champ magnétisant; ces conditions sont parfaitement définies. Parmi les physiciens qui se sont occupés de cette question, beaucoup se sont servis d'un champ magnétique tournant, produit par exemple par la rotation d'un aimant en fer à cheval, et plusieurs ont fait porter leurs mesures non sur l'aimantation elle-même, mais sur l'énergie d'hystérésis (1). Ceux-ci ont obtenu soit une diminution, soit une augmentation de l'énergie d'hystérésis par l'action des oscillations.

Les conditions de ces expériences sont très complexes; mais on peut interpréter, au moins en partie, les phénomènes qui s'y produisent au moyen des résultats indiqués dans la première partie de ce travail, et prévoir dans les cas les plus nets le sens de l'action des oscillations.

15. D'abord, comme dans toutes les expériences relatives à l'hystérésis magnétique dans un champ tournant, il y a deux cas à distinguer suivant la forme du noyau magnétique :

1° Si le noyau magnétique a une longueur très grande par rapport

(1) Ewing et Walter, *Proc. Roy. Soc.*, t. LXXIII; 1904 : — *Revue électrique*, t. I, p. 343 ; 15 juin 1904 ; — *Eclairage électrique*, t. XXXIX, p. 449; 18 juin 1904; et t. XL, p. 2 : 2 juillet 1904. — Riccardo Arno, *C. R. Instit. Lomb.*, 2 juillet 1904; — et *Accad. dei Lincei*, *passim*, 1904 et 1905; — *Eclairage électrique*, t. XXXIX, p. 410 ; 11 juin 1904 ; et t. XLIV, p. 384 ; 9 septembre 1905. — W. Peukert, *Elektrotechn. Zeitschrift*, t. XXV, p. 992 : 24 novembre 1904 ; — *Eclairage électrique*, t. XLII, p. 232; 11 février 1905 ; — *Revue électrique*, t. III, p. 251 ; 30 avril 1905.

à ses dimensions transversales, l'action magnétisante de la composante du champ tournant perpendiculaire à la longueur du noyau est très faible, à cause du champ démagnétisant énorme que la forme du noyau produit dans cette direction perpendiculaire à la longueur ; la variation de l'aimantation est commandée surtout par la composante du champ parallèle à la longueur du noyau, de sorte que cette variation est à peu près la même que si le noyau était soumis à un champ magnétisant alternatif parallèle à cette direction. Ce cas se ramène donc très sensiblement à celui qui a été étudié plus haut ;

2° Si le noyau magnétique a une forme ramassée, circulaire par exemple, aucune direction n'a de propriétés particulières ; la valeur du champ magnétisant à l'intérieur du noyau varie peu ; il en est de même de l'aimantation, et ce sont surtout les variations de direction du champ et, par suite, de l'aimantation qui interviennent. La nature des phénomènes d'hystérésis est alors différente de celle des phénomènes d'hystérésis dans un champ alternatif de direction constante, et on sait que les lois en sont aussi bien différentes : par exemple, tandis que l'énergie dépensée dans un cycle d'aimantation alternative augmente constamment avec l'amplitude du champ magnétisant, au contraire l'énergie dépensée par tour dans l'action d'un champ tournant sur un noyau magnétique de révolution autour de l'axe du champ augmente d'abord avec la valeur de ce champ, passe par un maximum et décroît ensuite, tendant vers zéro pour les valeurs très grandes du champ [une variation de ce genre est représentée (*fig.* 7) en fonction de l'induction magnétique B].

16. Les expériences relatives à l'action des oscillations sur l'énergie d'hystérésis dans un champ tournant se font habituellement ainsi : le champ tournant est produit par un aimant ou un électro-aimant tournant autour d'un axe perpendiculaire à la ligne des pôles ; le noyau magnétique est suspendu entre les pôles par un système de torsion quelconque dont l'axe coïncide avec celui du champ tournant ; lorsqu'on fait tourner l'aimant avec une vitesse suffisante, il tend à entraîner le noyau magnétique ; celui-ci dévie d'un angle tel que le couple de torsion fasse équilibre au couple d'entraînement, et cet angle est proportionnel à l'énergie d'hystérésis mise en jeu pendant un tour. Tout étant ainsi disposé, on envoie les oscillations électriques dans une bobine entourant le noyau magnétique, et on constate une variation de la déviation.

17. Cherchons ce qui peut se produire dans ces expériences, et considérons d'abord le premier cas, celui où le noyau a une forme très allongée et où, par suite, les phénomènes sont sensiblement les mêmes que ceux qui se produiraient dans un champ alternatif de direction fixe.

Supposons, en premier lieu, que les flots d'oscillations se succèdent rapidement par rapport à la vitesse de variation du champ, alternatif ou tournant : c'est le cas lorsque les oscillations sont commandées par une bobine de Ruhmkorff alimentée soit par un courant alternatif de fréquence normale (40 à 50), soit par un courant continu avec les interrupteurs rapides ordinaires ; alors les oscillations agissent en des points du cycle d'aimantation assez rapprochés pour que celui-ci se réduise à deux branches plus voisines que celles du

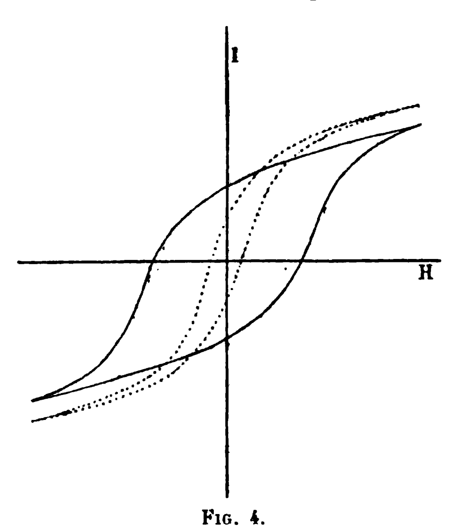


Fig. 4.

cycle ordinaire. Par exemple, la *fig.* 4 représente, pour un petit ressort d'acier pour chronomètre, trempé, en trait plein la courbe cyclique ordinaire et en pointillé la courbe obtenue en faisant agir à intervalles rapprochés, pendant une variation lente du champ magnétisant, des oscillations produites par un dispositif de Tesla commandé par une bobine de Ruhmkorff dont le primaire était parcouru par un courant alternatif.

Ainsi, dans ce cas, il doit y avoir toujours réduction de l'énergie d'hystérésis ; c'est dans ce cas que paraît rentrer le détecteur magné-

tique de M. Peukert (*loc. cit.*); M. Peukert emploie un noyau magnétique *de forme allongée* et le fait tourner dans un plan passant par les pôles d'un aimant en fer à cheval; le noyau tend à entraîner dans sa rotation l'aimant, qui est fixé à un système de torsion et dévie d'un certain angle; or c'est bien une diminution de cette déviation qui se produit quand on envoie des oscillations électriques ou un courant alternatif dans quelques spires de fil entourant le noyau.

18. Continuons à considérer le cas d'un noyau de forme très allongée dans un champ tournant, ou, ce qui revient sensiblement au même, le cas d'un champ alternatif de direction constante, et cherchons ce qui se passe lorsque les oscillations agissantes sont produites périodiquement, avec une période reliée à celle du champ magnétisant; ce cas ne se présente pas dans les détecteurs magnétiques, mais il est intéressant pour l'interprétation générale de l'action des oscillations sur l'énergie d'hystérésis. Supposons que le champ magnétisant (alternatif ou tournant) soit emprunté à la même source de courants alternatifs qu'un courant alternatif alimentant le primaire de la bobine de Ruhmkorff; on peut s'arranger alors de façon qu'il se produise un flot d'oscillations deux fois par cycle, et, suivant le décalage du champ magnétisant et du courant primaire de la bobine, on a des effets différents. Un tel dispositif a été réalisé par M. Piola dans le travail déjà cité (1).

Soit d'abord le cas où les étincelles se produisent au moment où le champ atteint ses deux valeurs extrêmes; supposons, pour envisager un cas précis, les oscillations assez intenses pour supprimer complètement l'hystérésis; un flot d'oscillations agissant au moment où le champ magnétisant a sa valeur maximum H_m (*fig.* 5) porte le point représentatif de l'aimantation en un point élevé C (qui est le point de la courbe Σ correspondant au champ H_m); le champ magnétisant varie ensuite de $+H_m$ à $-H_m$, l'aimantation décrit une courbe CD; un flot d'oscillations agissant alors porte le point représentatif en E, puis le champ magnétisant varie de $-H_m$ à $+H_m$, le point représentatif décrit EF, un nouveau flot d'oscillations le porte en C, et ainsi de suite. Le cycle d'aimantation obtenu est CDEFC; son aire, et l'énergie d'hystérésis qu'elle représente, est beaucoup plus grande que l'aire du cycle d'hystérésis ordinaire AB.

La *fig.* 5, dont je viens de me servir pour expliquer ce qui se pro-

(1) F. Piola, *R. C. della R. Accad. dei Lincei*, t. XV, p. 222; 2e semestre 1906.

duit, représente réellement les résultats obtenus avec le fil de fer dont il a été parlé plus haut; le champ, produit ici par un courant continu parcourant la bobine magnétisante, variait entre $\pm H_m = \pm 13,6$ gauss, et je faisais agir en $+ H_m$ et $- H_m$ des oscillations assez intenses pour supprimer complètement l'hystérésis.

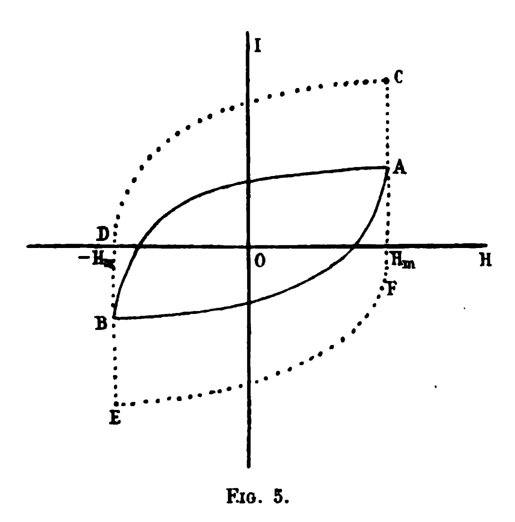


FIG. 5.

On pourra d'ailleurs trouver des courbes de ce genre dans le mémoire de M. Piola; dans les expériences de M. Piola, le champ magnétisant est produit par un courant alternatif et les oscillations sont commandées par une bobine de Ruhmkorff dont le primaire est alimenté par une dérivation de ce courant alternatif, qu'on peut décaler plus ou moins sur le courant magnétisant; le champ magnétisant et l'aimantation agissent sur le pinceau de rayons cathodiques d'un tube de Braun sur l'anticathode duquel se dessinent les courbes d'aimantation, dont on peut ainsi manifester la déformation par l'action des oscillations électriques.

Si donc, dans de telles conditions, on observait l'action des oscillations électriques sur l'énergie d'hystérésis, par exemple par la méthode de la variation du couple que je rappelais tout à l'heure, on trouverait une augmentation de l'hystérésis.

Supposons, au contraire, que les oscillations agissent chaque fois que le champ magnétisant passe par une valeur nulle; l'aimantation est chaque fois réduite à zéro, et le point représentatif décrit, au

lieu des branches CB et DA du cycle ordinaire, des courbes telles que OB et OA (*fig.* 6); l'aire du cycle d'hystérésis, c'est-à-dire l'aire ombrée, est alors moindre que celle du cycle ordinaire.

Il est facile de voir que, si les oscillations agissaient périodiquement à d'autres phases de la variation du champ, l'aire du cycle serait, suivant les cas, augmentée ou diminuée ; la diminution peut être beaucoup plus grande que celle correspondant à la *fig.* 6.

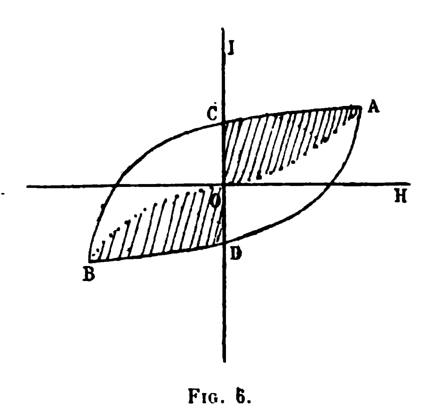


Fig. 6.

Ainsi, dans tous ces cas, l'action des oscillations sur l'énergie d'hystérésis globale dépend des moments où agissent les oscillations ; si maintenant les oscillations agissaient à des intervalles irréguliers du même ordre de grandeur que la période du champ, il est clair qu'elles pourraient produire toutes sortes de résultats, augmentation ou diminution de l'énergie d'hystérésis globale.

19. Considérons maintenant le second cas, celui où le noyau magnétique est de forme circulaire ou analogue. Il semble qu'alors les oscillations produisent des effets de deux sortes : 1° l'aimantation acquise par le noyau magnétique sous l'action du champ tournant est modifiée par l'action du champ oscillant ; d'après les résultats indiqués dans la première partie de ce travail, cette modification est presque toujours une augmentation ; 2° le retard en direction de l'aimantation sur le champ est sans doute diminué par l'action des oscillations.

Dès lors l'action des oscillations sur l'énergie d'hystérésis, qui est celle observée dans les travaux cités plus haut, est la résultante de ces deux effets ; le dernier paraît comporter une diminution de

l'énergie d'hystérésis ; quant au premier, il peut comporter soit une diminution, soit plus souvent une augmentation de cette énergie.

En effet, comme je le rappelais plus haut, la valeur de l'énergie d'hystérésis mise en jeu par tour dans un champ tournant, en fonction de la valeur du champ, ou encore en fonction de l'induction magnétique dans le noyau, croît d'abord, passe par un maximum et décroît ensuite en tendant vers zéro; par exemple, la *fig.* 7 représente,

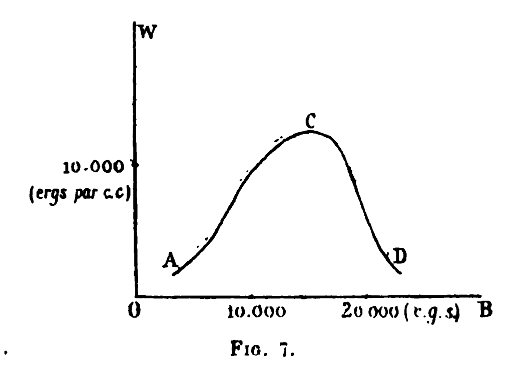


Fig. 7.

d'après MM. Beattie et Clinker [1], la variation de l'énergie d'hystérésis dans un champ tournant pour des disques de tôle, en fonction de l'induction magnétique B. Supposons que l'action des oscillations intervienne dans des expériences où l'induction magnétique correspond à l'un des points de la branche montante AC ; l'aimantation, ou, ce qui revient au même, l'induction magnétique, étant augmentée par l'action des oscillations, l'énergie dissipée par tour augmente, toutes choses égales d'ailleurs (à moins cependant que l'action ne soit assez forte pour faire dépasser d'une manière notable le maximum) ; si au contraire l'induction magnétique initiale correspondait à l'un des points de la branche descendante CD, l'augmentation de l'induction magnétique due à l'action des oscillations entraînerait une diminution de l'énergie d'hystérésis. On doit remarquer de plus que l'action des oscillations sur l'induction magnétique est plus forte dans la partie AC, où l'induction magnétique est assez faible et croît rapidement avec le champ, que dans la partie CD, qui correspond à une partie élevée de la courbe d'aimantation.

Ainsi, si les expériences relatives à l'action des oscillations sur

---

[1] Beattie et Clinker, *Assoc. Brit. Liverpool*, 1896 : — *Eclairage électrique*, t. IX, p. 529 : 1896. — Voir *le Magnétisme du fer*, p. 87 (lib. Gauthier-Villars).

l'hystérésis dans un champ tournant sont faites, pour un noyau circulaire ou analogue, dans des conditions où l'induction magnétique est très grande, les deux genres d'effets des oscillations paraissent concorder à donner une diminution de l'énergie d'hystérésis; mais, si l'induction magnétique est assez faible, ce qui est le plus général, l'un des effets est une augmentation, et même une forte augmentation, de sorte que l'effet résultant doit être alors généralement une augmentation.

MM. Ewing et Walter (*loc. cit.*) ont employé d'abord le dispositif suivant : le noyau magnétique est formé d'anneaux de fer doux ; le champ tournant est produit par la rotation d'un électro-aimant en fer à cheval (5 à 8 tours par seconde) ; les oscillations passent dans une bobine dont les spires sont normales au plan des anneaux ; dans ces conditions, l'action des oscillations est de diminuer la déviation mesurant l'énergie d'hystérésis. Mais ils ont obtenu une action plus forte, et cette fois-ci une augmentation, en constituant le noyau par un enroulement de 500 tours de fil de fer dur étiré, bien isolé, et en envoyant les oscillations dans ce fil de fer lui-même. Il serait difficile de préciser auxquelles des conditions indiquées précédemment correspondent ces expériences, en l'absence de données précises sur l'intensité du champ magnétique et sur la variation de l'énergie d'hystérésis de ces noyaux avec l'intensité du champ tournant ; on peut supposer que, la croissance de l'aimantation avec le champ étant plus rapide pour le fer doux que pour le fer dur, la valeur du champ magnétisant employé ici est, pour les anneaux de fer doux, au delà du maximum de la courbe qui représenterait les variations de l'énergie d'hystérésis tournante en fonction du champ, tandis que pour le fer dur elle serait en deçà du maximum ; on expliquerait bien ainsi, d'après ce qui précède, l'obtention d'une diminution de l'hystérésis pour les tôles et d'une augmentation pour le fer dur.

Quant aux résultats des expériences de M. Riccardo Arno, ils sont tout à fait favorables à l'interprétation que j'ai donnée plus haut : l'auteur a constaté en effet que, dans un champ tournant suffisamment intense, on observe toujours une diminution de l'énergie d'hystérésis, tandis que, dans un champ tournant de faible intensité, on observe soit une augmentation, soit une diminution de l'énergie d'hystérésis (1). Le champ tournant était obtenu au moyen de cou-

(1) Riccardo Arno, *Eclairage électrique*, t. XXXIX, p. 384 ; 9 septembre 1905.

rants triphasés envoyés dans trois bobines à noyau de fer radiales à 120°; le noyau employé a d'abord été un disque d'un mélange de fer et de paraffine avec lequel M. Arno a observé une augmentation de l'hystérésis, puis des disques de fer ou d'acier.

DÉTECTEURS D'ONDES ÉLECTRIQUES A GAZ IONISÉS;

Par M. C. TISSOT (1).

En opérant, à l'aide d'un électromètre (en idiostatique), la mesure de la force électromotrice efficace au sommet d'une antenne réceptrice attaquée à distance par une antenne accordée, on obtient des valeurs de 4 à 5 volts à la distance de 1 kilomètre. On peut calculer l'amplitude du potentiel au sommet en partant des valeurs fournies par les mesures directes pour les périodes et les amortissements. On trouve ainsi pour les amplitudes des valeurs de 600 à 700 volts environ.

Nous avons pensé qu'il devait être facile de mettre directement de telles amplitudes en évidence.

Un tube à vide (de Geissler), convenablement préparé, peut en effet être aisément rendu luminescent quand on le dispose au sommet d'une antenne réceptrice excitée à distance.

Ainsi, dans l'une des expériences, on obtenait la luminescence en attaquant à la distance de 1 kilomètre une antenne de 33 mètres de longueur par une antenne accordée, avec des étincelles de 5 centimètres à l'émission (émissions directes). La « force électromotrice efficace », mesurée au sommet de l'antenne réceptrice, était de $4^{\text{volts}},2$ et devait correspondre, eu égard aux valeurs connues de la période et de l'amortissement, à une amplitude de 750 volts.

Or, en appliquant au tube à vide une différence de potentiel croissante, prise sur une batterie de petits accumulateurs, on a constaté que le tube, assez peu sensible, ne commençait guère à laisser passer la décharge et à s'allumer franchement qu'au-dessus de 600 volts, ce qui correspond parfaitement à l'ordre de grandeur fourni par le calcul pour l'amplitude.

La luminescence s'obtient de même quand on intercale le tube à vide à la place ordinaire du cohéreur, c'est-à-dire aux bornes du

(1) Communication faite à la Société française de physique; séance du 6 juillet 1906.

transformateur de réception (jigger ou résonateur Oudin), dont le principal objet est de transporter à la base de l'antenne le ventre de tension qui prend naissance au sommet dans le régime d'onde stationnaire.

Nous avons signalé dans une note précédente [1] que les différences de potentiel efficaces aux extrémités du circuit secondaire de ces transformateurs se trouvent être, en général, du même ordre de grandeur qu'au sommet même de l'antenne réceptrice.

La présente expérience montre qu'il en est de même des amplitudes.

I. — On peut en déduire la conséquence suivante au sujet du fonctionnement des cohéreurs dans la télégraphie sans fil.

Dans les conditions supposées d'émission, qui sont les conditions normales de transmission de nos postes à grandes distances, on constate qu'il est possible en général de recevoir au cohéreur, d'une manière suffisamment nette pour permettre la lecture du signal, jusqu'à une distance de 200 à 225 milles.

Adoptons la distance de 400 kilomètres comme portée limite.

Nous avons établi par ailleurs que l'intensité efficace mise en jeu dans l'antenne réceptrice varie en raison inverse de la distance. A la vérité, les expériences n'ont pu être exécutées qu'à des distances bien inférieures à 400 kilomètres et, pour de grandes distances, la courbure terrestre peut exercer quelque influence.

Si l'on admet que la loi subsiste, comme il est clair que les différences de potentiel efficaces suivent la même loi que les intensités, les amplitudes du potentiel, qui ne diffèrent, pour un système donné, des forces électromotrices efficaces que par un facteur constant, varient aussi en raison inverse des distances.

Il paraît vraisemblable que le cohéreur est sensible à l'amplitude du potentiel. Un cohéreur sensible, qui fonctionne à 400 kilomètres, serait encore soumis à cette distance à une amplitude de 1volt,8 environ. Or, un pareil cohéreur ne peut guère supporter sans « cohérer » une différence de potentiel *continue* supérieure à 0volt,4 ou à 0volt,3.

On est ainsi porté à penser que l'effet exercé par une amplitude de 1volt,8 pendant une durée extrêmement courte n'équivaut nullement à celui d'une égale différence de potentiel continue [2].

---

[1] *Journal de Physique*, 4e série, t. V, p. 181 ; 1906.

[2] L'influence de la durée dans le phénomène de la cohérence a été aussi suggérée par M. Matha pour interpréter certaines expériences.

II. — On peut utiliser l'observation directe de la luminescence pour exercer un choix sur le meilleur enroulement à adopter pour un transformateur donné de réception. Le procédé est peu sensible, puisqu'il faut des valeurs voisines de 400 volts dans les conditions favorables pour qu'une décharge commence à se produire dans un tube à vide.

Un artifice simple permet d'accroître la sensibilité du dispositif.

Il consiste à maintenir les électrodes, à l'aide d'une source auxiliaire, à une différence de potentiel légèrement inférieure à la différence de potentiel critique. La variation de potentiel due à l'action de l'onde permet alors à la luminescence de se produire (1).

Mais l'observation basée sur le plus ou moins de luminescence d'un tube est assez grossière et demeure purement qualitative, comme celles que l'on peut effectuer au téléphone, à de bien plus grandes distances, à l'aide de détecteurs magnétiques ou électrolytiques, par exemple.

Il est possible d'obtenir des mesures quantitatives en substituant à l'observation de la luminescence celle de la conductibilité du gaz traversé par la décharge.

A cet effet, on mesure le tube à vide de deux électrodes latérales parasites que l'on intercale dans un circuit contenant une pile et un galvanomètre. Quand le gaz est ionisé par la décharge, il laisse passer le courant. Ce courant va en croissant à mesure que le nombre des ions libérés augmente, c'est-à-dire dans le même sens que la différence de potentiel entre les électrodes, et peut servir à l'évaluer.

La valeur du courant enregistré est une fonction complexe de cette différence de potentiel : elle dépend non seulement de la force électromotrice continue appliquée, mais aussi de la forme de la décharge et de la disposition des électrodes. Pour répondre à l'objet que nous avions en vue, nous nous sommes arrêté à la disposition suivante, qui donne des résultats constants.

Le tube (*fig.* 1) est une ampoule sphérique (2^{cm},5 à 3 centimètres de diamètre) qui porte quatre électrodes en croix.

Les électrodes *m* et *n*, filiformes, sont reliées aux extrémités de l'enroulement secondaire du transformateur de réception.

(1) Un procédé analogue a été autrefois indiqué par Zehnder pour l'observation des oscillations électriques (*Wied. Ann.*, 1892).

Les électrodes *a* et *b*, terminées par des faces planes en aluminium, sont reliées à la pile P et au galvanomètre G.

La batterie auxiliaire A, de petits éléments d'accumulateurs soigneusement isolés, n'est utilisée que si l'on opère à distance notable. Pour une décharge constante entre *m* et *n*, le courant entre *a* et *b* va en croissant avec la force électromotrice de la source P.

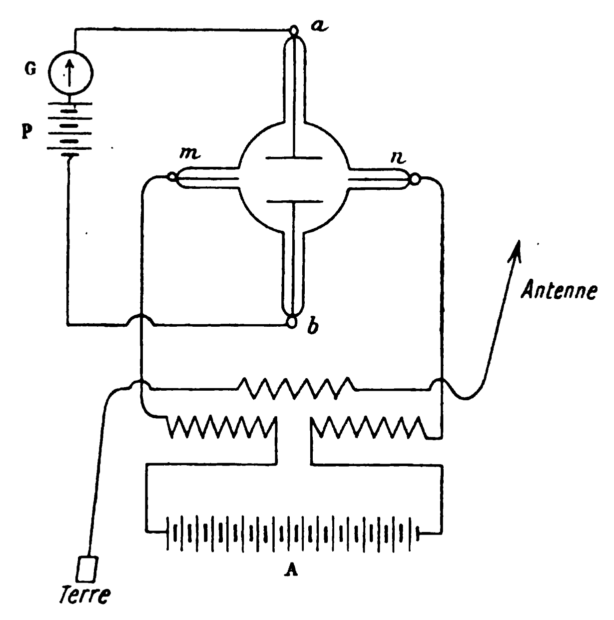


Fig. 1.

Il varie d'abord lentement, puis augmente beaucoup plus rapidement avec cette force électromotrice, en paraissant ensuite tendu vers un maximum. De sorte que la courbe représentative du phénomène présente une certaine analogie avec les courbes d'aimantation. L'existence du premier palier, assez irrégulier d'ailleurs, tient peut-être uniquement à la forme des électrodes. L'allure générale ultérieure s'interpréterait aisément par la considération d'un courant de saturation.

Nous n'insisterons pas pour l'instant sur l'étude du phénomène, à laquelle ne se prête pas la forme de tube adoptée (à cause de l'influence prédominante des électrodes).

Nous noterons simplement le fait suivant :

Pour une valeur déterminée, invariable et convenablement choisie de la force électromotrice de la source P, on obtient entre *a* et *b* un courant qui, dans une large mesure, varie proportionnellement à l'amplitude du potentiel entre *m* et *n*. A la vérité, ceci n'a lieu que pour des oscillations de même forme, mais c'est précisément le cas qui se trouve sensiblement réalisé en télégraphie sans fil.

Les autres détecteurs capables d'être utilisés à des évaluations quantitatives fournissent des quantités très différentes de celles qui agissent sur le cohéreur.

Tandis que le bolomètre, par exemple, donne l'intensité efficace, le détecteur magnétique fournit l'amplitude du courant, et l'électromètre la force électromotrice efficace. Le dispositif présent, assez sensible pour être utilisé à distance, donne une évaluation de l'amplitude du potentiel.

Il importe d'observer que le mode d'action est un peu différent selon que l'on emploie comme détecteur le tube à vide seul, ou qu'on l'associe à une différence de potentiel auxiliaire pour le sensibiliser. Dans le premier cas, le système se comporte comme un *autodécohérent*, tandis que, dans le second cas, on peut considérer qu'il agit comme une *soupape*.

Dans ces dernières conditions, l'amortissement de l'oscillation se traduit par le fait que le courant entre *a* et *b*, c'est-à-dire la déviation du galvanomètre est plus grande ou plus petite selon que la première demi-oscillation est de même sens que la différence de potentiel appliquée ou de sens opposé.

III. — L'expérience précédente, où le tube à vide se comporte comme une *soupape*, suggère l'idée de réaliser par une ionisation préalable un milieu présentant une conductibilité *unipolaire*.

Nous avions essayé tout d'abord d'utiliser la conductibilité de flammes contenant des sels alcalins. Le phénomène de conductibilité unilatérale se produit bien avec une force électromotrice continue. En choisissant convenablement les électrodes (disque, cathode, pointe, anode), le courant passe dans un sens et ne passe pas en sens contraire. La suppression de l'une des phases se produit aussi pour une force électromotrice alternative avec un courant à basse fréquence.

Mais, soit à cause de la faiblesse du courant, soit que le phénomène n'ait réellement plus lieu, nous n'avons pu obtenir aucun résultat net avec les courants de haute fréquence (ordre de grandeur de la période 10^{-6} seconde) mis en jeu en télégraphie sans fil.

M. Langevin, à qui j'avais fait part de mes recherches, m'avait engagé à tirer parti de « l'effet Edison ».

On sait que, si l'on dispose à l'intérieur de l'ampoule d'une lampe à incandescence une électrode parasite isolée, et que l'on relie par un circuit extérieur cette électrode à l'une des bornes du filament — la borne négative de préférence — il y a production d'un courant continu dans ce circuit extérieur, tant que le filament demeure incandescent.

Ce phénomène (qui a été particulièrement étudié par Richardson) s'interprète aisément en supposant que le carbone incandescent émet un flux continu de corpuscules négatifs : ce flux va très rapidement en croissant avec le degré d'incandescence, c'est-à-dire la température du filament.

Si l'on intercale dans le circuit extérieur de l'électrode parasite une force électromotrice continue, le courant ne passe que dans un seul sens. De sorte que le dispositif agit comme une *soupape* pour une force électromotrice alternative.

L'expérience réussit parfaitement avec les oscillations de haute fréquence mises en jeu dans la télégraphie sans fil (1).

Pour la réaliser, j'ai employé une lampe de 40 volts très habilement préparée par M. Berlemont.

Cette lampe porte (*fig.* 2) simplement une électrode en gros fil de platine soudée dans la paroi de l'ampoule. On réunit l'une des extrémités du secondaire du jigger de réception à l'électrode parasite p; l'autre extrémité de l'enroulement est reliée à la borne négative n de la lampe par l'intermédiaire d'un galvanomètre.

La lampe est portée à l'incandescence à l'aide d'une batterie d'accumulateurs isolés ; un rhéostat de réglage permet de pousser la lampe comme on le désire.

Il a été possible, dans ces conditions, d'enregistrer au galvanomètre (Broca-Carpentier) des signaux à une cinquantaine de kilomètres de distance (2).

Nous avons effectué un certain nombre d'expériences avec ce dis-

(1) Tandis que je poursuivais ces essais, j'ai eu connaissance d'un travail de M. Fleming sur l'utilisation de l'effet Edison à des dispositifs détecteurs d'ondes électriques (*Phil. Mag.*, mai 1906). — Je me bornerai donc à signaler brièvement les résultats que j'ai obtenus.

(2) Un galvanomètre d'Arsonval de modèle courant permet d'enregistrer les signaux à quelques kilomètres, et un recorder en donne l'inscription.

positif, qui est plus sensible et de montage incomparablement plus facile que celui du tube à vide.

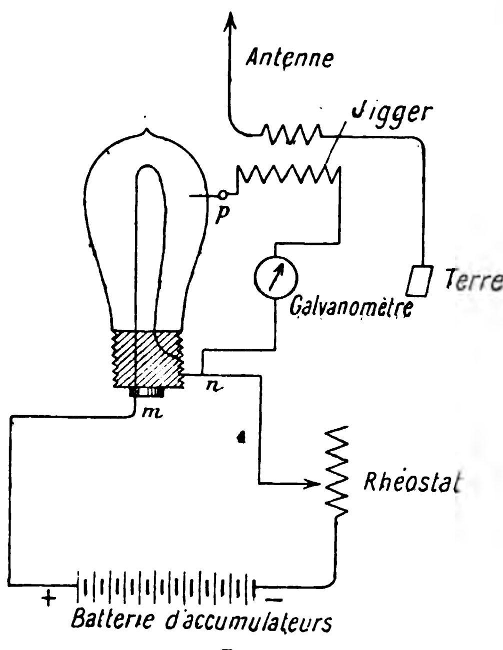


Fig. 2.

Mais, bien que le phénomène présente une apparence plus simple que celui de la décharge dans le tube à vide, nous n'avons pu l'appliquer à des évaluations quantitatives par suite de la difficulté de réaliser un régime stable d'émission du filament pour lequel il y ait proportionnalité approximative entre la force électromotrice appliquée et le courant.

A ce point de vue, le dispositif du tube à vide paraît donc préférable.

SUR L'ÉQUIPARTITION DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE MOLÉCULAIRE ;

Par M. MARCEL BRILLOUIN.

L'énergie cinétique d'une molécule peut être mise sous la forme d'une somme de carrés de ce que Boltzmann appelle des *momentoïdes*, et dont chacun correspond à une *liberté* de l'édifice moléculaire (¹) :

$$2L = \alpha_1 r_1^2 + \alpha_2 r_2^2 + \ldots$$

Boltzmann démontre que, pour la distribution particulière qu'il appelle *ergodique*, la valeur moyenne de l'énergie cinétique est la même pour tous les momentoïdes. Il suffit de prendre pour momentoïdes $(r_1 \sqrt{\alpha_1})$, $(r_2 \sqrt{\alpha_2})$, etc., pour que l'équivalence des différents termes soit intuitive; mais c'est toujours sous la réserve que les momentoïdes varient tous entre les mêmes limites. La distribution peut d'ailleurs être beaucoup plus générale que la distribution ergodique de Boltzmann (²). C'est sur cette question des limites de variation que je voudrais insister.

On a commencé par définir la forme de la molécule au moyen de n *coordonnées* généralisées $p_1, \ldots, p_n$, auxquelles correspondent n vrais *moments* $q_1, \ldots, q_n$. La force vive est une fonction homogène et du 2ᵉ degré de ces n moments, qui en général contient les doubles produits $q_1 q_2, \ldots$; pour arriver à une forme où tous les moments figurent de même, il faut faire disparaître ces doubles produits; c'est à quoi on arrive toujours par un changement de variables linéaire convenable entre les *momentoïdes* r et les moments q ; mais ces momentoïdes peuvent ne pas correspondre à des coordonnées définies (exemple : les moments de rotation d'un solide autour des trois axes d'inertie principaux). Quoi qu'il en soit, il faut, dans cette représentation mécanique de la molécule, examiner les limites de variation des coordonnées et des momentoïdes. Ces limites doivent être compatibles avec l'existence de la molécule comme un tout.

Pour la vitesse de translation, ou la quantité de mouvement correspondante, pas de difficulté : elle peut varier de 0 à l'infini ; mais c'est la seule.

(¹) *Leçons sur la théorie des gaz*, IIᵉ partie, p. 89.

(²) Tous les raisonnements s'appliquent à la distribution générale :

$$f(p_1, \ldots, p_n, L)\, dp_1 dp_2 \ldots dp_n dr_1 dr_2 \ldots dr_n.$$

Les vitesses de rotation sont certainement limitées ; au delà d'une certaine valeur, un ou plusieurs des éléments constitutifs de la molécule se rompraient ; c'est seulement lorsque la vitesse de rotation qui appartient au nombre maximum de molécules dans la distribution de Maxwell est beaucoup plus petite que la vitesse destructive qu'on peut prendre pratiquement l'infini comme limite supérieure d'intégration dans le calcul de la moyenne. Aux températures élevées, il faut s'arrêter aux vitesses destructives. Il y a là une cause de variation de la chaleur spécifique en fonction de la température, à laquelle les gaz monoatomiques ne sont pas exposés. Il serait curieux de les comparer à ce point de vue aux gaz diatomiques.

Pour les coordonnées internes de la molécule, il est de toute évidence qu'elles ne peuvent pas varier de zéro à l'infini, que chacune d'elles a ses limites particulières au delà desquelles la molécule est rompue ou modifiée.

Pour les coordonnées spectrales, la fixité des périodes, malgré les variations d'intensité, exige même que l'amplitude soit très petite ; et pour ces coordonnées oscillantes il n'y a aucune raison de supposer les limites de variation égales ; l'éclat relatif des différentes raies varie en effet avec le mode d'excitation.

Quant aux moments, les limites de leurs variations sont liées à celles des coordonnées, et la destruction de la molécule ne correspond pas nécessairement à la même limite pour toutes ces coordonnées. *A fortiori*, quand on passe aux momentoïdes, on fait bien apparaître une isotropie parfaite dans l'expression de l'énergie cinétique, mais on ignore au prix de quelles différences entre les limites de variation acceptables pour les momentoïdes auxquels on fait jouer en apparence le même rôle ; il ne faut pas oublier en effet que, dans les équations linéaires entre les moments et les momentoïdes, les coefficients sont encore des fonctions des coordonnées. Les limites de variation des momentoïdes peuvent donc être fixées soit par les limites des moments, soit par celles des coordonnées elles-mêmes. Il est donc impossible d'affirmer que les limites de variation des momentoïdes compatibles avec l'existence de la molécule soient les mêmes pour tous les momentoïdes.

Il est impossible de rien affirmer sur l'équipartition de l'énergie cinétique, parce que chaque momentoïde doit être maintenu entre ses limites propres pour éviter la rupture de la molécule.

(Mai 1906.)

CHALEURS SPÉCIFIQUES DU VIDE;

Par M. MARCEL BRILLOUIN.

1. Il résulte des lois théoriques du rayonnement (Voir le Rapport de Wien au Congrès de Physique de 1900) que la quantité de chaleur à fournir à un espace vide pour augmenter de dv le volume compris entre parois réfléchissantes athermanes et élever la température absolue de $d\Theta$ (rayonnement noir) est (Ω = vitesse de la lumière $= 3 . 10^{10}$) :

$$dQ = \frac{4}{\Omega} \Theta d \cdot \left(\frac{4}{3} \sigma\Theta^3 v\right);$$

les expériences de rayonnement les plus récentes donnent en calories-gramme-degré C. :

$$\sigma = 1{,}28 . 10^{-12}.$$

L'expression précédente devient donc :

$$\text{(I)} \qquad dQ = \frac{16}{9} 1{,}28 . 10^{-22} [\Theta^4 dv + 3v\Theta^3 d\Theta].$$

2. Énonçons en langage calorimétrique la signification des deux termes de cette équation :

1° La *chaleur spécifique à volume constant du vide*, ou mieux du milieu qui transmet le rayonnement, est égale à $\frac{16}{3} 1{,}28 . 10^{-22}\Theta^3$ par centimètre cube :

$$c_v = 6{,}85 . 10^{-22} \Theta^3;$$

à la température de la glace fondante,

$$(c_v)_{273} = 1{,}395 . 10^{-14};$$

à 4.000° absolus,

$$(c_v)_{4000} = 4{,}4 . 10^{-11}.$$

2° La chaleur spécifique à volume constant du centimètre cube de gaz sous la pression d'un millionième d'atmosphère (à peu près la limite du vide réalisable) est $2{,}2 . 10^{-4} \times 10^{-6}$ ou $2{,}2 . 10^{-10}$.

Ainsi, à la température ordinaire, la chaleur spécifique du gaz contenu dans le meilleur vide que nous puissions produire est

encore 10.000 fois celle de l'éther qui occupe le même volume; mais, à la température de l'arc voltaïque, le rapport tombe à 5 environ.

3. La variation de volume dv n'est pas une variation de volume de l'éther : c'est une variation du volume occupé par le rayonnement noir de température Θ dans l'éther. La limitation du volume est effectuée par de la matière ordinaire, douée d'un pouvoir réflecteur égal à 1. Sous réserve de ces explications :

La *chaleur de dilatation du vide* par centimètre cube est égale à $\frac{16}{9}\, 1{,}28 \,.\, 10^{-22}\Theta^4$ ou

$$l = 2{,}28 \,.\, 10^{-22}\Theta^4$$

A la température de la glace fondante,

$$(l)_{273} = 1{,}27 \,.\, 10^{-12};$$

à 4.000° absolus,

$$(l)_{4000} = 1{,}76 \,.\, 10^{-7}.$$

Or, par centimètre cube, la chaleur de dilatation d'un gaz :

$$\left(\frac{C_p}{C_v} - 1\right) \Theta \,.\, \rho C_v,$$

est pour un gaz diatomique $\left(\frac{C_p}{C_v} = \gamma = 1{,}4\right)$ à la température de la glace fondante, sous une pression d'un millionième d'atmosphère :

$$l = 2{,}41 \,.\, 10^{-8}.$$

Mêmes remarques qu'au n° 2.

4. Discutons à ce point de vue l'expérience de détente adiabatique d'un gaz.

Dans les conditions ordinaires de pression des gaz, le vide, intimement mélangé avec le gaz, dont la valeur calorimétrique est énormément supérieure à celle du vide, prend et conserve à chaque instant la température du gaz ; la quantité de chaleur que le rayonnement fournit au vide est rapidement absorbée par le gaz. C'est entre le vide intérieur au vase et les parois rayonnantes du laboratoire qu'une différence de température sensible ne disparaît que lentement.

Mais, dans le cas où la valeur calorimétrique du gaz serait comparable à celle du vide, la chute de température serait subdivisée ;

chute de température des parois du laboratoire au vide du vase, avec échange par rayonnement, et chute de température du vide au gaz détendu, avec échange de l'un à l'autre par contact et mélange intime.

3. Si donc on pouvait faire l'expérience de Clément et Desormes sur un gaz à une pression de 10^{-10} atmosphères à la température ordinaire, ou sur un gaz à la pression de 10^{-6} atmosphères à la température de l'arc voltaïque ou des astres lumineux, il serait nécessaire de préciser la nature des parois du vase.

On peut, dans ce cas de très faibles densités du gaz, imaginer deux modes principaux de détente rapide pour le gaz :

1° Adiabatique pour le mélange gaz-vide ;

2° Adiabatique pour le gaz, isotherme pour le vide.

Premier cas. — Les parois du vase, mauvaises conductrices de la chaleur, sont argentées intérieurement, et ont un pouvoir réflecteur égal à 1.

En outre, le vase où s'effectue la détente est immense, en sorte que la valeur calorimétrique de l'enveloppe soit petite par rapport à la valeur calorimétrique du *vide* qu'elle limite.

Le gaz et le vide sont tous deux à la même température pendant la détente.

L'équation calorimétrique du gaz et du vide :

$$dQ = v\rho C_v \left[d\Theta + (\gamma - 1)\Theta \frac{dv}{v} \right] + \frac{16}{3} \frac{\sigma}{\Omega} v\Theta^3 \left(d\Theta + \frac{\Theta}{3} \frac{dv}{v} \right),$$

donne la loi de la détente adiabatique :

$$\frac{d\Theta}{\Theta} = -\frac{dv}{v}(\gamma - 1)\left(\frac{1 + \frac{16\sigma}{3\Omega} \frac{\Theta^3}{\rho C_v} \cdot \frac{1}{3(\gamma - 1)}}{1 + \frac{16\sigma}{3\Omega} \frac{\Theta^3}{\rho C_v}} \right).$$

La fraction du second membre est plus petite que 1, parce que $3(\gamma - 1) = 1{,}2$ pour les gaz diatomiques ; *a fortiori* pour les gaz monoatomiques $[3(\gamma - 1) = 2]$. Pour les gaz à molécules complexes, c'est le contraire, $\gamma - 1$ peut tomber à 0,2 ; 0,1 ; et $3(\gamma - 1)$ est alors inférieur à 1.

Deuxième cas. — Les parois du vase, et en particulier de la partie mobile pour la détente, sont complètement transparentes pour toutes les radiations (pratiquement, vase de verre), quoique

non conductrices de la chaleur. Alors le gaz seul subit la détente ; le rayonnement noir interne ne subit pas de détente. Le terme en dv, dans ce qui dépend du vide, doit être effacé, et, toujours en supposant que le gaz et le vide ont la même température à chaque instant, l'équation calorimétrique est :

$$dQ = v\rho \cdot C_v \left(d\Theta + (\gamma - 1)\Theta \frac{dv}{v}\right) + \frac{16}{3}\frac{\sigma}{\Omega} v\Theta^3 d\Theta.$$

Elle donne pour la détente adiabatique :

$$\frac{d\Theta}{\Theta} = -\frac{dv}{v}(\gamma - 1)\frac{1}{1 + \frac{16}{3}\frac{\sigma}{\Omega}\frac{\Theta^3}{\rho C_v}}.$$

La fraction du deuxième membre est plus petite que l'unité, d'autant plus que ρ est plus petit ; sous une pression de 10^{-10} atmosphères à la température ordinaire, de 10^{-6} atmosphères à la température de l'arc électrique, le second terme du dénominateur est environ 0,2 ; la variation de température par la détente est réduite à 0,8 de ce que donnerait le gaz seul.

Sous une pression 10 fois moindre, ou à une température absolue 2,15 fois plus élevée, soit 10.000° environ, elle serait réduite à $\frac{1}{2}$.

Application aux étoiles. — Or ces conditions sont réalisées dans la chromosphère, ou plutôt dans une couche de quelques centièmes du rayon autour d'un astre lumineux. L'éther y est dans des conditions isothermes, à cause du voisinage de l'astre ; la pression des gaz y est très faible, beaucoup moindre peut-être que 10^{-6} à la température de la surface de l'astre. Les mouvements très rapides, produisant de prodigieuses détentes, sont donc en réalité presque isothermes assez loin de la surface de l'astre, là où la pression du gaz est de l'ordre de 10^{-9} atmosphères avec une température de 4.000°.

Remarque. — On sait que Clément et Desormes avaient institué leur expérience pour déterminer la chaleur spécifique du vide : c'est sous une pression de 10^{-10} à 10^{-11} atmosphères qu'elle atteindrait ce but.

(Mai 1906.)

E. MARX. — Die Geschwindigkeit der Röntgenstrahlen. Experimentaluntersuchung (Vitesse des rayons de Röntgen : recherche expérimentale). — *Annalen der Physik*, t. XX, p. 677-723 (n° 9 ; 1906).

1. *Principe de la méthode.* — La vitesse des rayons de Röntgen est comparée à la vitesse de la lumière, en utilisant deux des propriétés des rayons.

Les rayons de Röntgen, quand ils rencontrent une lame de platine, provoquent l'émission des rayons cathodiques. D'autre part, ils peuvent ioniser les gaz résiduels.

L'émission de rayons cathodiques a lieu seulement quand le potentiel de la lame est inférieur à une certaine limite, dépendant de la raréfaction du gaz. Si le potentiel de la lame, au moment où la frappent les rayons, est positif et supérieur à cette limite, l'émission cathodique ne se produit pas, ou en tout cas ne peut être observée, tandis que le second effet, l'ionisation, subsiste.

Par suite, on n'observe pas de courant négatif à partir de l'électrode, mais plutôt la lame attire vers elle, en raison de son potentiel élevé, les véhicules négatifs produits par l'ionisation, du moins si leur mobilité et la durée de la charge positive sont suffisantes pour qu'ils aient le temps d'arriver à la lame. Si cette condition est remplie, le résidu de gaz gardera une charge positive.

Pour utiliser ces propriétés, deux tubes de Röntgen sont placés à angle droit l'un au-dessus de l'autre. Le tube supérieur est dans le circuit des condensateurs d'un réseau de Lecher et émet des rayons quand ce circuit est excité. L'émission est intermittente et a lieu pendant la phase où la cathode du tube est négative. Elle se produit chaque fois que les rayons cathodiques rencontrent l'anticathode ; le nombre de ces émissions dépend donc de la fréquence des oscillations dans le circuit de Lecher.

Admettons que ce nombre soit égal à la fréquence n de l'oscillation la plus rapide qui se propage dans le circuit. Il se produira n fois par seconde des rayons de Röntgen, qui, s'ils sont assez pénétrants, arriveront jusque dans le second tube, où ils rencontreront les gaz résiduels et tomberont sur la cathode de platine.

Si celle-ci est à un potentiel inférieur à une limite dépendant du degré de vide, elle émettra des rayons cathodiques, qu'on recevra dans un cylindre de Faraday et mesurera par l'électromètre. Il est nécessaire, pour rendre la mesure possible, que ces rayons pro-

voquent une augmentation (en valeur absolue) du potentiel négatif de l'électromètre. Mais il peut en être autrement si le vide dans le tube n'est pas très poussé et si, au voisinage de l'électrode irradiée, règne un champ positif intense. Car les électrons provenant du platine subissent un ralentissement tel que leur vitesse peut s'annuler et même changer de sens. En outre, l'ionisation des gaz résiduels provoque un courant se dirigeant vers l'anode, faisant perdre au cylindre de Faraday des électrons négatifs. Si le nombre de ces électrons perdus est supérieur à celui des électrons que reçoit le cylindre, l'électromètre accusera en fin de compte une charge positive.

Supposons que l'électrode irradiée soit portée à un potentiel qui oscille entre deux valeurs assez grandes, l'une positive, l'autre négative, et que le rythme de ces oscillations soit le même que celui des irradiations.

Suivant le potentiel de l'électrode, au moment où elle reçoit les rayons de Röntgen, elle émettra des électrons qui communiqueront à l'électromètre une charge négative ou une charge positive. Si la distance entre le premier tube de Röntgen et l'électrode est invariable et si la période d'émission du tube est la même que la période des oscillations de potentiel de l'électrode, cette dernière sera frappée par les rayons, toujours pendant la même fraction de la période de l'oscillation. Si cette phase correspond à un potentiel positif élevé de l'électrode, l'électromètre accusera une charge positive ; si elle correspond à un potentiel négatif, l'électromètre accusera une charge négative.

C'est cette différence d'indication de l'électromètre qui sert de base à la mesure de la vitesse. Sur le fil formant le circuit de Lecher qui est relié à la cathode du deuxième tube de Röntgen, est enfilé un court fragment de tube isolant ; ce tube porte une boucle d'un fil conducteur qui conduit à l'électrode irradiée, par l'intermédiaire d'un pont mobile le long de deux fils parallèles.

Grâce à ce dispositif, l'électrode irradiée et la cathode du premier tube sont soumises à des oscillations de potentiel suivant le même rythme. Si les deux tubes sont à une distance invariable, la phase de l'oscillation dans laquelle les rayons de Röntgen trouveront l'électrode dépendra de la position du pont mobile.

Soit λ la longueur d'onde de l'oscillation primaire, et déplaçons le pont d'un mouvement continu de $\frac{\lambda}{2}$: le potentiel que possède l'élec-

trode à l'instant où elle est frappée par les rayons correspondra à la phase de l'onde, phase qui variera d'une manière continue.

La variation sera déterminée par le temps que met l'onde à parcourir le chemin $2\frac{\lambda}{2}$. Comme ces ondes se propagent le long de ces fils avec la vitesse de la lumière, la variation de la phase résultant du déplacement du pont sera, exprimée en temps, $\frac{\lambda}{v}$.

En réglant la position du pont, on peut ainsi donner au potentiel de la cathode, à l'instant où elle reçoit les rayons, toute valeur comprise entre le maximum et le minimum correspondant à l'amplitude de l'oscillation. Si ce potentiel a une valeur positive assez grande, l'électromètre accusera une charge positive; s'il est négatif, une charge négative.

Supposons le pont placé de telle manière que l'électromètre ne reçoive aucune charge et déplaçons le tube de Röntgen vers le haut. Les rayons qui parviennent à l'électrode subiront un retard, égal au temps qu'ils emploient à parcourir la longueur dont le tube a été déplacé. A l'instant où ils frappent l'électrode, le potentiel de celle-ci n'a plus la valeur qui correspondait à une charge nulle de l'électromètre. Pour ramener l'instrument au zéro, il faut déplacer le pont de manière à faire reprendre au potentiel de l'électrode, à l'instant où elle reçoit les rayons, la même valeur qu'au début. Le rapport du double du déplacement du pont au déplacement du tube de Röntgen donne le rapport de la vitesse de la lumière à celle des rayons de Röntgen.

2. La mesure est indépendante de la longueur d'onde des oscillations, puisque la vitesse de propagation n'en dépend pas.

Dans le réseau de Lecher, on obtient, en général, non pas une seule oscillation, mais deux au moins et souvent encore la première oscillation supérieure correspondant à chacune d'elles. Mais, en disposant convenablement un premier pont relié au sol, si la liaison du primaire et du secondaire n'est pas trop étroite, il ne se propage plus en arrière de ce pont qu'une seule oscillation avec une intensité notable. Mais on ne peut employer de circuit aussi faiblement lié, car l'intensité serait trop faible, de sorte qu'en pratique il se propage toujours deux oscillations au moins.

Pour réaliser la méthode proposée, il faut que le déplacement du pont provoque une variation notable de la phase de l'oscillation uti-

lisée, mais insensible pour les autres. Il faut donc que l'oscillation utilisée soit celle qui a la longueur d'onde la plus courte. De plus, cette longueur d'onde doit différer de celle qui est la plus voisine, assez pour que tous les rayons de Röntgen produits par cette dernière, malgré le déplacement du pont, tombent sur l'électrode pendant la même phase de l'oscillation de même période qui se propage dans cette électrode. Ces rayons ne provoqueront qu'un déplacement du zéro de l'électromètre (position de l'index correspondant au cas où le cylindre de Faraday reçoit en quantités égales l'électricité positive et l'électricité négative).

Les dimensions de l'appareil doivent donc être choisies de telle sorte que tous les rayons de Röntgen produits par les oscillations autres que celle servant à la mesure rencontrent toujours l'électrode du deuxième tube pendant que celle-ci est positive, malgré le déplacement du pont.

La marche même de l'expérience permettra de s'assurer que cette condition est remplie et que seule l'oscillation la plus courte intervient dans la mesure. S'il en est ainsi, on observera, en déplaçant le pont sur les fils, des nœuds très nets de l'oscillation la plus courte.

Dans le calcul des dimensions, on est obligé de faire une hypothèse sur la vitesse de propagation des rayons de Röntgen, d'admettre, par exemple, qu'elle est égale à celle de la lumière. Mais ce n'est pas là un cercle vicieux, car l'expérience elle-même sert à contrôler, *a posteriori*, cette hypothèse.

Appareils. — La *fig.* 1 représente le tube de Crookes et le récipient du collecteur au 1/4 de la grandeur naturelle.

Le tube de Crookes a deux électrodes de platine, enveloppées de verre jusqu'à leur surface terminale ; dans une tubulure latérale est scellé un petit tube de palladium pour la régénération des gaz. Grâce aux faibles dimensions adoptées, les oscillations de l'excitateur traversent ce tube sans être sensiblement affaiblies : en effet, on peut mettre les électrodes en court-circuit par un fil métallique, sans que la longueur d'onde des oscillations soit modifiée.

Le récipient du collecteur est un ballon de verre avec deux tubulures rodées, recevant l'une la grande fenêtre d'aluminium ($0^{mm},05$ d'épaisseur et 3 centimètres de diamètre), l'autre le cylindre de Faraday. Ce cylindre est complètement isolé par de l'ambre. La gaine extérieure forme un écran électrique complet qui s'étend jusqu'à l'électromètre.

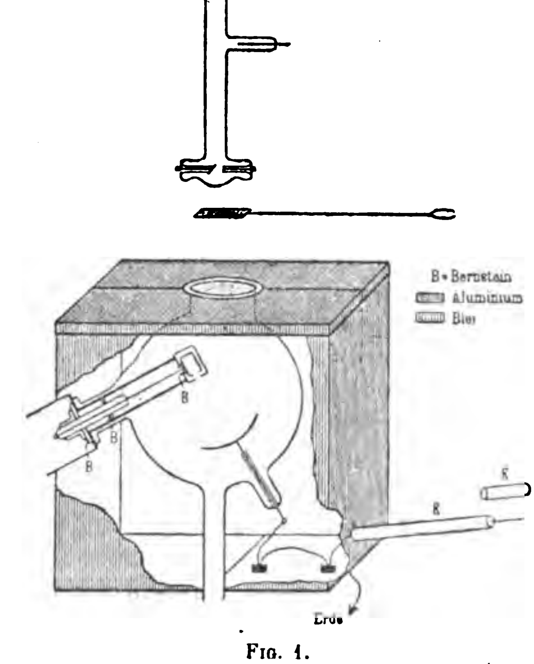


Fig. 1.

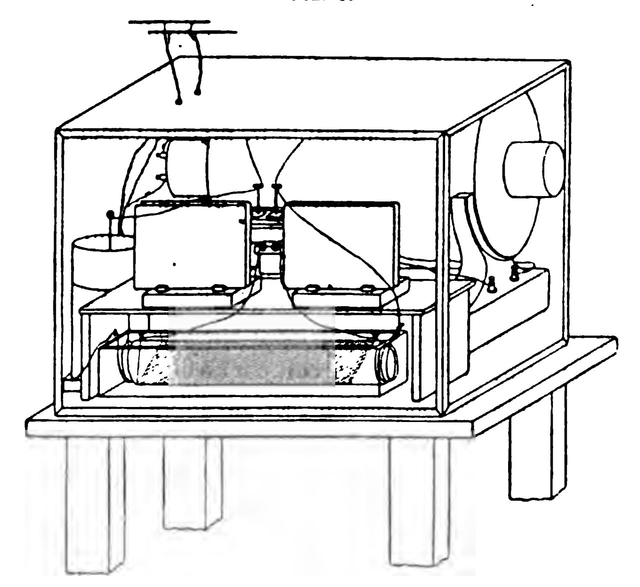


Fig. 2.

L'électrode irradiée est en platine soigneusement poli. Le récipient reste en communication avec une pompe à mercure par l'intermédiaire d'une fermeture barométrique ; il est essentiel d'éliminer toute trace d'humidité.

L'excitateur (*fig.* 2) se compose de deux condensateurs de Lecher, formés chacun de deux lames de zinc carrées de 30 centimètres de côté : l'exploseur, plongé dans le pétrole, est constitué par des boules de 3 centimètres de diamètre.

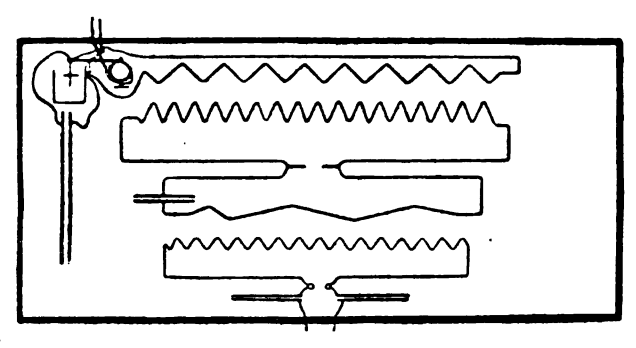


Fig. 3.

Des fils de cuivre de 2 millimètres, isolés au caoutchouc, sont des condensateurs au petit tube de Crookes et forment le circuit de l'excitateur (74 centimètres de longueur).

L'énergie électrique est fournie par un transformateur de Tesla associé à des bouteilles de Leyde dont la capacité est choisie de manière qu'il y ait résonance (*fig.* 3).

La bobine, le transformateur et les condensateurs de Lecher sont enfermés dans une grande caisse en tôle dont toutes les faces peuvent se démonter. Les fils qui conduisent au tube de Crookes traversent les parois de la caisse, dont ils sont isolés par plusieurs tubes de verre superposés.

Le résonateur est formé de deux fils tendus parallèlement à une distance de $2^{cm},5$ l'un de l'autre ; sur ces fils peuvent se déplacer deux ponts ; un tube raréfié sert d'indicateur (*fig.* 4).

Le circuit secondaire commence à quelques centimètres des parois de la caisse. Sur celui des fils primaires qui conduit à la cathode est enfilé un court fragment de tube isolant, fixé à demeure sur le fil. Sur ce tube est enroulé un seul tour d'un fil de 1/2 millimètre

isolé à la gutta, qui aboutit, d'autre part, à un godet de mercure placé 12 centimètres plus bas sur une tablette de verre.

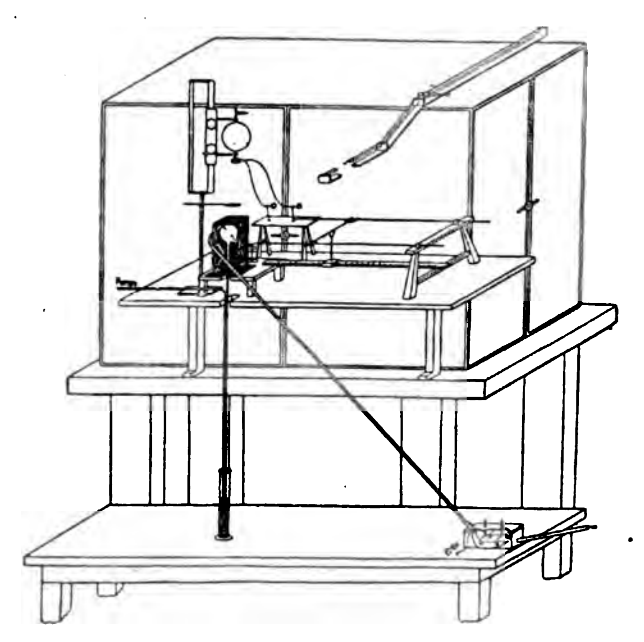


Fig. 4.

Dans ce godet arrive également l'un des fils rectilignes sur lesquels se déplace le pont. Ces fils sont longs de 75 centimètres, ont 2 millimètres de diamètre, et leur plan est incliné de 30° sur l'horizon ; ils sont écartés l'un de l'autre de 20 centimètres. Le pont s'appuie sur chacun d'eux par un petit ressort de cuivre porté par une fourchette d'ébonite. Le deuxième fil plonge dans un autre godet de mercure. De ce godet part un autre fil soigneusement isolé, qui traverse la caisse de plomb protégeant le récipient du collecteur et aboutit à un godet de mercure. Dans celui-ci plonge l'extrémité d'un fil à la Wollaston (1/100 de millimètre de diamètre, 5 centimètres de longueur) qui plonge par l'autre bout dans un godet, où se termine le fil de cuivre de 30 centimètres de longueur, soudé à l'électrode irradiée.

La caisse de plomb a un couvercle en deux pièces dont sort, par une ouverture convenablement ménagée, la fenêtre d'aluminium,

qui est surmontée d'un obturateur en plomb mobile permettant de vérifier l'absence de perturbations.

Vérifications. — 1° L'émission des rayons de Röntgen a la même fréquence que l'oscillation la plus rapide du système primaire. Pour s'en assurer, on remplace le fil de Wollaston par un fil de cuivre. On raccourcit progressivement de 5 en 5 centimètres le fil qui sort de la caisse de plomb. L'émission des rayons cathodiques s'arrête une première fois, puis une seconde fois : le raccourcissement du fil entre ces deux observations doit être égal à λ.

2° Les oscillations propres du fil suspendu à l'électrode sont assez amorties pour qu'elles soient négligeables vis-à-vis des oscillations forcées. On rétablit le fil de Wollaston entre les deux godets. De l'un de ces godets part en dehors de la caisse un fil *b* de 45 centimètres environ de longueur, qui peut être relié alternativement au fil anodique ou au fil cathodique du circuit secondaire. Dans le premier cas, l'électromètre accuse une forte élongation négative ; dans le second cas, une faible élongation positive. Puisque le fil *b* ne change ni de longueur ni de forme, ce changement de signe n'aurait pas lieu s'il s'agissait d'oscillations propres.

3° Les oscillations autres que l'oscillation utilisée pour la mesure ne produisent pas de perturbation.

S'il en est ainsi, on peut observer tout le long des fils parallèles des nœuds très nets. La vérification est complète, même quand les deux parties de l'excitateur sont étroitement liées.

Phénomènes accessoires. — A côté des phénomènes qui sont utilisés dans l'expérience, il s'en produit nécessairement d'autres, dont quelques-uns peuvent affecter les mesures.

Le platine frappé par les rayons de Röntgen émet, en même temps que des rayons cathodiques, des rayons secondaires. Ces derniers, très absorbables, provoquent par là même une forte ionisation, laquelle peut dépasser, le cas échéant, l'ionisation produite par les rayons de Röntgen qu'on veut mesurer.

Loin d'apporter une perturbation dans les expériences de mesure, cet effet des rayons secondaires les facilite plutôt. Car l'expérience est d'autant plus nette que l'ionisation de gaz résiduels est plus complète. Il en sera de même de l'ionisation provoquée par les collisions des molécules gazeuses et des électrons que les rayons de Röntgen ont détachés du platine.

Les rayons secondaires, arrivant sur le cylindre de Faraday, pro-

voquent l'émission de rayons cathodiques (rayonnement tertiaire). L'influence de ce phénomène ne se fait guère sentir pendant les mesures. Mais, si l'électrode irradiée a un potentiel positif assez élevé pour qu'elle cède autant d'ions négatifs au cylindre qu'elle en emprunte aux résidus de gaz, le rayonnement secondaire de l'électrode pénétrant dans l'intérieur du cylindre qui est au potentiel 0 provoquera une émission de rayons cathodiques. Le cylindre se chargera positivement, jusqu'à ce que son potentiel soit suffisant pour attirer à lui les électrons voisins. Ceux-ci chargeront négativement l'électromètre, jusqu'à ce que la même succession de phénomènes se reproduise. L'indication de l'électromètre entre l'élongation positive et négative se traduirait donc par une oscillation de l'aiguille autour de son zéro. C'est effectivement ce qu'on observe.

Il convient que le degré de vide dans le tube de Crookes ne varie pas pendant le déplacement du pont.

En effet, l'instant où cesse et commence l'émission cathodique dépen ddu gradient de potentiel, qui est lui-même fonction de la pression du gaz. Pour diminuer l'importance des variations, comme d'ailleurs celle des perturbations possibles dues aux oscillations accessoires, on laisse la pression dans le tube de Crookes aussi élevée que possible.

Résultats. — L'erreur moyenne de chaque détermination est de 3,87 0/0 ; l'erreur probable, de $\pm$ 2,58 0/0 ; l'erreur moyenne du résultat, $\pm$ 1,37 0/0 ; l'erreur probable, $\pm$ 0,91 0/0.

La vitesse de propagation des rayons de Röntgen est égale à celle de la lumière. M. Lamotte.

SUR L'ÉMISSION DES RAIES SPECTRALES ;

Par M. J. STARK.

Résumé par M. Lamotte [1].

LENARD. — Ueber die Elektrizitätsleitung in Flammen (Conduction électriqu dans les flammes). — *Annalen der Physik*, IX, p. 642 ; 1902 ; — *Journal de Physique*, 4e sér , II, p. 294 ; 1903.

Id. — Ueber den elektrischen Bogen und die Spektren der Metalle (Arc électrique et spectres des métaux). — *Ann. Ph.*, XI, p. 636 ; 1902 ; — *J. de Ph.*, 4e sér., II, p. 823 ; 1903.

---

(1) Ce résumé des travaux de M. Stark a été écrit sur la demande de l'auteur. J'y ai cru utile de rapprocher de ces recherches celles de Lenard sur le même sujet, quoique les méthodes soient toutes différentes (M. L.).

LENARD. — Ueber die Lichtemission der Alkalimetalldämpfe und Salze, über die Zentren dieser Emission (Emission des vapeurs des métaux alcalins et de leurs sels; centres de cette émission). — *Ann. Ph.*, XVII, p. 197; 1905; — *J. de Ph.*, 4e sér., IV, p. 799; 1905.

J. STARK. — Der Dopplereffekt bei den Kanalstrahlen und die Spektra der positiven Atomionen (Effet Doppler dans les rayons-canal et spectres des atomions positifs). — *Physikalische Zeitschrift*, VI, p. 892.

J. STARK. — Zur Kenntniss der Bandenspektrums (Contribution à l'étude du spectre de bandes). — *Ibid.*, VII, p. 355; 1906.

W. HERMANN und K. KINOSHITA. — Spektroskopische Beobachtungen über die Reflexion und Zerstreuung von Kanalstrahlen (Observations spectroscopiques sur la réflexion et la diffusion des rayons-canal). — *Ibid.*, p. 564.

W. HERMANN. — Zur Spektroskopie des Stickstoffs Dopplereffekt; positive Stickstoffionen (Spectroscopie de l'azote; effet Doppler; ions azote positifs). — *Ibid.*, p. 567.

B. STRASSER und M. WIEN. — Amvendung der Teleobjectifmethode auf den Dopplereffekt der Kanalstrahlen (Application de la méthode du téléobjectif à l'effet Doppler des rayons-canal). — *Ibid.*, p. 744.

J. STARK. — Ueber die Lichtemission der Kanalstrahlen in Wasserstoff (Emission lumineuse des rayons-canal dans l'hydrogène). — *Annalen der Physik* XXI, p. 401.

J. STARK und K. SIEGL. — Die Kanalstrahlen in Kalium und Natriumdampf (Rayons-canal dans les vapeurs de potassium et de sodium). — *Ibid.*, p. 457.

J. STARK, W. HERMANN und S. KINOSHITA. — Der Dopplereffekt im Spektrum des Quecksilbers (Effet Doppler dans le spectre du mercure). — *Ibid.*, p. 462.

J. STARK und S. KINOSHITA. — Ueber ultraviolette Duplets des Zinks, Kadmiums und Quecksilbers und über thermisch inhomogene Strahlung (Doublets ultra-violets du zinc, du cadmium et du mercure; rayonnement thermique hétérogène). — *Ibid.*, p. 470.

L'étude de l'émission lumineuse de l'arc électrique et de la flamme du brûleur Bunsen a conduit Lenard à cette conclusion que tous les éléments d'un même spectre ne sont pas émis par les mêmes centres. Les distinctions qu'on a été amené à faire entre les raies d'un même spectre d'après des caractères extérieurs ont une cause plus profonde, qu'il faut chercher dans la diversité de leur origine.

Lenard a trouvé que l'arc électrique est formé par des flammes emboîtées les unes dans les autres, dont chacune n'émet qu'une série des raies du spectre. Ainsi, dans l'arc renfermant du sodium, la gaine externe émet les raies de la série principale, la gaine moyenne les raies de la série secondaire I et la gaine centrale celles de la série secondaire II.

Dans la flamme du brûleur Bunsen, on observe une localisation

analogue, mais moins nette ; certaines régions émettent à la fois deux séries de raies.

Or, dans l'arc et dans la flamme, les régions d'émission différente ne se comportent pas de la même manière sous l'influence d'un champ électrique. Seules les deux gaines intérieures de l'arc sont sensibles à l'action du champ : elles sont chassées vers le pôle négatif ; il en est de même dans la flamme. Les zones qui émettent les raies des séries principales ne sont pas influencées.

Par conséquent, les centres d'émission des raies de la série principale n'ont pas de charge électrique libre : ce sont des atomes métalliques neutres. Ceux des séries secondaires possèdent une charge positive : on peut supposer que ce sont des atomions, c'est-à-dire des atomes devenus positifs par la perte d'un ou plusieurs électrons négatifs (un pour la première série, deux pour la deuxième... etc.).

Les ingénieuses expériences de M. Stark et de ses élèves viennent d'apporter un nouvel argument, et très important, en faveur de cette hypothèse. Ces expériences utilisent les propriétés des rayons-canal.

D'après les recherches de W. Wien, les rayons-canal sont constitués, pour une bonne part au moins, par des atomions positifs, animés d'une très grande vitesse. Si ce sont ces atomions qui émettent les raies spectrales, il résulte du principe de Doppler que ces raies doivent se déplacer pour un observateur fixe, quand la direction dans laquelle il observe change relativement à la direction de translation de ces atomions, c'est-à-dire la direction de propagation des rayons-canal.

M. Stark s'est proposé de rechercher et de mesurer cet effet Doppler.

Méthode expérimentale. — Les rayons-canal sont produits sous des différences de potentiel pouvant varier de 1.300 à 60.000 volts. La lueur négative s'étend toujours jusqu'à l'anode, en sorte que la chute de potentiel cathodique se confond pratiquement avec la différence de potentiel entre les électrodes.

Les tubes à décharge sont cylindriques : l'anode et la cathode occupent toute la section. La cathode est formée par un cylindre d'aluminium creux avec un seul fond en arrière. Ce fond est percé de trous aussi rapprochés que possible, ayant un diamètre de 0,5 à 1 millimètre. Ces tubes renferment de l'hydrogène aussi pur que possible. La couleur de la lumière permet de contrôler la pureté :

sa teinte est d'un beau rouge quand le gaz est pur et s'en éloigne d'autant plus qu'il y a plus d'impuretés.

La cathode est légèrement concave sur sa face antérieure, de manière que les rayons-canal forment un faisceau parallèle.

Les raies sont photographiées à l'aide d'un spectrographe à prisme ou d'un réseau concave de Rowland, la fente est dans la plupart des cas au voisinage immédiat du tube pour augmenter l'intensité.

Pendant la durée de la pose, la différence de potentiel entre les électrodes du tube, par conséquent la vitesse de translation des rayons-canal, est maintenue constante à 15 0/0 près.

Apparences produites par l'effet Doppler. — La fente est placée d'abord sur une direction perpendiculaire à la direction de translation des rayons-canal. Le gaz qui se trouve dans la région du tube située en arrière de la cathode émet le spectre de bandes et le spectre de lignes de l'hydrogène. Par spectre de bandes, il faut entendre le spectre à raies multiples, dont il sera parlé en détail plus loin. Pour le moment, nous nous occupons seulement du spectre de lignes, c'est-à-dire de la série bien connue des H_α, H_β, ... La première a été laissée de côté à cause de l'irrégularité de son action photogénique.

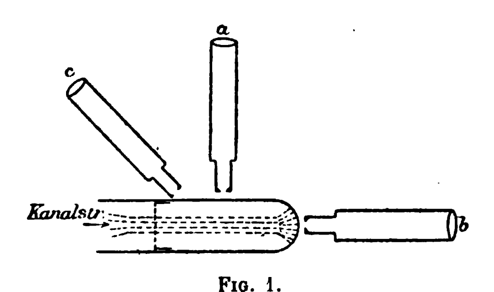


Fig. 1.

Nous désignerons par *a* (*fig.* 1) la direction normale à celle des rayons-canal, par *b* la direction de ces rayons vers l'observateur, par *c* la direction à 45° de *a* du côté opposé à *b*.

Les courbes des figures 2*a*, 2*b*, 2*c* (*fig.* 2), dont les abscisses sont proportionnelles aux longueurs d'onde et les ordonnées aux intensités, donnent une idée des aspects que prend une même raie observée suivant l'une ou l'autre de ces directions, soit l'une des raies H_β, H_γ, H_δ, H_ι, H_ζ, H_η.

La courbe 2*a* figure la raie de l'hydrogène, très intense dans la

position où on l'a trouvée dans toutes les observations antérieures. Les courbes 2*b*, 2*c* figurent ce qu'on observe dans les directions *b* et *c*. La raie de l'hydrogène apparaît encore dans sa position habituelle, mais moins intense, et on voit, en outre, une large bande à bords flous, en *b* du côté le plus réfrangible, en *c* du côté le moins réfrangible.

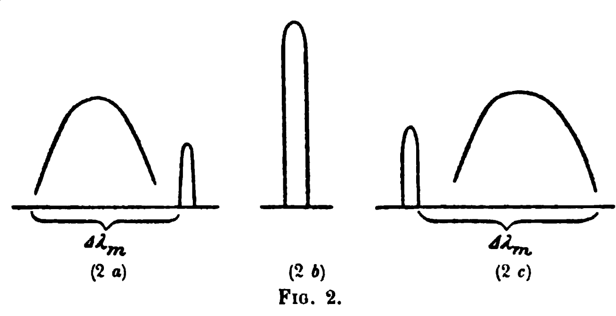


Fig. 2.

M. Stark attribue ces apparences à un effet Doppler provoqué par la translation des véhicules des raies de l'hydrogène relativement à l'observateur. L'intensité de la bande correspondrait aux particules d'hydrogène en mouvement, et on l'appellera, pour abréger, intensité mobile ; celle de la raie en position normale, à des particules d'hydrogène n'ayant qu'une petite vitesse par rapport à l'observateur : nous l'appellerons intensité fixe. Le gaz en arrière de la cathode émet à la fois l'intensité mobile et l'intensité fixe (5*b*, 5*c*) et, dans la direction *a*, nous observons la superposition des deux.

Si tous les rayons-canal en arrière de la cathode ne possédaient qu'une seule et même vitesse, le déplacement d'intensité se traduirait, conformément au principe de Doppler, par une raie de même largeur et de même netteté que la raie fixe.

L'élargissement de la raie mobile nous fait supposer que différentes vitesses existent à un même instant parmi les rayons-canal. Chacune de ces vitesses v est mesurée par la distance $\Delta\lambda$ d'une longueur d'onde déterminée prise dans la bande au bord le plus voisin de la raie fixe. En effet, d'après l'équation de Doppler,

$$v = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda},$$

où c est la vitesse de la lumière, λ la longueur d'onde de la raie fixe.

L'existence de ces différentes vitesses peut, *a priori*, s'expliquer de deux manières. D'abord les rayons-canal peuvent émaner de sec-

tions différentes du tube en avant de la cathode et avoir ainsi parcouru, avant de traverser la cathode, des chutes de potentiel différentes. Ou bien, sortis de la cathode avec la même vitesse, ils ont perdu, par les collisions avec les molécules neutres du gaz, des fractions inégales de leur énergie cinétique.

Remarquons de suite une circonstance sur laquelle nous aurons à revenir. Entre la raie fixe et la bande mobile, il y a un minimum d'intensité : c'est que les petites vitesses ne sont qu'en petit nombre ou qu'elles correspondent à un pouvoir émissif très faible.

Nous avons à considérer d'abord le déplacement maximum $\Delta\lambda_m$, distance entre le bord extérieur de la bande mobile et le bord le plus voisin de la raie fixe. Ce déplacement mesure la vitesse maximum v_m des rayons-canal, puisque

$$v_m = c\,\frac{\Delta\lambda_m}{\lambda}. \tag{2}$$

D'autre part, si ΔV est la chute du potentiel cathodique, ε la charge électrique et μ la masse mécanique d'un corpuscule des rayons-canal,

$$v_m = \sqrt{2\,\frac{\varepsilon}{\mu}\,\Delta V}. \tag{2}$$

Les phénomènes qui viennent d'être décrits sont les phénomènes normaux, c'est-à-dire tels qu'on les observe quand le gaz est pur et la différence de potentiel constante pendant toute la durée de la pose.

Constance de l'effet Doppler dans une même série. — La détermination du déplacement maximum $\Delta\lambda_m$ est sujette à deux causes d'erreur, qui tendent toutes deux à donner des nombres trop petits.

La raie fixe, quand elle est intense, donne sur le cliché une raie plus large par suite de la diffusion latérale. En outre, le bord extrême de la bande est flou : si on prend pour la limite de cette bande la séparation entre la région éclairée et la région obscure, on trouvera aussi un déplacement trop petit.

TABLEAU I.

λ	$\Delta\lambda_m$	Erreur moyenne	Erreur systématique	Vitesse $c\,\frac{\Delta\lambda_m}{\lambda}$
H_β 4861,5 ([1])	7,58 ([1])	0,18	$\Delta\lambda_m$ trop petit	$4{,}67 \cdot 10^7\ \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$
H_γ 4340,7	7,17	0,12	—	4,95 »
H_δ 4101,8	6,25	0,12	—	4,57 »
H_ϵ 3970,2	5,12	0,12	—	3,87 »

([1]) En angströms : 1 angström $= 10^{-7}$ millimètres.

En tenant compte de l'erreur systématique, on est conduit à assigner aux véhicules de toutes les raies de l'hydrogène la même vitesse maximum.

D'après l'analogie constatée entre les séries de raies des éléments chimiques, il est naturel de généraliser cette proposition et de dire :

Toutes les raies d'une même série dans le spectre d'un corps simple ont les mêmes véhicules.

Ce serait la raison des relations signalées entre les longueurs d'onde de ces raies par Balmer, Rydberg, Kayser et Runge, qui permettent de relier ces longueurs d'onde par une formule.

Charge électrique des véhicules de la série de l'hydrogène. — Ces véhicules sont-ils neutres ou électrisés ? Les rayons-canal sont constitués par des atomions positifs d'hydrogène animés d'une grande vitesse. L'hypothèse qui regarde ces atomions comme les véhicules des raies s'adapte beaucoup mieux aux faits observés que celle identifiant ces véhicules et les atomes neutres et, par suite, est plus plausible.

L'équation (2) permet de calculer $\frac{\varepsilon}{\mu}$ en fonction de ΔV : le tableau ci-dessous donne les résultats obtenus dans un certain nombre d'expériences.

Raies	ΔV observé	$1/2\mu v^2$ calculé	$\frac{\varepsilon}{\mu}$ d'après ΔV et $\Delta\lambda_m$
H_δ	5000V	1800V	$3{,}42 . 10^3$
H_δ	4200	1600	3,61
H_δ	4200	1600	3,61
H_δ	2500	1400	5,32
H_γ	2500	1300	4,94
H_δ	2000	1100	5,22
H_δ	3000	2000	6,65

Les nombres $1/2\mu v^2$ sont calculés en supposant que les véhicules portent une charge spécifique $\frac{\varepsilon}{\mu} = 9{,}5 \ . \ 10^3$ unités électro-magnétiques, maximum de ce qu'a trouvé W. Wien.

Les nombres de la dernière colonne représentent une limite inférieure de $\frac{\varepsilon}{\mu}$, toutes les causes d'erreur tendant à diminuer le résultat. Par conséquent :

La charge électrique spécifique d'un véhicule de la série de l'hydrogène est plus grande que $6{,}6 . 10^3$ *unités électromagnétiques.*

W. Wien a trouvé pour un atomion monovalent positif $9,5 . 10^3$: il est donc vraisemblable que $6,6 . 10^3$ est la limite inférieure de $9,5 . 10^3$ et que la véritable charge spécifique des véhicules est $9,5 . 10^3$ et, par suite, que ces véhicules sont les atomions positifs.

Véhicules des séries de doublets et de triplets. — La série H_α, H_β, ... constitue dans la nomenclature de Kayser et Runge la première série secondaire de doublets : les raies sont doubles et la différence de phase entre les deux composantes d'un même terme de la série est 0,33 période sur 1 centimètre de chemin dans le vide. Les véhicules de cette série seraient donc les atomions positifs monovalents.

Il en est de même de la série principale des doublets du potassium, d'une raie du mercure (2536). Cette raie du mercure paraît appartenir à une série de doublets, d'après les analogies entre le spectre du mercure d'une part, ceux du zinc et du cadmium d'autre part.

Il est probable que, d'une manière générale, les véhicules des séries de doublets sont les atomions positifs monovalents.

Ce groupe comprendrait la série principale, la série secondaire II de doublets et la série secondaire de Rydberg, dont les composantes accompagnent du côté le plus réfrangible les premières composantes de la série secondaire I.

Cette communauté de véhicules doit entraîner l'existence de relations entre les séries aussi bien qu'entre les termes d'une même série ; de telles relations ont été signalées par Rydberg (1).

MM. Stark, Hermann et Kinoshita ont mesuré $\Delta\lambda_m$ pour les raies de la première et de la deuxième série de triplets et pour la raie 2536,7. Le quotient des valeurs $\left(\frac{\Delta\lambda_m}{\lambda}\right)^2$ relatives au mercure et à l'hydrogène donne le rapport des charges spécifiques des véhicules. Dans le cas des raies 3650,3 et 3655, on trouve que la valeur probable de ce rapport est 104. Or le poids atomique du mercure est 200 et sa vapeur est monoatomique. Il est donc vraisemblable que les véhicules de ces raies sont les atomions divalents. On arrive à la même conclusion pour les raies des deux séries secondaires de triplets.

Le même procédé appliqué à la raie 2536 donne comme valeur probable des rapports de charges spécifiques des véhicules de cette raie et des véhicules de la série de triplets, 1,61. Si nous admettons,

(1) *Svenska Vet. Ak. Handlingar*, 23, n° 11.

comme il est vraisemblable, que la masse mécanique des deux espèces de véhicules est la même, il devient très probable que la valeur exacte du rapport est 2 et qu'on l'a trouvée trop faible par suite des erreurs d'expériences. Les véhicules de cette raie 2536 seraient donc les atomions de mercure positifs monovalents.

Les raies 4078 et 4347 se distinguent des autres raies du mercure par la grande largeur du minimum d'intensité dans le phénomène Doppler. L'effet n'est visible sur la première que si les rayons-canal possèdent une très grande vitesse ($\Delta V = 45.000$ à 60.000 volts) ; alors seulement on aperçoit la raie mobile à une distance notable de la raie fixe. Le rapport de la charge de leurs véhicules à celle des véhicules de la série de triplets paraît être 1,5 (trouvé 1,21). Ces véhicules seraient ainsi des atomions trivalents.

D'après ce qui précède, on peut supposer que :

Les atomions monovalents émettent les termes des séries à deux composantes ; les atomions bivalents, ceux des séries de triplets ; les atomions de valence supérieure, des termes dont les composantes sont d'autant plus nombreuses que la valence est plus grande.

Il en résulterait que les éléments auraient un spectre d'autant plus compliqué que leur valence chimique est plus grande et qu'ils peuvent former un plus grand nombre d'atomions de valence différente : c'est en effet ce qui arrive.

Ionisation et émission lumineuse. — Une vapeur qui émet un spectre de lignes est donc ionisée et par suite conductrice. En effet, quand on introduit une perle saline dans la flamme d'un brûleur Bunsen, l'émission lumineuse est accompagnée d'un accroissement de conductibilité. Les corpuscules qui émettent les raies sont les atomions positifs, non les atomes neutres ; ils sont moins nombreux que ces derniers. D'après un calcul de Lorentz, basé sur une donnée expérimentale de E. Wiedemann, leur nombre serait les 2,4 centièmes du nombre d'atomes introduits dans la flamme, pour un sel de sodium.

La réciproque n'est pas toujours vraie. Un gaz ionisé n'émet pas forcément un spectre de lignes : il faut que sa température soit assez élevée. Cependant l'absorption est appréciable à toute température. Un gaz absorbe son spectre de lignes quand il renferme assez d'atomions positifs.

Elargissement des raies spectrales par l'élévation de densité. — Les raies s'élargissent quand on augmente la densité de la vapeur sans élever la température ; cet élargissement ne résulte pas du phéno-

mène Doppler, mais plutôt d'une force qui déforme l'atomion et modifie les périodes des raies spectrales.

Réflexion et diffusion des rayons-canal. — En déterminant $\Delta\lambda_i$ pour les rayons incidents, $\Delta\lambda_r$ pour les rayons réfléchis, le quotient $\left(\frac{\Delta\lambda_r}{\Delta\lambda_i}\right)^2$ représente la fraction de l'énergie incidente qui se retrouve dans les rayons réfléchis : on obtient 0,35 pour H_β, 0,18 pour H_γ.

Les raies de l'hydrogène se détachent sur un fond moins intense quand la pression est assez grande ; le fond s'affaiblit peu à peu et finit par disparaître quand la pression diminue. L'élargissement observé aux hautes pressions s'explique par l'effet Doppler ; les rayons-canal émis normalement à la direction d'observation entrent en collision avec les molécules neutres et sont réfléchis avec une vitesse qui présente une composante dans la direction d'observation, vers l'observateur ou en sens contraire : l'effet Doppler se produit des deux côtés. Quand la pression est très faible, les molécules neutres et, par suite, les collisions sont rares, et le phénomène disparaît.

MM. Hermann et Kinoshita ont étudié la diffusion dans l'hydrogène des rayons-canal produits dans ce gaz. Les raies présentent en leur centre une ligne nette très intense, provenant des ions qui n'ont pas de vitesse de translation appréciable. Du côté du violet se présente, après un minimum d'intensité, une bande très élargie due aux rayons qui sont dirigés vers la fente. Du côté du rouge, le minimum est aussi suivi d'une bande, mais moins large et moins intense ; le minimum est aussi moins large et moins accusé que le précédent. Cette apparence du côté rouge est due à la réflexion des rayons-canal sur l'extrémité du tube : la réflexion sur les molécules neutres n'y contribue que pour une faible part. La diffusion sur les parois est visible même à l'œil nu : les faisceaux sortis des trous de la cathode, qui se distinguent d'abord nettement, se confondent vers l'extrémité du tube. L'intensité de la réflexion croît rapidement avec la longueur d'onde.

Parmi les ions positifs qui se dirigent vers la cathode, une partie seulement la traversent ; les autres sont arrêtés par les parties pleines du disque et réfléchis. Il doit donc se propager en avant de la cathode des rayons analogues aux rayons-canal, mais dont les ions ont une vitesse moindre parce que le champ électrique tend à les ramener à la cathode. Ces rayons seraient sensibles aussi au champ

magnétique et au champ électrostatique : c'est en effet ce qui a été observé par Goldstein.

La diffusion sur les atomes neutres est plus prononcée dans l'azote et dans le gaz carbonique, dont la densité est plus grande que celle de l'hydrogène : elle disparaît dans le vide extrême.

Raie 4688 et spectre de bandes dans les rayons-canal. — La raie 4688 serait, d'après Rydberg, le premier terme de la série principale de l'hydrogène. L'effet Doppler se produit sur cette raie, mais les bords de la bande sont trop flous pour qu'on puisse le mesurer.

Les rayons-canal émettent aussi le spectre de bandes ; mais les véhicules ne sont pas les mêmes que ceux du spectre de lignes. Ils ne possèdent aucune charge libre, car ils sont insensibles à l'action du champ électrique ; ce ne sont pas les atomes neutres rendus émissifs par les chocs des rayons-canal, car ils emprunteraient à ceux-ci de l'énergie cinétique, et l'hydrogène non ionisé, même en couche épaisse, n'absorbe pas son spectre de lignes.

Il faut chercher plutôt l'origine de ce spectre de bandes émis par un gaz *ionisé* dans la recombinaison des ions positifs avec les électrons négatifs : il serait l'analogue des spectres émis par les corps composés, tels que CO^2 ou H^2O.

Les lignes du spectre de bandes se distinguent de celles du spectre de lignes en ce que, sous l'influence d'une élévation de température, les premières se confondent en un fond continu, tandis que les autres sont renforcées. Ce sont ces dernières seulement sur lesquelles on peut, dans les rayons-canal, observer l'effet Doppler.

Vitesse de translation et intensité du rayonnement. — Ionisation en arrière de la cathode, origine du spectre de bandes et du spectre des lignes fixes. — Lorsque la vitesse des rayons-canal dépasse 500 volts, ils sont susceptibles d'ioniser les atomes neutres du gaz par leurs collisions. Il peut se produire alors une recombinaison des atomions positifs et des électrons négatifs, et c'est dans l'énergie potentielle devenue libre dans cette recombinaison qu'il faut chercher l'origine du spectre de bandes.

L'émission de ce spectre serait donc la conséquence indirecte des collisions, et son intensité d'autant plus grande que les collisions sont plus fréquentes, c'est-à-dire la pression du gaz plus grande.

Les raies fixes émises par les rayons-canal ont le même aspect que les raies émises par les lueurs négatives à basse température. Dans

celles-ci, les atomes neutres sont ionisés par leurs collisions avec les rayons cathodiques, en arrière de la cathode par leurs collisions avec les rayons-canal. Les rayons cathodiques n'ayant qu'une faible masse, l'atomion positif formé dans le premier cas reste en repos ; dans le second cas, c'est le nouvel atomion ou celui qui a provoqué la collision qui se trouvent ensuite en repos. Dans l'un et l'autre cas, il existe donc un atomion positif en repos, qui devient émissif parce qu'il a acquis de l'énergie interne en se déformant sous l'action du choc. Il émettrait ce que nous avons appelé l'intensité fixe. Celle-ci serait donc proportionnelle à la fréquence des collisions et, par suite, à l'intensité du spectre de bandes.

Cette prévision se vérifie seulement à basse température.

Vitesse de translation et température comparaison entre l'intensité fixe et l'intensité mobile. — L'élévation de température d'une vapeur suffit à elle seule pour provoquer l'émission de son spectre de lignes. D'après la théorie cinétique des gaz, l'élévation de température entraîne l'augmentation de la vitesse de translation des molécules gazeuses ; la température est proportionnelle au carré de la vitesse moyenne. Elle joue donc un rôle analogue à celui du carré de la vitesse des rayons-canal.

Mais, dans les rayons-canal, toutes les vitesses ont la même direction, tandis que, dans le gaz chauffé, elles ont toutes les directions possibles ; de plus, les premières ont toutes les valeurs de 0 à ∞ ; les autres ont une limite supérieure fixée par la chute de potentiel cathodique.

L'émission thermique est *régulière;* celle des rayons-canal est une variété de *luminescence.* Il n'y a donc pas lieu de s'attendre à trouver les mêmes lois dans les deux cas.

Répartition de l'intensité dans l'effet Doppler. — L'intensité qui correspond à une valeur déterminée du carré v^2 de la vitesse est proportionnelle au produit du nombre n des particules animées de cette vitesse par l'intensité J d'une seule particule, par conséquent de la forme :

$$E = n \, . \, J \, (v^2, \lambda).$$

On peut supposer que J soit indépendant de v^2, ou croît en même temps que v^2. Si J varie avec v^2, la loi de variation peut être indépendante ou non de la longueur d'onde. Les courbes des *fig.* 3*a* à 3*f* montrent quelle est la répartition de l'intensité dans chacune de ces hypothèses.

L'étude de cette répartition sur les clichés est très délicate ; la comparaison des intensités n'est légitime, d'ailleurs, qu'entre des lignes émises par les mêmes véhicules.

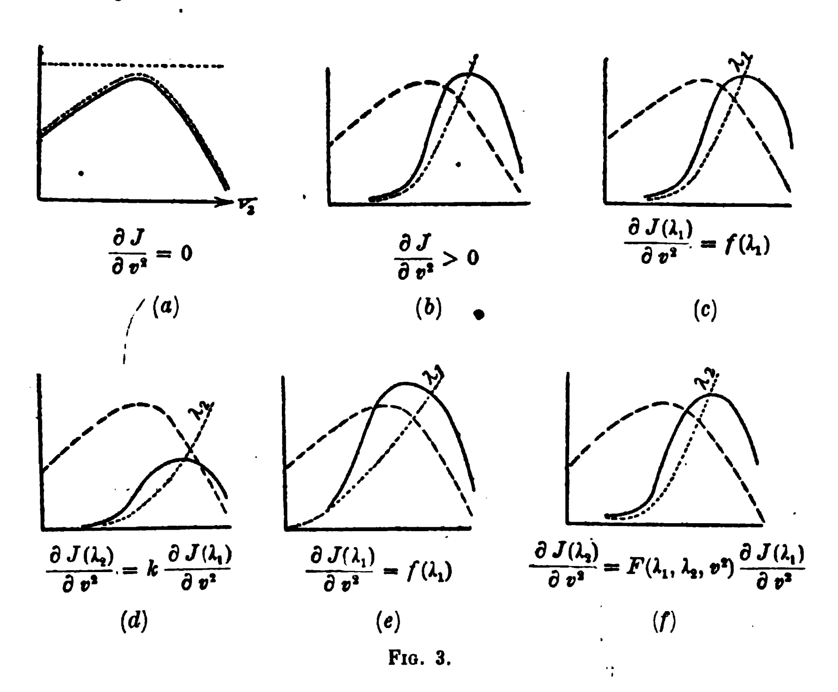


Fig. 3.

Minimum d'intensité : condition de son existence. — Les mesures attribuent à ce minimum une largeur trop grande, et les résultats n'ont qu'une valeur qualitative.

On observe ce minimum sur toutes les lignes de l'hydrogène, du mercure et de l'azote. Il n'apparaît pas sur le deuxième doublet de la série principale du potassium, sans doute parce que sa largeur est très réduite et la dispersion trop faible.

La largeur du minimum est d'autant plus grande que la chute de potentiel nécessaire pour faire apparaître l'effet Doppler est grande : ce qui prouve que les rayons-canal n'émettent de lumière avec une intensité appréciable que si leur vitesse dépasse une certaine limite. Cette chute de potentiel est d'autant plus petite que la température minimum nécessaire à l'émission thermique est plus faible.

Répartition de l'intensité dans les composantes d'un terme d'une série. — La largeur du minimum est la même pour toutes les com-

posantes d'un même terme ; le rapport de l'intensité fixe à l'intensité est aussi le même pour ces composantes, et il est indépendant de la vitesse.

Des expériences de Küch et Retschinsky sur l'arc au mercure, il résulte que l'intensité relative des composantes dans un même terme est indépendante de l'intensité absolue; celle-ci seule dépend du mode d'excitation.

Répartition de l'intensité dans une série. — La largeur du minimum croît dans une même série quand la longueur d'onde diminue. Le maximum d'intensité correspond à des valeurs d'autant plus grandes du carré de la vitesse que la longueur d'onde est plus petite. Dans les termes ultra-violets de l'hydrogène, la chute d'intensité au delà du maximum est d'autant plus rapide que le maximum est plus reculé vers les petites longueurs d'onde.

Ces phénomènes sont à rapprocher de la loi suivant laquelle l'intensité du rayonnement du corps noir varie avec la température.

Élargissement par l'effet Doppler dans une série. — Dans l'émission thermique où les vitesses des véhicules sont orientées en tous sens, l'effet Doppler doit élargir les raies des deux côtés, d'autant plus que la température est plus élevée. Cet élargissement est une fonction compliquée de la température : il croît avec celle-ci plus vite dans les termes les plus réfrangibles des séries que dans les termes moins réfrangibles.

Vitesse de translation et longueur d'onde. — L'intensité du spectre de lignes émis par les atomions positifs croît rapidement avec le carré de la vitesse de translation. L'amplitude de vibration des électrons négatifs, qui constituent dans ces atomions les centres d'émission, doit donc augmenter aussi avec la vitesse de translation, et il doit se produire en même temps, en sens inverse de la translation, une pression de radiation, proportionnelle à l'intensité du rayonnement et à la vitesse. Il s'ensuivra une légère déformation du véhicule, de l'atomion positif. Cette déformation entraîne-t-elle une variation appréciable des longueurs d'ondes émises ?

Pour déceler cette variation, il faut éliminer l'effet Doppler, en observant une direction rigoureusement perpendiculaire à la direction de translation.

Des expériences de M. Stark il semble résulter que les raies se déplacent vers le rouge quand la vitesse des rayons-canal augmente. L'auteur n'attribue à ce résultat qu'une valeur provisoire, car le

déplacement observé pourrait tenir à l'effet Doppler, si les deux directions n'étaient pas rigoureusement perpendiculaires.

Élargissement des raies quand la translation est perpendiculaire à la direction d'observation. — La largeur de chaque raie augmente en général avec la vitesse de translation, H_δ plus vite que H_γ, celle-ci plus vite que H_β. Ainsi H_γ augmente de 1,24 à 2,01 angströms quand la chute de potentiel cathodique croît de 2.500 à 8.000 volts.

Déplacement vers le rouge. — Le centre de la raie H_β se déplacerait vers le rouge de 0,93angström ou de 0,71, H_γ de 0,17 ou 0,42, suivant que la chute de potentiel cathodique est 4.200 ou 7.500 volts.

Déplacement provoqué par l'élévation de température. — D'après les analogies signalées entre l'influence de la vitesse des rayons-canal sur l'intensité du rayonnement et celle de la température sur l'intensité du rayonnement thermique, les raies émises par un gaz chauffé devront se déplacer d'autant plus vers le rouge que la température est plus élevée. Ce déplacement a été établi par les expériences de Jewell, de Humphrey, de Mohler et de Ames.

Ces déplacements dans la série principale et dans les séries secondaires du sodium sont entre eux comme 1 : 2 : 4.

De même, les raies émises par l'étincelle sont déplacées vers le rouge par rapport à celles émises par l'arc, dont la température est moins élevée.

APPENDICE.

Rayons-canal dans la vapeur de potassium et de sodium. — Les expériences sur les rayons-canal dans ces vapeurs offrent de grosses difficultés pratiques. Il faut réaliser une pression de $0^{mm},005$ à $0^{mm},08$ dans des tubes de verre, ce qui exige une température à laquelle la conductibilité du verre devient notable; les tubes sont rapidement détruits par le courant qui traverse les parois, et d'autre part, par l'attaque du métal fondu. Cependant il faut une pose de deux à trois heures pour obtenir des clichés utilisables.

Le métal alcalin est introduit en courts fragments par le tube qui sert à relier le récipient à la pompe et rassemblé, en secouant le tube, aux environs de l'anode.

Le tube est chauffé par un fil traversé par un courant et qui ne touche pas les parois pour éviter les dérivations du courant de décharge.

Le tube renferme en même temps de l'hydrogène, dont les raies servent de point de repère ; ceci est d'autant plus précieux qu'il est impossible de maintenir la chute de potentiel cathodique.

La couleur des rayons-canal est presque la même que celle de la flamme du brûleur Bunsen qui contient le métal alcalin.

Doublets ultra-violets du zinc, du cadmium et du mercure. — Nous avons vu que les véhicules de la raie 2536 du mercure sont vraisemblablement des atomions positifs monovalents. Par suite, cette raie fait sans doute partie d'un doublet. Mais, dans le cas du mercure, l'écart entre les composantes d'un doublet doit être si grand qu'elles se trouvent dans des régions spectrales dont l'action photogénique est très différente, ou même en partie dans l'ultra-violet extrême inaccessible à nos moyens habituels d'investigation. Cet écart est plus petit dans le spectre du cadmium et dans celui du zinc. Or ces trois spectres sont semblables dans les deux séries de triplets et se correspondent très probablement raie pour raie. La raie 2536 de Hg est certainement l'homologue de 2288 de Cd et de 2138 de Zn.

Pour rechercher la deuxième composante du doublet dans le spectre de Cd et de Zn, MM. Stark et Kinoshita s'appuient sur ce que l'intensité relative des deux composantes est indépendante du mode d'excitation et en particulier de la température. Ils ont photographié, à l'aide d'un spectrographe en quartz, les spectres produits par l'arc dans la vapeur raréfiée du métal, par l'arc à l'air libre dont la température est plus élevée, par l'étincelle à une témpérature plus élevée encore. Il ont découvert dans le spectre ultra-violet du mercure un certain nombre de lignes nouvelles, 2053,77 — 2027,36 — 2002,24 — 1972,36 — 1941,77. Dans les spectres du zinc et du cadmium, on trouve deux doublets, caractérisés par la propriété rappelée cidessus. La première composante est plus intense que la deuxième, comme dans les séries secondaires :

Zn.	2062,08 — 2025,51	et	2558,20 — 2502,20
Cd.	2265,04 — 2144,44	et	2748,68 — 2573,15

Les premiers doublets de chaque métal appartiennent sans doute à une série secondaire I, les autres à la série secondaire II, parce que les premiers sont plus intenses que les doublets immédiatement voisins qui font partie de la série II.

Les raies Zn 2138, Cd 2288, Hg 2536, qui sont homologues, sont de beaucoup les plus intenses dans les spectres à basse température.

Les raies principales de Zn et Cd sont alors plus intenses que le doublet correspondant de la série secondaire I, celui-ci plus intense que le doublet de la série secondaire II. Dans l'arc à l'air libre, les raies principales sont renversées, les raies I ont augmenté d'intensité, les raies II encore plus. Dans l'étincelle, les raies principales sont moins larges que dans l'arc ; mais les doublets sont devenus aussi intenses qu'elles. Ces variations d'intensité relative sont celles qu'on observe dans les spectres où l'existence de la série principale et des séries secondaires de doublets est démontrée. Il est donc à supposer que ces raies de Hg, Cd, Zn sont les composantes d'un doublet de la série principale.

D'après la différence de période observée dans les séries secondaires, on calcule que les secondes composantes de ces doublets seraient Zn 2099,5 et Cd 2166,5.

Effectivement ces raies existent, mais leurs propriétés ne sont pas celles qui résulteraient de leur analogie présumée avec les deuxièmes composantes des doublets d'une série principale ; peut-être cela tient-il à ce que leur intensité est affaiblie par l'absorption dans la vapeur de Zn ou de Cd.

Les raies ultra-violettes de la série principale sont très élargies dans le spectre de l'arc et renversées en partie ; elles sont moins larges dans le spectre de l'étincelle ; cet élargissement est lié sans doute à la densité de la vapeur.

Rayonnement hétérothermique. — La température de l'arc n'est pas uniforme et le rayonnement total qu'on observe n'est que la superposition de rayonnements et d'absorptions correspondant à diverses températures : il est *hétérothermique.* Il est indispensable de tenir compte de cette hétérogénéité dans l'intensité de chaque longueur d'onde et dans la répartition de l'intensité dans le spectre. C'est seulement dans une première approximation qu'il est permis d'attribuer à l'arc une température déterminée.

Atomions positifs dans l'azote. — On connaît trois spectres de bandes de l'azote : on n'a pas encore réussi à classer les lignes en série. Les spectres de bandes ne subissent pas l'effet Doppler. Mais cet effet s'observe sur la ligne 3995,3, et la grandeur fait présumer que cette ligne est émise par un atomion monovalent. L'observation des autres lignes conduit à la même conclusion. Les métalloïdes peuvent donc former des atomions positifs.

PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY OF LONDON ;

T. LXXVI (série A); 1905.

C. NIVEN. — On a Method of finding the Conductivity for Heat (Sur une méthode pour trouver la conductibilité calorifique). — P. 34-48.

Le mémoire renferme une méthode de détermination de la conductibilité calorifique, notamment pour les corps mauvais conducteurs. La substance est supposée donnée sous forme d'un cylindre, ou plutôt de deux demi-cylindres pressés l'un contre l'autre et chauffés par un courant électrique traversant un fil placé suivant leur axe. Lorsque l'état stationnaire est atteint, la conductibilité est donnée en fonction de la différence des températures à des distances connues de l'axe et de la chaleur fournie par le fil. Cette dernière peut être trouvée lorsqu'on connaît l'intensité du courant qui traverse le fil et la différence de potentiel aux extrémités.

La première partie du mémoire comprend une étude détaillée des méthodes employées pour déterminer la différence de température et une description de l'appareil utilisé. L'auteur donne les résultats de quelques expériences effectuées avec cet appareil et la comparaison de ces résultats avec ceux d'autres observateurs.

La seconde partie du mémoire renferme une solution mathématique du problème de la diffusion de la chaleur dans un solide indéfini à partir d'une ligne à laquelle elle est fournie avec une vitesse constante, et la solution de quelques questions connexes. L'un des résultats de cette étude suggère une méthode pour trouver directement la diffusibilité, lorsque la substance occupe une étendue suffisamment grande.

R.-C. MACLAURIN. — Theory of the Reflection of Light near the Polarising Angle (Théorie de la réflexion de la lumière près de l'angle de polarisation). — P. 49-65.

L'auteur donne la théorie mathématique de la réflexion de la lumière près de l'angle de polarisation. Il applique les formules obtenues au cas de la réflexion et de la réfraction, lorsque les milieux sont l'air et le diamant, et compare les résultats théoriques aux résultats expérimentaux de Jamin sur la réflexion avec les mêmes milieux. L'accord est très satisfaisant.

R.-J. STRUTT. — On the Radio-active Minerals (Sur les minéraux radio-actifs). P. 88-101.

L'auteur indique les méthodes employées pour la détermination, dans les minéraux radio-actifs, de l'uranium, du radium, du thorium, de l'hélium et de l'activité totale.

Les résultats obtenus peuvent être résumés de la manière suivante :

1° La quantité de radium contenue dans un minéral est proportionnelle à la quantité d'uranium. Les recherches entreprises pour confirmer ce premier point ont montré l'existence de l'uranium dans certains minéraux où on ne l'avait pas reconnu jusqu'alors, notamment dans la monazite ;

2° Les minéraux thoriques contiennent invariablement la combinaison uranium-radium. Cette observation est difficile à interpréter, mais elle peut indiquer que le thorium produit de l'uranium ;

3° L'hélium ne se présente qu'en très petite quantité quand le thorium n'est pas présent. L'hélium des minéraux est donc produit, probablement, plutôt par le thorium que par le radium ;

4° Les minéraux thoriques varient beaucoup au point de vue de leur pouvoir d'émanation.

Sir W. RAMSAY. — A Determination of the Amounts of Neon and Helium in Atmospheric Air (Détermination des quantités de néon et d'hélium dans l'air atmosphérique). — P. 111-114.

Sir W. Ramsay a communiqué antérieurement (1) les résultats qu'il a obtenus dans la détermination des quantités de crypton et de néon contenues dans l'air. Les nombres obtenus sont certainement des minima, car, sans aucun doute, il y avait évaporation d'une petite quantité de ces deux gaz.

La méthode ingénieuse de J. Dewar, qui consiste à refroidir un morceau de charbon de bois par l'air liquide et à l'employer comme absorbant pour les gaz, permet d'obtenir facilement une estimation presque exacte des quantités des constituants les plus volatils.

Voici les résultats obtenus :

(1) *Proceed. of the Roy. Soc.*, t. LXXI, p. 421 ; — et *J. de Phys.*, 4e série, t. III, p. 820 ; 1904.

	Dans l'air, un volume dans	Dans l'argon, un volume dans	Pourcentage	
			en poids	en volume
Néon.....	80.790	757	0,0000086	0,0000123
Hélium...	245.300	2.300	0,00000056	0,0000040
Ensemble.	61.000	571		

Il n'a pas été possible de déterminer l'hydrogène libre dans la quantité d'air étudiée (16 litres). En ajoutant une trace d'oxygène au mélange de néon et d'hélium et en faisant passer l'étincelle pendant quelques minutes, on n'observe aucune contraction appréciable.

J. LUNT. — On the Spectrum of Silicon; with a Note on the Spectrum of Fluorine (Sur le spectre du silicium ; note sur le spectre du fluor). — P. 118-126.

L'auteur a reconnu que les raies du silicium obtenues par MM. Lockyer et Baxandall [1] au moyen de tubes à vide remplis de composés gazeux du silicium ont leur origine autant dans la matière du tube de verre que dans le composé gazeux introduit.

Il a obtenu, au contraire, un bon spectre de silicium en faisant jaillir l'étincelle dans une atmosphère d'hydrogène entre des perles de silicates de sodium ou de potassium.

D'après ces nouvelles recherches, la raie λ 4096,9 ne serait pas une raie de silicium. Au contraire, les raies λ 4089,1 et λ 4116,4 appartiennent bien à cet élément. M. Lunt a trouvé une autre paire de raies qui n'ont pas encore été signalées et qu'il regarde comme des raies de silicium à basse température. Leurs longueurs d'onde sont λ 4191,0 et λ 4198,5.

L'auteur donne enfin une liste des raies du fluor qui accompagnent généralement celles du silicium dans le spectre de ce dernier.

N. LOCKYER. — Further Researches on the Temperature Classification of Stars, n° 2 (Nouvelles recherches sur la classification thermique des étoiles, n° 2). — P. 145-151.

Ce mémoire contient la discussion des photographies les plus récentes obtenues avec une chambre noire à calcite prismatique. Chaque négatif comprend les spectres de deux étoiles obtenus dans des conditions identiques d'altitude, d'exposition et de développement. Leurs températures respectives ont été estimées en comparant

[1] *Proceed. of the Roy. Soc.*, t. LXXIV, p. 296 ; — et *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 203 ; 1906.

les intensités relatives de leurs radiations rouges et ultra-violettes. Le terme « température » doit être entendu comme comprenant les effets possibles des variations électriques.

Les résultats obtenus dans cette étude confirment l'égalité de température des genres d'étoiles placés à des hauteurs égales, mais sur des branches opposées de la courbe de température indiquée par la classification chimique.

En second lieu, les « genres » résultant de la classification chimique doivent être subdivisés en « espèces ».

Enfin, les photographies obtenues prouvent l'existence de différentes conditions absorbantes dans les atmosphères des étoiles qui ont des températures égales, mais qui sont placées sur les branches opposées de la courbe de température.

C. COLERIDGE FARR. — On some continuous Observations of the Rate of Dissipation of Electric Charges in the open Air (Sur quelques observations continues de la vitesse de dissipation des charges électriques à l'air libre). — P. 152-159.

La conductibilité de l'air pour les deux électricités positive et négative est très irrégulière, mais, en moyenne, l'électricité négative est dissipée plus rapidement que l'électricité positive. Le rapport q de la conductibilité de l'air pour l'électricité négative à la conductibilité pour l'électricité positive est, en moyenne, de 1,16. Mais ce rapport peut descendre jusqu'à 0,4 lorsqu'il y a un changement du signe de l'électricité atmosphérique.

L'auteur a constaté, en outre, un double maximum et minimum diurne dans la conductibilité de l'air pour les charges des deux signes, mais à des heures variables suivant les saisons.

G.-C. SIMPSON. — Atmospheric Electricity in high Latitudes (Electricité atmosphérique aux hautes latitudes). — P. 160-164.

Le mémoire renferme les résultats d'une année d'observations (octobre 1903-octobre 1904) sur l'électricité atmosphérique faites à Karasjok (Laponie), et d'un mois d'observations sur la radioactivité atmosphérique faites à Hammerfest.

Le cours annuel du gradient du potentiel (en volts par mètre) à Karasjok s'accorde avec la règle générale pour l'hémisphère nord ; il s'élève rapidement d'octobre à février, où il atteint un maximum,

puis il s'abaisse plus rapidement jusqu'à la fin de mai, après quoi il reste constant jusqu'en octobre.

Le cours de la dissipation (perte de charge) est exactement l'inverse de celui du potentiel; les courbes qui représentent les deux phénomènes sont à peu près les images l'une de l'autre dans un miroir.

La courbe de l'ionisation consiste en une chute presque linéaire de six mois, suivie d'une ascension semblable de mars à la fin d'août.

Ces trois facteurs (potentiel, dissipation et ionisation) ont chacun une période diurne. Ils sont influencés par les conditions atmosphériques et influent les uns sur les autres ; une faible dissipation et une faible ionisation sont accompagnées de fortes valeurs du potentiel et *vice versa*.

La radioactivité présente également une période annuelle avec un maximum en décembre, un minimum en juin, et une période diurne prononcée avec un maximum dans les premières heures de la matinée et un minimum vers midi. La radioactivité augmente quand la température s'abaisse, s'élève en même temps que l'humidité atmosphérique et diminue quand la force du vent augmente.

Ces observations confirment l'hypothèse d'Elster et Geitel d'après laquelle la source de l'émanation radioactive de l'atmosphère est dans le sol.

J.-BUTLER BURKE. — Note on Fluorescence and Absorption (Note sur la fluorescence et l'absorption). — P. 165-167.

Dans un mémoire sur le changement d'absorption produit par la fluorescence ([1]), l'auteur a montré l'existence d'une différence remarquable dans l'absorption de la lumière fluorescente du verre d'urane à l'état lumineux ou non lumineux. Il attribuait cette différence à un changement temporaire dans la structure ou composition chimique de la substance lorsqu'elle est exposée à l'influence de la lumière excitatrice, et il a été amené à supposer qu'elle est due à la formation de nouvelles connexions atomiques qui donnent naissance à de nouvelles fréquences pendant la période de la luminosité. Il regardait ces dernières comme le résultat de la formation d'agrégats moléculaires instables par les rayons les plus réfrangibles ou exci-

([1]) *Philos. Trans.*, A, 1898.

tateurs, et la luminosité ou fluorescence comme la radiation qui résulte de la désagrégation de tels groupes moléculaires instables. La luminosité elle-même ne serait que la manifestation visible de la formation et de la désagrégation de ces agglomérations moléculaires.

MM. Nichols et Merritt (1) ont montré que le changement d'absorption dépend de l'intensité de la fluorescence. Ils trouvèrent qu'un effet de saturation se produit quand l'intensité de la luminosité augmente, de telle sorte que le changement d'absorption atteint un maximum avec une certaine intensité de la lumière fluorescente. Dans les expériences de l'auteur, la lumière transmise dont on mesurait l'absorption avait précisément la même fréquence que celle qui était émise par la substance absorbante. MM. Nichols et Merritt ont trouvé que le même effet avait lieu quand la source de lumière transmise était la flamme d'acétylène.

M. J.-B. Burke appelle l'attention sur une note de M. Camichel (2) qui a obtenu des résultats négatifs. Ce fait peut être dû, d'une part à la faiblesse de la fluorescence, d'autre part à ce que M. Camichel employait un écran de verre d'urane de 7 centimètres d'épaisseur pour retrancher les rayons les plus réfrangibles de la flamme, précaution qui n'est nullement nécessaire, puisque l'effet a été observé sans cet écran. D'ailleurs l'écran doit devenir lui-même fluorescent, et, si l'effet cherché se produit, il doit absorber les rayons dont on se propose de mesurer l'absorption.

En outre, le spectre fluorescent du verre d'urane est composé de plusieurs bandes ; l'auteur les considère comme discontinues et composées de plusieurs bandes ou raies très fines. De telle sorte que l'emploi de l'écran filtre les rayons et, seuls, ceux qui ne sont pas absorbés par le verre d'urane sont transmis. Ces derniers ne subissent aucun changement d'absorption.

L'auteur ajoute qu'il n'y a aucune raison d'admettre que les vibrations de la lumière fluorescente ne sont pas linéaires quand l'absorption dépend de l'intensité de la lumière fluorescente. Il est vrai que le changement d'absorption ne peut dépendre de l'amplitude des vibrations ; mais, si de nouvelles périodes libres sont excitées, l'intensité et l'absorption devraient toutes deux dépendre du nombre et

---

(1) *Physic. Review*, déc. 1904, p. 396.
(2) *C. R.*, t. CXL, p. 139 ; 1905.

de la durée des périodes ainsi produites, et c'est précisément ce que prouve le changement d'absorption dans la fluorescence.

E.-P. PERMAN. — The direct Synthesis of Ammonia (Synthèse directe de l'ammoniac). — P. 167-174.

Continuant ses travaux antérieurs sur la décomposition de l'ammoniac par la chaleur[1], l'auteur est arrivé aux conclusions suivantes :

1° Autant qu'on peut le constater par les réactions chimiques les plus délicates, l'ammoniac ne peut être synthétisé par la chaleur (sauf dans les conditions spéciales indiquées ci-dessous). La décomposition de l'ammoniac par la chaleur peut donc être regardée comme une réaction irréversible ;

2° L'ammoniac peut être produit en petite quantité à partir de ses constituants : *a*) en chauffant avec un certain nombre de métaux ; *b*) par explosion avec de l'oxygène ; *c*) en soumettant à l'action de l'étincelle. Ces réactions sont réversibles ;

3° Il semble que la synthèse de l'ammoniac ne s'effectue que quand les gaz sont ionisés ; l'ionisation serait produite par l'étincelle ou par la haute température de l'explosion du gaz tonnant. La décomposition immédiate de l'ammoniac formé serait empêchée par son refroidissement soudain. Les métaux en présence d'humidité produisent également de l'hydrogène naissant ionisé ;

4° Il ne semble pas que les azotures métalliques forment un stage intermédiaire dans la formation de l'ammoniac, car les métaux qui forment rapidement des azotures (par exemple le magnésium) ne produisent pas plus d'ammoniac que les autres ;

5° Il y a une analogie étroite entre l'ozone et l'ammoniac en ce qui concerne leur synthèse et leur décomposition ; tous deux sont formés par les décharges électriques et tous deux sont complètement décomposés par la chaleur.

---

(1) *Proceed. of the Roy. Soc.*, t. LXXIV, p. 110 ; 1904 ; — et *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 194 ; 1906.

E.-P. PERMAN et J. DAVIES. — Determination of Vapour-Pressure by Air Bubbling (Détermination de la tension de vapeur par barbotage d'air). — P. 174-176.

Les auteurs ont montré récemment ([1]) que la tension de la vapeur d'eau peut être déterminée avec un grand degré d'exactitude en faisant barboter un courant d'air dans l'eau d'un thermostat et évaluant la quantité d'eau évaporée par absorption dans l'acide sulfurique concentré.

L'exactitude de cette méthode a été mise en doute ([2]), et l'on a signalé la sursaturation comme une cause d'erreur. Les auteurs ont soigneusement examiné toutes les objections, et ils montrent que ni la sursaturation, ni la présence de poussières, ni l'électrisation de l'air n'ont d'effet appréciable sur les résultats obtenus.

H.-A. PEAKE. — The Determination of the specific Heat of superheated Steam by Throttling and other Experiments (Détermination de la chaleur spécifique de la vapeur surchauffée par étranglement et autres expériences). — P. 185-205.

Deux méthodes ont été employées pour déterminer la loi qui relie la température et la tension de vapeur surchauffée pendant la détente sans travail extérieur : 1° l'étranglement ou l'étirage en filets de la vapeur ; 2° le chauffage direct d'un courant de vapeur par un procédé électrique.

Connaissant cette loi, le degré de surchauffe, la quantité de chaleur totale correspondant à cette surchauffe, on peut, en consultant les tables de Regnault sur la chaleur totale de vaporisation, obtenir la chaleur spécifique moyenne entre deux degrés de surchauffe et aussi la façon dont varie cette chaleur spécifique.

Or la chaleur spécifique calculée d'après les résultats de la première méthode augmente rapidement de 0,43 à 230° F. jusqu'à 1 à 350° F. Cet accroissement surprenant conduit l'auteur à suspecter l'exactitude des tables de Regnault pour la vapeur saturée et à s'en rapporter uniquement à la méthode de chauffage direct. Malheureusement, les difficultés rencontrées, dans cette dernière, pour main-

---

([1]) *Proceed. of the Roy. Soc.*, t. LXXII, p. 72 ; 1903 ; — et *J. de Phys.*, 4e série, t. III, p. 895 ; 1904.

([2]) *J. Phys. Chem.*, t. VIII, pp. 299 et 313 ; 1904.

tenir constantes toutes les conditions de l'expérience pendant la longue durée de celle-ci, n'ont pas permis d'obtenir des résultats très concordants d'où l'on puisse tirer des conclusions fermes. Toutefois l'auteur estime que la variation de la chaleur spécifique de la vapeur avec la température et la pression doit être faible. La valeur moyenne, tirée des expériences les plus régulières, de la chaleur spécifique de la vapeur surchauffée à pression constante, est 0,46.

J. MORROW. — On the Distribution of Velocity in a Viscous Fluid over the Cross-Section of a Pipe and on the Action at the Critical Velocity (Sur la distribution de la vitesse dans la section d'un tuyau parcouru par un fluide visqueux et sur l'action à la vitesse critique). — P. 205-216.

Les résultats obtenus expérimentalement peuvent être résumés de la manière suivante :

1° Les expériences apportent une confirmation partielle de la loi théorique de la distribution de la vitesse, mais montrent que cette distribution ne peut être obtenue que dans des conditions très spéciales, parmi lesquelles se trouvent l'absence complète d'obstructions et d'effets aux extrémités ;

2° Quand le courant est direct et qu'il existe des lignes de courant, la distribution de la vitesse n'est pas nécessairement exactement la même que celle qui a été décrite comme caractéristique du flux « normal » ;

3° A la vitesse critique, le mouvement en ligne droite cesse pour faire place à un mouvement dans lequel les trajectoires des particules de liquides sont tourbillonnaires et turbulentes. La loi de distribution de la vitesse linéaire moyenne parallèlement à l'axe change simultanément de la forme parabolique à la forme typique du mouvement tourbillonnaire ;

4° La loi $v = \sqrt{2gh}$ est au moins approximativement vraie pour des vitesses excessivement petites.

S.-E. SHEPPARD et C.-E.-K. MEES. — The Theory of Photographic Processes, Part II : On the Chemical Dynamics of Development, including the Microscopy of the Image (Théorie des procédés photographiques, 2e partie : Sur la dynamique chimique du développement renfermant l'étude microscopique de l'image). — P. 217-234.

Les auteurs ont poursuivi leurs recherches antérieures (1) et les ont étendues par l'application des méthodes microscopiques. Le fait que les composés haloïdes d'argent et l'argent réduit sont distribués dans la couche sensible sous forme de particules de dimensions très petites, mais mesurables, leur a permis de déceler les plus faibles différences et d'en tirer des déductions importantes sur les procédés d'exposition et de développement. La dimension du grain est importante au point de vue pratique et au point de vue théorique.

Les auteurs ont étudié successivement la structure du négatif développé, la dimension du grain, l'influence de l'exposition et du développement, l'effet du bromure de potassium, l'effet de l'exposition d'une plaque du côté du verre, l'influence de la température sur la vitesse de développement, la résistance de la gélatine et la pénétration du développateur.

J.-A. HARKER. — On a new Type of Electric Furnace, with a Redetermination of the Melting-Point of Platinum (Sur un nouveau type de four électrique, avec une détermination nouvelle du point de fusion du platine). — P. 235-250.

Dans la première partie de son mémoire, M. Harker décrit un nouveau type de four électrique permettant d'atteindre, en l'absence de gaz nocifs, des températures de 800 à 2.200° C. Le conducteur qui amène le courant est formé d'un tube de conducteurs électrolytiques solides de composition identique à celle des filaments des lampes Nernst. Le caractère essentiel de ce four, c'est que son utilisation et sa durée peuvent être considérablement augmentées par un système de chauffage en cascade. En d'autres termes, l'énergie fournie peut être divisée de telle sorte qu'on en fait passer seulement dans le conducteur tubulaire une quantité suffisante pour élever sa température à 1.000° C., par exemple, au-dessus du milieu qui l'entoure; ce milieu lui-même étant maintenu à 1.000° C., on peut ainsi atteindre

(1) *Proceed. of the Roy. Soc.*, t. LXXIV, p. 447; — et *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 212 ; 1906.

une température de 2.000° dans le tube sans le forcer. La régularisation de la température dans certains fours de ce type est si parfaite qu'on peut obtenir des points de fusion parfaitement définis avec de très petites quantités de substance.

La seconde partie du mémoire donne des détails sur la détermination du point de fusion du platine par la méthode du couple thermo-électrique. La moyenne des résultats obtenus est 1.710° C. ±5° C., la valeur donnée par M. Violle étant de 1.780° C.

H.-B. DIXON et E.-C. EDGAR. — The Atomic Weight of Chlorine : An Attempt to Determine the Equivalent of Chlorine by direct Burning with Hydrogen (Le poids atomique du chlore : Essai de détermination de l'équivalent du chlore par combustion directe avec l'hydrogène). — P. 250-252.

Dans les neuf expériences réalisées par les auteurs, 9gr,1786 d'hydrogène se sont combinés avec 323gr,0403 de chlore ; il en résulte que le poids équivalent du chlore, calculé en masse, est 35,195.

Le nombre obtenu pour le poids atomique du chlore est sensiblement plus élevé que celui qui a été obtenu par F.-W. Clarke dans des déterminations antérieures et légèrement supérieur à la valeur donnée par Stas :

Calcul de Clarke	Stas	Dixon et Edgar	
35,179	35,189	35,195	H = 1
35,447	35,457	35,463	O = 16

MM. Richards et Wells ont obtenu, pour le poids atomique du chlore, le nombre 35,446, légèrement supérieur à celui des auteurs.

W.-D. DUNSTAN et G.-S. BLAKE. — Thorianite, a new Mineral from Ceylan (Thorianite, nouveau minéral de Ceylan). — P. 253-265.

Étude complète, au point de vue chimique et minéralogique, de la thorianite de Ceylan.

Au point de vue de la radioactivité, la thorianite se range de la manière suivante, d'après les résultats de Mme Curie sur la pechblende :

Pechblende de Johanngeorgenstad....	$8,3 \times 10^{-11}$	ampères
— Joackimsthal..........	$7,0 \times 10^{-11}$	—
— Przibram.............	$6,5 \times 10^{-11}$	—
Thorianite.........................	$5,5 \times 10^{-11}$	—
Pechblende de Cornwall.............	$1,6 \times 10^{-11}$	—

L'émanation totale de la thorianite renferme de l'émanation du radium, et par conséquent le minéral doit contenir du radium.

J.-A. FLEMING et R.-A. HADFIELD. — On the Magnetic Qualities of some Alloys not containing Iron (Sur les qualités magnétiques de quelques alliages ne contenant pas de fer). — P. 271-283.

Dans le but d'effectuer des mesures magnétiques exactes, l'un des auteurs a fabriqué deux anneaux homogènes de forme régulière, ne contenant pas de fer. Le premier avait la composition suivante : manganèse, 22,42 0/0; cuivre, 68,49 0/0; aluminium, 11,65 0/0. Il y avait, en outre, 2 à 3 0/0 de scories consistant principalement en oxyde de manganèse et silice avec des traces d'autres métaux. L'analyse a montré qu'on trouvait également 1,5 0/0 de carbone, 0,37 0/0 de silicium et 0,21 0/0 de fer. Il n'y avait donc que des traces de fer.

L'autre anneau avait pour composition approximative : manganèse, 18 0/0; cuivre, 68 0/0; aluminium, 10 0/0; plomb, 4 0/0. Ces alliages ont malheureusement de pauvres propriétés mécaniques : ils sont cassants et ne peuvent être forgés. Voici les conclusions auxquelles sont arrivés les auteurs :

1° Le premier alliage présente des propriétés magnétiques identiques à celles d'une substance faiblement ferro-magnétique ;

2° La courbe d'aimantation (B en fonction de H) a la même forme générale que celle d'un métal ferro-magnétique tel que la fonte de fer, et indique qu'avec un champ suffisant on peut presque sûrement atteindre un état de saturation magnétique ;

3° Cet alliage présente le phénomène d'hystérésis. Il faut un travail notable pour renverser l'aimantation de la substance et lui faire parcourir un cycle magnétique ;

4° La substance a un maximum de perméabilité de 28 à 30, qui n'est pas de beaucoup inférieur à la valeur obtenue pour le cobalt ; cette valeur occupe une position intermédiaire entre la perméabilité des corps ferro-magnétiques et celle de la plupart des corps paramagnétiques, comme l'oxygène liquide et le chlorure ferrique ;

5° Cet alliage présente cependant le phénomène de retentivité magnétique et de coercivité. Il n'est pas simplement magnétique, mais il peut être aimanté d'une façon permanente.

D'après ces résultats, les auteurs sont amenés à conclure que les propriétés magnétiques de ce premier alliage doivent être basées

sur une certaine ressemblance de structure moléculaire avec les métaux ordinaires magnétiques.

Les expériences avec le deuxième alliage ont donné des résultats semblables. Pour les deux alliages, les exposants *k* de la formule

$$E = \eta B_{max}^{K}$$

ne sont pas très différents. Ils ont pour valeur, respectivement, 1,238 et 2,288. Au contraire, les constantes η sont très différentes et ont pour valeur 0,0005495 et 0,000776.

Il est par conséquent manifeste que les deux alliages, quoique magnétiques, ont une hystérésis beaucoup plus grande que le fer pur, le nickel ou le cobalt pour des cycles d'aimantation correspondants.

J.-H. JEANS. — On the Application of statistical Mechanics to the general Dynamics of Matter and Ether (Sur l'application de la mécanique statique à la dynamique générale de la matière et de l'éther). — P. 296-311.

Considérations théoriques et mathématiques sur la loi de la radiation et la thermodynamique.

R.-J. STRUTT. — Supplementary Note to a Paper « On the Radio-Active Minerals » (Note supplémentaire à un mémoire sur les minéraux radioactifs). — P. 312.

Dans un mémoire antérieur, l'auteur signalait que tous les minéraux thoriques, autant que cela peut être établi, paraissent contenir de l'uranium et du radium. Depuis lors, il a examiné un certain nombre d'autres minéraux afin de vérifier cette conclusion. Les résultats ont été absolument conformes à cette conclusion. Il s'est d'ailleurs contenté de déterminer, dans les divers échantillons, le thorium et le radium, car on peut considérer maintenant comme prouvé que le radium est un produit de l'uranium, et il est beaucoup plus facile d'établir la présence du radium au moyen de son émanation que de découvrir l'uranium par l'analyse chimique. Les minéraux étudiés ont été la thorite (de Ceylan et de Bréving), la monazite, l'alvite, le xénotime, l'anérodite, la fergusonite, la malacone, l'allanite, l'yttrotantalite, la polycrase et le zircon.

W. DE W. ABNEY. — Modified Apparatus for the Measurement of Colour, and its Application to the Determination of the Colour Sensations (Appareil modifié pour la mesure des couleurs, application à la détermination des sensations colorées). — P. 315-316.

Dans cet appareil, deux spectres sont produits par le même faisceau passant à travers le collimateur et deux prismes. Deux taches distinctes de couleurs pures ou mélangées peuvent être placées côte à côte sur un écran blanc, et, en plaçant une série de trois fentes dans chaque spectre, on peut comparer des mélanges dans un spectre avec des mélanges dans l'autre ou avec des couleurs pures et du blanc combinés.

La quatrième sensation que Burck suppose exister dans le violet n'a pu être définie, et, dans l'opinion de l'auteur, elle n'est pas nécessaire.

J. DEWAR. — On the Thermo-electric Junction as a Means of Determining the lowest Temperatures (Sur le couple thermo-électrique comme moyen de détermination des températures les plus basses). — P. 316-325.

En raison des inconvénients que présentent les thermomètres à gaz pour la mesure des basses températures et de l'impossibilité d'utiliser les thermomètres à résistance de platine ou autre métal à 30 ou 40° absolus, l'auteur a essayé d'appliquer les couples thermo-électriques à la mesure des températures très basses. Il a utilisé à cet effet le couple platine-maillechort.

Des expériences préliminaires ont montré qu'un tel couple, avant d'être calibré, doit être brusquement refroidi dans l'air liquide, puis ramené rapidement à la température ordinaire et subir une opération analogue dans l'hydrogène liquide.

Les observations ont montré que ce couple peut être avantageusement employé à la mesure des températures situées entre 15° au-dessus et au-dessous du point d'ébullition de l'hydrogène, en se servant des équations :

$$E = \frac{1}{8,64} T(T + 85,8)$$

et

$$\frac{dE}{dt} = 9,931 + 0,231T,$$

dans lesquelles E désigne la force électromotrice, T la température absolue. L'une des soudures est supposée maintenue dans l'hydrogène bouillant (environ 20°,5 absolus).

J. DEWAR. — Studies with the Liquid Hydrogen and Air Calorimeters (Études avec les calorimètres à hydrogène et air liquides). — P. 325-340.

En employant l'hydrogène ou l'air liquides comme liquides calorimétriques, M. J. Dewar a pu déterminer les chaleurs spécifiques du diamant, du graphite et de la glace aux basses températures. Voici les résultats obtenus :

	Entre 18° et — 78°	Entre — 78° et — 188°	Entre — 188° et — 252°,5
Diamant .	0,0794	0,0190	0,0043
Graphite .	0,1341	0,0599	0,0133
Glace	0,463 (1)	0,285	0,146

On voit que, de la température ordinaire au point d'ébullition de l'hydrogène, la chaleur spécifique du diamant est réduite à 1/19 et celle du graphite à 1/10. A — 252°,5, la chaleur spécifique du graphite est environ trois fois plus grande que celle du diamant. Il est à noter qu'entre — 188° et — 252°,5 les chaleurs spécifiques du diamant et du graphite sont beaucoup plus petites que celles de toute autre substance solide ; elles sont même moindres que les chaleurs spécifiques des gaz à volume constant.

M. Dewar a également déterminé les chaleurs de vaporisation de l'hydrogène, de l'azote, de l'oxygène et de l'air à leurs points d'ébullition respectifs. Il a trouvé :

Oxygène..........	51,15
Azote.............	50,4
Hydrogène........	123,1

Pour l'air, il a obtenu des résultats variables qui nécessitent des recherchés complémentaires.

P.-E. SHAW. — The Improved Electric Micrometer (Le micromètre électrique amélioré). — P. 350-359.

M. Shaw a amélioré le micromètre électrique qu'il a décrit dans

(1) Entre — 18° et — 78°.

des communications antérieures(1). Cet instrument, dont il donne une description complète sous la forme définitive, peut être employé à de nombreux usages, par exemple à la mesure des mouvements des diaphragmes téléphoniques, à la mesure de la dilatation des métaux soumis à l'action d'un champ magnétique ; il peut servir de cohéreur et peut enfin être employé pour mesurer la distance de décharge de deux surfaces maintenues à des potentiels différents. Comparé aux autres procédés de mesure des faibles distances, il donne les résultats suivants :

	Distance minima qui peut être lue avec certitude
Micromètre électrique	4×10^{-8} centimètres
Levier optique	$2,3 \times 10^{-7}$ —
Méthode interférentielle	1×10^{-6} —
Microscope	2×10^{-5} —

P.-F. SHAW. — The Amplitude of the minimum Audible Impulsive Sound (Amplitude du son impulsif minimum perçeptible à l'oreille). — P. 360-366.

En se servant du micromètre électrique décrit plus haut, l'auteur a pu mesurer l'amplitude du son impulsif minimum perceptible à l'oreille. Il a trouvé 0,7 $\mu\mu$ pour un téléphone ordinaire dont le diaphragme a pour note fondamentale une fréquence de 580.

L. BAIRSTOW et A.-D. ALEXANDER. — Explosions of Mixtures of Coal-gas and Air in a Closed Vessel (Explosions de mélanges de gaz d'éclairage et d'air en vase clos). — P. 340-349.

Les mélanges de gaz d'éclairage et d'air ne sont inflammables que lorsque le volume de gaz est supérieur à la dix-septième partie du volume total. Il n'y a alors qu'une très petite fraction du gaz qui brûle. La quantité de gaz brûlée augmente rapidement avec la richesse du mélange en gaz d'éclairage jusqu'à ce que la proportion de gaz soit la onzième partie du volume total. Le moins inflammable des constituants brûle alors, et la combustion devient et reste complète aussi longtemps que l'air est en excès. Dans ce dernier cas, il est encore probable que les constituants brûlent successivement et non simultanément.

L'hypothèse d'une chaleur spécifique augmentant avec la tempé-

(1) *Physic. Review*, t. XVI, p. 140 ; 1903 ; — et *J. de Phys.*, 4e série, t. III, p. 187 ; 1904.

rature n'est pas vérifiée par l'expérience directe et ne peut être prouvée par aucun travail sur les pressions produites par explosion. Les auteurs croient que, pour prouver cette hypothèse, il serait nécessaire de mesurer les températures.

Les expériences directes de Deville à des températures inférieures à 1.400° C. ont montré que la vapeur d'eau et l'anhydride carbonique sont partiellement dissociés, et cette dissociation est considérée par les auteurs comme la seule explication possible de la différence entre les pressions calculées pour les explosions en vases clos et celles qui sont obtenues réellement.

S.-J. BARNETT. — Note on Dr. H. A. Wilson's Memoir «On the Electric Effect of Rotating of a Dielectric in a Magnetic Field » (Note sur le mémoire de M. H.-A. Wilson : Sur l'effet électrique de la rotation d'un diélectrique dans un champ magnétique). — P. 367-369.

LARMOR. — Note on the Preceding Paper (Note sur le mémoire précédent). — P. 369.

Critique des équations employées par M. H.-A. Wilson (1) dans son mémoire sur l'effet électrique de la rotation d'un diélectrique dans un champ magnétique.

J.-C.-M. GARNETT. — Colours in metal Glasses, in metallic Films and in metallic Solutions. II (Couleurs dans les verres, les pellicules et les solutions métalliques, 2e partie). — P. 370-373.

L'auteur a calculé des expressions donnant l'indice de réfraction et le coefficient d'absorption d'un milieu complexe consistant en métal à l'état de petites sphères (granulaire) et de molécules distinctes (amorphe) diffusées dans un milieu transparent non dispersif et isotrope (le solvant), en fonction des constantes optiques correspondantes du métal normal. Il en déduit les formules particulières qui s'appliquent quand la proportion en volume du métal dans le milieu est faible, comme c'est le cas pour les verres métalliques et les solutions colloïdales de métal dans l'eau.

Au moyen de ces formules et des constantes optiques de l'or, de l'argent et du cuivre, déterminées expérimentalement pour des lu-

(1) *Philos. Trans.*, A, t. CCIV; — *Proceed. of the Roy. Soc.*, t. LXXIII, p. 490; — et *J. de Phys.*, 4e série, t. IV, p. 288 ; 1905.

mières monochromatiques de différentes longueurs d'onde, l'auteur calcule les valeurs numériques des constantes optiques correspondantes qui seraient possédées par des diffusions de sphères et de molécules dans le verre, l'eau ou le vide. Il mesure alors l'absorption de lumière monochromatique (c'est-à-dire le logarithme du rapport des intensités de cette lumière avant et après son passage à travers l'unité de longueur du milieu) pour des verres rubis d'or, d'argent et de cuivre.

La comparaison des absorptions mesurées du verre rubis d'or avec les absorptions calculées de sphères d'or et de molécules d'or diffusées dans le verre montre que la couleur du verre rubis d'or est due, en premier lieu, à la présence de sphères (et non de molécules) d'or. Les couleurs irrégulières, bleu ou pourpre, présentées quelquefois par le verre rubis d'or s'expliquent par la présence de cristallites causées par la coagulation des sphères d'or.

En comparant les absorptions d'une solution colloïdale d'or dans l'eau avec les absorptions calculées de sphères et de molécules d'or diffusées dans l'eau, on arrive à cette conclusion que l'or colloïdal consiste en petites sphères en suspension.

On arrive à des conclusions identiques pour le verre teinté à l'argent et pour les solutions colloïdales d'argent ainsi que pour le verre rubis de cuivre, bien que, dans ce dernier, il y ait probablement quelques molécules de cuivre.

Le calcul montre que des sphères de cobalt diffusées donneraient au verre une coloration rougeâtre; le verre de cobalt n'est donc pas coloré par le métal sous forme métallique.

Les couleurs produites dans les verres d'or, d'argent et de sodium par la radiation de l'émanation du radium semblent montrer que ces verres contiennent des ions métalliques libres, et que c'est par la décharge de ces ions et la réduction subséquente du métal que les rayons cathodiques et les rayons de Becquerel sont susceptibles de colorer les verres.

L'auteur arrive à cette conclusion que l'argent de Carey Lea (1) n'est pas de l'argent allotropique, mais est formé d'argent normal à l'état finement divisé, mais pas nécessairement granulaire.

Il en est probablement de même pour certains métaux que leurs propriétés optiques en solution ont fait envisager comme des formes

---

(1) *Americ. Journ. of Science*, 1889; — et *Philos. Mag.*, 1891.

allotropiques, par exemple le plomb de Bolley(1), l'argent et le cuivre de Schützenberger (2).

W.-E. WILSON. — The Evolution of the Spectrum of a Star during its Growth from a Nebula (Evolution du spectre d'une étoile pendant sa croissance à partir d'une nébuleuse). — P. 374-380.

Ce mémoire se résume ainsi :

1° Si la température d'une étoile est suffisamment élevée pour permettre aux gaz, s'ils sont assez denses, d'émettre toutes leurs raies jusqu'à l'extrême ultra-violet, un accroissement de température altère peu leur spectre ;

2° Des différences dans la pression partielle d'un gaz quelconque dans deux étoiles de même température peuvent avoir un grand effet sur la détermination des raies visibles dans leur spectre ;

3° Des étoiles dont les températures s'élèvent et s'abaissent légèrement à partir du point critique auquel les nuages photosphériques se forment ont des spectres qui diffèrent considérablement ;

4° D'après ces résultats, il semble impossible de classer les étoiles d'après une échelle de température seulement.

A. NOBLE. — Researches on Explosives, Part III (Recherches sur les explosifs, 3e partie). — P. 381-386.

Researches on Explosives. — Supplementary Note (Recherches sur les explosifs. — Note supplémentaire). — P. 512-514.

Poursuivant ses recherches sur les explosifs, l'auteur a étudié, en particulier, les différences dans les transformations que les explosifs modernes subissent quand ils sont allumés sous des différences de pression graduellement croissantes et considérables. Les expériences ont porté sur la cordite ordinaire, la cordite marque M. D. et une nitro-cellulose marque R.-R. Rottweil.

L'auteur a constaté que, pour ces trois explosifs, la transformation à l'allumage paraît suivre les mêmes lois générales. Ainsi, pour les trois, il y a, avec une augmentation de pression, d'abord une légère augmentation, puis une diminution continue du volume des gaz produits. Pour ces explosifs, une augmentation de pression

(1) Voir Roberts-Austen, *Métallurgie*, p. 90.
(2) *Bullet. Soc. Chim.*, t. XXX, p. 3 ; 1878.

produit une augmentation du volume d'anhydride carbonique et une forte diminution des volumes de l'oxyde de carbone et de l'hydrogène, tandis que le méthane, dont le pourcentage est presque insignifiant aux basses pressions, augmente très rapidement.

Il y a quelques variations dans le pourcentage de l'azote et de la vapeur d'eau ; mais, d'une façon générale, ces constituants peuvent être regardés comme presque constants.

La chaleur développée diminue d'abord un peu quand la pression augmente, puis elle augmente très rapidement.

Les énergies potentielles (produit du volume de gaz dégagé par la température d'explosion) sont :

Pour la cordite ordinaire.....	0,9762
— M. D.........	0,8387
Pour la nitro-cellulose.......	0,7464

La plus haute énergie potentielle a été obtenue avec la cordite à une densité de charge de 0,5.

L'érosion absolue produite par les trois explosifs dépend entièrement de la chaleur développée par l'explosion.

Dans sa note complémentaire, M. Noble a recalculé les températures atteintes avec différentes densités de charge en se basant sur les valeurs des chaleurs spécifiques des gaz à haute température données récemment par MM. Holborn et Austin [1]. Il arrive à des résultats presque identiques à ceux qu'il avait trouvés antérieurement pour la cordite et pour de fortes densités de charge (0,35 à 0,50). Mais, pour des densités plus petites, les valeurs déduites sont bien inférieures aux valeurs déjà trouvées. Des substances diverses, comme le carbone, le platine, le tantale, l'osmium et le titane, placées dans la charge, ont été toutes plus ou moins fondues ou volatilisées pendant la minime fraction de seconde où elles ont été exposées à la chaleur maximum.

W. CROOKES. — On the Phosphorescent Spectra of Sδ and Europium (Sur le spectre phosphorescent de Sδ et de l'europium). — P. 411-414.

L'auteur a étudié le spectre phosphorescent de l'europium pur préparé par M. Urbain sous forme de sulfate igné. La photographie

(1) *Preuss. Akad. Wiss.*, *Berlin Sitz. Ber.*, t. V, p. 175.

montre l'absence complète de bandes de phosphorescence entre λ 4800 et λ 2536. Le spectre visible consiste presque exclusivement en deux raies rouges dont la plus réfrangible est nébuleuse et faible, tandis que l'autre est très brillante, avec une faible nébulosité à la place de la raie du sodium. La raie brillante, que Demarçay croyait être identique à la raie Sδ de Crookes, est produite par l'europium et le gadolinium. Des mesures rigoureuses montrent que la longueur d'onde de la raie de l'europium est λ 6128, et celle de Sδ, λ 6094.

Cependant, lorsque à un mélange d'yttrium et de samarium on ajoute un peu d'europium, on voit se former une raie brillante à λ 6094.

D'autre part, l'addition de chaux à l'europium produit un déplacement de la raie intense de cette dernière substance vers λ 6153, tandis que la raie faible devient presque aussi intense que l'autre.

C. Mc LEOD. — Records of Difference of Temperature between Mc Gill College Observatory, and the Top of Mount Royal, Montreal (Enregistrement des différences de température entre l'observatoire du Collège Mc Gill et le sommet du mont Royal, Montréal). — P. 415-418.

Cet enregistrement présente ceci de particulier que, le sommet de la montagne étant inaccessible pendant la plus grande partie de l'hiver, les indications des instruments qui s'y trouvent placés sont obtenues dans la ville même par une transmission électrique couverte. Les thermomètres sont du type Callendar à résistance de platine. Le système fonctionna parfaitement pendant plus d'une année. On a observé que tout changement marqué de température à la station inférieure est invariablement précédé par un changement analogue à la station supérieure dans un intervalle de vingt-quatre à quarante-huit heures.

B. HOPKINSON et F. ROGERS. — The Elastic Properties of Steel at High Temperatures (Propriétés élastiques de l'acier aux températures élevées). — P. 419-425.

Les propriétés élastiques de l'acier et du fer ont été étudiées jusqu'à la température de 800° C. et pour des tractions inférieures à celles qui produisent la rupture du métal. Lorsque la température s'élève, les relations entre la tension et la déformation subissent un changement remarquable qu'on peut exprimer en disant que l' « effet

de temps » ou « trainage » augmente beaucoup avec la température. L'acier, aux hautes températures, se comporte comme le caoutchouc ou le verre; s'il est soumis à une tension pendant un certain temps, puis qu'on supprime la charge, il ne revient pas aussitôt à son état primitif; mais, après la rétraction élastique, il y a une faible contraction perceptible pendant plusieurs minutes.

Cet effet peut être décelé à la température ordinaire; mais, à la chaleur rouge, il atteint un degré différent d'amplitude, devenant alors une fraction notable de la déformation totale.

C. CUTHBERTSON et E.-B.-R. PRIDEAUX. — On the Refractive Index of Gaseous Fluorine (Sur l'indice de réfraction du fluor gazeux). — P. 426-427.

Les auteurs ont déterminé l'indice de réfraction du fluor gazeux pour la lumière jaune de sodium au moyen du réfractomètre de Jamin. La moyenne de quatre expériences concordantes donne pour la réfractivité $(\mu - 1) 10^6$ le nombre 195, avec une erreur inférieure à 30/0 de la valeur exacte. Elle est à la réfractivité du chlore dans le rapport de 1 à 4, rapport identique au rapport des réfractivités du néon, de l'oxygène et de l'azote à celles de l'argon, du soufre et du phosphore.

W.-N. HARTLEY. — The absorption Spectrum and Fluorescence of Mercury Vapour (Le spectre d'absorption et la fluorescence de la vapeur de mercure). — P. 428-430.

Le mercure est volatilisé dans un tube de quartz d'Heraeus muni d'une tubulure latérale par laquelle le métal peut être distillé et condensé. Les rayons de l'étincelle condensée d'électrodes de plomb-cadmium ou d'étain-cadmium passent à travers le tube et à travers une lentille cylindrique de quartz qui les concentre sur la fente d'un spectromètre de quartz.

1° *Spectre d'absorption.* — Tous les rayons sont transmis depuis le rouge jusqu'à un point situé dans l'ultra-violet où se trouve une raie de l'étain à λ 2371,67. De ce point jusqu'à λ 2326,8, il y a une bande d'absorption très intense et bien définie, un peu dégradée du côté du rouge. Après cette bande, les rayons sont transmis avec une pleine intensité jusqu'à une longueur d'onde d'environ 2.000.

2° *Fluorescence.* — Lorsque le mercure est en pleine ébullition,

tout le côté du flacon le plus rapproché de l'étincelle s'illumine avec une fluorescence verte. Celle-ci pénètre d'environ un tiers dans le flacon et illumine l'intérieur. Le verre de quartz lui-même n'est pas fluorescent.

Les solutions de chlorure de mercure ne présentent pas de bandes d'absorption.

La bande d'absorption dans la vapeur de mercure appartient à la vapeur elle-même; elle est accompagnée d'une forte fluorescence entre un certain maximum et un certain minimum de température situés très près du point d'ébullition.

Une question reste à élucider, c'est celle de savoir si les radiations absorbées par la vapeur de mercure réapparaissent avec une réfrangibilité plus faible comme lumière vert jaunâtre, conformément à la loi de Stokes.

G. QUINCKE. — The Formation of Ice and the Grained Structure of Glaciers (Formation de la glace et structure granulaire des glaciers). — P. 431-439.

Série de quarante conclusions très concises qu'il serait difficile de résumer, et qui constituent un historique complet des glaciers.

Lord RAYLEIGH. — On the Influence of Collisions and of the Motions of Molecules in the Line of Sight, upon the Constitution of a Spectrum Line (Sur l'influence des collisions et du mouvement des molécules dans la ligne de visée sur la constitution d'une raie spectrale). — P. 440-444.

Si l'on excepte l'influence des collisions et du mouvement des molécules ainsi que quelques autres causes de perturbation, une raie spectrale d'un gaz radiant devrait être infiniment étroite. Il y a déjà longtemps que l'auteur (1), d'après quelques déterminations d'Ebert, a recherché l'élargissement des raies résultant du mouvement des molécules dans la ligne de visée, en prenant comme base la loi bien connue de Maxwell qui régit la distribution des vitesses dans les molécules qui se choquent. Il a calculé, en outre, le nombre de bandes d'interférence probables d'après une certaine hypothèse sur le degré de contraste, entre les parties sombres et brillantes, nécessaire à la visibilité. Dans cette étude, l'auteur n'a tenu aucun compte des collisions, les vibrations provenant de chaque molécule étant

(1) *Phil. Mag.*, t. XXVII, p. 298; 1889.

supposées maintenues avec une régularité complète pour un temps indéfini.

Bien que l'on connaisse peu de choses avec certitude sur la genèse de la radiation, on a longtemps pensé que les collisions agissent comme une autre cause de perturbation. On suppose que les vibrations d'une molécule ne sont pas altérées lorsqu'elle décrit une trajectoire libre, mais qu'elles sont soumises à une altération de phase et d'amplitude lorsqu'on rencontre une autre molécule. Une limitation du nombre de vibrations, exécutées avec régularité, implique nécessairement une certaine indétermination dans la fréquence, c'est-à-dire une dilatation de la raie spectrale. Dans sa nature, cet effet est indépendant de l'effet Doppler, — par exemple, il diminue relativement à ce dernier si les molécules sont plus petites, — mais le problème se pose naturellement de calculer l'action simultanée des deux causes sur la constitution d'une raie spectrale. C'est la question qui fut étudiée par M. C. Godfrey dans un mémoire intéressant (1), et le but principal de la note de lord Rayleigh est de commenter ce travail.

Les formules obtenues par M. Godfrey sont assez compliquées, et ne sont discutées que dans le cas où la densité du gaz est réduite sans limite. D'après l'hypothèse de l'auteur, cette réduction ferait disparaître l'influence des collisions, de sorte que les résultats coïncideraient avec ceux qu'on obtient en ne tenant pas compte de ces collisions.

Néanmoins les résultats des deux calculs diffèrent de 10 0/0; ceux de M. Godfrey donnent une raie spectrale plus étroite que les autres. Cette différence de 10 0/0 n'est pas très importante en elle-même, mais un écart de ce genre fait naître un doute qu'il serait désirable de dissiper, si possible. M. Godfrey lui-même qualifie la différence de paradoxale, et émet quelques considérations dans le but d'élucider la question. L'auteur pense que la correction de 10 0/0 est inadmissible, et qu'il n'y a ni ambiguïté, ni discontinuité en passant à la limite des trajectoires libres infiniment longues. Il est disposé à croire que le calcul de M. Godfrey comporte une erreur se rapportant au procédé par lequel on prend la moyenne des diverses trajectoires libres.

---

(1) *Phil. Trans.*, A, t. CXCV, p. 329; 1899.

J.-H. POYNTING et P. PHILIPS. — An Experiment with the Balance to find if Change of Temperature has any Effect upon Weight (Expérience avec la balance pour trouver si un changement de température a une influence sur le poids). — P. 445-457.

Les auteurs ont soumis à un examen expérimental minutieux la question d'une action possible de la température sur le poids des corps. Les meilleures expériences ont été faites entre la température ordinaire et celle de l'air liquide, et ont conduit à cette conclusion que, si un tel effet existe, il est, entre ces limites, inférieur à 2 millièmes de milligramme pour la masse de 208 grammes employée dans ces expériences, ou à un cent-millionième en valeur relative pour l'écart (de 200° environ) de la température des expériences.

Dans les limites de précision qu'il est actuellement possible d'atteindre, on peut donc dire que l'action cherchée n'existe pas.

W. CROOKES. — A New Formation of Diamond (Une nouvelle formation de diamant). — P. 458-461.

En adoptant pour le carbone les valeurs suivantes :

Point d'ébullition....	3.870° absolus
Point de fusion......	4.400° —
Température critique.	5.800° —
Pression critique.....	2.320 atmosphères

les formules de Rankine ou de Van der Waals, calculées d'après le point d'ébullition et les valeurs critiques, donnent

$$\log P = 10,11 - \frac{39120}{T},$$

d'où l'on tire, pour la pression du point de fusion, 16,6 atmosphères.

Le même raisonnement appliqué à d'autres températures montre qu'au-dessus de 5.800° absolus aucune pression ne pourra faire passer le carbone de l'état de vapeur à l'état liquide, tandis qu'à 4.400° abs. une pression voisine de 17 atmosphères suffira pour le liquéfier.

Dans leurs recherches sur les gaz qui se dégagent dans l'inflammation de la poudre à canon et de la cordite, sir F. Abel et sir A. Noble ont obtenu, dans des cylindres en acier, des pressions atteignant 95 tonnes par pouce carré et des températures allant jusqu'à

4.000° C. Dans un mémoire récent[1], sir A. Noble, faisant exploser la cordite en vase clos, a obtenu une pression de 8.000 atmosphères (soit 50 tonnes par pouce carré) avec une température atteignant vraisemblablement 5.400° absolus. Grâce à l'amabilité de sir A. Noble, l'auteur a pu travailler sur quelques résidus obtenus dans les vases fermés après l'explosion, et il les a soumis au même traitement que le fer granulé de M. Moissan[2]. Après quelques semaines de recherches, il a pu retirer le carbone amorphe, le graphite, la silice et autres constituants de la cendre de cordite, et obtenir un résidu dans lequel on pouvait distinguer, au microscope, des particules cristallines. Quelques-unes de ces particules, d'après leur forme cristalline et leur double réfraction, étaient constituées par du carbure de silicium ; d'autres étaient probablement du diamant. Tout le résidu fut alors séché et fondu au rouge dans un excès de bifluorure de potassium auquel on ajoutait, pendant la fusion, 5 0/0 de salpêtre. Le résidu, après un lavage soigneux et chauffage dans l'acide sulfurique fumant, fut lavé, séché, et les grosses particules cristallines furent réunies et montées.

Il n'y a guère que le diamant qui puisse supporter sans se modifier le traitement chimique précédent et, du reste, les connaisseurs qui font autorité en cristallographie ont confirmé l'opinion de l'auteur d'après laquelle les cristaux microscopiques constituaient bien des diamants.

G.-T. BEILBY et H.-N. BEILBY. — The Influence of Phase Changes on the Tenacity of Ductile Metals at the Ordinary Temperature and at the Boiling Point of Liquid Air (Influence des changements de phase sur la ténacité des métaux ductiles à la température ordinaire et au point d'ébullition de l'air liquide). — P. 462-468.

Les auteurs ont constaté qu'il est possible de surétirer un fil de telle façon que sa ténacité, ayant passé par un maximum, diminue ensuite constamment. Pour l'or, la plus grande ténacité est produite par l'étirage à trois fois et demie sa longueur initiale ; mais, en l'étirant à treize fois et demie cette longueur, la ténacité n'est que faiblement réduite. Les ténacités maxima, en tonnes par pouce carré, ont été les suivantes :

---

(1) *Proceed. of the Roy. Soc.*, t. LXXVI, A, p. 381 ; —et *J. de Phys.*, ce vol., p. 81.
(2) *Chem. News*, t. LXXVI, p. 14 ; 1897.

	Ténacité maxima à la température ordinaire	Ténacité maxima à — 182°
Or.........	15,6	22,4
Argent.....	25,7	34,4
Cuivre.....	28,4	36

Il semble donc que, pour chaque métal, il y ait une température à laquelle l'étirage des fils produit la ténacité maximum.

Pour les métaux examinés, cette température est bien inférieure à 15°; elle est peut-être même inférieure à — 182°.

V.-H. VELEY et J.-J. MANLEY. — The refractive Indices of Sulphuric Acid at different Concentrations (Les indices de réfraction de l'acide sulfurique sous différentes concentrations). — P. 469-487.

Les auteurs ont mesuré les indices de réfraction des mélanges d'eau et d'acide sulfurique pour des concentrations variant de moins de 1 0/0 à plus de 99 0/0. Les mesures ont été faites pour les raies H_α, D, H_β et H_γ, et les résultats comparés, dans certains cas, avec les expériences antérieures de van der Willigen. Les coefficients de température, entre des limites pratiques, ont été mesurés, et les valeurs obtenues ont servi à ramener tous les indices à la température de 15°.

Les résultats furent les suivants :

1° La valeur maximum des indices de réfraction et de la première constante de la formule de Cauchy a lieu en un point qui correspond approximativement à la composition de l'hydrate $SO^4H^2.H^2O$; mais toute indication de l'existence d'autres hydrates est douteuse;

2° Le facteur de Lorentz $\frac{\mu^2 - 1}{(\mu^2 + 2)\, d}$ est une fonction linéaire du pourcentage jusqu'à 90 0/0. Il y a, toutefois, une légère altération pour la concentration de 30 0/0;

3° Les indices de réfraction, les constantes de Cauchy et le facteur de Lorentz présentent tous des irrégularités pour des concentrations allant de 92 à 100 0/0; elles sont cependant concordantes et indiquent une densité maximum à 97 0/0 environ et un point minimum entre 99 et 100 0/0. La question de savoir si la substance SO^4H^2 existe comme une entité distincte n'est pas encore résolue;

4° Les auteurs ont étudié accessoirement l'effet de l'anhydride carbonique et de la silice sur l'indice de réfraction de l'eau, mais l'interprétation finale des résultats nécessite de nouvelles recherches.

Sir W. HUGGINS et Lady HUGGINS. — On the Spectrum of the Spontaneous Luminous Radiations of Radium, Part III : Radiation in Hydrogen (Sur le spectre de la radiation lumineuse spontanée du radium, 3e partie : Radiation dans l'hydrogène). — P. 488-492.

Continuation des recherches effectuées sur la radiation du radium[1]. Les auteurs se sont proposés de photographier le spectre de la lumière émise par le bromure de radium lorsqu'il est placé dans une atmosphère d'hydrogène, afin de rechercher si l'on a affaire à de l'azote occlus ou à de l'azote atmosphérique et, en second lieu, de déterminer si le radium est capable de rendre l'hydrogène lumineux.

Les expériences réalisées semblent montrer que la lumière spontanée du radium ne peut être produite par aucune forme de ses radiations agissant sur l'azote de l'air extérieur; elle serait produite, par une action plus directe, au moyen de rencontres, avec les molécules d'azote associées en quelque sorte au radium, des molécules de radium en train de subir des changements actifs.

J.-E. PETAVEL. — The Pressure of Explosions. Experiments on solid and gaseous Explosives (La pression des explosions. Expériences sur les explosifs solides et gazeux). — P. 492-494.

Dans la première partie du mémoire se trouve la description de l'appareil employé pour l'étude des explosifs soit solides, soit gazeux. Les pressions sont enregistrées photographiquement sur un cylindre tournant au moyen d'un manomètre de construction spéciale. Les pressions mesurées vont de 100 à 1.800 atmosphères.

La seconde partie traite spécialement des propriétés de la cordite. Les résultats confirment l'hypothèse que la combustion de la cordite procède par surfaces parallèles. La vitesse avec laquelle la flamme se propage vers le centre de chaque particule de l'explosif est proportionnelle à la pression sous laquelle a lieu la combustion. D'une façon générale, ce travail confirme les remarquables propriétés de la cordite relativement à sa puissance et à la régularité des effets produits.

---

(1) *Proceed. of the Roy. Soc.*, t. LXXII, pp. 196 et 409 ; — et *J. de Phys.*, 4e série, t. III, p. 630 ; 1904.

R.-C. MACLAURIN. — On Newton's Rings formed by metallic Reflection (Sur les anneaux de Newton formés par réflexion métallique). — P. 515-544.

En 1876, G. Stokes ([1]) a appelé l'attention sur un phénomène remarquable de réflexion métallique. Quand des anneaux de Newton sont formés entre une lentille et une lame métallique et sont regardés en lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, on remarque que, lorsque l'angle d'incidence augmente, les anneaux, qui sont d'abord à centre noir, disparaissent quand on arrive à l'angle de polarisation du verre et réapparaissent ensuite avec un centre blanc; ils restent dans cet état jusqu'au moment où l'on ne peut plus les apercevoir.

L'auteur a traité mathématiquement le problème et est arrivé à cette conclusion que le phénomène signalé par Stokes s'accorde avec les principes connus de la réflexion métallique sans nécessiter l'introduction d'effets de transition graduelle entre les milieux.

J.-H. JEANS. — On the Laws of Radiation (Sur les lois de radiation). — P. 545-552.

Les résultats suivants résument la communication de M. Jeans :

1° La loi de radiation d'un radiateur parfait est de la forme

$$\lambda^{-4} T f(\lambda T)\, d\lambda,$$

de telle sorte que la loi de Stéphan et la loi du déplacement de Wien sont exactement vérifiées par la radiation de ce radiateur idéal;

2° Pour de grandes valeurs de λT, la forme de la fonction $f(\lambda T)$ s'approche d'une constante, résultat dû à Lorentz;

3° Pour de faibles valeurs de λT, la forme de la fonction $f(\lambda T)$ est telle qu'elle diminue très rapidement quand λ diminue et finalement tend vers zéro de la même manière que la fonction $e^{-\frac{c}{\lambda T}}$.

C. SWINTON. — The Transit of Ions in the Electric Arc (Le passage des ions dans l'arc électrique). — P. 553-556.

L'auteur s'est proposé de vérifier expérimentalement que, dans l'arc électrique, les électrodes positives et négatives émettent res-

([1]) *Brit. Assoc. Report*, Glasgow, 1876.

pectivement des corpuscules ou ions électrisés positivement et négativement et qui, sous l'influence de la répulsion électrique, passent à travers l'arc et bombardent l'électrode opposée à celle qui les a émis. On suppose en outre que le courant électrique est lui-même transporté par ces ions et que la haute température des électrodes est produite par leur bombardement.

La méthode employée par l'auteur ressemble à celle qu'employa M. Perrin [1] pour prouver la charge négative transportée par les rayons cathodiques. Un petit trou est percé dans l'axe de l'une des électrodes de charbon et, immédiatement derrière cette ouverture, on fixe un cylindre de Faraday isolé dont l'ouverture est dans l'axe de l'électrode et en face du trou percé dans cette électrode. Toute différence de potentiel entre le cylindre de Faraday et l'électrode percée peut être mesurée au moyen d'un galvanomètre. La seconde électrode est un crayon de charbon ordinaire et, suivant qu'elle est chargée positivement ou négativement, on trouve que des charges positives ou négatives sont communiquées au cylindre de Faraday, pourvu que l'arc couvre l'ouverture percée dans l'électrode. Ces résultats, qui confirment la théorie rappelée plus haut, ont été obtenus à la fois dans l'arc à la pression atmosphérique et aussi dans le vide. Les déviations du galvanomètre augmentent considérablement avec le degré du vide et, pour un vide donné, on obtient une déviation beaucoup plus grande lorsque la deuxième électrode est chargée négativement. Ces résultats concordent avec le fait connu que les ions négatifs ont une vitesse plus grande que les ions positifs.

R.-B. DENISON et B.-D. STEELE. — The Accurate Measurement of Ionic Velocities (Mesure exacte des vitesses des ions). — P. 556-557.

Les auteurs ont réussi à se passer de l'emploi de la gélatine. L'appareil se compose de deux réservoirs, munis chacun d'un vase spécial à électrodes, et d'un tube de mesure de section connue dans lequel est placée la solution à étudier. L'un des réservoirs contient une solution de sel dont le cathion est plus lent que celui qu'on veut mesurer, et l'autre une solution de sel dont l'anion est également plus lent que celui qu'on veut mesurer. Quand un courant passe à travers un tel système, il se forme une bordure électrolytique à vitesse cons-

(1) *C. R.*, t. CXXI, p. 1130 ; 1895.

tante, pourvu que certaines conditions soient réalisées. Le tube de mesure est muni, à chaque extrémité, d'une cloison en papier parchemin qui facilite la formation d'une bordure électrolytique très nette entre l'indicateur et les solutions à étudier. Ces cloisons peuvent être enlevées lorsque les bordures se sont formées ; il ne reste plus aucune membrane entre les deux électrodes, et l'électrolyse n'est pas compliquée par l'intervention de l'endosmose électrique.

Les auteurs ont mesuré les nombres de transports et les vitesses moyennes absolues des ions d'un certain nombre de sels. La méthode est au moins aussi exacte que celle de Hittorf et exige dix fois moins de temps.

J. DEWAR et H.-O. JONES. — The Physical and Chemical Properties of Iron carbonyl (Propriétés physiques et chimiques du fer-carbonyle). — P. 558-577.

Le fer-carbonyle pur est un liquide jaune, qui bout à 102°,5 C. et se congèle à — 20° C. en un solide jaune qui devient incolore à — 180° C. L'analyse, la densité de vapeur et la cryoscopie dans la benzine lui assignent la formule $Fe(CO)^5$. Sa densité à 0° est 1,4937 ; à 60°, 1,3828. Température critique, 288° C. Pression critique, 29,6 atmosphères. Densité critique, 0,49.

Le volume moléculaire du fer-carbonyle à son point d'ébullition est 150, de sorte qu'en prenant 7 comme volume de l'atome de fer le volume de chaque groupe CO est 28,6. Le volume moléculaire de l'oxyde de carbone à son point d'ébullition est 35 ; il y a une plus grande contraction dans la formation du fer-carbonyle au moyen de CO liquide et de fer que dans la formation du nickel-carbonyle dans les mêmes conditions.

W.-C.-D. WHETHAM. — The Electrical Conductivity of Dilute Solutions of Sulphuric Acid (Conductibilité électrique des solutions diluées d'acide sulfurique). — P. 577-583.

Les dissolvants employés ont été : une eau redistillée de bonne qualité ; la même eau renfermant une trace d'anhydride carbonique ; la même eau avec une trace de chlorure de potassium, et enfin la même eau débarrassée autant que possible de l'anhydride carbonique et d'autres impuretés volatiles par ébullition répétée sous pression réduite.

Les résultats ont été les suivants : Dans les limites des erreurs expérimentales, la conductibilité de l'acide dilué n'est pas affectée par l'ébullition de l'eau sous pression réduite, quoique la conductibilité du dissolvant soit diminuée de beaucoup. La conductibilité équivalente de l'acide n'est pas affectée par l'addition, à l'eau, d'une petite quantité de chlorure de potassium, bien que la conductibilité du dissolvant augmente beaucoup. Mais l'addition d'un peu d'anhydride carbonique fait diminuer la conductibilité équivalente de l'acide sulfurique d'une quantité appréciable et bien supérieure à celle qu'on aurait pu prévoir.

René PAILLOT.

JOURNAL DE CHIMIE-PHYSIQUE ;

T. IV, n°s 1, 2, 3, 4; 1906.

A. GUNTZ et H. BASSETT JUNIOR. — Sur la chaleur de formation de quelques composés du calcium. — P. 1.

Le calcium métallique pur a été obtenu en quantité suffisante par distillation dans le vide du calcium électrolytique.

La chaleur de formation de la chaux anhydre a été étudiée en passant par la réaction du calcium sur l'acide chlorhydrique étendu. On a trouvé le nombre $151^c,9$, qui diffère de $20^c,4$ en plus de celui donné par Thomsen. Il est également plus fort que celui de M. Moissan, qui dissolvait le calcium dans l'eau pure. Des expériences directes montrent que, dans cette méthode, la chaux n'est jamais complètement dissoute, et que l'on trouve des résultats d'autant plus élevés que l'on opère sur de plus petites quantités de matière.

Cette valeur, appliquée au calcul de la chaleur de formation du carbure de calcium, donne $+ 13,15$ au lieu de $- 7,25$, qui avait été calculée par M. de Forcrand.

On a pu également, en partant de cette donnée expérimentale, mesurer les chaleurs de formation de l'azoture et de l'hydrure de calcium; les résultats obtenus sont bien du même ordre que ceux qu'on obtient pour les composés correspondants du lithium et du baryum. On a pour :

Les hydrures	Les azotures
$Li^2 + H^2 + 43,2$	$Li^2 + Az^2 + 99,0$
$Ca + H^2 + 46,2$	$Ca^3 + Az^2 + 111,2$
$Ba + H^2 + 37,5$	$Ba^3 + Az^2 + 149,4$

*M. WILDERMANN. — Sur des piles actionnées par la lumière. — P. 10.

M. Wildermann, ayant appliqué les principes de la dynamique chimique de Gibbs aux systèmes qui subissent l'influence de la lumière, avait déjà conclu (1) que, dans un système chimique en équilibre, la lumière a pour effet de détruire le système qui correspond à la plus grande absorption de lumière.

Il fut conduit à ce résultat en admettant que le potentiel chimique d'une substance devient plus grand quand elle est exposée à la lumière. L'étude détaillée de l'action de la lumière sur la différence de potentiel entre une électrode placée à la lumière et une autre identique maintenue dans l'obscurité a pu être poursuivie dans tous ses détails au moyen d'un galvanomètre très sensible et de la méthode photographique.

On a reconnu ainsi que les piles actionnées par la lumière étaient aussi variées que les piles galvaniques, différant d'elles seulement par des phénomènes caractéristiques au début et à la fin de l'action.

La force électromotrice totale est due à une force électromotrice provenant de la lumière (accroissement du potentiel chimique et de la tension de dissolution de la plaque exposée) et à une force électromotrice thermique (contact de la plaque avec le liquide chauffé), ces deux forces agissant dans le même sens.

L'auteur a rencontré des combinaisons donnant des piles variables présentant de la polarisation, la force électromotrice inverse ne prenant pas naissance ou ne disparaissant pas avec la même vitesse ; cela permet d'expliquer les phénomènes de renversement signalés par MM. Becquerel et Minchin.

La loi qui gouverne la période d'induction (ou de déduction) d'une pile constante réversible est de même forme que celle qui a été donnée par l'auteur pour toutes les transformations de systèmes hétérogènes. Elle peut s'écrire ici :

$$\frac{d\pi}{d\tau} = c\,(\pi'_0 - \pi)\,(\pi - \pi_0 + K),$$

(1) *J. de Phys.*, 4e série, t. II, p. 266 ; 1903.

c'est-à-dire que la vitesse avec laquelle le système s'approche de son nouvel état d'équilibre, où la force électromotrice sera constante, π'_0, est directement proportionnelle à $(\pi'_0 - \pi)$, π étant la force électromotrice au temps τ. Elle est, de plus, proportionnelle à l'effet déjà produit par la lumière (π_0 étant la force électromotrice initiale dans l'obscurité) et à K (constante d'instabilité). Cette formule peut être considérée comme fondamentale en photographie.

Ces considérations ont été appliquées aux piles constantes réversibles par rapport au cation ou à l'anion. Il a été établi que le travail maximum effectué par un système réversible est directement proportionnel à l'intensité de la lumière.

G. URBAIN. — Recherches sur les terres rares. — P. 31, 106.

L'étude détaillée des méthodes de séparation des terres rares, appliquée ici au groupe terbique, a permis à l'auteur de préciser les meilleures conditions dans lesquelles peut être effectuée cette séparation.

L'isomorphisme des sels est une bonne condition pour que l'échelonnement graduel des constituants par cristallisation successive puisse être poussé très loin. Il arrive cependant des cas où la limite est un mélange indédoublable, ce qui a pu faire croire qu'on avait affaire à des éléments nouveaux.

L'auteur a employé, en collaboration avec M. Lacombe, une nouvelle méthode, dite des éléments séparateurs. Il suffit de trouver un élément d'un autre groupe, qui présente avec les éléments à séparer un cas d'isomorphisme tel que la solubilité de l'élément séparateur soit comprise entre celle des deux sels correspondants de ces éléments. Le problème se ramène alors à l'isolement de l'élément séparateur, les deux corps à séparer étant considérés comme ses impuretés de tête et de queue.

Le contrôle des séparations nécessite l'emploi d'un assez grand nombre de caractères physiques. Au début les colorations suffisent, mais il faut bientôt avoir recours aux spectres d'absorption, dont les dessins à une même échelle permettent de suivre très loin la séparation. Si les sels ne sont pas colorés, il faut employer la méthode des spectres d'étincelle, qui est encore plus sensible que celle des spectres d'absorption. Cependant la constance de ces spectres dans une série

d'opérations ne prouve pas toujours la présence d'un élément unique; cette constance s'observe pour un mélange d'erbine et d'yttria.

A la suite du travail de Göste Bodman [1] signalant l'isomorphisme du nitrate et du sulfate de bismuth avec les sels correspondants des terres rares, l'auteur a pu multiplier ces cas d'isomorphisme et employer les sels de bismuth comme éléments séparateurs.

G. BAKKER. — A propos de l'équation d'état. — P. 67.

Observations au sujet de certaines allusions de M. Kohnstam aux travaux de l'auteur.

L. FRIDERICH. — Études numériques sur l'équation des fluides. Détermination des constantes *a* et *b*. — P. 123.

L'auteur admet la forme d'équation des fluides proposée par M. Van der Waals et l'égalité de deux racines de l'équation en v au point critique, fait démontré expérimentalement; mais il rejette l'hypothèse de l'égalité de la troisième racine en raison du fait expérimental que la valeur $b = \frac{R}{8}\frac{T_c}{p_c}$ n'est pas identique à la valeur $b = \frac{1}{3} v_c$.

Il est ainsi conduit pour b_c à l'expression unique :

$$b_c = -\frac{\frac{RT_c}{p_c} - 2v_c}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{RT_c}{p_c} - 2v_c\right)^2 + \left(\frac{RT_c}{2p_c v_c} - 1\right) v_c^2}.$$

Le calcul de b_c, en partant des données numériques de M. Young, donne pour le rapport $\frac{v_c}{b_c}$ le nombre constant 2,442 dans le cas des liquides normaux. Le rapport de la densité de vapeur théorique à la densité de vapeur au point critique doit alors être égal, pour les liquides normaux, à 3,85. Ce qui permet de calculer le coefficient de polymérisation pour les liquides anormaux :

$$A = \frac{dc}{3,85 dt}.$$

---

[1] *Ber. Chem. Gesell.*, 31, 1237; 1898.

Il est possible de calculer *a* et *b* pour d'autres températures. En particulier, en admettant : 1° que *a* et *b* sont indépendants des volumes, on obtient des valeurs a_1 ; 2° que *a* est seul indépendant du volume, on a des valeurs a_2 ; 3° que *a* et *b* ne dépendent que du volume, on a des valeurs a_3. Or on trouve que a_1, a_2, a_3 sont du même ordre de grandeur et paraissent bien ainsi limiter les valeurs réelles de *a*.

Les calculs ont porté sur l'isopentane et montré que *a* n'est pas fonction du volume seul, mais dépend aussi de la température et de la pression.

G. TER-GAZARIAN. — **Densités orthobares de l'acétonitrile et du propionitrile jusqu'au point critique.** — P. 140.

Ces mesures ont été faites au moyen de l'appareil d'Young modifié de façon à éviter une trop grande longueur du tube et la difficulté d'obtenir une grande étuve à température constante. Les tubes capillaires gradués sont soufflés à l'extrémité en une ampoule, et les capacités sont telles que, dans l'ampoule la plus remplie, le liquide occupe tout le récipient au point critique, et, dans l'ampoule la plus petite, le liquide augmente de volume jusqu'à une certaine limite, puis diminue à partir d'une certaine température. La détermination préalable des volumes des ampoules et des divisions permet ensuite, d'après les pesées initiales, d'obtenir la densité. Ces tubes sont chauffés dans une jaquette à double paroi où circulent les vapeurs de corps bien définis, sous pressions variables et déterminées.

La température critique déterminée directement a été trouvée égale à 274°,74 pour l'acétonitrile et 261°,2 pour le propionitrile. Les densités critiques sont respectivement 0,2371 et 0,2401, différant de la densité qui correspondrait, d'après la formule de Cailletet et Mathias, au triple de la densité à basse température ; il est vrai que la densité critique calculée par la formule des gaz parfaits diffère également et qu'il semble que ces liquides sont encore polymérisés à ces températures.

J. TIMMERMANS. — L'iode comme dissolvant cryoscopique. — P. 170.

L'iode a pu être employé aussi bien que le brome comme dissolvant cryoscopique, malgré sa forte tension de vapeur; il est relativement facile à manier. La constante calculée d'après la formule de Van t'Hoff est très élevée : 252,13 ; elle a été vérifiée expérimentalement par dissolution de l'iodure d'étain, qui se comporte normalement, et trouvée égale à 252. Dans ce dissolvant, on constate que les composés métalloïdiques ont un poids moléculaire normal ; les sels métalliques, au contraire, tendent à se polymériser.

PH.-A. GUYE. — Sur la revision des poids atomiques. — P. 174.

Examen des corrections les plus récentes apportées aux valeurs des poids atomiques, surtout par les méthodes physico-chimiques. Au sujet des variations de poids dans les réactions chimiques, il faut remarquer que ces variations, si elles existent, n'ont pas encore été trouvées supérieures à un deux-cent millième du poids total des substances employées, et elles ne risquent pas encore de mettre en doute les résultats donnés par les méthodes gravimétriques.

G. ROY.

PAUL-L. MERCANTON. — De l'inclinaison magnétique terrestre à l'époque de Hallstat. — *Bulletin de la Société vaudoise des sciences naturelles*, vol. XLII, juin-septembre 1906.

L'auteur avait précédemment étudié, par la méthode de Folgheraiter, des vases d'argile cuite provenant des stations lacustres du lac de Neuchâtel et datant du bel âge du bronze : il était arrivé à la conclusion — contraire à celle des travaux de Folgheraiter sur les poteries étrusques — que l'inclinaison magnétique n'avait pas dû varier beaucoup au cours des âges dans la région de Neuchâtel et avait certainement conservé le *signe* qu'elle a aujourd'hui.

M. Mercanton a appliqué la même méthode à une autre série de vases provenant de *tumuli* du Palatinat et de la Franconie, et empruntés au Musée royal d'anthropologie de Munich. Ces vases appartiennent à l'époque de Hallstatt, à laquelle les archéologues assignent,

comme date, la période allant de 800 à 600 avant notre ère. Les vases examinés, au nombre d'une dizaine, ont tous donné une inclinaison magnétique voisine de l'inclinaison actuelle (63° environ) dans la région, et tous ont leur pôle nord à la base, leur pôle sud à la bouche. Or ces vases de Hallstatt sont contemporains des vases étrusques pour lesquels M. Folgheraiter a trouvé une inclinaison négative ou presque nulle.

M. Mercanton incline donc à penser, avec M. Carlheim-Gyllenskjold, que les variations de l'inclinaison magnétique dans l'Europe centrale auraient toujours été très faibles. Il indique toutefois que la découverte que j'ai faite d'une roche à inclinaison négative à Pontfarein resterait à expliquer. Je fais observer à nouveau, à cette occasion, que ce n'est pas seulement « une roche volcanique en place » que j'ai étudiée à Pontfarein, comme le dit M. Mercanton, mais une couche d'argile métamorphique de 100 mètres de long, qui, en tous ses points, présente un pôle nord en haut.

Les résultats de M. Mercanton n'en sont pas moins très intéressants en ce qu'ils montrent combien de nouvelles données seraient précieuses pour résoudre le problème abordé par Folgheraiter, puis par M. David et moi. Je serais porté à croire que certaines poteries pourraient bien n'avoir pas la même stabilité d'aimantation que M. Folgheraiter a reconnue aux poteries étrusques, et avoir pris à la longue l'aimantation du champ terrestre actuel : l'instabilité possible de l'aimantation est une des objections que l'on fait couramment aux conclusions de M. Folgheraiter et aux nôtres ; elle rendrait compte, au contraire, des résultats de ceux qui trouvent la même inclinaison exactement qu'aujourd'hui pour des vases de toute époque, bien loin de faire comprendre comment on a pu trouver des valeurs de l'inclinaison régulièrement variables avec l'époque de fabrication des vases.

B. Brunhes.

TABLE DES MATIÈRES (suite).

JANVIER 1907.

TABLE DES MATIÈRES.

JANVIER 1907.

(*Voir* la suite à la page 3.)

Tours. — Imprimerie Deslis Frères.

Le Gérant : J. Deslis.

Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, G. LIPPMANN, E. MASCART, L. POINCARÉ

ET

MM. B. BRUNHES, M. LAMOTTE ET G. SAGNAC, adjoints à la rédaction,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

QUATRIÈME SÉRIE.

TOME VI. — FÉVRIER 1907.

(Clos le 15 Janvier.)

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

97, BOULEVARD ARAGO (14e).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. **Lucien Poincaré**, 130, rue de Rennes, à Paris, 6e.
Tout ce qui concerne l'administration (demandes d'abonnements, réclamations, etc.) doit être adressé à M. **Sandoz**, boulevard Arago, 97, à Paris, 14e.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 17 francs pour la France ou 18 francs pour les pays ci-dessus désignés, au nom de M. **Sandoz**, *Secrétaire du Journal*, 97, boulevard Arago, à Paris, 14e. Ils n'auront ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois e forme par an un volume grand in-8° de 40 à 60 feuilles, avec figures dans le texte. Les volumes de la première série, 1872-1881, se vendent séparément 20 francs (sauf l'année 1873 épuisée). Les vingt derniers volumes, 1882-1901, se vendent séparément.................. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier

Prix pour un an (12 numéros):

France.. 17 fr.
Etranger.. 18 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Sandoz, boulevard Arago, 97, Paris (14°).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Lucien Poincaré, 130, rue de Rennes, Paris, 6e.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Sandoz, boulevard Arago, 97, Paris (14e).

La table générale des trois séries (1872-1901) est mise en vente au prix de 10 francs.

TABLE DES MATIÈRES (*suite*).

FÉVRIER 1907.

QUALITÉS ACOUSTIQUES DE CERTAINES SALLES POUR LA VOIX PARLÉE;

Par M. MARAGE [1].

Dans une salle où se produit un son continu, régulier, un auditeur peut entendre trois sortes de vibrations : 1° l'onde primaire qui vient directement de la source ; 2° les ondes diffusées, en nombre infini, qui sont renvoyées par les parois : elles produisent le son de résonance ; 3° des ondes réfléchies régulièrement par les parois : elles donnent naissance à des échos distincts.

Pour qu'une salle soit bonne au point de vue acoustique, il faut qu'il n'y ait pas d'écho et que le son de résonance soit assez court pour renforcer le son qui l'a produit et ne pas empiéter sur le son suivant. Nous allons étudier les conditions dans lesquelles doit se produire le son de résonance.

Un ingénieur américain, M. Wallace Sabine [2], a trouvé la loi à laquelle est soumis le son de résonance ; dans ses expériences, il emploie un tuyau d'orgue donnant ut_3, et il détermine le temps t pendant lequel l'auditeur continue d'entendre le son alors qu'il a cessé de se produire. La durée du son de résonance pour n'importe quelle salle est donnée par la formule : $t = \frac{K}{a + x}$, dans laquelle K est une constante qui dépend du volume V de la salle, et il trouve que $K = 0{,}171V$; a est le pouvoir absorbant de la salle vide ; x, le pouvoir absorbant des spectateurs. Si l'on détermine expérimentalement t dans une salle vide où $x = 0$, on peut calculer a et ensuite chercher la valeur t' du son de résonance si la salle est pleine ; en effet, l'auteur a établi des Tables donnant le pouvoir absorbant de différents corps et en particulier le pouvoir absorbant par personne (0,44) d'un auditoire, le pouvoir absorbant d'une fenêtre ouverte de 1 mètre carré de surface étant pris pour unité.

J'ai recommencé ces expériences en employant comme source sonore la sirène à voyelles munie des résonateurs buccaux (*fig.* 1),

---

[1] Communication faite à la Société française de Physique, séance du 16 novembre 1906.

[2] *Architectural Acoustics*, Part I : *Reverberation of the American architectural Acoustics*, 1900 ; analysé par M. Bouty dans le *Journal de Physique*, t. X, 1901, p. 38, et le *Bulletin des Séances de la Société de Physique*, p. 39, 1901.

de manière à me rapprocher le plus possible des conditions dans lesquelles se trouve un orateur.

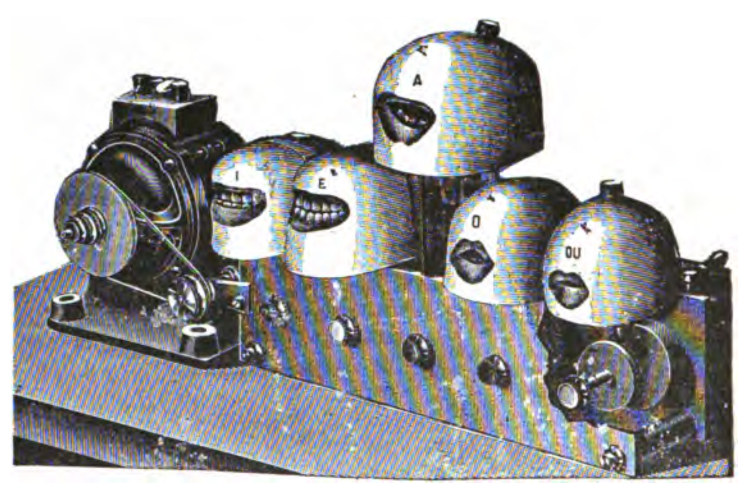


Fig. 1.

La sirène était disposée au point S, où se trouve habituellement

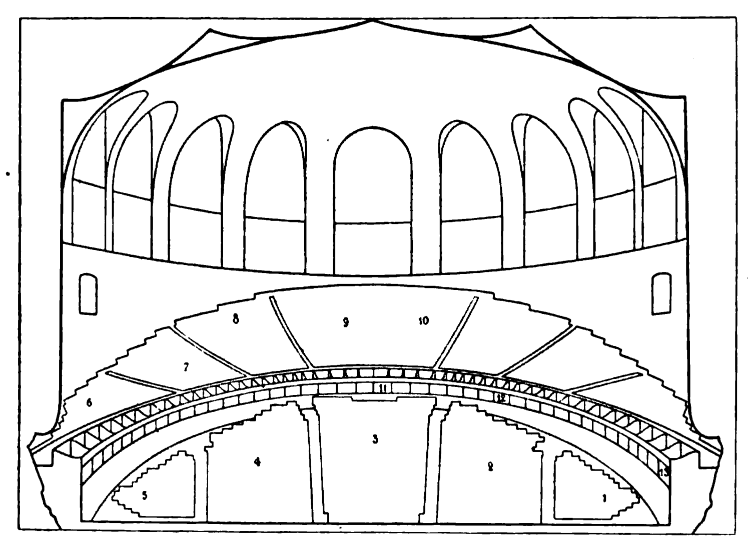


Fig. 2. — Salle du Trocadéro (échelle 1/800ᵉ environ).

l'orateur ; l'auditeur se plaçait successivement en différents points de

la salle, 1, 2, 3, 4,..., et l'on déterminait, en secondes, la durée du son résiduel pour chacune des cinq voyelles synthétiques OU, O, A, É, I.

Conditions de l'expérience :

Voyelles synthétiques.............	OU	O	A	É	I
Notes d'émission (1)...............	mi_2	mi_2	mi_2	la_4	la_6
Énergie du son en 1 seconde (2)....	0,052	0,036	0,052	0,036	0,002
Durée du son d'origine, 3 secondes.					

Je vais indiquer les résultats obtenus dans six salles différentes dont le volume variait entre 63.000 mètres cubes (Trocadéro) et 646 mètres cubes (amphithéâtre de Physiologie de la Sorbonne).

Salle du Trocadéro (*fig.* 2) (13 expériences). — V = 63.000 mètres cubes; nombre des auditeurs, 4.500 ; diamètre, 58 mètres ; hauteur de la coupole, 55 mètres :

	OU	O	A	É	I
Son de résonance (3) (salle vide) t, moyenne	2	2,1	2	2	1,9
Son de résonance (salle pleine) t', moyenne	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4

Pour qu'un orateur se fasse bien comprendre dans cette salle, il faut qu'il parle lentement, en s'arrêtant à chaque phrase ; il ne doit pas parler avec plus d'énergie que s'il s'adressait à 250 auditeurs dans l'amphithéâtre de Physique de la Sorbonne.

Grand amphithéâtre de la Sorbonne (*fig.* 3 et 4) (11 expériences). — V = 13.600 mètres cubes ; nombre des auditeurs, 3.000 ; surface du plafond vitré, 150 mètres carrés ; hauteur du plafond, 17 mètres :

	OU	O	A	É	I
t...........	2	2,8	2,6	1,9	1,8
t'..........	0,9	1	1	0,9	0,9

t' est beaucoup plus petit que t ; l'architecte a eu, en effet, le talent de supprimer presque complètement les parois latérales en les tapissant d'auditeurs, dont le pouvoir absorbant est très grand ; de plus,

(1) *Sensibilité spéciale de l'oreille physiologique pour certaines voyelles* (*Comptes Rendus*, 9 janvier 1905).

(2) En moyenne un orateur dépense en une heure une énergie de 160 kilogrammètres.

(3) Le son de résonance, dans cette salle, présente un phénomène particulier et qui ne se retrouve pas ailleurs ; sa valeur est très variable ; par exemple, pour É, on trouve 11 fois la valeur 2, puis 1 fois 1,6 ; 2,2 ; et 3 ; c'est ce qui explique pourquoi on entend plus mal à certaines places.

le plafond vitré n'est qu'à 17 mètres du sol, de manière que l'écho ne

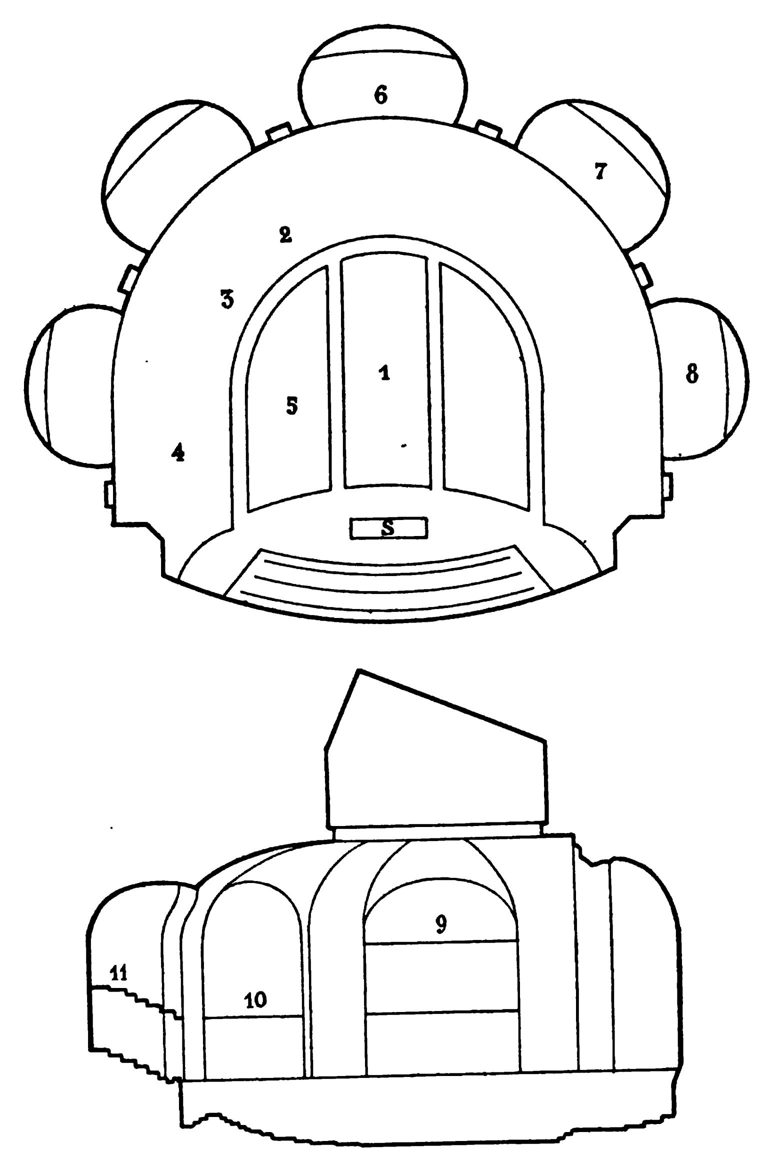


Fig. 3 et 4. — Grand amphithéâtre de la Sorbonne (1/400e).

peut pas se produire : l'acoustique de cette salle est donc très bonne.

Amphithéâtre Richelieu (*fig.* 5 et 6). — V = 6.000 mètres cubes ;

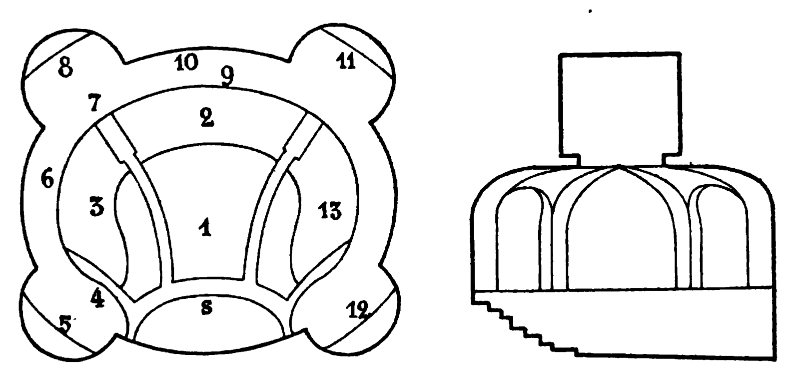


Fig. 5 et 6. — Amphithéâtre Richelieu de la Sorbonne (1/400e).

hauteur du plafond, 10^{m},50 ; nombre d'auditeurs, 800 ; nombre des expériences, 13 :

	OU	O	A	É	I
t...............	1,8	2,2	2	1,6	1,6
t'...............	1,1	0,8	0,9	1	1

Salle de l'Académie de Médecine (*fig.* 7 et 8). — V = 1.992 mètres cubes ; nombre des auditeurs, en moyenne, 200.

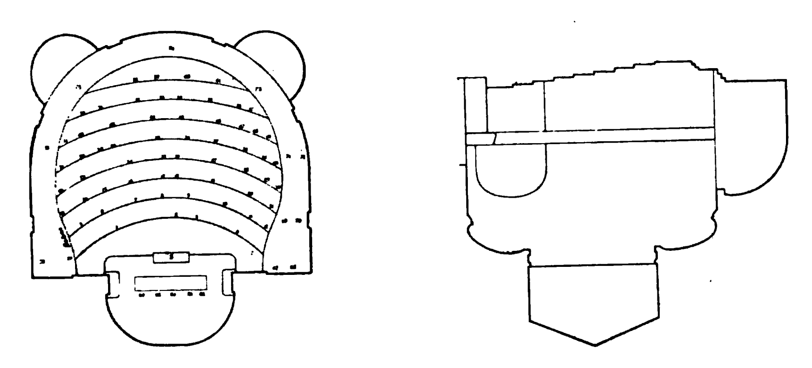


Fig. 7 et 8. — Académie de Médecine (1/400e).

Nombre des expériences, 78 :

t..............	0,5 pour toutes les voyelles		
t'.............	0,4	—	—

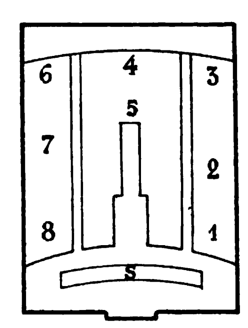
Je me suis trouvé en présence de résultats inattendus, aussi ai-je multiplié les expériences ; jamais je n'ai trouvé un son de résonance

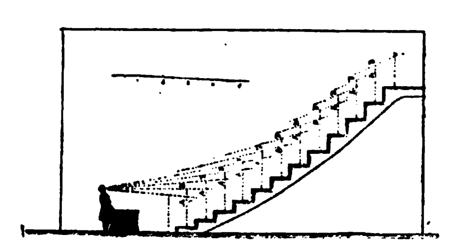
aussi court. Cela montre comment on peut changer les qualités acoustiques d'une salle en augmentant le pouvoir absorbant des parois ; pour une salle de cours, dont les auditeurs seraient silencieux, t' serait un peu faible; mais, pour une salle de séances, il vaut mieux avoir une résonance aussi faible que possible.

Amphithéâtre de Physique de la Sorbonne (fig. 9 et 10). — V=890 mc. ; nombre des auditeurs, 250 ; nombre des expériences, 8 :

	OU	O	A	É	I
Moyenne t........	1,4	1,6	1,2	1,4	1,2
— t'.......	0,6	0,7	0,6	0,6	0,6

C'est l'amphithéâtre qui a les meilleures propriétés acoustiques pour la voix parlée.





Tracé de la courbe des gradins.

Fig. 9 et 10. — Amphithéâtre de Physique de la Sorbonne (1/400e).

Amphithéâtre de Physiologie de la Sorbonne. — V = 646 mètres cubes ; nombre des auditeurs, 150 ; nombre des expériences, 8 :

t.............	1,4 pour toutes les voyelles	
t'............	0,7 —	—

L'acoustique de cette salle est donc également très bonne.

Il convient de se demander ce que valent ces expériences au point de vue théorique.

Il est certain que l'oreille n'est pas un moyen de contrôle absolument parfait : en effet cet organe n'est pas également sensible à tous les sons ; les expériences suivantes en sont une preuve.

MM. Zwardemaker et Quix (1) ont cherché le minimum de puis-

(1) *Archiv für Anatomie und Physiologie* (*Physiologische Abtheilung : Supplément*, 1902, p. 367-398).

sance nécessaire pour produire une sensation sur l'oreille : pour les tuyaux, ils calculaient l'énergie sonore par la méthode de lord Rayleigh (1), d'après le débit et la pression de l'air. Ils ont trouvé deux maxima de sensibilité pour l'oreille, l'un pour le son 3072 (*sol*$_5$ 3100 vibrations), qui correspond à la résonance du conduit auditif externe, et un autre pour le son 512 (*ut*$_3$ 517 vibrations), déjà trouvé par Wead.

Il était intéressant de chercher si les sons voyelles présentaient des phénomènes analogues.

Il est très difficile d'employer les voyelles naturelles, parce que l'on ne peut pas déterminer, chez un sujet normal, le débit et la pression de l'air qui s'écoule des poumons pendant la phonation (2) ; j'ai donc pensé à employer les sons de la sirène à voyelles ; il est facile, en effet, de mesurer sur cet instrument les deux quantités dont on a besoin ; le travail dépensé pendant une seconde sera exprimé en kilogrammètres par le produit VH, le volume V étant mesuré en mètres cubes et la pression en millimètres d'eau (3).

Les conditions de l'expérience étaient les suivantes :

Altitude : 83 mètres ;

Date : mois d'août, entre six heures et sept heures du soir ;

Température comprise entre 20° et 23° ;

Temps sec (il n'avait pas plu depuis un mois) ;

Vitesse du vent : nulle ;

Nature du sol : prairie ;

Observateur : oreille très fine, culture musicale nulle.

L'observateur et la sirène étaient à une distance déterminée, et l'on augmentait l'énergie du son jusqu'à ce qu'il fût entendu.

Les résultats sont contenus dans le tableau suivant ; l'énergie est exprimée en kilogrammètres et la distance en mètres :

---

(1) *Philosophical Magazine*, 1894.

(2) Sur une femme trachéotomisée, Cagniard de Latour avait trouvé que la pression de l'air sortant était de 100 millimètres d'eau pour les sons graves et de 200 millimètres pour les sons aigus.

(3) Lord RAYLEIGH, *loc. cit.*

Notes	OU Énergie	OU Distance	O Énergie	O Distance	A Énergie	A Distance
ut_{-1}	0,06	70	0,012	70	0,016	70
ut_1	0,044	125	0,004	125	0,0033	125
sol_2	0,06	125	0,008	125	**0,00055**	125
ut_3	**0,015**	125	**0,00037**	125	0,00096	125
ut_3	0,038	150	0,0011	150	0,0022	150
ut_3	0,05	210	0,0033	290	0,039	290

Notes	E Énergie	E Distance	Notes	I Énergie	I Distance
ut_1	0,0023	70	ut_2	0,00026	70
fa_3	**0,000071**	125	fa_5	0,00045	125
fa_4	0,00013	125	si_5	0,00011	125
fa_4	0,00066	150	fa_6	**0,0000003**	125
fa_4	0,008	290	fa_6	0,0000003	150
			fa_6	0,014 (1)	290

L'oreille pourrait donc être comparée à un tambour de Marey très sensible, mais inégalement sensible aux différents sons : il serait évidemment préférable de remplacer cet organe par un instrument

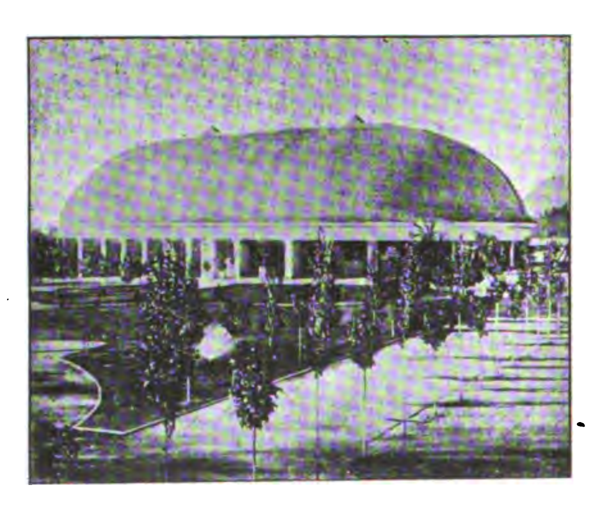


Fig. 11. — Tabernacle des Mormons.

aussi sensible et ne présentant pas les anomalies que nous avons indiquées. Mais, comme cet appareil n'existe pas, à ma connaissance du moins, et comme, d'un autre côté, ce sont des oreilles qui sont des-

(1) Lord Rayleigh avait trouvé une énergie de 0,01862 pour un sifflet donnant fa_6 et portant à 200 mètres.

tinées à goûter les qualités acoustiques des salles, il convient de s'en tenir à la méthode précédente.

Il existe en Amérique, dans la capitale des Mormons, à Salt Lake City, une salle merveilleuse au point de vue acoustique : le Taber-



Fig. 12. — Forme de la voûte.

nacle ; elle contient 7.500 auditeurs ; partout on entend merveilleusement ; la chute d'une épingle sur la table de l'orateur est entendue dans toute la salle, et cependant la résonance n'est pas trop grande.



Fig. 13. — Vue intérieure.

M. Pascal, architecte, membre de l'Académie des Beaux-Arts, m'a communiqué les photographies qui sont reproduites ici : elles donnent une idée assez exacte du monument. Sur un socle en maçonnerie percé de vingt doubles portes-fenêtres de 3 mètres de

large, les seules qui donnent de la lumière, repose une voûte en bois ayant la forme d'un ellipsoïde de révolution (*fig.* 11). La partie intérieure de la voûte est recouverte de planches de parquet ; la partie extérieure est recouverte de tuiles en bois ; la distance des deux surfaces de la voûte est $3^m,50$ (*fig.* 12).

A l'intérieur de la salle, les tribunes (que l'on voit sur la *fig.* 13) sont en bois, ainsi que les sièges.

Les dimensions sont les suivantes : largeur, 50 mètres ; longueur, 83 mètres ; hauteur, 27 mètres.

Cette salle a été construite de 1865 à 1867 ; elle a coûté 300.000 dollars.

Conclusions. — 1. Comme l'a dit M. Sabine, le son de résonance peut servir à caractériser les propriétés acoustiques d'une salle.

2. La durée de ce son varie avec le timbre, la hauteur et l'intensité du son primitif ; ce qui pourrait peut-être expliquer pourquoi une salle peut être assez bonne pour un orateur et mauvaise pour un orchestre.

3. Avec la formule $t = \frac{K}{a + x}$, on peut déterminer la durée du son de résonance en fonction du nombre des auditeurs.

4. Pour que l'acoustique d'une salle soit bonne, la durée d'un son de résonance déterminé doit être sensiblement constante pour toutes les places et toutes les voyelles ; elle doit être comprise entre 0,5 seconde et 1 seconde.

5. Si cette durée est plus grande que 1 seconde, on n'arrive à se faire entendre dans la salle qu'en parlant très lentement, en articulant bien et en ne donnant pas à la voix une énergie trop grande.

6. Cette méthode permet d'indiquer d'avance à un orateur les conditions dans lesquelles il doit parler pour se faire comprendre de tous ses auditeurs.

RELATIONS ENTRE LE VOLUME ET LE COVOLUME;

Par M. Honoré MOULIN [1].

Si l'on considère l'ensemble des molécules d'un corps dans la position moyenne de leurs mouvements stationnaires, on les imagine naturellement disposées par colonnes verticales et par couches horizontales.

Les conclusions de M. Van der Waals se résument alors, — en dehors de toute hypothèse newtonienne ou cinétique — à la constatation algébrique suivante :

La pression extérieure est équilibrée :

1° Par une action opposée, proportionnelle à la température et inversement proportionnelle au volume réellement occupé $(v - b)$;

2° Par une action de même sens, attraction entre les molécules proportionnelle au carré de la densité.

De sorte qu'on obtient l'égalité :

$$p = \frac{R(1 + \alpha t)}{v - b} - \frac{a}{v^2}. \tag{1}$$

Cette formule est reconnue insuffisante; et j'ai pensé que — comme semblent l'indiquer les progrès faits en chimie — les molécules n'étaient pas la dernière limite de la division de la matière, qu'elles étaient, au contraire, formées d'atomes agissant entre eux, comme les molécules le font entre elles. Il en résulterait une nouvelle série d'actions qui de la couche supérieure réagirait aussi à l'extérieur. Des deux forces nouvelles, l'une, l'attraction, serait insensible à nos mesures, l'autre serait une répulsion — le sens contraire à la pression extérieure — proportionnelle à la température et inversement proportionnelle au volume attribué en propre à la molécule $\frac{C^\circ(1 + \alpha t)}{l^3}$. Du reste, l étant le chemin moyen parcouru entre deux chocs des molécules est proportionnel à l'espace total $(v - b)$ réellement occupé par le gaz. Le nouveau terme à ajouter en opposition à p serait par suite (C° étant un coefficient numérique): $\frac{C^\circ(1 + \alpha t)}{(v - b)^3}$; et nous au-

[1] Communication faite à la Société française de Physique, séance du 1er juin 1906.

rions définitivement l'équation :

$$(2) \qquad p = \frac{R(1+\alpha t)}{v-b} - \frac{a}{v^2} + \frac{C^o(1+\alpha t)}{(v-b)^3}.$$

En remplaçant, dans l'équation (2), p, v, t par leurs valeurs fournies par l'expérience, et attribuant à a et à C^o des valeurs convenablement déduites des conditions particulières auxquelles doit satisfaire l'équation, j'ai eu une fonction de b.

Par tâtonnement, car je ne pouvais résoudre cette équation, j'ai déduit les valeurs du covolume b. J'ai constaté que si, à une température donnée, on pouvait, en choisissant convenablement les constantes a et Co, arriver à avoir b constant, quelle que soit la pression, il était indispensable que b changeât quand on modifiait la température.

Mais, d'après mon hypothèse, la molécule n'étant qu'un corps composé, le covolume devait s'accroître ou diminuer dans le même sens que le volume, et j'ai alors comparé la dilatation ou la compression du covolume à celle du volume.

Les résultats de cette recherche sont les deux règles suivantes :

I. Sous pression p constante, les coefficients de dilatation vraie du covolume et du volume sont proportionnels.

II. A température constante, les coefficients de compressibilité vraie du covolume et du volume sont proportionnels.

En appelant q_p le premier rapport, q^t le second, on a :

$$(3) \qquad \frac{\frac{1}{v}\frac{dv}{dt}}{\frac{1}{b}\frac{db}{dt}} = q_p, \qquad \frac{\frac{1}{v}\frac{dv}{dp}}{\frac{1}{b}\frac{db}{dp}} = q^t.$$

En remontant aux intégrales :

$$(4) \qquad \frac{b^{q_p}}{v} = C^{te}, \qquad \frac{b^{q^t}}{v} = C^{te}.$$

Les tableaux suivants donnent les résultats obtenus avec l'acide carbonique d'abord à différentes températures pour les pressions fixes de 100 atmosphères, 500 atmosphères, 900 atmosphères, puis aux températures de 0°, 50°, 100°, quelle que soit la pression.

La 1[re] ligne donne, suivant le cas, soit la température, soit la pression; la 2[e] ligne donne les volumes correspondants, d'après les

expériences de M. Amagat; la 3e ligne donne la valeur de q correspondant au covolume b de la 4e ligne; et enfin la 5e ligne donne le résultat du calcul de p d'après la formule (2) et fournit le degré d'approximation obtenu par comparaison avec la pression à obtenir. Dans le cas actuel (c'est-à-dire avec $p_0 = 1$, $v_0 = 1$, le volume étant exprimé en parties proportionnelles du volume 1 à 0° sous la pression de 1 atmosphère), la formule, en ce qui concerne l'acide carbonique, est la suivante :

$$p + \frac{0{,}0075}{v^2} = (1 + \alpha t)\left(\frac{1}{v - b} + \frac{0{,}00000642}{(v - b)^3}\right). \qquad (5)$$

I. — *Pression constante.*

		0°	30°	50°	100°	137°	198°	258°
100 atm.	v	0,002020	0,002550	0,004910	0,010300	0,012590	0,015820	0,018470
	q	1,100	1,100	1,125	1,114	1,100	1,090	1,090
	b	0,000336	0,000420	0,000890	0,001600	0,001778	0,002080	0,002310
	p calc.	100	105	100	100	99,33	100	101,53
500 atm.	v	0,001781	0,001926	0,002042	0,002401	0,002724	0,003355	
	q	1,114	1,105	1,110	1,100	1,100	1,111	
	b	0,000346	0,000350	0,000360	0,000417	0,000470	0,000610	
	p calc.	507	505,4	501,6	505,4	499,5	499,6	
900 atm.	v	0,001676	0,001778	0,001850	0,002008	0,002215	0,002511	
	q	1,123	1,114	1,110	1,097	1,100	1,101	
	b	0,000362	0,000359	0,000360	0,000352	0,000393	0,000445	
	p calc.	894	910	900	898	898,2	902,8	

II. — *Température constante.*

		34 atm.	35 atm.	100 atm.	300 atm.	500 atm.	700 atm.	1000 atm.
0°	v	0,002560	0,002140	0,002020	0,001865	0,001781	0,001722	0,001656
	q	2,00	2,00	2,00	2,02	2,03	2,05	
	b	0,001075	0,000347	0,000337	0,000336	0,000346	0,000352	0,000355
	p calc.	34,34	35,0	100	293	507	698	1000
50°	v			0,004910	0,002255	0,002042	0,001928	0,001814
	q			1,200	1,200	1,198	1,202	1,185
	b			0,000886	0,000464	0,000360	0,000360	0,000360
	p calc.			100	306,2	501,6	707,8	1007
100°	v			0,010300	0,002967	0,002401	0,002183	0,001999
	q			1,100	1,100	1,103	1,100	1,100
	b			0,001600	0,000517	0,000415	0,000390	0,000360
	p calc.			100	302,5	507,4	710	993

De l'examen des tableaux ci-dessus résulte que :

1° p étant constant et quel que soit p, l'on a (l'indice p s'appliquant

à tous les éléments de l'équation) :

$$\left[\frac{b^t}{(v^t)^{1,11}} = \frac{b^0}{(v^0)^{1,11}}\right]_p ;$$

2° t étant constant, on a (l'indice t s'appliquant à tous les éléments de l'équation) :

$$\left[\frac{b^p}{(v^p)^q} = \frac{b^{1a}}{(v^{1a})^q}\right]^t .$$

Mais ici q varie avec t, étant égal à 2,0 pour $t = 0°$, 1,20 pour $t = 50°$ et 1,10 pour $t = 100°$.

Ces résultats sont d'ailleurs appelés à être améliorés par la suite, quand les constantes seront déterminées avec plus d'exactitude. On peut compter pour y arriver sur l'application de la loi des états correspondants.

La relation entre b et v, en s'appuyant sur cette loi, permet d'admettre de suite que la formule (2) puisse être généralisée et s'applique à tous les corps.

Les essais de calculs que j'ai faits sur l'éthylène et l'azote ont confirmé cette opinion.

ÉTUDE SUR LES CONTACTS LIQUIDES DIRECTS [1] ;

Par M. CHANOZ.

I. — CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES.

Considérons deux liquides quelconques A et B — qui seront le plus ordinairement deux dissolutions de substances différentes dans un même dissolvant pur tel que l'eau — amenés au contact.

En raison du mélange et de la diffusion inévitables, la séparation A | B ne pourra jamais être brusque ; il y aura toujours des couches de transition entre les liqueurs pures.

La différence de potentiel V entre A et B se présente donc comme l'intégrale des différences de potentiel élémentaires qui existent

[1] Ce travail a été fait au Laboratoire de M. Gouy, à la Faculté des Sciences de Lyon.

entre les couches infiniment voisines formant la zone de transition reliant A à B.

Il semble que l'on ait toujours admis sans discussion que cette différence de potentiel V ne dépend que de A et de B. Or, on peut cependant facilement prévoir que V doit être fonction de la nature de la zone de transition.

On sait, en effet, que les chaînes liquides, en général, ne suivent pas la loi des tensions de Volta, valable pour les métaux. Par suite, l'interposition entre A et B d'une couche intermédiaire pourrait faire varier la valeur de V.

Un cas, presque toujours réalisé pratiquement, existe néanmoins, pour lequel la différence de potentiel V a une valeur bien définie et indépendante des particularités de la zone de séparation : c'est celui où la composition du liquide en chaque point de la zone de transition est exactement celle qui résulterait du mélange de A et de B.

Examinons ce cas. Considérons un point de la zone de transition. La composition du liquide en ce point est celle qui résulterait du mélange de x parties de A avec $100 - x$ parties de B.

Nous pouvons imaginer, par application du principe général de la méthode infinitésimale, que la zone de transition est constituée par des couches infiniment minces, dans chacune desquelles la composition serait constante. Soient x et $x + dx$ les valeurs de la variable pour deux couches voisines.

Ces couches ayant une composition différente, il doit exister entre elles une certaine différence de potentiel dV caractéristique de leur constitution chimique. Mais, comme cette composition est infiniment voisine pour les deux couches, la différence de potentiel dV sera proportionnelle à la différence de concentration dx.

On pourra donc écrire :

$$dV = f(x) \cdot dx,$$

$f(x)$ étant une certaine fonction de x seulement.

La différence de potentiel V entre les liquides A et B s'obtiendra en intégrant cette quantité de $x = 0$ à $x = 100$; on aura :

$$V = \int_0^{100} f(x) \cdot dx.$$

V sera donc indépendante de la loi suivant laquelle variera x d'un

point à l'autre, c'est-à-dire de la nature de la zone de transition, pourvu que la condition posée soit bien observée (mélange).

Cela arrivera lorsqu'on superposera les deux liquides par ordre de densité, sans prendre de précautions minutieuses pour l'obtention d'une surface de séparation nette. On aura un mélange intermédiaire; la différence de potentiel sera définie caractéristique des deux liquides.

Il est à remarquer que la diffusion interviendra, en général, pour établir une transition n'obéissant pas à la condition posée, grâce à l'influence des vitesses inégales de diffusion des corps dissous. Pour le montrer sans calculs dans un cas simple, imaginons que A soit de l'eau pure et B une dissolution aqueuse de deux corps C_1 et C_2, diffusant avec des vitesses bien différentes. Si la zone de transition résultant du mélange initial est très mince, il se formera bientôt une couche où le rapport des quantités de C_1 et de C_2 sera très différent de ce qu'il est dans B et où, par suite, la composition sera très différente de celle qui résulterait d'un mélange de A et de B en proportions quelconques.

Dans les cas usuels, la diffusion produira un effet analogue, mais moins saillant. Il est bien clair, du reste, que cet effet de la diffusion apparaîtra d'autant plus vite que la couche de transition entre les deux liquides sera plus mince au début de l'expérience. Cet effet deviendra insensible, au contraire, si la couche de transition est épaisse.

Remarquons enfin que la condition posée pour le cas du mélange est toujours satisfaite si A et B sont des liquides purs et non des dissolutions. Il en est encore de même si A et B sont des dissolutions aqueuses d'un même corps pur non hydrolysable. Dans ces deux cas, la composition des couches de transition correspond toujours exactement, en effet, à celle qui résulterait d'un mélange de A à B.

II. — RECHERCHES EXPÉRIMENTALES.

Mes recherches confirment en tous points ces prévisions théoriques et prouvent que, sauf dans certains cas que nous venons d'examiner, *la différence de potentiel au contact de deux liquides dépend de la façon dont s'opère leur contact direct.*

Principe de la recherche. — Puisque le contact MR | M'R' est défini quand, entre ces deux liquides MR; M'R', existe une couche

de mélange occupant une certaine épaisseur, on pourra, pour étudier l'influence du mode de contact, organiser une chaîne :

$$\mathrm{MR} \underset{(1)}{|} \mathrm{M'R'} \underset{(2)}{|} \mathrm{MR},$$

symétrique pour les concentrations ayant en (2) un contact obtenu sans précautions spéciales par superposition des deux liquides suivant les densités (brassage dans la zone de transition), et en (1) un contact formé d'une *surface aussi nette que possible.*

La dissymétrie des contacts (1), (2) engendrera un flux électrique dans le circuit comprenant un électromètre capillaire de Lippmann (modèle de M. Gouy) connecté avec le potentiomètre Carpentier.

Le phénomène électrique renseignera sur la variation de la différence de potentiel au contact des électrolytes miscibles MR et M'R'.

Méthodes utilisées. — Deux procédés ont été mis en œuvre pour réaliser la surface nette de séparation.

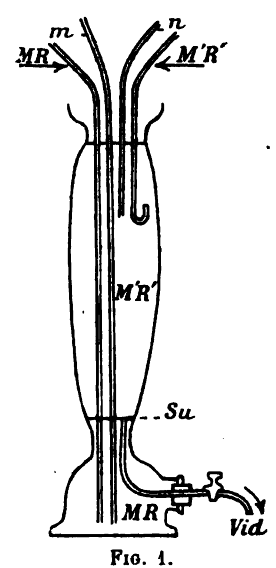


Fig. 1.

Le capillaire *m* est réuni au tube de caoutchouc *Ca.dr* du flacon K en place de l'ajutage A*j*; *n* est en relation avec M'R' du flacon V (*fig.* 2).

Les tubes marqués MR, M'R' amènent sous une pression convenable les liquides correspondants destinés à remplacer les couches avoisinant la surface de contact S*u*, couches entraînées par le moyen du robinet V*id*.

A. *Procédé de vidange*. — Dans le flacon cylindrique vertical (*fig.* 1), on superpose et fait arriver à volonté et très lentement, par des tubes étroits (MR ; M'R') réunis à des provisions placées à des niveaux appropriés, la dissolution MR, la plus dense, au fond de l'éprouvette, et l'autre M'R' à la partie supérieure.

Un tube de vidange étroit, muni d'un robinet, a son ouverture horizontale située à l'intérieur du flacon, dans le plan de séparation des deux liquides. En ouvrant ce robinet, on peut donc très facilement renouveler les couches avoisinant la surface de séparation qui va former le contact (1) et obtenir une surface aussi nette que possible sans mélange.

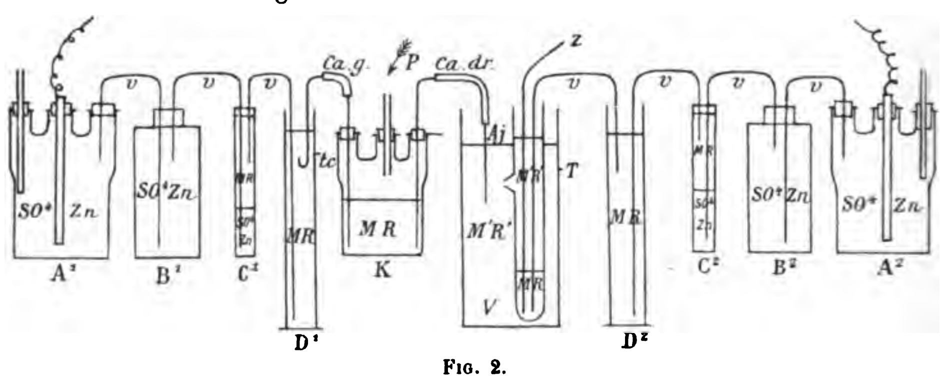


Fig. 2.

A_1, A_2, Electrodes impolarisables Zn | SO^4Zn (Paalzow-Bouty) réunies au potentiomètre Carpentier et à l'électromètre capillaire de Lippmann (modèle Gouy).

B_1, B_2, Solutions concentrées de SO^4Zn ayant pour but d'empêcher la souillure des électrodes par MR qui pourrait diffuser des tubes C_1, C_2.

C_1, C_2, Tubes à essais bouchés où se font les contacts par superposition suivant les densités des liquides SO^4Zn | MR.

D_1, D_2, Eprouvettes garnies de MR protégeant les chaînons suivants de la diffusion de SO^4Zn.

K, Vase tritubulé garni de MR, réuni par un tube *p* à un réservoir à pression d'air provoquant l'écoulement de MR par les deux tubulures : droite et gauche, formées de verre et de tubes en caoutchouc *Ca.dr*, *Ca.g*. La liaison à gauche s'opère par un petit tube de verre recourbé *tc*. A droite, le contact (1) de MR | M'R' se fait dans la méthode d'écoulement par le petit ajutage en verre A*j*.

V, Vase de grande capacité contenant le liquide M'R' et renfermant le :

T, Tube à bec où se fait le contact (2) ;

Z, Tube capillaire pour la détermination du zéro ;

v, *v*, *v*, Siphons de liaison des différents vases.

B. *Procédé d'écoulement*. — La méthode précédente est très démonstrative de l'action d'un contact net. Elle permet de conserver

pendant longtemps le phénomène électrique créé avec toute sa netteté. Mais cette méthode est assez délicate.

Les mêmes résultats sont obtenus, et plus facilement, quand le contact (1) est opéré par l'écoulement sous forme d'un filet régulier de MR dans M'R' [1].

Quand j'ai eu minutieusement vérifié que les phénomènes constatés par les méthodes A et B étaient identiques, je me suis le plus habituellement servi pour mes déterminations du procédé B (par écoulement), très pratique.

Je ne veux pas insister ici sur les conditions d'organisation de la chaîne complète symétrique pour les concentrations [le schéma ci-contre (*fig.* 2) indique les liaisons dans la méthode d'écoulement] ni sur les causes d'erreur rencontrées dans cette étude [2].

Je me contenterai de résumer les résultats de mes 418 déterminations portant sur des dissolutions aqueuses diverses.

III. — RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.

PREMIER CAS. — M'R' EST DE L'EAU PURE. — A. *Si* MR *est un acide pur, une base pure, un sel pur non hydrolysé.* — La chaîne : MR | M'R' | MR, symétrique pour les concentrations, ne montre jamais de phénomène électrique. De toute une série d'expériences je conclus que lorsque, avec des corps *dits* purs, un phénomène électrique apparaît, c'est que le corps est réellement impur ou bien qu'il subit l'hydrolyse.

B. *Si* MR *est un mélange d'acides, de sels, de sel et d'acide, de sel et de base, ou encore si* MR *est un sel hydrolysé dans la solution* (*solution qui constitue alors, en somme, un mélange d'électrolytes*). — La chaîne : MR | M'R' | MR, symétrique pour les concentrations, comporte en général une différence de potentiel appréciable.

La polarité de la chaîne, la valeur de la force électromotrice apparue dépendent de la *qualité* et de la *quantité* d'impureté.

---

(1) Par une série de déterminations diverses je me suis assuré : 1° que le phénomène électrique obtenu résultait de la production d'une véritable force électromotrice; 2° que ce phénomène était distinct de l'effet Quincke observé dans la filtration ou l'écoulement de liquides peu conducteurs.

(2) La technique est décrite avec détails dans le mémoire original : *Recherches expérimentales sur les contacts liquides*, par M. CHANOZ (*Annales de l'Université de Lyon*, I, fasc. 18, 1906 ; et *Thèse de doctorat ès sciences physiques*, Lyon, 1906).

α. *Mélanges d'acides.* — Si MR est un mélange de deux acides, le côté mobile MR se montre *positif*. La force électromotrice, toujours petite (quelques millivolts), passe par un maximum quand la dose d'acide ajoutée comme impureté augmente régulièrement.

β. *Sels ayant un ion commun.* — Les sels ayant un ion commun, mélangés en proportions convenables, donnent en général, dans les conditions de mes expériences, une force électromotrice.

1° La polarité du côté mobile dépend de l'ion commun aux deux sels mélangés.

a) Le côté MR du contact (1) mobile de mes chaînes est *négatif* quand c'est l'ion métal qui diffère.

b) Le côté MR mobile est *positif* si l'ion métal est commun.

2° Si, pour une dissolution saline donnée, on accroît la quantité du sel ajouté au mélange, la différence de potentiel observée s'accroît, passe par un maximum, puis diminue.

3° A des solutions équimoléculaires de sels différant par le métal, on ajoute la même quantité d'un autre sel donné, ayant aussi le même radical acide. Chacun de ces mélanges donne un phénomène électrique à l'écoulement avec le même signe pour tous. La différence de potentiel mesurée n'est pas la même pour les divers mélanges. Si le sel d'addition est à métal alcalin, la force électromotrice mesurée est plus grande pour les sels de métaux lourds que pour les sels alcalins.

C'est ce que montrent nettement ces expériences :

0,1 KCl[1]	ajouté à	1 NaCl	donne	— 5 millivolts
0,1 KCl	—	0,5 $CaCl^2$	—	— 28 —
0,1 KCl	—	0,5 $ZnCl^2$	—	— 40 —

γ. *Mélange de sels et d'acide.* — 1° L'addition en proportions convenables (même relativement excessivement faibles) d'acide à une dissolution saline donne un mélange actif au point de vue qui nous intéresse. Le côté mobile est négatif.

La différence de potentiel peut atteindre des valeurs relativement considérables ; on a 170 millivolts avec

$$0,5\ ZnCl^2 + 0,1\ HCl.$$

2° Si, pour une dissolution saline donnée, on accroît la quantité

---

[1] Il s'agit de molécules-grammes par litre de dissolution.

d'acide ajouté faisant mélange, la force électromotrice observée augmente, passe par un maximum, puis décroît ensuite.

C'est ce que prouvent bien, par exemple, les essais sur SO^4Cu, où l'on voit la force électromotrice, partant de 36 millivolts, passer par 112 et revenir à 26 millivolts par addition croissante de SO^4H^2.

3° Pour une quantité donnée d'acide ajoutée à des dissolutions équivalentes de sels ne différant que par le métal, on obtient des mélanges qui fournissent des valeurs très différentes pour la force électromotrice constatée dans les chaînes symétriques pour les concentrations ayant une surface fraîche de contact.

Voici quelques exemples de ce fait :

Molécule-gramme		Molécule-gramme		Millivolts
A 1 NaCl	on ajoute	0,1 HCl,	on obtient	— 95
0,5 $CaCl^2$	—	—	—	— 155
A 0,5 AzH^4Br	—	0,05 HBr,	—	— 70
0,5 NaBr	—	—	—	— 102

5. *Mélange de sels et de base.* — L'addition d'une base à une dissolution saline sans qu'il y ait formation de précipité donne un mélange actif (pour de certaines proportions de base). Le côté mobile de la chaîne est positif.

Deuxième cas. — MR et M'R' sont des dissolutions d'électrolytes.— A. *Électrolyte au contact d'un autre électrolyte.— α. Acides.* — 1° Les acides, en s'écoulant dans des dissolutions d'autres acides, prennent le signe *positif* quand un phénomène électrique apparaît.

Le phénomène électrique se montre quand la solution acide où se fait l'écoulement est peu concentrée. Le phénomène électrique, s'il existe avec les dissolutions concentrées, n'est pas accessible à nos mesures dans les conditions de ces expériences.

Exemples :

HCl	normale donne	+ 1 millivolt	avec	SO^4H^2	millinormale
	—	0	—		décinormale
SO^4H^2	—	+ 1	—	HCl	millinormale
	—	0	—		décinormale

2° Les acides prennent le signe négatif en coulant dans NaOH.

3° En coulant dans les dissolutions salines, les acides prennent le signe négatif. La force électromotrice constatée paraît augmenter pour un acide donné quand la concentration de la solution saline

diminue (du moins, dans les limites de nos essais : solutions millinormales).

β. *Bases.* — 1° La solution NaOH ne donne rien avec HCl normale.

2° NaOH est positive au contact des sels.

γ. *Sels.* — 1° *Sels et sels.* — Les sels étudiés en solutions contenant respectivement, par litre, 0,5 molécule-gramme KCl ; 0,5 AzO^3Na; 0,25 SO^4Na^2; 0,25 SO^4Mg ; 0,25 SO^4Zn; 0,25 SO^4Cu, ne donnent aucun phénomène électrique appréciable par contact net avec les dissolutions étudiées (inférieures à décinormales) de sels différents, s'il n'y a pas formation de précipité.

Quand un précipité apparaît, un phénomène électrique notable prend naissance dans le circuit (Voir ci-dessous).

2° *Sels et acides.* — Par écoulement en (1) dans les dissolutions acides, les solutions salines de nos chaînes donnent une force électromotrice, le sel mobile étant positif. Pour une solution donnée, qui s'écoule dans des dissolutions de concentrations croissantes d'acide, la différence de potentiel augmente, passe par un maximum, puis ensuite diminue.

3° *Sels et bases.* — Deux cas sont à envisager : *a*) il n'y a pas formation de précipité; *b*) il y a production d'un précipité.

a) S'il ne se produit aucun précipité, le côté mobile (sel) est négatif et la différence de potentiel est petite : quelques millivolts.

b) Si un précipité prend naissance, on observe de deux choses l'une : ou bien le précipité, naturellement ou par agitation de l'ajutage, tombe au fond du vase contenant la base, et alors la différence de potentiel constatée est très faible ; ou bien le précipité forme une colonne solide [1], prolongement naturel du tuyau d'écoulement. Dans ce cas, la différence de potentiel atteint des valeurs très considérables.

Exemples : *a*) $CdCl^2$ dans NaOH décinormale, quand la gaine de précipité existe, on obtient facilement 155 millivolts.

b) SO^4Zn dans NaOH millinormale. Quand la colonne de précipité est intacte, on a facilement 100 millivolts. Si l'on rompt l'édifice, on n'a que 2 millivolts.

---

(1) Il y a en réalité formation d'une sorte de membrane qui, interposée entre les deux liqueurs, modifie la vitesse de propagation des ions.

J'ai étudié ce phénomène dans la deuxième partie de mon Mémoire déjà cité sous le titre : *De l'interposition des membranes dans les chaînes liquides.*

NOTA. — La formation d'une colonne de précipité, qui sépare les deux liquides ayant réagi, a lieu également dans le cas d'un sel coulant dans certain autre sel. Les mêmes considérations sont valables.

Ex. SO^4Cu coulant dans $FeCy^6K^4$ $FeCy^6K^4$ — SO^4Cu	Quand la gaine est formée, on constate 75 millivolts, le côté SO^4Cu dans le deux expériences étant positif.

B. *Électrolyte au contact du même électrolyte de concentration différente.* — α. *Électrolytes purs.* — Les électrolytes qui ne donnent rien par écoulement dans l'eau distillée ne produisent également aucune différence de potentiel appréciable quand ils s'écoulent dans leur propre dissolution plus ou moins diluée.

C'est ce que montrent les expériences suivantes :

HCl normale dans 0,1 et 0,001 normale HCl;
SO^4H^2 normale dans SO^4H^2 0,05 et 0,0005 molécule-gramme par litre;
KCl normale dans les solutions KCl de diverses concentrations.

β. *Mélange d'électrolytes ou corps hydrolysés.* — Cette catégorie de corps donne une force électromotrice par écoulement dans l'eau distillée. Ils ne donnent aucun phénomène par écoulement dans leur propre dissolution; mais, dans cette dissolution étendue, ils produisent une force électromotrice.

La force électromotrice donnée par une certaine substance *active* est maxima dans l'eau distillée; elle diminue de plus en plus par addition à cette eau de quantités croissantes de la substance considérée et devient nulle, je le répète, quand la solution qui coule est identique à celle qui la reçoit.

IV. — ESSAI D'INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS.

Voici quelques faits expérimentaux particulièrement intéressants pour permettre une tentative d'interprétation des phénomènes observés.

1° Un mélange : KI + KCl ou KBr + AzH^4Br, constitue MR dans la chaîne : MR | H^2O | MR.

On n'a pas de phénomène électrique. Or, les ions I, Cl; K ; AzH^4, ont des vitesses de migration très voisines.

2° Un sel MR est opposé à un autre sel M'R' (aucun d'eux ne subissant l'hydrolyse) dans la chaîne : MR | M'R' | MR.

On ne constate pas de phénomène électrique. Les ions de ces sels ont des vitesses peu différentes.

3° Un sel MR est opposé à un acide ou à une base.

On note un phénomène électrique. Les ions (H^+, OH^-) de l'acide ou de l'alcali ont une grande vitesse par rapport aux ions de MR.

4° Le mélange $SO^4Na^2 + SO^4H^2$ (traces) est opposé à H^2O.

Il se produit une force électromotrice dans la chaîne.

Or SO^4H^2 a une vitesse de diffusion plus considérable que SO^4Na^2.

Ne peut-on pas se demander si le phénomène apparu dans la chaîne symétrique pour les concentrations n'est pas dû à l'existence en (1), du fait de la production d'une surface nette de contact, d'une couche plus riche en substance *très diffusible* que celle qui résulterait du simple mélange des solutions MR et M'R' étudiées ?

Il m'a paru important de contrôler expérimentalement ce fait, sinon quantitativement, du moins approximativement, dans le cas de quelques mélanges opposés à l'eau pure.

Pour cela, on organise d'abord la chaîne :

$$MR \mid H^2O \mid MR,$$

à contacts immobiles obtenus sans précautions spéciales par superposition des liquides suivant les densités.

Une telle chaîne ne donne pas d'ordinaire de phénomène électrique. Cela vérifié, on introduit d'un seul côté en (1), dans la zone de transition des liquides MR, H^2O, et, au moyen d'une pipette, un mélange moins dense que MR et obtenu en ajoutant à une dilution convenable de MR une dose appropriée de la substance m que l'on suppose former le front de diffusion dans le cas d'une surface fraîche de contact. Ce sera par exemple NaOH pour le mélange $SO^4Na^2 + NaOH$, etc. On recherche le signe et la grandeur du phénomène apparu dans la chaîne, et l'on compare en un tableau aux résultats obtenus dans les conditions ordinaires de formation d'une surface fraîche.

L'examen de ce tableau prouve que l'introduction en (1), entre les deux chaînons $MR \mid H^2O$ de la chaîne symétrique pour les concentrations, d'une couche intermédiaire enrichie d'une certaine dose de la substance la plus diffusible m du mélange MR, fait apparaître dans le circuit un phénomène électrique. Pour le signe et l'ordre de grandeur, ce phénomène est comparable au courant électrique constaté dans la chaîne ordinaire, du fait de l'existence d'une surface fraîche de contact en (1).

Il semble donc parfaitement légitime d'admettre que la surface fraîche de contact provoque entre les deux liquides la formation d'une couche de transition plus riche en substance très diffusible que celle qui résulterait de la simple dilution de MR. Il y a ainsi, grâce à l'inégale diffusibilité des électrolytes mélangés, création d'un nouveau chaînon qui rompt la symétrie de la chaîne liquide. La compensation exacte n'est plus possible entre les différences de potentiel (1) et (2). Une force électromotrice apparaît dans le circuit; c'est le phénomène que nous avons mis en évidence dans cette étude.

V. — APPLICATIONS.

Recherche de la pureté des électrolytes. — Si, dans une chaîne $MR \underset{(1)}{|} H^2O \mid MR$, présentant une surface nette en (1), apparaît un phénomène électrique, je pose en principe, d'après mes très nombreuses déterminations, que MR est impur.

Le côté mobile MR est-il négatif?

On recherchera dans cet électrolyte des métaux étrangers ou de l'acide libre (H^+).

Si MR mobile est *positif*, il contient comme impureté un anion de vitesse différente du sien propre.

Dans le cours de ce travail, j'ai eu maintes fois l'occasion, après un simple essai d'écoulement suivant ma méthode, de constater que certains produits commerciaux qualifiés purs étaient impurs.

En particulier, j'ai pu caractériser des traces de potassium et de sodium dans une dissolution d'acide bromhydrique; des traces infinitésimales d'acide chlorhydrique dans du chlorure de sodium purifié $\left(\frac{1}{10.000}\right.$ de molécule environ pour 1 molécule de $\left.\mathrm{NaCl}\right)$· J'ai pu affirmer la souillure d'acides : tartrique, phosphorique, trichloracétique, par des traces d'autres acides.

J'ai pu soupçonner qu'un sel de magnésium contenait des métaux alcalins, qu'un échantillon de chlorhydrate d'ammoniaque renfermait des traces d'un anion différent, etc...

Indications sur l'hydrolyse. — I. Quand un sel, après des purifications successives minutieuses, continue à donner dans les conditions de mes expériences la même force électromotrice dans la chaîne

MR | H^2O | MR, il paraît bien légitime d'admettre que ce sel subit la dissociation hydrolytique ; c'est ce que je fus amené à admettre pour le sulfate de cuivre, dont j'ai fait une longue étude spéciale [1].

Si la chaîne mobile en (1) a le signe positif, on en conclura que la dissolution MR contient des $\bar{OH}$, que le sel est à acide faible et base forte. Dans le cas d'une polarité négative, il s'agit sans nul doute d'un acide fort et d'une base faible. C'est ce qui se produit pour les sels SO^4Cu, $ZnCl^2$, etc...

II. L'étude des mélanges de sels alcalins et d'acides (ion électropositif commun) a montré en particulier que, pour des doses croissantes d'acides ajoutées à une solution saline donnée, la force électromotrice produite dans la chaîne s'accroît, passe par un maximum, puis décroît ensuite. Dans la partie ascendante de la courbe, les variations sont régulières. On peut admettre avec une approximation suffisante que, dans cette position de la courbe, pour des valeurs rapprochées de la différence de potentiel, le phénomène électrique est proportionnel à la dose d'acide du mélange.

Si donc on a un mélange renfermant de faibles quantités d'acide, on déterminera cette dose d'acide ainsi qu'il suit :

On mesurera la force électromotrice V donnée à l'écoulement par le mélange étudié suivant ma méthode des chaînes symétriques pour les concentrations ; 2° on ajoutera une quantité connue m du même acide au mélange, la force électromotrice deviendra $V + dV$.

En appelant x la dose d'acide cherchée, on aura évidemment :

$$(1) \qquad \frac{x}{x+m} = \frac{V}{V+dV}, \qquad \text{d'où} \qquad x = \frac{mV}{dV}.$$

Considérons un sel à acide fort, subissant la dissociation hydrolytique. Au point de vue qui nous occupe, la dissolution d'un tel sel peut être comparée à la dissolution du mélange précédent de sel neutre et d'acide. Le raisonnement employé pour le mélange paraît, à première vue, légitimement applicable à la dissolution saline. Une restriction importante s'impose cependant. Quand, à la dissolution hydrolysée contenant x molécules-grammes d'acide, on ajoute m de ce même acide, on n'obtient pas $(x + m)$ molécules-grammes d'acide

[1] M. Chanoz, *loc. cit.*, chap. I, *Étude d'un phénomène électrique constaté dans certaines conditions au contact de l'eau pure et d'une dissolution de sulfate de cuivre.*

libre, car il y a modification de l'équilibre antérieur de dissociation. Une certaine quantité Δ rétrograde à l'état de molécule saline intacte. La dose d'acide existant réellement est : $x + m - \Delta$, au lieu de $x + m$. La formule réelle faisant connaître x n'est donc pas

$$x = \frac{mV}{dV} \tag{1}$$

comme dans le cas du mélange ordinaire, mais bien :

$$x = \frac{(m - \Delta)V}{dV}, \tag{2}$$

En admettant pour valeur de x celle de l'équation (1), on commettra, d'après (2), une erreur par excès qu'il n'est pas facile d'évaluer. Cette donnée tirée de (1), quoique inexacte, a cependant un certain intérêt, elle renseigne sur la limite supérieure que ne dépasse pas l'hydrolyse dans la dissolution saline considérée.

NOUVELLE MÉTHODE POUR LA DÉTERMINATION DE L'INTENSITÉ DE LA PESANTEUR;

Par M. Pierre PAGNINI.

I. — PRINCIPE DE LA MÉTHODE.

Le but de cette note est d'indiquer brièvement une méthode que j'ai commencée à expérimenter pour la détermination de g.

Si cette méthode ne fournit pas la possibilité de faire des mesures sur les navires qui se trouvent loin des côtes, comme avec l'hipsobaromètre, je crois cependant qu'elle peut offrir une sensibilité et une précision bien plus grandes. D'ailleurs elle a l'avantage, sur l'appareil Sterneck, de la simplicité et de la rapidité dans les mesures, et sa précision sans doute plus que suffisante en bien des cas.

Dans l'appareil Sterneck, la difficulté la plus grande, surtout lorsqu'on doit faire de nombreuses déterminations en campagne, loin des observatoires ou des stations télégraphiques, est celle qu'il y a à se procurer la valeur exacte du temps, et cette exigence rend difficile l'usage de l'appareil, déjà assez coûteux et compliqué.

L'appareil que j'ai imaginé consiste simplement en deux pendules, l'un que j'appellerai *variable* et l'autre *constant*, et d'un chronographe, le tout réduit à la plus grande simplicité.

Imaginons un pendule ordinaire : nous savons que, toutes choses égales d'ailleurs, la durée d'une oscillation est inversement proportionnelle à la racine carrée de la pesanteur ; au contraire, pour un pendule horizontal de torsion, établi comme dans les expériences de Coulomb, la durée de l'oscillation dépend de la racine carrée du moment d'inertie, c'est-à-dire de la masse et non du poids ; elle est donc indépendante de g ; ce pendule demeurera donc invariable dans tous les lieux, et je peux lui comparer la durée d'oscillation du premier pendule, pourvu qu'il soit parfaitement homogène autour de l'axe de rotation, sinon l'appareil accuse la courbure des lignes de force du champ terrestre, ainsi que l'a montré M. R. Eötvös.

Les deux formules à comparer seront donc les suivantes :

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad \text{et} \qquad t_c = \pi\sqrt{\frac{K}{F}},$$

où t et t_c sont les durées d'oscillation du pendule ordinaire et du pendule constant, K le moment d'inertie du pendule de torsion, F la force de torsion ; en conséquence, en appelant C une constante :

$$(a) \qquad k^2 = \frac{t^2}{t_c^2} = \frac{Fl}{gK} = \frac{C}{g}.$$

Dans un autre lieu d'observation, nous aurons t_c le même, mais t sera changé, c'est-à-dire :

$$(b) \qquad k_1^2 = \frac{t_1^2}{t_c^2} = \frac{C}{g_1};$$

donc

$$\frac{t^2}{t_1^2} = \frac{g_1}{g} = \left(\frac{k}{k_1}\right)^2.$$

Il s'agit donc de déterminer le rapport de la durée des oscillations des deux pendules dans un lieu où l'on connaît exactement g, et de déterminer ensuite ce rapport là où on veut déterminer la pesanteur ; le carré de l'inverse du quotient des deux rapports sera égal au rapport de la pesanteur dans les deux lieux.

Avec un chronographe ordinaire, l'expérience consistera simplement

à enregistrer en même temps sur la bande de papier, les allures des deux pendules avec l'enregistreur électrique, en sorte que, même s'il y a de fortes irrégularités dans la marche du chronographe, on aura toujours les rapports exacts qu'on veut déterminer. La difficulté la plus importante, proviendra de l'influence des changements de température : il faudra par des expériences préliminaires déterminer en fonction de la température le changement du rapport des oscillations des deux pendules, et ensuite compenser ce changement ou calculer les corrections nécessaires.

On peut du reste se servir du métal *invar*, ou mieux de quartz fondu qui réduira beaucoup ces perturbations, d'autant plus que ce corps a de très bonnes qualités mécaniques, qui importent beaucoup à cause des changements de tension nécessaires pour le transport de l'appareil.

Un autre avantage considérable du pendule horizontal est de donner des oscillations parfaitement isochrones indépendamment de l'amplitude, et, en pratique, il sera possible d'enregistrer un grand nombre d'oscillations sans entretenir le mouvement.

Faisons maintenant :

$$t = \frac{l}{n}, \qquad t_c = \frac{l_c}{n},$$

où l et l_c sont les distances du premier point au n^{me}, distances enregistrées par les pendules (variable et constant), n est le nombre des oscillations dans un lieu où on connaît la pesanteur g.

Nous aurons :

$$\frac{t}{t_c} = \frac{l}{l_c} = k.$$

Dans un autre lieu on aura :

$$t_1 = \frac{l_1}{n_1}, \qquad t_c = \frac{l_{c1}}{n_1},$$

c'est-à-dire

$$\frac{t_1}{t_c} = \frac{l_1}{l_{c1}} = k_1 ;$$

en conséquence :

$$\frac{t^2}{t_1^2} = \frac{k^2}{k_1^2} = \frac{g_1}{g};$$

d'où

$$g_1 = \frac{k^2}{k_1^2}\, g.$$

Le problème, en conséquence, est réduit à la mesure de deux longueurs sur une même bande de papier, et, en faisant dérouler une longueur suffisante, on peut bien atteindre $\frac{1}{1000}$ de seconde.

II. — EXPÉRIENCES.

Je dois dire tout d'abord que les expériences ont été faites avec des appareils grossiers et dans des conditions qui, pour les raisons que j'exposerai plus bas, n'étaient pas capables de donner toute la précision à laquelle j'espère parvenir par la suite.

Pour le moment, le but que je me suis proposé est d'étudier quelques dispositifs, et principalement les divers modes de suspension du pendule [1].

Toutes ces mesures ont été faites à l'Observatoire astronomique de Florence. Le pendule était établi dans une petite chambre au sud-ouest de l'Observatoire, à l'abri des courants d'air et suffisamment protégé contre les changements soudains de température. Je me suis servi du chronographe et d'un pendule astronomique. Pendant que j'observais à la lunette les oscillations du pendule de torsion, je pouvais, à ma volonté, mettre en marche le chronographe, enregistrer les secondes de l'horloge astronomique et les passages de la position de zéro (oscillations complètes) du pendule de torsion. Les observations étaient faites à environ $2^m,20$ de distance du pendule, dans une autre petite chambre, à travers la porte ; ainsi le pendule était presque sans perturbations ; pourtant, dans les expériences que je suis en train de poursuivre, je modifierai mon appareil pour le mettre tout à fait à l'abri des courants d'air.

Le premier fil du pendule était en métal *invar*. Je dois remercier M. Ch.-Ed. Guillaume, qui m'a donné obligeamment quelques échantillons de fil de ce métal. Le diamètre est environ de 0,477, millimètres la longueur de 1 mètre environ.

Outre les erreurs personnelles, qui ont peut-être une influence

---

[1] Même dans ces expériences un peu grossières, on doit estimer le temps avec une précision telle que les moyens du laboratoire dont je disposais n'étaient pas suffisants ; aussi je dois bien remercier ici M. le Professeur A. Abetti, Directeur de l'Observatoire astronomique d'Arcetri, ainsi que M. le Dr B. Viaro, astronome adjoint, qui ont bien voulu me donner les moyens de faire ces expériences.

notable sur la courte durée d'une expérience, on voit qu'il y a de fortes variations dans les résultats.

Par exemple, dans les expériences des 9, 10 et 11 octobre, il y a eu certainementde fortes perturbations dans mes expériences, dues peut-être à la trop courte durée des mesures tandis que, dans les expériences du 28 octobre et dans les suivantes, j'ai observé d'une manière plus systématique ; on peut aussi penser que peut-être le fil *invar* a été la cause de la grande discordance entre toutes les expériences. Je recommencerai toutefois les observations avec ce même métal parce qu'il me semble que, malgré ce fait que cet acier présente des propriétés qui ne sont point réversibles, les discordances observées sont trop fortes, surtout si on les compare avec les résultats des expériences avec le fil en Pt-Ag. Peut-être aussi les écarts sont-ils dus à ce que la température agit d'une manière bien plus marquée sur le coefficient de torsion que sur les dimensions de l'appareil.

On voit bien dans les deux cas, d'ailleurs, l'influence qu'exerce le soulagement de la suspension, et peut-être à l'influence de la température on doit joindre celle de la fatigue du métal qui, dans l'invar, devrait être plus grande que la première. Je ferai dans la suite une suspension avec un dynamomètre qui, tout en permettant de fixer la masse pour le voyage, laissera le fil dans le même état de tension.

J'ai à l'étude de grosses fibres en quartz fondu, que j'ai étiré moi-même à l'aide d'un chalumeau oxy-acétylénique, et j'espère aboutir ainsi à une précision bien plus grande.

Je me propose de revenir sur ce sujet.

TABLEAU I.

Expériences avec suspension en *invar*. Depuis la première expérience du 9 octobre jusqu'aux expériences du 11 octobre, on n'a plus touché à l'appareil, sauf que, après les expériences du 11 octobre au matin, on a soulagé le pendule jusqu'au commencement de l'expérience suivante (12 octobre) ; on voit ainsi l'influence du repos qui avait soulagé le métal de la charge des jours précédents.

Nos	Dates	T en secondes	Erreur probable	Température moyenne	Baromètre	Moyenne de
1	9 oct. 1906	14s,03766	± 0,00187	21°,18	753,05	cinq expériences
2	10 »	14s,0252	± 0,0033	21°,18	753,95	deux expériences
3	11 »	14s,0240	± 0,00206	20°,70	750	trois expériences
4	12 »	14s,0335	—	20°,70	746	une expérience

Dans toutes ces expériences, l'élongation du pendule a été de 30 à 50 millimètres.

TABLEAU II.

Expériences avec suspension en fil de Pt-Ag de $0^{mm},5$ de diamètre de même longueur et de même poids que le précédent en *invar*.

Dans ces expériences on n'a jamais soulagé la suspension.

Nos	Dates	T en secondes	Erreur probable	Température moyenne	Baromètre
1	28 oct. 1906	$14^s,78570$	± 0,000070	18°,15	747,50
2	1 nov. 1906	$14^s,77159$	± 0,000080	15°,23	736
3	2 »	$14^s,768492$	± 0,000120	14°,52	743
4	4 »	$14^s,770894$	± 0,000057	13°,60	748,65

Dans toutes ces expériences, on a fait la moyenne de onze lectures prises à l'intervalle d'une heure à peu près. L'élongation a été de 50 à 100 millimètres.

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL;

Vol. XXI (*fin*), et vol. XXII; mai à décembre 1905.

F.-E. BAXANDALL. — On the enhanced lines of iron, titanium and nickel (Sur les raies renforcées du fer, du titane et du nickel). — XXI, p. 337-343

M. H. Reese a publié dans l'*Astrophysical Journal* (1) une liste des raies renforcées du fer, du nickel et du titane; il en indique un assez grand nombre, une soixantaine dans le cas du fer, qui ne se trouvent pas dans les listes de Lockyer. Reprenant les clichés de M. Lockyer, M. Baxandall, son collaborateur, trouve que, dans la plus grande majorité des cas, M. Reese s'est trop avancé et a indiqué comme renforcées des raies qui ne devaient l'être sur ses clichés qu'en apparence, par suite des durées de poses employées. Nous renvoyons au mémoire pour l'examen des cas particuliers.

H.-M. REESE. — On the enhanced lines of iron titanium and nickel (Sur les raies renforcées du fer, du titane et du nickel). — XXII, p. 222.

Réponse à l'article précédent. L'auteur trouve que son contradic-

(1) Voir *J. de Phys.*, 4e série, t. IV, p. 156; 1905.

teur ne doit pas être d'accord avec lui sur ce qui constitue un renforcement.

A.-S. KING. — Note on the conditions attending the appearance of the argon lines in air (Note sur les conditions accompagnant l'apparition des raies de l'argon dans le spectre de l'air). — XXI, p. 344-351.

Dans les conditions ordinaires, un tube de Geissler contenant un mélange d'argon et d'un autre gaz ne montre le spectre de l'argon que si la proportion de ce gaz est grande. M. Lilienfeld a pu voir cependant son spectre dans celui de l'air en mettant un tube à électrodes extérieures en parallèle avec une bobine de self-induction dans laquelle passe la décharge de deux ou trois bouteilles de Leyde chargées elles-mêmes par une forte bobine de Rhumkorf.

M. A.-S. King reprend ces expériences et conclut que la condition essentielle pour produire le spectre de l'argon avec de très petites quantités de gaz semble être d'employer une décharge présentant par intermittences une très grande intensité. Une telle décharge, aussi bien avec les tubes à vide qu'avec les étincelles, est plus efficace qu'une décharge ayant une plus grande intensité moyenne, mais plus d'uniformité.

Philip FOX. — Observations with the Rumford Spectroheliograph (Observations avec le spectrohéliographe Rumford). — XXI, p. 351-356.

Résumé des résultats obtenus avec cet appareil en 1903.

Karl EXNER et W. WILLIGER. — The « optical power » of the atmosphere and its measurement (Le « pouvoir optique » de l'atmosphère et sa mesure). — XXI, p. 368-371.

Dans les instruments de grande ouverture, les déplacements de l'air déforment les images des étoiles comme le ferait un oculaire pas au point. Les auteurs proposent de prendre comme définition du *pouvoir optique* de l'atmosphère, c'est-à-dire de ses qualités pour l'observation, l'inverse du diamètre du disque d'une étoile exprimé en secondes. Si l'on mesurait cette quantité dans les différents observatoires, on aurait une idée plus juste de ce que valent leurs climats pour les observations.

J. HARTMANN. — Monochromatic photographs of the Orion nebula (Photographies monochromatiques de la nébuleuse d'Orion). — XXI, p. 389-400.

L'auteur a obtenu des photographies de la nébuleuse d'Orion en plaçant devant la plaque sensible des écrans colorés n'y laissant parvenir, les premiers, que les radiations de longueur d'onde plus grande que 4800 (raies des nébuleuses N_1 et N_2 et raie H_β); les deuxièmes, les radiations entre λ 3880 et λ 3740; les troisièmes, la raie 3727. Sur les différentes photographies ainsi faites, la nébuleuse n'a pas la même forme, ce qui montre que toutes ses parties n'émettent pas avec la même intensité les raies des nébuleuses.

P.-G. NUTTING. — High temperature radiation (Radiation à haute température). — XXI, p. 400-410.

Examen rapide, purement théorique ou même hypothétique, du processus des excitations électriques, mécaniques ou thermiques des radiations lumineuses. Les corps posséderaient non seulement une température de fusion, mais aussi une *température d'ionisation* comprise entre 3.000 et 10.000 degrés pour les gaz élémentaires et plus basse pour les autres substances. On pourrait rendre un corps lumineux en l'échauffant par un procédé purement thermique jusqu'au voisinage de cette température, que ce corps ne pourrait d'ailleurs pas dépasser.

W.-M. MITCHELL. — Researches in the sun spot spectrum region F to *a* (Recherches sur le spectre des taches solaires dans la région de F à *a*). — XXII, p. 4-41.

Étude du spectre des taches apparues en 1904, description de 680 raies, et discussion tendant à montrer que le niveau des taches est inférieur à la couche chromosphérique.

H.-W. CLOUGH. — Synchronous variations in solar and terrestrial phenomena (Variations synchrones dans les phénomènes solaires et terrestres). — XXII, p. 42-76.

On a souvent essayé de découvrir dans les phénomènes météorologiques des périodes durant de quelques jours à quelques siècles.

M. Clough discute le cycle de trente-six ans de Brücker[1] pour tous les éléments des météorologies terrestre et solaire, le cycle de onze ans, et un cycle de trois cents ans qui se manifesterait par des variations dans la longueur des deux premiers. Il conclut à leur existence et au synchronisme des phénomènes solaires et terrestres.

J.-S. AMES. — An elementary discussion of the action of a prism on white light (Discussion élémentaire de l'action d'un prisme sur la lumière blanche). — XXII, p. 76-83.

Certains physiciens admettent que la lumière blanche n'est pas la superposition de trains d'ondes réguliers, mais de pulsations irrégulières. Une telle lumière dispersée par un réseau ou par un prisme se résout en composantes ayant une certaine périodicité. M. Gouy et d'autres savants ont discuté jusqu'à quel point ces phénomènes périodiques ressemblent à des ondes homogènes. M. Schuster a étudié l'action d'un réseau[2]; M. J.-S. Ames examine celle d'un prisme dans cette hypothèse particulière.

CHARLES-LANE POOR. — The figure of the Sun (La figure du Soleil). XXII, p. 103-115 et p. 305-317.

La première partie de ce travail est basée sur la mesure de 139 photographies du Soleil prises par Rutherford de 1860 à 1874, sur des mesures héliométriques faites à l'occasion des passages de Vénus (1874-1882) et sur des photographies faites en 1893-94 à Northfield (Minnesota); la deuxième, sur des mesures héliométriques faites à Göttingen de 1890 à 1902. La discussion de toutes ces données semble montrer que le rapport entre les diamètres polaire et équatorial du Soleil est variable, et que sa variation est périodique. La longueur exacte de cette période est incertaine, mais paraît presque la même que celle des taches. L'amplitude de la variation que décèlent les photographies est beaucoup plus considérable que celles indiquées par les mesures héliométriques.

Cette variation de forme du Soleil pourrait être la cause des anomalies des mouvements de Mercure, Vénus et Mars.

---

(1) *Klimaschwankungen seit* 1700; Vienne, 1890.
(2) *Philos. Mag.*, 5e série, t. XXXVII, p. 509; 6e série, t. I, p. 1.

M.-W. STRONG. — On the magnesium spark (Sur l'étincelle du magnésium). XXII, p. 118-122.

M. Mohler [1], observant des étincelles dirigées parallèlement à l'axe du collimateur de son spectroscope, avait trouvé que, dans le spectre du magnésium, certaines raies sont très renversées quand les particules en mouvement dans l'étincelle s'éloignent de la fente, et ne le sont pas quand les particules s'en rapprochent. M. Strong recherche la cause de ce phénomène et la trouve dans une inégale distribution autour de l'étincelle des vapeurs les plus froides du magnésium.

(ROBERT-J. WALLACE. — Diffraction gratting replicas (Reproduction par contact des réseaux de diffraction) — XXII, p. 123-131.

Description détaillée du mode opératoire que l'auteur emploie pour faire ses excellentes reproductions des réseaux de Rowland.

P.-G. NUTTING. — The spectra of alloys (Les spectres des alliages). XXII, p. 131-138.

Les électrodes employées dans les arcs et les étincelles étant presque toujours impures, il serait utile de bien connaître l'influence de leurs impuretés sur le spectre que l'on étudie et de savoir comment la rendre le plus faible possible. Après Lockyer et Roberts (*Proc. R. S.*, **21**, 507 ; 1873), M. Nutting étudie ce problème. Il fait éclater l'étincelle dans l'hydrogène entre deux électrodes d'alliages divers, et photographie pour chacun d'eux cinq spectres obtenus dans des conditions électriques différentes : avec une grande capacité ; avec une grande capacité et une inductance ; avec une petite capacité et une étincelle en série ; avec une étincelle en série et une grande inductance ; sans capacité ni inductance. L'étude de 60 combinaisons d'alliages le conduit aux résultats suivants :

Dans les spectres des alliages (arc ou étincelle), les spectres des métaux composants sont indépendants l'un de l'autre.

Des variations dans les conditions électriques ou dans l'atmo-

---

(1) *Astroph. Journ.*, mars 1902, p. 125 ; — *J. de Phys.*, 4e série, I, p. 725.

sphère ambiante n'influencent pas les intensités relatives des spectres composants.

Dans les spectres d'arc ou d'étincelle avec inductance, toutes choses égales d'ailleurs, le spectre de l'élément de plus grand poids atomique prédomine.

L'analyse quantitative spectroscopique serait possible à 5 0/0 près en se basant sur des raies de même caractère obtenues dans l'arc ou l'étincelle avec inductance et avec un courant assez intense pour fournir une grande quantité de vapeur.

En pratique, la présence des impuretés dans les électrodes est de peu d'importance, et, quand on emploie des alliages, il est inutile d'essayer d'augmenter l'intensité du spectre de l'un des composants en changeant les conditions électriques.

F.-R. MOULTON. — On the evolution of the solar system (Sur l'évolution du système solaire). — XXII, p. 165-181.

Cet article contient l'exposition d'une théorie du système solaire que l'auteur et le professeur Chamberlin essaient de substituer à celle de Laplace. Tandis que cette dernière donnait pour origine à notre monde une nébuleuse qui se serait contractée sous l'influence de la gravitation mutuelle de ses parties en anneaux donnant naissance aux planètes, celle des savants américains suppose qu'un autre soleil passant très près de la nébuleuse primitive lui aurait donné la forme de nébuleuse spirale, qu'elle aurait conservé ses dimensions grâce surtout aux mouvements orbitaux d'un très grand nombre de petites masses et non par une expansion gazeuse, et que sa transformation en masses planétaires aurait pu se faire sans perte de chaleur.

Cette théorie expliquerait tous les phénomènes sur lesquels reposait la théorie annulaire, et beaucoup d'autres avec lesquels cette dernière était en contradiction.

NORTON-A. KENT. — Variability of wave lengths in the lines of spark spectra (Variations des longueurs d'onde dans les raies des spectres d'étincelle). — XXII, p. 182-198.

Hascheck [1], en 1901, avait annoncé que les raies du titane pré-

[1] *Astroph. Journ.*, **14**, p. 181.

sentaient dans le spectre d'étincelle un déplacement considérable pouvant atteindre 0,13 U. A. relativement aux mêmes raies dans l'arc. D'autres recherches ont plus ou moins controuvé ce résultat (1). L'auteur cherche à trancher la question. Il emploie un réseau concave de Rowland de 21 pieds, et prend toutes les précautions pour que la manipulation de l'obturateur ne puisse faire bouger les autres parties de l'appareil. Le spectre de l'étincelle encadrait celui de l'arc, les poses étaient courtes et l'auteur se mettait à l'abri d'un déplacement apparent de la raie dû à une surexposition en pointant la raie de l'étincelle sur ses extrémités à peine visibles. Les conclusions de cette étude sont que, sous certaines conditions électriques : absence de self et de résistance ohmique, grande capacité ou longue étincelle secondaire, grande énergie dans la décharge, les parties de l'étincelle qui touchent aux électrodes donnent un spectre dont les raies ont des longueurs d'onde plus grandes que celles de l'arc.

H. CREW et J. SPENCER. — Variation of arc spectra with phase of the current producing them (Variation des spectres de l'arc avec la phase du courant qui les produit). — XXII, p. 199-203.

Les auteurs produisent un arc avec un courant alternatif; au-devant du spectroscope, un moteur synchrone fait tourner un écran circulaire muni d'une fente que l'on peut décaler de façon à étudier l'arc dans la phase que l'on désire : leur dispositif est donc semblable à celui de M. de Watteville dont ils ont vérifié les résultats. Une planche montre combien sont différents les spectres d'arcs du carbone dans les différentes phases du courant. Leur étude a aussi porté sur les spectres du graphite, de l'aluminium, du magnésium et du fer.

Sir William and Lady HUGGINS. — On the spectrum of the spontaneous luminous radiation of radium (Sur le spectre de la radiation lumineuse spontanée du radium). — XXII, p. 204-208.

Dans deux mémoires parus en 1903, ces savants ont montré que la lueur qu'émet spontanément le bromure de radium comprend sur-

(1) Norton-A. Kent, *Astroph. Journ.*, **17**, p. 286; 1903; — Eder et Valenta, *id.*, **19**, 251; 1904; — Middlekauff, *id.*, **21**, 116; 1905.

tout les radiations de l'azote (pôle négatif). Pour déterminer si ces radiations proviennent d'azote occlus ou d'azote atmosphérique, et si le radium est capable de rendre l'hydrogène lumineux, comme il semble en avoir le pouvoir pour l'azote, ils ont répété leurs expériences en plaçant le sel de radium dans une atmosphère d'hydrogène. Une première série d'expériences fut faite à la pression atmosphérique, une autre à une pression réduite.

Après quelques jours passés dans l'hydrogène, la lueur s'est affaiblie, mais le spectre est toujours resté celui de l'azote sans trace d'hydrogène. Ce spectre aurait pu provenir de traces d'air restant dans le tube; mais, si cela avait été, en ouvrant le tube et laissant rentrer l'air la lueur aurait dû recouvrer son éclat originel, ce qui n'eut pas lieu; au contraire, pendant les sept jours qui suivirent, le spectre continua à décroître d'intensité, puis se mit à croître lentement. D'autres observations ont montré des variations d'éclat aussi inattendues, souvent accompagnées de changements dans la couleur, les propriétés électriques restant toujours les mêmes.

Le spectre a toujours été celui de l'azote; mais récemment une nouvelle bande a apparu dans le vert, aux environs de λ 5165, accompagnée d'un faible spectre continu qui s'étend jusqu'à la raie D.

Les auteurs suggèrent que, lorsque le radium a cessé de faire briller les molécules d'azote, il est devenu capable d'exciter celle de la substance inconnue émettant cette nouvelle bande. La lueur spontanée ne proviendrait pas de son action sur les molécules de l'air, mais d'une action plus directe sur des molécules d'azote en quelque sorte associées avec lui.

W.-J. HUMPHREYS. — The effect of a pressure of 37 atmospheres on certain lines of the arc spectrum of iron (Effet d'une pression de 37 atmosphères sur certaines raies du spectre d'arc du fer). — XXII, p. 217-220.

Après plusieurs années de préparation, l'auteur avait repris ses recherches sur l'effet de la pression sur les spectres; obligé de les abandonner de nouveau, il donne le résultat de ses expériences avec le spectre du fer produit dans un arc à 220 volts, à la pression de 37 atmosphères. A cette pression, beaucoup de raies s'étalent, tandis que d'autres, comme λ 4315,21 et λ 4337,14, restent nettes et fines. Plusieurs, comme λ 4233,76 et λ 4236,09, deviennent nébuleuses et sont très déplacées vers le rouge. Une au moins présente non seulement un déplacement sensible, mais semble se désagréger graduel-

lement à mesure que la pression augmente. La table suivante contient les raies mesurées. Dans la deuxième et la troisième colonne, R signifie renversée, et les nombres représentent les intensités relatives. Δλ donne, en U. A., l'accroissement de longueur d'onde produit par une variation de la pression de l'atmosphère à 37 atmosphères. Ces Δλ sont suffisamment bien proportionnels à ceux obtenus à basse pression ([1]).

Longueur d'onde λ	Caractère et intensité à 37 atmosph.	Caractère et intensité à 1 atmosph.	Δλ
3903,06	R 4	1	0,121
3948,87	2	1	090
3950,05	2	1	072
3951,25	2	1	133
3956,77	R 2	R 1	120
3969,34	R 6	R 2	114
3977,83	2	1	065
3984,08	2	1	104
3997,49	3	1	071
3998,16	2	1	130
4005,33	R 6	2	115
4009,80	2	1	060
4013,91	2	1	087
4021,96	2	1	091
4045,90	R 12	R 4	131
4062,51	R 10	R 3	148
4071,79	R 8	R 2	161
4118,62	2	1	093
4143,96	R 6	R 2	129
4154,57	2	1	099
4156,88	2	1	0,118
4181,85	2	1	095
4202,15	R 6	2	076
4219,47	3	2	114
4222,32	2	1	202
4227,60 ([2])	2	2	365
4233,76	4	2	213
4236,09	6	2	183
4250,28	6	2	215
4250,93	R 6	2	076
4260,64	R 8	2	197
4271,93	R 12	R 3	148
4282,58	3	1	070
4294,26	4	1	101
4299,42	4	2	193
4307,96	R 10	R 3	147
4315,21	2	1	070
4325,92	R 12	R 3	131
4337,14	2	1	095

W.-J. HUMPHREYS. — Reversals of bands (Renversements de bandes). XXII, p. 220-221.

Indication d'un certain nombre de bandes qui se renversent plus ou moins facilement dans un arc à l'air libre et à la pression atmosphérique.

Fluorure de calcium (CaF^2)...	λ 6030,	λ 6060			
Fluorure de strontium (SrF^2)..	λ 5780,	λ 6300,	λ 6400,	λ 6515,	λ 6625
Fluorure de baryum (BaF^2)...	λ 4960,	λ 5015			

([1]) *Astroph. Journ.*, **6**, p. 200; 1897.

([2]) La position de cette ligne ne peut être déterminée avec certitude. Elle est très déplacée, mais très nébuleuse et mal définie.

JAMES-I. PORTER. — Selective reflection in the infra red spectrum (Réflexion sélective dans le spectre infra-rouge). — XXII, p. 229-248.

La méthode qu'emploie M. Porter est celle qu'ont employée MM. Rubens et Nichols[1], Rubens et Aschkinass[2], celle des « rayons restants ». Il oblige un faisceau lumineux (celui d'un filament Nernst), diffracté par un réseau, à se réfléchir sur trois miroirs plans taillés dans la matière à étudier, et il reçoit les radiations qui subsistent sur les vannes d'un radiomètre très sensible. Le réseau, formé de fils métalliques tendus sur une corde, est porté par la plate-forme d'un goniomètre, ainsi que le collimateur à miroir qui envoie le faisceau lumineux. En faisant tourner tout cet ensemble et mesurant les rotations, on obtient les longueurs d'onde des radiations qui donnent au radiomètre les déviations les plus grandes. Les radiations de longueurs d'onde supérieures à 11 λ étaient absorbées par la plaque de fluorine qui fermait le radiomètre. L'auteur a étudié, en plus du quartz et du marbre, quatorze substances nouvelles ; sept ont donné des maximums bien marqués, dont voici les longueurs d'onde :

Quartz	8μ,28	Chlorure d'ammonium	3μ,44
Marbre blanc	6 ,77	Sulfate de potassium	8 ,42
Bichromate de potassium	10 ,31	Bisulfite de potassium	8 ,21
Sulfate de cuivre	2 ,30	Ferrocyanure de potassium	4 ,84
Acide tartrique	5 ,72		

Voici, pour être complet, les substances dont les rayons restants avaient été mesurés précédemment :

Quartz	8μ,50-9μ,02-20μ,75	Rubens et Nichols
Mica	9μ,20-18μ,40-21μ,25	—
Fluorine	24μ,4	—
Sel gemme	51μ,2	Rubens et Aschkinass
Sylvine	61μ,1	—
Marbre	6μ,69-29μ,4	Aschkinass

(1) *Annalen der Physik*, **60**, p. 418-430 ; 1897.
(2) *Ibid.*, **65**, p. 241 ; 1898.

Joseph LUNT. — On the spectrum of silicon : with a note on the spectrum of fluorine (Sur le spectre de la silice : avec une note sur le spectre de la fluorine). — XXII, p. 256-266.

M. A. de Gramont [1] avait mis en doute l'attribution à la silice de certaines raies comme λ 4089,1, λ 4096,9, λ 4116,4, que Sir M. Lockyer avait réunies dans un même groupe attribué à cet élément. M. Lunt est d'accord avec le savant anglais pour les raies λ 4089,1 et λ 4116,4.

Il les a obtenues en effet dans le spectre de tubes de Geissler contenant des gaz très divers, toutes les fois que le courant était assez intense pour décomposer le verre de la partie capillaire. Une chose curieuse, néanmoins, c'est que, dans un tube de tétrachlorure de silicium, ces raies sont presque toujours invisibles, sauf lorsque l'on emploie un courant assez intense pour décomposer le verre. Il y a là une objection sérieuse à la théorie de Lockyer, car, si ces raies n'apparaissent que par la décomposition du verre, elles peuvent provenir de toute autre matière entrant dans la composition de ce corps. Mais l'auteur semble avoir été convaincu par l'examen de silicates purs soigneusement préparés qui montrent ces raies dans des conditions de courant telles que la présence du verre ne peut pas vicier les résultats. Quant à la raie λ 4096,9, qui est une raie stellaire très importante, M. J. Lunt ne croit pas qu'elle appartienne à la silice ; il n'a, en effet, jamais pu la voir dans les silicates les plus purs qu'il a pu obtenir ; il pense que, dans les étoiles, elle doit être attribuée à quelques corps inconnus, et dans le laboratoire à l'azote ou à l'oxygène.

Les listes de Exner et Hascheck indiquent pour la silice des raies de longueur d'onde λλ 3883,46, 4021,0, 4030,0, 4764,20 ; elles ne se trouvent pas sur les photographies de l'auteur, qui les attribue à des impuretés. Par contre, il indique un nouveau couple de raies de silicium non encore signalé, λ 4191,0 et λ 4108,5.

Le mémoire se termine par une liste de raies du fluor.

---

(1) *C. R.*, **139**, p. 188 ; 1904.

R.-E. LOVING. — The arc in high vacua (L'arc dans les vides élevés). — XXII, p. 285-305.

Dans un tube où le vide a été poussé à quelques millièmes de millimètre de mercure, on place des électrodes à 1 millimètre de distance l'une de l'autre, et dans le circuit extérieur, en série, une étincelle de 2 ou 3 centimètres de longueur. Si l'on fait alors passer le courant d'une machine de Holtz, on n'aperçoit point de phosphorescence cathodique sur les parois du tube, mais entre les électrodes une lueur extrêmement vive que l'auteur compare à un arc. Que devient dans ces conditions le rayonnement cathodique? Quelle est l'influence d'un champ magnétique sur cet arc? Quelle est la nature de la lumière émise? Telles sont les questions que M. Loving étudie dans une série d'expériences. Son premier dispositif permet de déplacer un petit écran phosphorescent dans le voisinage des électrodes; il ne s'illumine que lorsqu'il se trouve tout près de l'anode : les rayons cathodiques seraient donc confinés tout autour de la ligne de décharge et se mouvraient parallèlement à elle. Le champ magnétique aurait pour effet d'augmenter la différence de potentiel entre les électrodes et, par suite, l'énergie cinétique des rayons cathodiques. C'est à leur choc violent que serait due la luminosité de l'anode, et le spectre de la lumière émise n'est analogue ni à celui de l'arc ni à celui de l'étincelle; il est caractéristique de l'anode, aucune raie de la cathode ne s'y trouve.

George HIGGS. — Some remarks on Dr O.-C. Lester's contribution « On the oxygen absorption bands of the solar spectrum » (Quelques remarques sur l'article du Dr O.-C. Lester sur les bandes d'absorption de l'oxygène dans le spectre solaire). — XXII, p. 346-350.

Ces remarques se rapportent à un article paru dans l'*Astrophysical Journal* XX, p. 81 ; 1894 (*J. de Phys.*, IV, 456).

Robert-J. WALLACE. — Notes on « orthochromatic plates » (Notes sur les plaques orthochromatiques). — XXII, p. 153 et 350.

Étude sur les courbes de sensibilité de plaques orthochromatiques de différentes marques, faite non sur des spectres prismatiques qui

présentent des absorptions sélectives dans l'ultra-violet, mais sur des spectres de diffraction obtenus avec des reproductions transparentes de réseaux.

EDWIN FROST et JULIUS BROWN. — Wave lengthsof certain silicon lines (Longueurs d'onde de certaines lignes du silicium). — XXII, p. 157-160.

Les raies λλ 4553, 4568, 4575 sont très importantes pour la détermination des vitesses radiales des étoiles du type Orion. Aussi les auteurs en ont-ils repris la détermination des longueurs d'onde. Ils ont trouvé :

4552,64, 4567,90, 4574,79.

Jules BAILLAUD.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT;

T. VI ; 1905.

ÉLECTROSTATIQUE.

J.-R. JANUSZKIEWICZ. — Ueber einige neue Erscheinungen im Entladungsfelde der Influenzmaschine (Quelques phénomènes nouveaux dans le champ de décharge de la machine à influence). — P. 531-536.

En mettant en contact avec l'une des boules qui forment les pôles de la machine un corps non conducteur, on modifie l'aspect des étincelles. Cet effet est beaucoup plus prononcé quand on touche le pôle positif.

Les pôles étant écartés un peu au delà de la distance explosive maximum, on amène en contact avec l'un d'eux un petit fragment d'un corps mauvais ou médiocre conducteur, une petite boule de coton hydrophile par exemple. Après le contact, le coton est repoussé par le pôle négatif; au pôle positif, il reste attaché tant que la machine fonctionne. Pendant que le coton est ainsi attaché au pôle positif, une boule semblable peut être amenée au contact du pôle négatif et y rester : il en est de même si le pôle positif porte une pointe dirigée vers l'autre. Aussitôt qu'on détourne la pointe

ou qu'on éloigne le coton du pôle positif, l'autre tombe du pôle négatif.

Ces expériences réussissent aussi avec d'autres corps isolants ou semi-conducteurs, la soie, le coton de verre, le mica, pourvu qu'ils soient très secs.

En attachant un petit corps conducteur à un fil de soie et l'introduisant entre les deux pôles, on peut trouver une position dans laquelle il reste en équilibre, à une petite distance du pôle négatif.

Le fil prend une forme courbe tournant sa convexité vers le pôle positif. On trouve une position d'équilibre analogue par un petit pendule d'ébonite terminé par une boule métallique. Le pendule ou le conducteur prennent d'eux-mêmes cette position d'équilibre quand un autre pendule isolant est en contact avec le pôle positif.

Parallèlement à la ligne qui joint les deux pôles A, B, on dispose une feuille d'ébonite et, en arrière de cette feuille, une boule de métal B', de mêmes dimensions que celles des pôles, mais armée d'une pointe de 10 à 12 millimètres, horizontale. Si la pointe se trouve à l'intérieur de l'angle BB'A, en la reliant au pôle positif, on réduit de près de moitié la longueur maximum d'étincelle ; au contraire, en la reliant au pôle négatif, on porte cette longueur au double. L'effet disparaît quand la pointe est en dehors de l'angle.

La pointe étant reliée au pôle négatif, il se produit plusieurs fortes étincelles, convexes du côté de la feuille d'ébonite, mais ne la touchant pas. Au bout de quelques minutes, elles cessent pour se reproduire quand on remplace la feuille par une autre. Mais elles continuent sans interruption quand on laisse entre la boule et le pôle négatif un éclateur.

L'aigrette se produit sur une pointe reliée au pôle positif, quelle que soit l'orientation de la pointe. Souvent, cependant, quand on fait varier cette orientation, l'aigrette disparaît et est remplacée par un point lumineux. Cette transformation a lieu quand la pointe est dirigée vers une autre pointe reliée au pôle négatif, au sol ou à un conducteur de grande capacité. On étend le doigt, s'il est propre, vers la pointe, à 12 ou 15 centimètres de distance, sans modifier l'aigrette ; mais, si on a touché une lime en usage, la modification se produit par suite de la présence sur le doigt de grains de limaille quelquefois à peine visibles.

Deux boules de 5 centimètres de diamètre sont à une distance de 20 centimètres sur la droite qui joint les centres ; l'une porte une

pointe faisant saillie de 1 millimètre, elle est reliée au pôle positif. De l'autre, on peut faire sortir une pointe opposée à la première. Il suffit, pour faire disparaître l'aigrette, de donner à cette pointe une longueur de $0^{mm},05$. L'aigrette réapparaît quand on interpose une toile métallique reliée au sol et disparaît quand on a allongé la pointe négative jusqu'à $0^{mm},07$. On place tout à côté de la première toile métallique une autre, l'aigrette réapparaît pour s'éteindre quand la pointe a $0^{mm},08$. Mais, si on écarte l'une de l'autre les deux toiles, on ne peut plus faire revenir l'aigrette.

J.-R. JANUSZKIEWICZ. — Zwei neue Versuche mit dem elektrischen Winde (Deux expériences nouvelles sur le vent électrique). — P. 581-582.

Un électroscope protégé par une toile métallique reliée au sol est déchargé par le vent électrique d'une pointe placée sur l'un ou l'autre pôle d'une machine ; lorsque des étincelles éclatent entre les deux pôles, cela prouve que la pointe est tantôt positive, tantôt négative, c'est-à-dire que la décharge est oscillante.

L'auteur décrit une expérience montrant que, toutes choses égales d'ailleurs, le vent négatif est plus fort que le vent positif.

M. SEDDIG. — Versuche über den elektrostatischen Auftrieb (Expérience sur la « poussée électrostatique »). — P. 414-415.

L'expérience décrite par Puccianti [1] n'est pas démonstrative : la déviation des bulles d'air se produirait aussi bien si les pouvoirs inducteurs de l'air et du liquide étaient égaux et que leurs conductibilités fussent notablement différentes. Les courants de convection produisent les variations observées en changeant le signe des électrodes.

V. SCHAFFERS. — Der elektrische Wind (Le vent électrique). — P. 614-616.

Entre une flamme électrisée et une pointe est disposée une lame de verre : la flamme se comporte comme un conducteur déformable sous l'action de l'influence électrique.

---

(1) *J. de Phys.*, 4e série, t. III, p. 86.

A la place de la lame de verre, on met une toile métallique reliée au sol ; la flamme est soustraite à l'action du champ électrique de la pointe. On observe simplement que la flamme est chassée par le courant d'air, cet air ayant perdu son électrisation en traversant la toile métallique.

Pour mettre en évidence la réaction exercée sur la pointe par l'électricité qui s'en écoule, l'auteur emploie un petit moulinet très léger, formé de six ailettes d'aluminium collées par leurs bords repliés à angle droit sur deux disques de mica : entre les disques se trouvent ainsi des palettes isolées l'une de l'autre. En face de ce moulinet se trouvent une ou plusieurs pointes, dont on peut régler la hauteur. Si le vent électrique rencontre seulement les ailettes supérieures, le moulinet ne tourne pas. Au début se produisent quelques mouvements qui s'arrêtent quand les ailettes sont électrisées d'une manière uniforme et que la seule force agissante est devenue le mouvement de l'air.

En interposant entre la pointe et le moulinet une toile métallique reliée au sol, on observe la même immobilité, quoiqu'il suffise de souffler légèrement à travers la toile sur le moulinet pour imprimer à celui-ci une rotation rapide.

La toile métallique enlevée, on met à la hauteur de l'axe, de l'autre côté du moulinet, un conducteur non isolé, parallèle à l'arête extérieure des ailettes : le moulinet se met à tourner rapidement. Cette rotation est provoquée non par le vent électrique, mais par les attractions et répulsions électriques. En fait, on peut produire une rotation en sens inverse du vent électrique en intervertissant le signe des charges.

En résumé, le vent électrique proprement dit est toujours très faible, beaucoup plus faible qu'on ne l'admettait jusqu'ici.

O.-M. CORBINO. — Ueber die dielektrische Viskosität der Dielektrika (Viscosité diélectrique des diélectriques). — P. 138-141.

Cette viscosité est définie par le retard de phase de la charge d'un condensateur sur la différence de potentiel sinusoïdale établie entre ses armatures.

D'après les expériences de l'auteur, les valeurs de ce retard ne répondent ni à la théorie de Hess, ni à celle de Pellat ou à celle de

Maccarone. Pour expliquer les résultats expérimentaux avec la théorie de Hess, il faudrait remplacer le condensateur réel par trois condensateurs fictifs, l'un parfaitement isolé, les deux autres mis en court-circuit, l'un par une grande résistance (quelques centaines de mille ohms), l'autre par une faible résistance (quelques ohms). La théorie s'appliquerait alors aussi bien aux champs constants qu'aux champs sinusoïdaux à 3.600 périodes étudiés par l'auteur.

A. OCCHIALINI. — Die Dielektrizitätskonstante der Luft in ihrer Beziehung zu ihrer Dichte (Pouvoir inducteur de l'air sous différentes pressions). — P. 669-672.

La capacité d'un condensateur enfermé dans un réservoir d'acier où on comprime l'air est comparée à celle d'un condensateur à capacité variable. Les deux sont chargés par un transformateur à la fréquence 10.000 sous 110 volts. La densité de l'air est déduite de son indice de réfraction.

Le coefficient de Mossoti $\frac{K-1}{K-2}\frac{1}{D}$ n'est pas constant, mais croît peu à peu avec la pression.

CONDUCTIBILITÉS ÉLECTRIQUES.

A. BERNINI. — Ueber den Einfluss der Temperatur auf dielektrische Leitfähigkeit des Lithiums (Influence de la température sur la conductibilité électrique du lithium). — P. 74-78.

A la température ordinaire, la conductibilité du lithium est celle qu'indique Matthiessen (10,66 celle du mercure, 10,69 d'après Matthiessen).

La résistance spécifique croît suivant une fonction linéaire de la température, au-dessus et au-dessous de la température de fusion : au moment de la fusion, elle subit une augmentation brusque en devenant plus que double, le coefficient de température est un peu plus faible pour le lithium fondu (0,0025 au lieu de 0,0046).

B.-C. FELIPE. — Ueber die Leitfähigkeit der Schwefelsäure bei verschiedenen Temperaturen (Conductibilité de l'acide sulfurique à différentes températures). — P. 422-429.

L'auteur a mesuré entre 0° et 90° la conductibilité de dissolutions d'acide sulfurique dont la concentration variait de 2,675 à 35,344 molécules d'eau pour une molécule d'acide monohydraté. Comme MM. Bonsfield et Lowry [1], il conclut à l'existence, sur les courbes qui représentent la conductibilité en fonction de la température, d'un point d'inflexion, à une température d'autant plus basse que la concentration est plus faible.

E. DORN. — Methode zur Messung des elektrischen Widerstandes an lebenden Bäumen (Méthode pour mesurer la résistance électrique sur les arbres vivants). — P. 835-838.

La méthode consiste à faire passer dans une portion de l'arbre le courant de quelques accumulateurs et à mesurer la différence de potentiel entre deux électrodes impolarisables auxiliaires.

La résistance n'est pas très grande et varie avec la température.

Bouleau : distance des prises, 439 centimètres; circonférence du tronc à l'endroit des deux prises, 115,5 et $87^{cm},5$; R = 6.447 ohms.

Peuplier d'Italie : 451 centimètres; 168 et 122 centimètres ; R = 806 ohms.

A. CRUSE. — Ueber die elektrische Kataphorese des destillierten Wassers durch poröse Tondiaphragmen (Pukallmasse), insbesondere ihre Abhängigkeit von Temperatur und Stromdichte (Filtration électrique de l'eau distillée à travers les diaphragmes de terre poreuse ; influence de la température et de la densité du courant). — P. 201-204.

La quantité d'eau distillée qui traverse le diaphragme croît avec la température jusqu'à un maximum qu'elle atteint vers 35 ou 40°, et décroît ensuite rapidement d'abord, puis moins vite.

D'après G. Wiedemann et Quincke, il y a proportionnalité entre la quantité d'eau filtrée et la densité du courant, quand celle-ci est petite.

---

(1) *J. de Phys.*, 4e série, t. III, p. 807 (1904).

Cette proportionnalité ne se maintient pas quand on augmente beaucoup la densité du courant. Le rapport des deux grandeurs augmente d'abord avec la densité du courant, atteint un maximum, puis décroît.

La quantité d'eau filtrée par kilowatt-heure décroît constamment quand la densité du courant augmente.

M. von SMOCHULOWSKI. — Zur Theorie der elektrischen Kataphorese und der Oberflächenleitung (Théorie de la filtration électrique et de la conduction superficielle). — P. 529.

Les résultats précédents ne sont pas en contradiction avec la théorie de Helmholtz, comme le pense Cruse.

APPAREILS ET MÉTHODES DE MESURE.

L. et A. BOLTZMANN. — Ueber das Exnersche Elektroskop (Electroscope d'Exner). — P. 2.

Le bord du miroir placé sur la fenêtre de l'instrument et le bord de l'échelle ont la forme d'arcs de cercle ayant leur centre sur la droite d'intersection des feuilles d'aluminium. Les traits de l'échelle convergent vers un point de cette droite. De cette manière, les lectures deviennent indépendantes des petits déplacements de l'œil.

On peut aussi employer des écarts beaucoup plus grands des feuilles, en éloignant les lames de cuivre latérales assez pour que les feuilles ne puissent les toucher.

T. CHABOT. — Ein geschlossener Quecksilberkommutator (Commutateur à mercure fermé). — P. 112.

J.-W. GILTAY. — *Id.* — P. 206 (Réclamation de priorité).

Le commutateur se compose de deux tubes à trois branches dans chacune desquelles pénètre un fil de platine : chaque fil aboutit à une borne; les branches renferment du mercure. Les deux tubes sont montés sur une planchette à bascule : suivant qu'on incline la

planchette d'un côté ou de l'autre, l'un ou l'autre des mercures des branches extrêmes se réunit au mercure de la branche centrale. Quand la planchette est horizontale, toute communication est interrompue.

M. IKLÉ. — Ueber die Bezeichnungsweise der Empfindlichkeit eines Galvanometers (Sur la désignation de la sensibilité d'un galvanomètre). — P. 43.

Rappel de la désignation proposée par du Bois et Rubens, Ayrton, Mather et Sumpner.

« La sensibilité S_0 est la déviation permanente, exprimée en divisions de l'échelle, que produit 1 microampère, quand l'échelle est à une distance de 1.000 divisions et que la période d'oscillation double est 10 secondes. »

« La sensibilité balistique S_b est l'élongation produite dans les mêmes conditions par 1 microcoulomb. »

T. TAMARU. — Eine Beobachtungsmethode mit gedämpften Schwingungen bei fortrückender Ruhelage, besonders für ein Elektrometer (Méthode d'observation pour les oscillations amorties, quand la position d'équilibre se déplace, spécialement pour les électromètres). — P. 285-290.

Si le déplacement du zéro se fait avec une vitesse uniforme, si a est la position du zéro au moment d'un maximum d'élongation, l'équation du mouvement de l'équipage sera :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \alpha^2 (x - a - ct) = 0.$$

On intègre cette équation et on détermine les constantes en observant trois maximums d'élongation consécutifs, l'équipage oscillant librement ; à l'époque du quatrième maximum, on fait agir la force qui doit dévier l'équipage et on observe trois élongations consécutives. Les trois premières élongations servent à calculer la position du zéro ; les trois autres, la position d'équilibre de l'équipage dévié ; la différence donne la déviation.

Si le déplacement du zéro n'est pas uniforme, il faut faire une hypothèse sur la loi de ce déplacement.

Si le mouvement ne s'écarte pas trop d'un mouvement uniforme, il suffira d'une formule à deux termes, et l'équation deviendra :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \alpha^2 (x - a - ct - ft^2) = 0.$$

On peut introduire encore une exponentielle :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \alpha^2 (x - a - ct - \lambda e^{-gt}) = 0.$$

J. MULLER. — Ueber einen enfachen Kondensator mit veränderlicher Kapazität für Abstimmungsversuche (Condensateur simple à capacité variable pour les essais de résonance). — P. 231-232.

Ce condensateur est formé par des plaques de verre assemblées à l'aide de gomme laque et entre lesquelles on peut glisser deux systèmes de plaques métalliques formant les armatures.

W. HOLTZ. — Sehr ungleiche Elektroden-Ventilzellen; Metallvegetationen (Electrodes très inégales ; soupapes électrolytiques ; végétations métalliques). — P. 480-485.

Lorsque les deux électrodes d'un voltamètre sont de surfaces très différentes, l'intensité du courant est très différente suivant le sens de ce courant.

Le cuivre peut se déposer sous forme d'arborescence, sur une petite cathode, quand on emploie une faible force électromotrice, 1 à 2 volts.

W. HOLTZ. — Ueber die Umwandlung disruptiver Entladungen in konstanten Strom (Transformation des décharges disruptives en courant de sens constant). — P. 911.

Les essais faits pour réaliser l'analogue du bélier hydraulique avec une soupape électrique et un condensateur n'ont donné aucun résultat.

MAGNÉTISME.

O.-M. CORBINO. — Ueber die Magnetisierung des Eisens bei hohen Frequenzen (Aimantation du fer dans les champs de haute fréquence). — P. 174.

Les courbes d'hystérésis ont été obtenues à l'aide d'un tube de Braun; le faisceau cathodique est dévié dans deux directions rectangulaires par deux bobines, l'une sans noyau, l'autre renfermant l'échantillon de fer; on lance dans ces bobines des courants de Duddell rendus autant que possible sinusoïdaux. La fréquence a atteint 20.000 périodes.

L'aire du cycle augmente d'abord assez rapidement avec la fréquence et, à partir d'une certaine fréquence, cette augmentation devient plus lente. En particulier, ainsi que l'a signalé Wien, on constate un accroissement notable vers 730 périodes.

L'influence des courants de Foucault ne se manifeste pas, ni la diminution de perméabilité trouvée par Wien.

SHIZUWO SANO. — Bemerkung zu den Arbeiten von F. Koláček, A. Heydweiller und R. Gans über Magnetostriktion (Remarques sur les travaux de F. Koláček, A. Heydweiller et R. Gans, relatifs à la magnétostriction). — T. V, p. 812.

A. HEYDWEILLER. — Magnetostriktion (Réponse à M. Sano). — T. VI, p. 44.

FR. KOLÁČEK. — *Id.* — P. 143.

SHIZUWO SANO. — *Id.* — P. 505.

Discussion sur la théorie mathématique de la magnétostriction où il est impossible de suivre les auteurs sans donner un exposé complet de la question.

K. HONDA et S. SHIMIZU. — Ueber die Magnetisierung und die magnetische Längenveränderungen ferromagnetischer Metalle und Legierungen bei der Temperatur von flüssiger Luft (Aimantation et dilatation magnétique des métaux et alliages paramagnétiques à la température de l'air liquide). — T. V, p. 40-42.

ID. — *Id.* bei Temperaturen zurschen — 186° und 1.200° C. (*Id.* à des températures comprises entre — 186° et 1.200° C.). — T. V, p. 816.

A la température de l'air liquide (— 186°), la susceptibilité du fer de Suède, de l'acier au tungstène et du nickel est diminuée dans les

champs faibles (< 115 gauss pour le fer et l'acier, < 580 pour le nickel), augmentée dans les champs intenses ; mais cette variation n'est pas permanente et disparaît quand le métal est revenu à la température ordinaire (variation réversible). La susceptibilité du cobalt diminue toujours et cette diminution est irréversible.

La dilatation magnétique du fer de Suède et de l'acier au tungstène diminue, surtout pour le fer ; la contraction du nickel diminue dans les champs inférieurs à 570 gauss, et augmente dans les champs plus intenses ; celle du cobalt fondu augmente notablement, sauf dans les champs très faibles, où elle diminue un peu.

Ces variations sont réversibles, sauf pour le fer.

Les propriétés de l'acier au nickel varient avec la teneur en nickel. Au-dessous de 25 0/0 de nickel, la susceptibilité diminue toujours par le refroidissement. Au-dessus de 25 0/0, les alliages se comportent comme le fer; la variation augmente avec la teneur en nickel et atteint son maximum pour l'alliage à 26,34 0/0 (la susceptibilité croît dans le rapport 1 : 80).

Les alliages à plus de 36 0/0 sont réversibles, non les autres, et même ceux à 24,04 et 24,40 0/0 ont une susceptibilité plus grande à la température ordinaire qu'à — 186°.

La dilatation diminue ou augmente, suivant que le champ est faible ou intense, quand l'alliage renferme plus de 28,82 0/0 de nickel ; pour les autres, il diminue toujours. La variation est réversible comme celle de la susceptibilité.

La courbe d'aimantation, en fonction de la température, du cobalt recuit présente un minimum peu prononcé vers 450°, température à laquelle la variation de la longueur change de signe, quel que soit le champ.

Les courbes des aciers au nickel ont la même allure que celle du nickel pur. Celle des aciers irréversibles descend lentement à partir de — 186°, puis plus vite, passe par un point d'inflexion, descend de nouveau, atteint un second point d'inflexion, puis descend rapidement au voisinage de la température critique.

L'énergie dissipée par l'hystérésis dans le fer de Suède refroidi à — 186° croît dans les champs faibles, diminue dans les champs intenses ; dans le nickel et le cobalt, elle augmente toujours. Elle est toujours très faible dans les aciers au nickel, et en particulier presque nulle dans l'alliage à 28,32 0/0 ; la formule de Steinmetz n'est plus applicable.

K. HONDA et T. TERADA. — Ueber die Veränderung der Elastizitätskonstanten durch Magnetisierung (Variation des coefficients d'élasticité provoquée par l'aimantation). — P. 622-628.

La variation est très grande dans le cas du nickel, où elle atteint 15 0/0 pour le module d'élasticité et 7 0/0 pour le module de torsion. Quand l'intensité du champ augmente, ces modules diminuent d'abord, passent par un minimum et augmentent de nouveau.

Les coefficients du fer de Suède et de l'acier au tungstène augmentent en général, mais peu, au maximum de 0,5 0/0; la variation est la même pour les deux modules d'élasticité et de torsion.

Dans l'acier au nickel à 28,74 0/0, l'aimantation provoque une très légère augmentation des modules ; dans les aciers à 50,72 0/0 et à 70,32 0/0, les modules augmentent en général, mais diminuent légèrement quand le champ magnétique et la charge sont faibles.

L'augmentation est rapide quand le champ croît et atteint des valeurs limites, à peu près du même ordre de grandeur que dans le cas du nickel.

F. PASCHEN. — Apparat zur Messung magnetischer Feldstärken (Appareil pour la mesure des champs magnétiques). — P. 371-376.

Le champ à mesurer est comparé par une méthode différentielle au champ existant à l'intérieur d'un solénoïde parcouru par un courant d'intensité connue.

Sur un même axe sont montés deux induits sans fer, enroulés en tambour suivant le modèle Hefner-Alteneck ; l'un de ces induits, I_g, tourne à l'intérieur du solénoïde ; l'autre, I_s, dans le champ à mesurer. Ces deux induits sont montés en opposition sur un galvanomètre, et on règle l'intensité du courant dans le solénoïde de manière que le galvanomètre reste au zéro.

Un enroulement auxiliaire permet de compenser l'effet des lignes de force du champ mesuré, qui pénètrent dans le solénoïde.

Pour mesurer des champs intenses sans être obligé d'envoyer dans le solénoïde des courants exagérés, on peut éloigner les balais de l'induit I_s d'un angle φ à partir de la position correspondant au maximum du courant induit ; le champ inducteur utile est réduit dans le rapport de $\cos \varphi : 1$.

Par des expériences préliminaires, on détermine le rapport des surfaces magnétiques des deux induits.

A. HAY. — Ueber die Stromlinienmethode der Untersuchung zweidimensionaler magnetischer Probleme (Méthode des lignes de force pour l'étude des problèmes magnétiques dans le plan). — P. 290-291.

Cette méthode est basée sur l'analogie des lignes de courant hydrodynamiques avec les lignes de force magnétiques. On forme une lame mince de liquide entre deux glaces de verre paraffinées, et on injecte dans cette lame du liquide coloré; pratiquement on emploie la glycérine pure et la glycérine colorée par de l'aniline. En creusant dans la couche de paraffine, on réalise dans la lame des régions plus épaisses, qui représentent les régions de plus grande perméabilité magnétique.

A. VON BUKY. — Ein neues vertikal Variometer (Nouveau variomètre pour la composante verticale). — P. 536-545.

Cet appareil se compose d'un système quasi astatique suspendu à un bifilaire et d'un faisceau de fils de fer doux placé à quelque distance. L'auteur réalise ainsi les conditions suivantes :

L'appareil est insensible aux variations de la composante horizontale et de la déclinaison, et il n'est pas nécessaire de l'orienter exactement par rapport au méridien magnétique : il suffit de le mettre, à l'œil, perpendiculaire au méridien.

Le fer doux aimanté sous l'influence de la composante verticale exerce sur le système astatique des couples qui s'ajoutent, parce que les aiguilles sont orientées de manière que leurs pôles se trouvent vis-à-vis des pôles non contraires du faisceau.

Suit la théorie mathématique du dispositif.

S.-J. BARNETT. — Energiedichte, Spannung und Druck im Magnetfelde (Densité de l'énergie, tension et pression dans le champ magnétique). — P. 8-10.

Théorie analogue à celle développée par M. Mascart (*Journal de Physique*, 4e série, t. II, p. 434), un peu plus générale.

E. HOPPE. — Zur Konstitution der Magnete (Sur la constitution des aimants). T. V, p. 650-654.

S. VALENTINER. — Bemerkung über... (Remarques sur le mémoire précédent). T. VI, p. 10-12.

R. WEBER. — Zur Frage nach der Mitführung der Kraftlinien (Sur la question de l'entraînement des lignes de force). — P. 143.

E. HOPPE. — Zur Konstitution... (Sur la constitution des aimants). — P. 340.

Discussion sur la question toujours controversée de l'entraînement des lignes de force magnétiques : en d'autres termes, un aimant tournant autour de son axe magnétique peut-il exercer une induction électromagnétique sur lui-même, par suite produire une charge électrique sur ses extrémités et sur la périphérie de sa section médiane (équateur) ?

Hoppe cherche à résoudre la question en s'appuyant sur les deux expériences suivantes :

1. Si on forme le spectre magnétique sur une feuille de papier perpendiculaire à l'axe de l'aimant, en protégeant la limaille pendant que l'aimant tourne, on observe que les lignes de limaille sont déviées.

2. Un noyau de fer peut tourner autour de son axe, soit seul, soit en même temps que la bobine magnétisante qui l'entoure. On peut faire osciller au voisinage de ce noyau un petit pendule conducteur, de telle sorte que la boule passe auprès du noyau dans son plan médian et, le cas échéant, puisse venir en contact avec lui. Ce pendule est relié à un électromètre. Si les lignes de force sont entraînées avec le noyau, il est indifférent pour l'électromètre que la boule vienne ou non en contact avec ce noyau. Dans le cas contraire, l'aimant prend une charge électrique sur le pourtour de sa section moyenne et, quand il y a contact, l'électromètre déviera brusquement et prendra une charge permanente. L'expérience montre que la marche de l'électromètre est la même, qu'il y ait contact ou non. Valentiner objecte aux conclusions de Hoppe :

1° Que les lignes de limaille dans les spectres magnétiques ne représentent pas réellement les lignes de force et que les déviations observées s'expliquent suffisamment en admettant que les pôles ne se trouvent pas sur l'axe de rotation ;

2° En admettant comme démontrée l'existence d'une charge élec-

trique sur l'aimant, ce fait n'implique nullement que les lignes de force ne soient pas entraînées. Si elles le sont, elles se déplacent en tout cas par rapport à l'espace environnant, et de ce déplacement relatif peut résulter une induction.

En outre, Valentiner se défend contre l'opinion, que lui a prêtée R. Weber dans l'analyse de son mémoire, de prendre l'entraînement des lignes de force comme point de départ : il s'est efforcé, au contraire, de démontrer que les diverses hypothèses sur ce point sont également plausibles et qu'il est impossible de décider ainsi entre les différentes théories, à moins de faire intervenir des expériences qui sortent du cadre de ces théories.

Hoppe répond que :

Si les déviations des lignes de limaille sont dues à l'excentricité de l'axe magnétique, on les observerait également quand l'aimant est en repos.

Quant à la deuxième expérience, Valentiner dit que l'électromètre accuserait, après le contact de la boule, une charge permanente, alors même que l'aimant ne serait pas chargé, si la charge était produite sur la boule par l'induction électromagnétique. Hoppe montre qu'il n'en serait rien.

J.-B. WHITEHEAD. — Ueber den magnetischen Effekt der elektrischen Verschiebung (Effet magnétique du déplacement électrique). — P. 474-480.

I. Un cylindre de paraffine est disposé entre deux électrodes reliées à un transformateur, qui crée entre ces électrodes une différence de potentiel de 25.000 volts environ, à la fréquence 130. Ce cylindre est entouré d'un circuit magnétique formé de disques de fer doux superposés ; sur ce circuit est enroulé un fil qui forme en quelque sorte le secondaire et sur lequel est intercalé un galvanomètre à vibrations de Rubens.

La force électromotrice que devraient induire les courants de déplacement dans ce circuit secondaire est, d'après les calculs, de 0,78 millivolt.

On répète l'expérience après avoir enlevé la paraffine ; les courants de déplacement se produisent alors dans l'air.

Les indications du galvanomètre sont toujours plus faibles quand

la paraffine est enlevée ; mais le rapport des indications, dans les deux cas, n'est pas égal au rapport des pouvoirs inducteurs de l'air et de la paraffine. L'effet observé est sinon ègal numériquement à l'effet calculé, du moins du même ordre de grandeur ($5{,}2 \cdot 10^{-6}$ au lieu de $3{,}16 \cdot 10^{-6}$).

II. Koláček avait proposé, pour rechercher l'effet électrique du déplacement magnétique, une modification de l'expérience décrite précédemment par Whitehead. Un diélectrique est placé dans un champ électrique uniforme et un champ magnétique perpendiculaire à celui-ci. On renverse brusquement le sens du champ magnétique : d'après la théorie de Maxwell, le diélectrique doit recevoir une impulsion.

L'auteur a tenté cette expérience : le diélectrique était un cube de sel gemme de 1 centimètre de côté, suspendu à un bifilaire de 112 centimètres : le poids de ce système est d'environ 3 grammes, l'intensité du champ électrique de 7.000 $\frac{\text{volts}}{\text{cm}}$, celle du champ magnétique 1.080 gauss. La déviation calculée est de l'ordre de 10^{-6} centimètres, ce qui implique les résultats négatifs de ces expériences.

THERMOÉLECTRICITÉ.

H.-E. SCHMITZ. — Der thermoelektrische Stromkreis dreier Metalle (Circuit thermoélectrique comprenant trois métaux). — P. 443-445.

Soient A, B, C les trois métaux ; t_1, t_2, t_3, les températures (en degrés centigrades) des trois soudures ; $(B, C)_0^t$, la force électromotrice dans un circuit formé des métaux B et C, dont les soudures sont à 0° et $t°$. La force électromotrice dans le circuit des trois métaux sera :

$$E = (B, C)_0^{t_1} + (C, A)_0^{t_2} + (A, B)_0^{t_3},$$

ou, en tenant compte de ce que E est nul quand les trois soudures sont à la même température :

$$E = (B, C)_0^{t_1} - (B, C)_0^{t_2} + (A, B)_0^{t_3} - (A, B)_0^{t_2}.$$

Si on admet que ces termes soient des fonctions du second degré de la température de la forme :

$$(B, C)_0^t = a_1 t + \frac{1}{2} b t^2, \text{etc.},$$

on devra avoir :

$$a_1 + a_2 + a_3 = o,$$
$$b_1 + b_2 + b_3 = o.$$

$$E = a_1(t_1 - t_2) + a_3(t_3 - t_2) + \frac{1}{2} b_1 (t_1^2 - t_2^2) + \frac{1}{2} b_3 (t_3^2 - t_2^2).$$

Les mesures effectuées entre 0° et 8° sur le maillechort, le cuivre et le fer ont vérifié ces relations.

ONDES ÉLECTRIQUES. — TÉLÉGRAPHIE SANS FIL.

E. GRIMSEHL. — Die Sichtbarmachung stehender elektrischer Schwingungen (Pour rendre visibles les ondes électriques stationnaires). — P. 379.

Modification de l'expérience d'Arons. Les fils parcourus par les oscillations, qui, dans le dispositif d'Arons, sont tendus à l'intérieur d'un tube où l'air est raréfié, sont remplacés par deux bandes étroites de clinquant collées sur la paroi extérieure de ce tube.

B. MACKU. — Ueber den elektrolytischen Wellendetektor (Détecteur d'ondes électrolytique). — P. 232-235.

Ce détecteur est formé par deux électrodes de platine plongées dans de l'acide sulfurique étendu ou noyées dans un électrolyte solide. La cathode a la forme d'un anneau, l'anode celle d'une pointe extrêmement fine scellée dans un tube de verre et qui n'est en contact avec l'électrolyte que par un point.

Quand l'électrolyte est très étendu, le courant produit par une force électromotrice invariable varie périodiquement d'intensité, et la période est indépendante de l'intensité et aussi de la self-induction ou de la capacité du circuit. Les mêmes variations se produisent quand l'électrolyte est plus concentré, mais sont beaucoup plus rapides.

Le détecteur est sensible à l'influence des oscillations électriques,

qui provoque un accroissement de l'intensité. L'effet est surtout marqué quand la force électromotrice continue qui agit sur le détecteur est voisine de la force électromotrice limite de décomposition de l'acide sulfurique. Il augmente avec la force électromotrice des électrodes et avec la concentration de l'acide. Il est dû à une diminution de la force électromotrice de polarisation.

J. ZENNECK. — Theorie und Praxis in der drahtlosen Telegraphie (Théorie et pratique en télégraphie sans fil). — T. V, p. 586-590.

P. DRUDE. — *Id.* Réponse. — *Ibid.*, p. 745-748.

E.-F. HUTH. — *Id. Ibid.*, p. 748-749 ; t. VI, p. 378.

J. ZENNECK. — T. VI, p. 107-109 ; p. 196.

P. DRUDE. — Réponse. — P. 502.

Zenneck prétend que les expériences de laboratoire s'écartent trop des conditions pratiques pour qu'on puisse en utiliser les résultats.

La discussion porte principalement sur les points suivants :

1° Les antennes ne sont pas des fils isolés, mais elles sont portées par des mâts maintenus par des haubans métalliques qui prennent part aux oscillations ; d'ailleurs il est inutile de calculer la période des transmetteurs, puisqu'on peut la mesurer par la méthode de résonance (Zenneck). Drude réplique que ses formules donnent des résultats confirmés par l'expérience et que le calcul est plus vite fait que la mesure ;

2° Une antenne multiple donne de meilleurs résultats qu'une antenne simple : Zenneck reproche à Drude d'avoir énoncé ce fait sans le démontrer ;

3° Zenneck dit avoir construit dès 1900 des transformateurs Tesla avec une seule spire primaire et une self-induction réduite le plus possible. Drude riposte qu'il n'a fait que rappeler les avantages de cette construction, déjà signalés par Oberbeck en 1895 ;

4° Drude a trouvé que le degré de liaison le plus favorable, c'est-à-dire celui qui donne le maximum d'amplitude de la différence de potentiel secondaire, est $k' = 0,6$. D'après Zenneck, ceci n'est pas confirmé par l'expérience. Mais Drude fait remarquer que, dans le cas où les amortissements sont faibles, la différence de potentiel

secondaire passe par des maximums relatifs quand on fait varier k'. Les nombres mêmes cités par Zenneck donnent raison à cette interprétation ;

5° La méthode proposée par Drude pour déterminer les amortissements d'un oscillateur et d'un résonateur au moyen des courbes de résonance ou du tube de Braun manque de base, d'après Zenneck. Le tube de Braun n'est pas utilisable pour des fréquences aussi élevées que les fréquences employées en télégraphie; quant aux courbes de résonance, on ne connaît pas la loi qui lie la différence de potentiel à la distance explosive pour des oscillations aussi rapides. Drude répond que cette circonstance n'infirme pas la théorie de la méthode et qu'il s'agit là seulement de difficultés expérimentales qui, sans doute, ne sont pas insolubles.

J. HETTINGER. — Schaltung zur maximalen Ausnutzung der Resonanzeffekte in den Empfangstationen für drahtlose Telegraphie (Dispositif pour obtenir l'effet utile maximum de la résonance dans les stations réceptrices pour la télégraphie sans fil). — P. 377-378.

Ce dispositif a pour but d'accroître la sensibilité du récepteur et d'assurer le plus possible la sélection des télégrammes.

Sur l'extrémité inférieure de l'antenne sont placées en dérivation deux bobines de self-induction identiques L_1, L_1. Si le transmetteur envoie des ondes de longueur déterminée, les valeurs de L_1, L_1 doivent être telles que le système formé par ces bobines et l'antenne 1A représente un quart de cette longueur d'onde. La différence de potentiel entre 1 et 2 est maximum.

En dérivation sur les deux bobines est une capacité C_1, telle que :

$$m^2 C_1 \cdot \frac{L_1}{2} = 1,$$

où :

$$m = \frac{2\pi}{T},$$

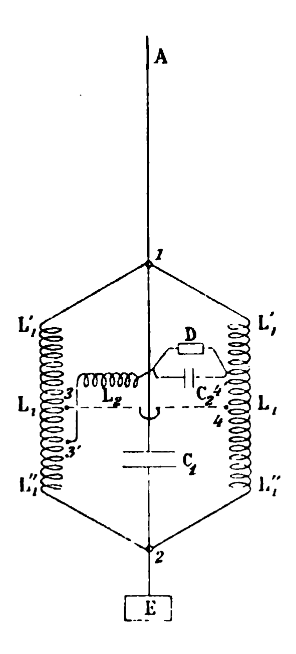
T étant la période des oscillations transmises. Il se produit un second effet de résonance, qui accroît l'intensité des courants en $L_1 L_1$.

Entre deux points 3', 4', pris sur les deux bobines, existe une certaine différence de potentiel de fréquence m. On les réunit par une

capacité C_2 et une self-induction L_2 telles que :

$$m^2 C_2 \frac{L_2}{2} = 1,$$

ce qui provoque un troisième effet de résonance.



Cette capacité et cette self-induction sont en série ou en dérivation, suivant que l'indicateur d'ondes marque la force électromotrice ou l'intensité maximum.

La sélection est d'autant plus assurée que l'amplitude est plus voisine du minimum nécessaire pour faire réagir l'indicateur.

Par suite de la symétrie, deux points homologues des bobines L_1, L_1 sont au même potentiel. Si le pont C_2L_2 réunit deux tels points, il n'est parcouru par aucun courant ; on déplace alors progressivement, spire par spire, les deux points d'attache en sens contraire, jusqu'à ce que l'indicateur réagisse. On obtient ainsi aisément les conditions de minimum dans lesquelles il convient de faire fonctionner l'appareil.

J.-W. GILTAY. — Vielfach-Telephonie des Telegraphons (Téléphonie multiplex au moyen du télégraphone). — P. 572-574.

E. RUHMER. — *Id.* — P. 744.

M. Giltay cherche à démontrer qu'il n'est pas possible de pratiquer la transmission multiple au moyen du télégraphone de Pedersen. On peut produire l'inscription magnétique de deux conversations simultanées, mais non les reproduire séparément.

M. Ruhmer dit qu'en pratique les perturbations signalées par M. Giltay existent bien, mais n'ont pas assez d'importance pour empêcher une reproduction séparée et suffisamment claire des deux inscriptions.

DÉCHARGES DANS LES GAZ. — RAYONS CATHODIQUES.

G. BODE. — Ueber Messungen des Kathodengefälles und des Potentialgradienten in Sauerstoff und den Halogenen Chlor, Brom und Jod (Mesure de la chute de potentiel cathodique et du gradient du potentiel dans l'oxygène et les halogènes chlore, brome et iode). — P. 618.

Pour éliminer l'influence possible de l'ozone sur la chute de potentiel cathodique, le tube à décharges est chauffé à 200° ou 300°. Cette élévation de température n'influe pas sur la chute de potentiel (370 volts au contact du platine, 300 à 320 au contact de l'aluminium). Le gradient a à peu près, dans l'oxygène, la même valeur que dans l'azote.

Dans le chlore, au contact du platine, la chute de potentiel cathodique est de 320 à 340 volts ; le gradient est à peu près trois fois plus grand que dans l'oxygène ou l'azote et croît plus vite avec la pression que dans ces derniers gaz.

Dans le brome, on trouve 376 à 414 volts, dans l'iode 380 à 430 volts pour la chute de potentiel.

W. MATTHIES. — Potentialmessungen in elektrodenlosen Röhren (Mesures de potentiel dans les tubes sans électrodes). — P. 690.

Les valeurs du champ critique, déterminées par une méthode qui ne diffère que par des détails de celle de M. Bouty, concordent avec les nombres trouvés par ce dernier.

L'auteur a comparé les différences de potentiel nécessaires pour faire passer la décharge dans un tube à électrodes et dans un tube sans électrodes, le gaz ayant la même pression. Sans être identiques, ces différences de potentiel varient, suivant la même loi, avec la pression.

La décharge présente les mêmes caractères, que le tube possède ou non des électrodes.

Fr. FISCHER. — Ueber eine für chemische Zwecke geignete Quecksilberbogenlampe mit Quarzeinsatz (Lampe à arc au mercure avec moufle de quartz pour les expériences de chimie). — P. 575.

La lampe est formée d'une ampoule de verre contenant un peu de mercure servant de cathode et une anode annulaire en fer. Dans l'intérieur de l'ampoule, suivant son axe, pénètre un tube de quartz à deux parois entre lesquelles on a fait le vide. Les substances qu'on veut exposer aux radiations de l'arc au mercure sont introduites dans l'intérieur de ce tube. Pour éviter l'échauffement, on peut disposer dans l'axe de ce moufle un petit réfrigérant traversé par un courant d'eau froide.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE.

W. PSCHEIDL. — Neue Berechnung einer aplanatischen Brenn und Beleuchtungslinse (Nouveau calcul d'une lentille aplanétique). — P. 511.

Cette lentille est plan-hyperbolique convexe, c'est-à-dire présente une face plane et une face ayant la forme d'un hyperboloïde de révolution autour de l'axe optique.

L'auteur rappelle que cette forme a été indiquée déjà par Descartes, qui voulait l'adapter à la lunette astronomique et avait fait le projet d'une machine propre à la tailler.

J. PETRI. — *Id.* (Bemerkung) (Remarque sur le mémoire précédent). — P. 632.

Une autre solution est fournie par une lentille plan-concave dont la face courbe est formée par la surface d'un ellipsoïde de révolution.

OPTIQUE PHYSIQUE.

R.-W. WOOD. — Die Intensität von Gitterspektren (Intensité des spectres fournis par les réseaux). — P. 238.

D'après les mesures photométriques, les intensités relatives des images formées par un réseau à réflexion sont les suivantes :

4	3	2	1	Image centrale	1	2	3	4
0,073	0,057	0,20	0,31	0,16	0,98	0,096	0,032	0,01

Plus de la moitié de la lumière réfléchie se retrouve donc dans le spectre du premier ordre.

Les lignes tracées sur le réseau ne modifient pas d'une manière sensible le pouvoir réflecteur du métal.

A dispersion égale, un système de prismes donnerait environ deux fois plus de lumière.

N. UMOW. — Chromatische Depolarisation durch Lichtzerstreuung (Dépolarisation chromatique par la diffusion). — P. 674.

Un corps absolument noir diffuse la lumière naturelle en la polarisant et la lumière polarisée sans la dépolariser. Un corps coloré se comporte comme un corps noir vis-à-vis de certaines radiations, et différemment vis-à-vis des autres : il est noir relativement aux radiations qu'il absorbe.

Un corps blanc dépolarise la lumière polarisée en la diffusant. Un corps coloré pourra se comporter aussi comme un corps blanc vis-à-vis de certaines radiations.

Ces différences de propriétés peuvent être mises en évidence par plusieurs procédés reposant sur l'observation de phénomènes colorés en lumière polarisée.

On peut remplacer l'analyseur par un morceau de drap noir ou blanc ou de papier noir ou blanc. Le corps noir agit comme un analyseur. En projetant sur du drap noir l'image d'un faisceau polarisé qui a traversé un biquartz, on aperçoit les deux plages colorées.

Dans les expériences de l'auteur, le filament d'une lampe Nernst est projeté sur la surface plane et mate d'une plaque de la substance étudiée ; cette plaque est obtenue par compression ou par moulage ;

la lumière traverse un polariseur et un spectroscope à vision directe, puis, après s'être diffusée, une pile de glaces, et est reçue enfin sur un polariscope de Savart.

La plupart des observations sont faites en plaçant la surface diffusante normalement au faisceau incident. On obtient un spectre sillonné de bandes qui se rapprochent à mesure qu'on se déplace du rouge vers le violet. Ces bandes disparaissent dans la région du spectre correspondant aux radiations pour lesquelles la substance est la plus transparente.

Cette région varie en général quand on fait varier l'incidence sur la pile de glaces. On n'arrive jamais à les faire disparaître dans les parties du spectre qui correspondent au maximum d'absorption de la substance étudiée.

Substances	Couleurs dépolarisées
Rouge ponceau	rouge moyen
Vert acide GG, sur papier à filtrer ou sur plâtre	rouge (bande étroite), vert et bleu (bande large).
Jaune franc, Orangé 2B, Orangé IV	rouge, orangé, jaune, commencement du vert.
Violet méthyle	rouge moyen, bleu violet.
Vert malachite sur papier à filtrer	vert.
Id. sur plâtre	rouge et bleu.
Id. en plaques comprimées	minimum de polarisation au début du vert.
Fuchsine sur papier à filtre	rouge.
Amidon	toutes.
Craie, plâtre, papier	toutes à des traces près.
Cyanine fraîche sur plâtre	rouge extrême.
Jaune de chrome	toutes jusqu'à l'indigo.
Ocre	rouge (partiellement), jaune.
Cinabre	rouge et orangé.
Minium	rouge, orangé, jaune.
Terre de Sienne, d'ombre calcinée ou non, terre de Cassel	aucune (corps gris).
Vert de zinc	toutes jusqu'au vert inclusivement.
Outremer	bleu.
Ferrocyanure de potassium	vert jusqu'au violet inclusivement.

La structure du corps peut influer sur la dépolarisation : le bois ne dépolarise que la lumière polarisée dans un plan perpendiculaire aux fibres.

W. VOIGT. — Bemerkung zur Theorie der konischen Refraktion (Remarque sur la théorie de la réfraction conique). — P. 672.

Quand on observe la réfraction conique intérieure avec un faisceau assez étroit, on remarque dans l'anneau lumineux une ligne obscure très fine, qui partage l'anneau en deux autres d'épaisseur à peu près égale. Cette ligne est la trace du cône de rayons réfractés provenant du rayon incident dirigé exactement suivant l'axe optique. Comme la lumière de ce rayon se répartit sur toute la surface conique, chaque élément de celle-ci n'en reçoit que très peu. Suivant toutes les autres directions, il y a double réfraction ordinaire : le phénomène est franchement discontinu sur l'axe optique.

V. BIERNACKI. — Eine einfache Methode die Doppelbrechung des Lichtes in bewegten Flüssigkeiten zu demonstrieren (Expérience de cours simple, montrant la biréfringence des liquides en mouvement). — P. 730.

Lorsqu'un liquide se déplace dans un tube, la vitesse décroît de l'axe, où elle est maximum, jusqu'aux parois, où elle est nulle. Si la vitesse n'est pas très grande ni le tube très large, on peut admettre que toutes les molécules liquides suivent des trajectoires parallèles à l'axe. Des variations de vitesse d'un élément de volume à l'autre résultent des dilatations et des compressions, qui sont fonctions de $\frac{dv}{dr}$, r étant la distance à l'axe du point considéré.

La pression et la tension correspondantes, dont les directions constituent les axes de double réfraction, sont à 45° de la vitesse, c'est-à-dire de l'axe du tube.

Pour faire l'expérience, on fait couler le liquide dans un canal étroit formé par deux lames de laiton laissant entre elles un intervalle de 1 millimètre de largeur et de 5 millimètres de profondeur (dans la direction de la lumière). Ces lames sont recouvertes de deux glaces de verre collées avec du baume. Ce canal est relié à un petit récipient contenant le liquide et qu'on fait communiquer avec un réservoir à air comprimé sous une pression de 1 1/2 à 3 atmosphères. Un robinet permet d'établir ou de supprimer à volonté l'écoulement de l'eau.

L'appareil est installé entre deux nicols croisés, la lumière réapparaît quand on ouvre le robinet et s'éteint quand on le ferme.

R.-W. WOOD. — Anomale Dispersion der magnetischen Drehung der Polarisationsebene (Dispersion rotatoire magnétique anomale). — P. 416.

Bates [1] a nié l'existence de la dispersion rotatoire magnétique anomale.

D'après les expériences de Wood, les observations sont sujettes à des erreurs importantes au voisinage de la bande d'absorption, en particulier à cause de la polarisation elliptique produite par l'inégale absorption des deux composantes circulaires ; mais cependant l'auteur est persuadé de la réalité du phénomène.

K. SCHWARTZSCHILD et V. VILLIGER. — Ueber die Helligkeitsverteilung des ultravioletten Lichtes auf der Sonnenscheibe (Répartition de l'éclat intrinsèque des rayons ultra-violets sur la surface du disque solaire). — P. 737.

Pour déterminer cette répartition, on photographie le Soleil à l'aide d'un objectif en verre UV d'Iéna, argenté sur ses deux faces. Ce verre est transparent, même sous une épaisseur de plusieurs centimètres, pour les rayons ultra-violets, jusqu'à la longueur d'onde de 0,32 μ. L'argent arrête les rayons visibles. Sur chaque plaque, on prend trois épreuves avec la même pose, mais avec des ouvertures 1, 1/2, 1/4 obtenues avec un diaphragme à secteurs. On détermine ensuite, à l'aide du photomètre, l'intensité des négatifs, par comparaison avec celles d'une échelle d'intensité photographique.

Dans l'ultra-violet, la diminution de l'éclat quand on s'éloigne du centre du Soleil est plus rapide que dans le violet, mais elle se ralentit à mesure qu'on se rapproche du bord, et, sur le bord même, elle est plus faible que celle du violet.

Cette diminution n'est donc pas parallèle à l'augmentation de l'absorption dans l'atmosphère terrestre : l'explication théorique de ce phénomène reste à trouver.

Fr. FISCHER et Fr. BRAEHMER. — Ueber die Bildung des Ozons durch ultraviolettes Licht (Ozonisation provoquée par les rayons ultra-violets). — P. 576.

L'appareil employé dans ces expériences est la lampe à arc au mercure décrite p. 165.

Si le gaz n'est pas refroidi, il ne se forme pas d'ozone, la température atteint 270°; dans ces conditions, l'ozone ne peut subsister. La

(1) *J. de Phys.*, 4e série, t. III, p. 228; 1904.

quantité d'ozone formée augmente quand on fait croître la vitesse de l'eau dans le réfrigérant; si la vitesse du courant gazeux reste la même, le rendement augmente ; de même si on abaisse la température du liquide réfrigérant, toutes choses égales d'ailleurs.

Pour une même vitesse et une même température du liquide dans le réfrigérant, pour une même vitesse du courant gazeux, la production d'ozone augmente d'abord avec l'intensité de la lampe, puis diminue. Cette diminution tient sans doute à ce que la température s'élève malgré le réfrigérant.

Si on augmente la vitesse du courant d'oxygène, la quantité absolue d'ozone formé croît, parce que la température s'élève moins et que l'ozone est plus rapidement soustrait à l'échauffement et, par suite, à la décomposition ; mais la teneur du gaz en ozone diminue.

S. GUGGENHEIMER et A. KORN. — Divergenz von Elektroskopblättchen im Vakuum infolge der Belichtung (Divergence des feuilles d'un électroscope placé dans le vide sous l'influence de l'illumination). — P. 412.

Cette divergence ne peut s'expliquer, comme le prétend Paschen, par un effet radiométrique. La grandeur de l'écart ne varie pas toujours parallèlement à l'effet thermique des radiations.

TH. WULF et J.-D. LUCAS. — Zwei Beobachtungen mittels Selenzellen bei der totalen Sonnenfinsterniss am 30 August 1905 (Deux observations faites avec des cellules de sélénium au cours de l'éclipse totale de soleil du 30 août 1905). — P. 838.

1° L'éclat du soleil, mesuré par l'action de la lumière sur la résistance du sélénium, a diminué d'une manière continue jusqu'à ce que l'obscurité fût complète.

2° En enregistrant par la photographie les élongations du galvanomètre (galvanomètre à fil d'Einthoven) inséré dans le même circuit que le sélénium, les observateurs ont pu déterminer le commencement et la fin de l'éclipse totale.

ACOUSTIQUE.

TH. EDELMANN. — Kinematische Studie über die longitudinalen Schwingungen einer tönenden Stimmgabel (Etude cinématique des vibrations longitudinales de la queue d'un diapason). — P. 445.

L'existence de ces vibrations peut être mise en évidence par plusieurs procédés.

Le diapason repose par le fond de la courbure sur un tube de caoutchouc tendu horizontalement, ce qui permet à toutes les vibrations de s'effectuer sans obstacle.

1° On approche de l'extrémité de la queue un petit disque de cuivre tenu entre les deux doigts par son centre : les vibrations se communiquent à ce disque ;

2° On fixe sur la queue une plaque métallique mince, dont le plan est parallèle au plan de symétrie du diapason. Cette plaque est percée d'un trou d'aiguille fortement éclairé, dont on projette l'image sur un écran éloigné ; les élongations de cette image peuvent atteindre 7 centimètres (avec un grossissement 100 : 1) ;

3° On fait inscrire ces vibrations sur un cylindre enfumé ;

4° On place la queue du diapason sur le fond d'une capsule de König.

En employant une bande de laiton recourbée en forme d'U de grandes dimensions (40 centimètres environ d'écartement), on se rend aisément compte que les vibrations des branches sont accompagnées d'élongations verticales du sommet de la courbure. On conçoit qu'il en soit de même dans le diapason et que ces élongations provoquent les vibrations de la queue, vibrations rigoureusement longitudinales, par raison de symétrie.

Aujourd'hui on construit des diapasons dont la courbure, au lieu d'avoir la même section que les branches, est plus massive.

Les vibrations longitudinales de la queue se produisent encore ; mais leur origine cinématique n'est pas la même. Les divers points des branches tendent à décrire des circonférences ayant leur centre à la base de ces branches ; d'autre part, en vertu de leur inertie, elles tendent à décrire des droites ; il en résulte que la queue doit effectuer deux vibrations pendant que les branches en font une.

L'auteur décrit des modèles construits pour rendre visibles ces déplacements : ils sont formés de deux tiges de laiton parallèles, qui sont réunies à leur base par deux tubes perpendiculaires et portent à leur extrémité des masses additionnelles ; une troisième tige, parallèle aux premières et à égale distance de celles-ci, traverse les tubes et représente la queue.

Si les masses sont excentrées, la queue effectue encore deux élongations pendant une vibration des branches ; mais ces élongations sont inégales.

R.-W. WOOD. — Apparat zum Nachweis des Druckes von Schallwellen (Appareil pour montrer la pression des ondes sonores). — P. 22.

Un petit moulinet ou radiomètre est disposé devant un grand réflecteur en métal, comme ceux qui sont employés pour démontrer la réflexion de la chaleur. Ce moulinet se met à tourner rapidement quand les ondes sonores sont concentrées à l'aide du miroir sur l'un des côtés.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE.

J. KONIGSBERGER et J.-W. MULLER. — Ueber die Grösse der kleinsten optisch und elektromotorisch wirksamen Schicht von Bleisuperoxyd (Epaisseur minimum d'une couche de bioxyde de plomb active optiquement et électriquement). — P. 847.

Id. — Ueber kleinste Schichtdicken und Molekulardurchmesser (Epaisseur minimum d'une couche de matière et diamètres moléculaires). — P. 849.

Le bioxyde de plomb est déposé par électrolyse sur une lame de platine iridié.

Le pouvoir réfléchissant du platine est modifié quand la couche atteint une épaisseur de 0,84 $\mu\mu$. Sa surface est continue, car elle se comporte comme un miroir réfléchissant régulièrement la lumière : on le vérifie en l'éclairant par un faisceau normal et la regardant dans une direction perpendiculaire à celle du faisceau. En outre, quand l'épaisseur du dépôt est de 1/30 de millimètre environ, on peut le détacher, et le pouvoir réfléchissant est égal à celui qu'on déduit de l'indice de réfraction.

Le dépôt n'acquiert ses propriétés électriques définitives, c'est-à-dire une valeur permanente de la force électromotrice, que sous une épaisseur de 4,2 $\mu\mu$.

L'épaisseur minimum d'une couche de bioxyde de plomb serait donc 0,84 $\mu\mu$.

En admettant, avec Van der Waals, que les molécules sont sphériques et que leur volume est le 1/3 du volume total, leur diamètre serait alors 0,74 $\mu\mu$.

C. STEINBRINCK. — Untersuchung der Kohäsion strömender Flüssigkeiten mittels des Vakuum-Ueberhebers (Etude de la cohésion des liquides en mouvement au moyen du siphon vide d'air). — P. 911.

Un siphon dont les branches ont 3 à 4 mètres de longueur renferme du mercure et de l'eau. Les deux branches se terminent par des ampoules formant réservoirs, et on a expulsé tout l'air de l'appareil. L'eau sert à empêcher le mercure d'adhérer aux parois de verre.

Lorsqu'on fait s'écouler le mercure, il arrive souvent que l'eau se rassemble en gouttes qui occupent toute la section du tube, interrompant ainsi la colonne de mercure ; ces gouttes sont entraînées en même temps sans que leur présence provoque aucune perturbation. Quand une telle goutte passe au sommet du siphon, elle a à supporter une traction d'environ 4 atmosphères. Il en est de même du reste, au sommet, de la gaine d'eau qui enveloppe le mercure.

La cohésion de l'eau diminue avec la vitesse du déplacement dans le siphon : elle est plus grande dans les tubes étroits.

Il est à remarquer que des colonnes liquides soumises à de telles tractions peuvent supporter sans se rompre de très fortes secousses.

Ces résultats conduisent à cette conclusion que, dans le siphon ordinaire, l'écoulement est provoqué non pas par la pression atmosphérique, mais par l'excès de poids de la colonne liquide dans la longue branche.

A. MAGNUS. — Ueber Sauerstoffentziehung durch Platin (Absorption de l'oxygène par le platine). — P. 12.

Un fil de platine, maintenu à l'incandescence par un courant électrique dans une atmosphère contenant de l'oxygène, absorbe rapidement ce gaz. Cette absorption se produit dans l'air, même sous une pression de 300 millimètres.

M. REINGANUM. — Dichtebestimmung des Chlors bei hohen Temperaturen (Détermination de la densité du chlore aux températures élevées). — P. 514.

D'après ces expériences, le chlore n'éprouve aucune dissociation appréciable à la température de 1.137°.

CHALEUR. — THERMODYNAMIQUE.

B. MAY CLARKE. — **Bestimmung einiger Mischungswarmen** (Détermination du dégagement de chaleur produit par quelques mélanges). — P. 154.

En général, ce dégagement de chaleur, pour les mélanges étudiés, passe par un maximum quand on fait varier les quantités de liquide mélangées : il en est de même de la variation de volume.

Mélange		Q_{max} par gr. du mélange	Δv_{max}
Alcool éthylique-Eau (en poids) :			
43,4	56,6	5,06 cal.-gr.	
50,0	50,0	»	0,043
Aniline-Xylol :			
49,1	50,0	2,68	
37,4	62,6	»	0,018
Alcool propylique-Eau :			
39,0	61,0	5,63	
29,7	70,3	»	0,031
Chloroforme-Ether :			
49,6	50,4	5,50	»
Alcool amylique-Xylol :			
53,5	46,5	1,62	
Chloroforme-Xylol :			
66,1	33,9	1,88	
Alcool éthylique-Ether amylique :			
50	50	1,16	

O. KNOBLAUCH. — Ueber die spezifische Warme des überhitzten Wasserdampfes für Drucke bis 8 Atm. und Temperaturen bis 350° C. (Chaleur spécifique de la vapeur d'eau surchauffée jusqu'à 8 atmosphères et 350°). — P. 801.

Les mesures, effectuées sur un appareil de grandes dimensions, ont vérifié la formule de Linde.

La vapeur sèche entre à une température T_1 dans un serpentin plongé dans un bain d'huile chauffé par un courant électrique et en sort à une température T_2. De la différence $T_2 - T_1$ et de la quantité de chaleur fournie par le courant, on déduit la chaleur spécifique. $T_2 - T_1$ était égal à 35° environ, et il passait dans le serpentin 45 kilogrammes de vapeur en moyenne par heure.

K. SCHEEL. — Ableitung von Formeln für die Sättigungsdrucke des Wasserdampfes über Wasser, Eis und verdünnter Schwefelsäure bei niedrigen Temperaturen (Formules pour la pression de la vapeur d'eau saturée en présence de l'eau, de la glace et de l'acide sulfurique étendu, aux basses températures). — P. 867.

Entre + 20° et — 20°, au-dessus de l'eau :

$$\log p = 23{,}58652 - 5 \log T - \frac{2933{,}45}{T}.$$

Entre 0 et — 50°, sur la glace :

$$\log p = 11{,}4696 - 0{,}4 \log T - \frac{2687{,}4}{T},$$

p étant exprimé en millimètres de mercure et T désignant la température absolue.

Entre + 10° et + 20°, sur l'acide sulfurique $SO^4H^2 + 5H^2O$:

$$\log p = 16{,}90367 - 2{,}80135 \log T - \frac{2703{,}68}{T}.$$

M. Lamotte.

W. MATTHIES. — Uber Potential messungen im Ioddampf (Mesures de potentiel dans la vapeur d'iode). — *Zitzungsber des phys.-Med. Sozietät in Erlangen*, Band 37 ; 1905.

Deux électrodes de platine et cinq sondes équidistantes de même métal permettent de mesurer les chutes anodique et cathodique, ainsi que la chute de potentiel le long de la colonne positive. La luminescence cathodique est vert orange et paraît identique à la lumière que la vapeur d'iode émet par fluorescence sous l'influence de la lumière solaire. La colonne positive est rarement striée. La chute cathodique est constante et égale à 377 volts. La chute anodique dépend notablement de la pression et de l'intensité du courant; la plus petite valeur observée a été 66,6 volts.

A.-E. KENNELLY et S.-E. WHITING. — Some tests of tentalum lamps (Quelques essais de lampes au tantale). — *Electrical World and Engineer*, mars 1905.

Les auteurs ont comparé une lampe au tantale de Siemens et Halske avec une lampe Edison à filament de carbone. La résistance croît avec la température, plus lentement à haute température qu'au début; pour la lampe Édison, au contraire, on a un minimum de résistance : il en résulte une plus grande stabilité du courant dans la

lampe au tantale. La puissance lumineuse est aussi nettement supérieure : La dépense n'est que de 2,2 volts par bougie sous 110 volts au lieu de 4,3 watts par bougie sous 120 volts.

A.-E. KENNELLY et S.-E. WHITING. — On a method of potential regulation based on the different resistance behaviour of carbon and tantalum lamps (Sur une méthode de régulation du potentiel fondée sur la différence de variation de résistance des lampes au carbone et au tantale).

La résistance d'une lampe au tantale croît très brusquement de 50 ω à 300 ω environ quand on l'allume. Celle de la lampe au carbone décroît de 600 à 300 ω. En opposant deux groupes de lampes de ce genresur un pont de Wheatstone dont la diagonale renferme un relai polarisé, on obtient aisément la régulation automatique du potentiel entre deux fils attachés aux deux sommets du pont.

GREINACHER. — Uber die Radioaktivitätsabnahme des Radiotellurs (Sur la diminution de radioactivité du radiotellure). — *Jahrbuch der St Gallischen Naturforsch. Gesellsch.*, 1905.

En mettant en tube scellé deux lames de platine dont l'une porte du radiotellure, et en mesurant périodiquement le courant de saturation entre ces deux lames, on peut construire la courbe représentant la loi de décroissance de la radioactivité de cette substance en fonction du temps. On trouve une loi exponentielle simple de la forme :

$$i = i_0 e^{-\lambda t},$$

Ce qui montre que les produits de transformation du radiotellure ne sont pas actifs. La valeur numérique de la constante de temps $\lambda = 0{,}00497$ coïncide presque exactement avec celle que donne Mme Curie pour le polonium : $\lambda = 0{,}00495$. L'identité des deux substances paraît donc certaine et le nom de polonium doit être conservé; on sait d'ailleurs que le polonium est sans doute identique au radium F de Rutherford.

Une tentative de l'auteur pour mettre en évidence un dégagement d'hélium par le polonium n'a pas donné jusqu'ici de résultat.

GREINACHER. — Uber radium und Radioaktiviatät (Sur le radium et la radioactivité). — *Naturwissenschaftlische Rundschau*, XXIe année, n° 36.

Exposé d'ensemble déstiné à la vulgarisation des faits et des hypothèses récentes. E. BLOCH.

TABLE DES MATIÈRES (*suite*).

FÉVRIER 1907.

(*Voir* la suite à la page 2.)

TABLE DES MATIÈRES.

FÉVRIER 1907.

(*Voir* la suite à la page 3.)

Tours. — Imprimerie DESLIS FRÈRES.

Le Gérant : J. DESLIS.

Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, G. LIPPMANN, E. MASCART,
L. POINCARÉ

ET

MM. B. BRUNHES, M. LAMOTTE ET G. SAGNAC,
adjoints à la rédaction,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

QUATRIÈME SÉRIE.

TOME VI. — MARS 1907.

(Clos le 15 Février.)

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

97, BOULEVARD ARAGO (13e).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. **Lucien Poincaré**, 130, rue d'Assas, à Paris (6e).

Tout ce qui concerne l'administration (demandes d'abonnements, réclamations, etc.) doit être adressé à M. **Sandoz**, boulevard Arago, 97, à Paris (13e).

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 17 francs pour la France ou 18 francs pour les pays ci-dessus désignés, au nom de M. Sandoz, Secrétaire du Journal, 97, boulevard Arago, à Paris, 13e, ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8° de 40 à 60 feuilles, avec figures dans le texte. Les volumes de la première série, 1872-1881, se vendent séparément 20 francs (sauf l'année 1873 épuisée). Les vingt derniers volumes, 1882-1901, se vendent séparément.................. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier

Prix pour un an (12 numéros):

France.. 17 fr.
Etranger.. 18 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Sandoz, boulevard Arago, 97, Paris (14e).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Lucien Poincaré, 130, rue de Rennes, Paris, 6e.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Sandoz, boulevard Arago, 97, Paris (14e).

La table générale des trois séries (1872-1901) est mise en vente au prix de 10 francs.

AVIS

Désireuse de publier le plus promptement possible des Analyses des Travaux étrangers, la Rédaction prie MM. les Auteurs de vouloir bien lui envoyer désormais deux exemplaires de leurs nouveaux Mémoires.

SUR LES SPECTRES DE L'HYDROGÈNE (1);

Par M. A. DUFOUR.

I. — ÉTUDE DES SPECTRES DE L'HYDROGÈNE.

Le spectre de l'hydrogène dans les tubes de Geissler est ainsi constitué :

1° Il contient une série de lignes dont les longueurs d'onde vérifient la loi de Balmer et qui forme ce qu'on appelle le premier spectre de l'hydrogène; d'après la majorité des physiciens ce premier spectre appartient à l'hydrogène, d'après les autres à la vapeur d'eau;

2° En outre des raies précédentes, on y trouve un grand nombre de lignes, surtout visibles dans le jaune, aux environs des raies D. et qui constituent le second spectre de l'hydrogène; d'après les uns il est dû aux hydrocarbures, d'après les autres à l'hydrogène.

Je me suis proposé de rechercher le ou les spectres qu'on doit attribuer à l'hydrogène.

Expériences aux basses pressions. — Pour faire le vide, j'ai utilisé une pompe à mercure ne comportant ni robinets graissés ni tubes de caoutchouc.

L'hydrogène a été préparé par électrolyse ou par osmose au travers d'une lame de platine chauffée au rouge.

On ne s'est servi que de tubes de Geissler à électrodes extérieures.

Tous les tubes en verre, remplis avec soin d'hydrogène sec suivant la méthode de Cornu ou suivant d'autres méthodes, ont donné un spectre composé de l'ensemble des deux spectres de l'hydrogène.

On pourrait attribuer le second spectre aux gaz carbonés qui se dégagent du verre, quand on y fait le vide.

J'ai fabriqué alors un tube en silice fondue et l'ai rempli avec de l'hydrogène préparé par osmose au travers de la paroi de ce même tube. Le spectre obtenu dans ces conditions fut identique à celui des tubes précédents.

Il en fut de même pour un tube en silice fondue travaillée dans une flamme d'hydrogène électrolytique.

(1) Se reporter au mémoire détaillé (*Annales de Chimie et de Physique*, 8e sér., t. IX, novembre 1906, p. 361 à 432).

On ne peut donc attribuer le second spectre de l'hydrogène à des hydrocarbures.

On pourrait encore l'attribuer à l'hydrogène silicié dû à l'attaque de la paroi des vases par l'hydrogène qu'ils contiennent.

Pour lever cette objection, j'ai fabriqué un tube en anhydride borique fondu, ne contenant, par conséquent, pas de silice.

Le spectre de l'hydrogène obtenu ainsi fut identique aux spectres précédents.

Que reste-t-il dans ces tubes? de la vapeur d'eau et de l'hydrogène. Or il n'est pas possible de se mettre à l'abri de la vapeur d'eau dans un récipient en verre où l'on fait le vide. L'étude des tubes de Geissler ne permet pas de pousser la question plus loin.

Expériences aux pressions supérieures à quelques centimètres de mercure. — La précision des résultats devient beaucoup plus grande si l'on opère sous pression assez grande.

On observe facilement le spectre de l'hydrogène en faisant jaillir la décharge d'un transformateur à haut voltage entre deux grosses électrodes métalliques plongées dans une atmosphère de ce gaz sous une pression de l'ordre de la pression atmosphérique.

Un tube en verre, muni de deux grosses électrodes en platine, nettoyé avec le plus grand soin, vidé à la trompe et rempli d'hydrogène électrolytique filtré au travers de platine maintenu au rouge par un courant électrique, donne un spectre identique à ceux trouvés jusqu'ici : les deux spectres de l'hydrogène apparaissent en même temps.

Pour se mettre à l'abri des impuretés carbonées que pourraient dégager les électrodes de platine, on a fabriqué un tube analogue possédant des électrodes d'argent préparées par électrolyse d'azotate d'argent maintenu à son point de fusion. Le spectre obtenu fut encore le même que précédemment.

Pour contrôler ces résultats, on a cherché si un refroidissement énergique modifiait la composition du spectre émis par ces tubes. L'expérience faite avec de l'air liquide a répondu négativement.

En outre, on a constaté que l'hydrogène desséché par de l'anhydrique phosphorique, en restant en contact avec lui pendant longtemps, donnait toujours la série de lignes du premier spectre ; ce dernier n'est donc pas dû à l'eau.

En résumé, la méthode suivie dans ces recherches est la suivante : j'ai admis pour un instant toutes les hypothèses qui attribuent à une impureté le second spectre de l'hydrogène.

Dans chaque cas, l'expérience a contredit ces hypothèses.

Les résultats que j'ai obtenus confirment tout à fait l'opinion émise par quelques physiciens et qui peut s'énoncer ainsi :

L'hydrogène a comme spectre, dans les tubes dont nous nous servons au laboratoire, l'ensemble du spectre stellaire $H_\alpha H_\beta H_\gamma$..., formé de lignes peu nombreuses, en général très brillantes, dont les longueurs d'onde obéissent à la loi de Balmer ; et de ce qu'on appelle le second spectre, qui est un spectre de raies très nombreuses, visibles surtout dans le jaune, et qui est, à quelques détails près, le même dans les tubes de Geissler et sous la pression atmosphérique.

Mesure des longueurs d'onde des raies ultra-violettes les plus intenses du second spectre de l'hydrogène. — Hasselberg, Frost, Lyman ont mesuré les longueurs d'onde des raies du second spectre de l'hydrogène dans différentes parties du spectre ([1]).

J'ai fait quelques mesures dans une région non encore explorée à ma connaissance.

La méthode que j'ai employée est la suivante :

La source lumineuse est constituée par la partie capillaire d'un tube de Geissler en silice fondue ; on sait que cette matière est transparente pour l'ultra-violet ; la partie capillaire du tube joue ici le rôle de fente.

L'appareil dispersif est un réseau concave de Rowland de $3^m,144$ environ de rayon de courbure. Au centre de courbure est placée la partie capillaire du tube de Geissler ; dans ces conditions, les images diffractées de la source sont toutes sur un cercle ayant pour diamètre le rayon de courbure du miroir concave et passant par la source et le réseau. On met une plaque photographique tangentiellement à ce cercle.

Dans ce dispositif, les différences de longueurs d'onde sont à peu près proportionnelles aux distances relevées sur les plaques entre les différentes raies. Les repères employés ici sont les raies du premier spectre de l'hydrogène.

Pour ces photographies, j'ai utilisé seulement le spectre de premier ordre du réseau, par suite du peu d'intensité de la source employée ; j'ai même dû élever le temps de pose jusqu'à la durée de vingt-quatre heures.

On trouvera ci-dessous la liste des valeurs des longueurs d'onde

([1]) Se reporter au mémoire détaillé (*Ann. de Ch. et Phys., loc. cit.*).

des raies les plus intenses; chaque nombre représente la moyenne des résultats donnés par les différentes plaques pour chaque raie. On verra que ce spectre discontinu n'est pas très étendu vers l'ultra-violet; chose curieuse, il est prolongé du côté des petites longueurs d'onde par un spectre qui apparaît continu et qui est particulièrement intense.

LONGUEURS D'ONDE DES RAIES LES PLUS INTENSES
DU SECOND SPECTRE DE L'HYDROGÈNE, DE $\lambda = 493{,}48$ A $\lambda = 360{,}0$ (1).

Int. (2).	λ	Int.	λ	Int.	λ
5	493,48	2	444,6	5	399,3
5	492,82	2	442,05	5	399,04
3	487,3	3	441,25	2	398,8 à 398,25
40	486,09 val. adm. H_β	20	434,1 val. adm. H_γ	1	398,0
3	485,7	1	430,3	2	397,6
3	484,93	1	423,8	4	397,02 val. adm. H_ϵ
3	479,8	1	423,45	3	396,48
1	473,26	2	422,48	2	396,23
1	472,86	2	422,32	1	394,7
3	472,28	4	421,36	1	393,55
4	471,9	4	421,04	1	392,6
2	471,4	10	420,61	8	388,92
2	470,97	3	420,1	2	388,68
2	469,0	2	420,06	2	388,5
4	468,36	4	419,65	3	388,05
2	467,3	3	418,28	1	387,7
2	467,18	3	418,04	9	387,32
2	466,3	10	417,78	2	387,16
2	466,18	2	417,48	3	386,4 à 385,95
2	465,29	3	417,22	2	385,03
15	463,44	2	416,53 à 416,23	1	383,75
8	463,13	1	415,74	4	380,35
5	462,8	10	410,23 val. adm. H_δ	8	380,0 à 379,74
1	462,5	2	409,8	1	378,4
3	461,84	2	409,74	2	377,8
1	460,52	4	409,39	1	377,23
5	458,32	3	408,87	1	370,25 à 370,0
8	458,02	2	408,62	1	369,46
2	457,66	2	408,32	1	368,95
4	457,25	4	407,95	5	368,4
4	456,82	1	407,5	1	368,2
2	456,23	2	407,36	1	367,7
2	455,96	10	407,04	5	367,37
2	453,45	10	406,73	2	366,55

(1) Les longueurs d'onde sont exprimées en millionièmes de millimètre.
(2) Intensité maxima = 40.

Int.	λ	Int.	λ	Int.	λ
3	449,8	8	406,32	2	366,325
2	449,05	2	405,06	1	366,04
2	448,63	2	404,45	1	365,84
1	447,44	1	403,0	1/2	365,53
1	447,22	1	402,9	1/2	365,2
3	446,8	1	402,3	au delà, le spectre est continu.	
3	446,13	1	400,75		
1	445,67	2	400,37		
2	444,9	4	399,83		

II. — ACTION D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE. — PHÉNOMÈNE DE ZEEMAN.

Appareil spectroscopique. — On s'est servi du réseau de Rowland, dont on a déjà parlé au moment de la détermination des longueurs d'onde du spectre dans l'ultra-violet.

Pour éviter divers inconvénients tenant à l'astigmatisme de ce réseau concave, on a employé le dispositif de Runge et Paschen [1] : la fente éclairée par le tube de Geissler est placée dans le plan focal de l'objectif d'une bonne lunette ; le faisceau qui arrive sur le réseau provient donc d'une source à l'infini.

Le réseau fait un angle d'environ 45° avec le faisceau qui l'éclaire ; de la sorte il est couvert en entier par la lumière et présente son pouvoir séparateur maximum ; en outre, il se trouve que, par suite de la forme des traits, le spectre de troisième ordre est particulièrement lumineux. Cette circonstance est extrêmement heureuse, vu la faible intensité du second spectre de l'hydrogène.

On reçoit la lumière diffractée dans une lunette dans laquelle l'oculaire peut s'enfoncer au delà du foyer et permet de viser ainsi les spectres qui jouent le rôle d'objet virtuel par rapport à l'objectif. Ce dispositif a l'avantage suivant : l'observateur a près de lui la fente et le réseau ; il est alors facile de donner à la fente la largeur la plus convenable dans chaque cas et de faire tourner le réseau pour faire défiler les raies dans le champ.

Le tube de Geissler ne peut être placé perpendiculairement aux lignes de force, la décharge refuse de passer ; on n'a plus du tout de lumière, si ce n'est celle émise par le sodium du verre. Aussi l'a-t-on placé suivant l'axe d'un électro-aimant Weiss mis verticalement pour la circonstance et muni de deux pièces polaires percées.

---

[1] *Ann. de Wiedemann*, t. LXI, p. 644 ; 1897.

Grâce aux deux bobines supplémentaires, le champ au centre de l'entrefer est d'environ 15.000 gauss pour une distance d'une douzaine de millimètres des pièces polaires et un courant d'une vingtaine d'ampères. La décharge se faisant parallèlement aux lignes de force, il y a autant de lumière, que le champ existe ou non (1).

Il a été nécessaire de donner au tube une forme convenable : son diamètre extérieur a été réduit à 6 millimètres pour qu'il puisse passer au travers des pièces polaires. L'anode était dans cette partie étroite ; la cathode, chauffant beaucoup plus, a été faite plus grosse pour permettre un fonctionnement intense pendant de courts moments.

Les observations n'ont été faites que pour la lumière émise perpendiculairement aux lignes de force. On sait que, dans ces conditions, les diverses composantes produites par le champ magnétique sont polarisées rectilignement et peuvent être éteintes par un analyseur W (2).

Au lieu d'observer ce qui se passe quand on fait tourner cet analyseur, on s'est arrangé de façon qu'une moitié de la fente reçoive de la lumière polarisée verticalement et l'autre moitié de la lumière polarisée horizontalement.

A cet effet, l'une des moitiés est éclairée par la lumière ayant traversé l'analyseur seul : la partie supérieure du champ qui lui correspond donne alors le spectre des vibrations normales aux lignes de force. L'autre moitié de la fente reçoit des rayons qui ont traversé en outre une lame, demi-onde pour le jaune, placée avant l'analyseur et ayant sa section principale à 45° des lignes de force. Cette lame demi-onde fait tourner d'un angle droit les vibrations verticales parallèles aux lignes de force ; elles peuvent alors traverser l'analyseur, et la partie inférieure du champ dans la lunette donne le spectre des vibrations parallèles à ces lignes de force.

On projette l'image de la lame demi-onde sur la fente, et sur cette lame elle-même on projette l'image du tube de Geissler ; la *fig.* 1 montre le dispositif employé.

On voit donc dans le champ de la lunette deux spectres exacte-

---

(1) Pour avoir le maximum de lumière, on a argenté extérieurement le tube sur la moitié opposée à la fente.

(2) Pour des raisons de commodité, on a employé comme analyseur un prisme de Wollaston donnant deux images du tube polarisées à angle droit ; l'une d'elles se trouve sur la fente.

ment au contact, l'un formé par des vibrations parallèles aux lignes de force, l'autre par des vibrations perpendiculaires à celles-ci ; on peut ainsi reconnaître très facilement les lignes qui présentent le phénomène de Zeeman (1).

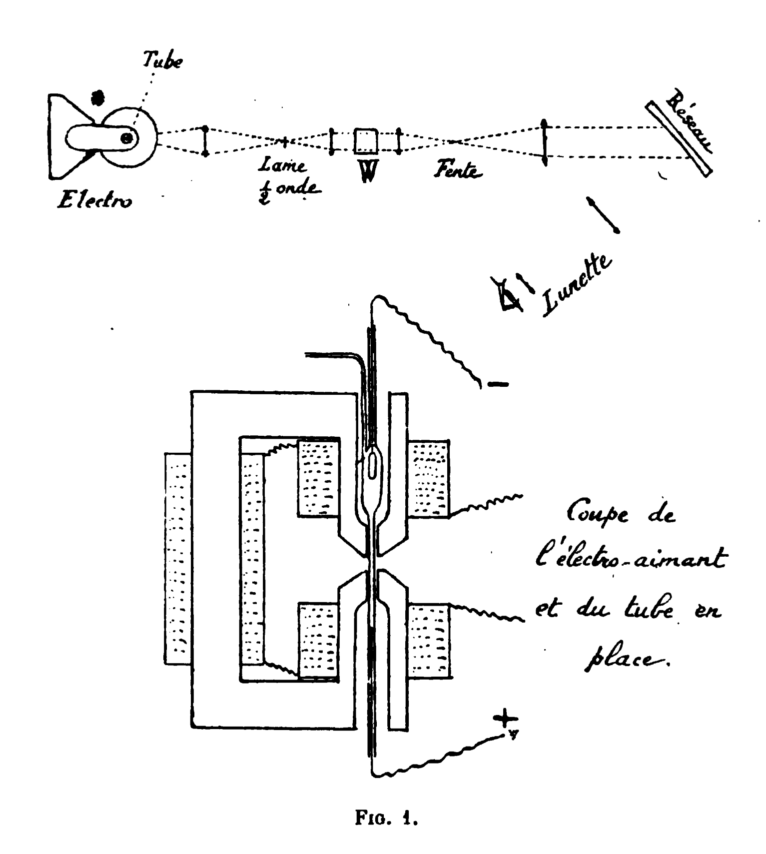


Fig. 1.

Tout l'appareil était installé sur une grande table de marbre portée par trois piliers en maçonnerie et reposant sur eux par l'intermédiaire de plusieurs couches épaisses de feutre.

Essais préliminaires. — Pour s'assurer du bon fonctionnement de tout l'appareil, on a d'abord regardé le phénomène de Zeeman pour

(1) Le collimateur ayant sa fente à son foyer, le réseau n'a pas d'astigmatisme, et il a été possible d'avoir à la fois au point les raies et la ligne horizontale formée par l'image très fine du bord de la lame mince qui sépare les deux spectres.

les raies du premier spectre de l'hydrogène, ainsi que pour celles du sodium et du mercure qui apparaissaient dans les tubes.

La dispersion est assez grande pour qu'on voie nettement la raie D_1, dédoublée dans les deux moitiés du champ, le doublet constitué par les vibrations perpendiculaires aux lignes de force ayant une largeur double de l'autre doublet. Quant à la raie D_2, plus intense que D_1, on ne peut voir le dédoublement que pour ces mêmes vibrations; l'autre partie de la raie apparaît seulement un peu diffuse.

La raie rouge H_α de l'hydrogène, pour laquelle le phénomène de Zeeman est plus faible, comme on sait, apparaît très bien dédoublée dans la partie du champ polarisée dans le plan des lignes de force ; l'autre moitié de la raie reste simple. L'écart des deux composantes est en gros la moitié de celui qu'on constate pour le sodium.

La raie bleue se dédouble de même, mais encore moins que la raie rouge ; on ne peut voir ce dédoublement que si la fente est très fine.

Dans les conditions d'observation du second spectre, peu lumineux, la fente étant prise plus large, la raie bleue du premier spectre de l'hydrogène apparaît seulement plus large dans la moitié du champ polarisée parallèlement aux lignes de force que dans l'autre. Il en est de même de la raie violette.

Étude du second spectre de l'hydrogène. — S'étant ainsi assuré du bon fonctionnement de l'appareil, on a cherché si le second spectre de l'hydrogène présente le phénomène de Zeeman.

L'observation est assez facile dans le jaune, où les raies sont intenses et pour lequel l'œil est particulièrement sensible. Dans le vert et le bleu, il devient impossible de faire aucune constatation certaine, sauf pour quelques raies beaucoup plus intenses que les autres. Même dans le jaune, je n'ai étudié que les raies les plus intenses.

Voici les résultats de ces observations : Dans la première colonne, je donne l'intensité (maximum = 6); dans la seconde, les valeurs des longueurs d'onde prises dans le tableau de Hasselberg; dans la troisième, je décris l'apparence de la raie quand le champ magnétique est créé. La partie supérieure de chaque raie est constituée par des vibrations perpendiculaires au champ ; l'autre moitié, par des vibrations parallèles au champ.

Intens.	λ	Observations
3-4	623.726	Ne change pas.
4	622.396	id.
4	619.867	id.
3	619.614	id.
4	618.219	id.
6	613.445	id.
4	612.661	Ne paraît pas changer.
6	612.098	Ne change pas.
2	609.766	id.
4	609.520	id.
3-4	609.000	Paraît se dédoubler en bas (?).
5	608.000	Ne change pas.
3	607.382	id.
5	606.956	Se dédouble dans le haut du champ et peut-être en bas.
3	606.682	Ne change pas.
3	606.288	id.
1-2	605.567	id.
4	605.206	id.
2-3	604.724	id.
1-2	604.444	id.
1-2	604.230	id.
1-2	604.023	id.
6	603.107	Ne change pas sensiblement. Devient un peu diffuse.
4	602.721	Se dédouble dans le haut, s'élargit un peu dans le bas.
3-4	602.287	Ne change pas.
4	602.043	Se dédouble dans le haut, s'élargit un peu dans le bas.
6	601.746	Ne change pas.
3-4	600.225	Se dédouble en bas et peut-être dans le haut, mais beaucoup moins. Inversion particulièrement nette.
3	599.374	Ne change pas.
3	599.195	id.
3	598.991	id.
3	598.842	id.
4	598.217	Se dédouble dans le haut et peut-être dans le bas. Le phénomène est particulièrement net pour cette raie.
5	597.487	Ne change pas.
3-4	596.657	id.
3	596.262	Paraît se dédoubler en bas (?).
3-4	595.900	Paraît se dédoubler en haut (?).
4	594.915	Ne change pas.
3-4	594.680	id.
5	593.791	Se dédouble dans le haut, peu dans le bas. Le phénomène est particulièrement net pour cette raie.
5	593.077	Se dédouble dans le haut (moins que la précédente).
4	592.417	Ne change pas.
4	592.009	id.
4	591.560	id.
4	583.545	id.

Intens.	λ	Observations
3-4	582.200	Ne change pas.
6	581.200	id.
4	578.449	id.
4	577.385	id.
4	572.985	id.
4	572.656	id.
		Dans le vert et le bleu, les observations sont impossibles.
5	493.354	S'élargit dans le haut.
5	492.795	id.
4-5	463.310	Paraît s'élargir dans le haut.
4	463.068	id.

En résumé, les raies de ce tableau se partagent en trois groupes :

1° Celles qui ne présentent pas le phénomène de Zeeman ; ce sont les plus nombreuses ;

2° Celles qui le présentent d'une manière analogue au sodium : la raie se dédouble en triplet ou quadruplet, les deux composantes polarisées parallèlement au champ étant les plus écartées. Pour quelques-unes, le phénomène est simple et net ; pour les autres, on ne constate qu'un élargissement ;

3° Enfin celles qui présentent le phénomène particulier de l'inversion signalé d'abord par MM. Becquerel et Deslandres pour certaines raies du fer : l'écart des composantes est plus grand pour les vibrations parallèles au champ que pour les autres. Il convient d'insister sur cette singularité, qui est très rare et qui s'observe sans doute possible pour la raie $\lambda = 600.225$.

Il résulte des recherches précédentes que le second spectre de l'hydrogène contient des lignes qui subissent le phénomène de Zeeman d'une manière presque aussi nette que la raie rouge du premier spectre.

D'autre part, les raies les moins intenses ont de place en place des positions qui correspondent à des distances consécutives égales dans l'échelle des fréquences ; cet arrangement rappelle tout à fait celui des bandes. En outre, elles sont insensibles à l'action d'un champ magnétique.

On doit considérer le second spectre de l'hydrogène comme formé de l'ensemble d'un spectre de lignes, extrêmement compliqué, et d'un spectre de bandes peu intenses visibles seulement avec un spectroscope très lumineux.

III. — ESSAI D'EXPLICATION DE LA CAUSE DES DEUX SPECTRES.

Théorie des ions. — Il n'y a pas jusqu'à présent de théorie satisfaisante sur la production des spectres en général.

Quant à la manière dont se produit l'émission de lumière, l'hypothèse qui paraît la plus plausible est celle qu'expose M. Langevin (1) :

« Les atomes matériels doivent être considérés comme renfermant un nombre considérable de corpuscules maintenus en configuration dynamique stable par l'attraction d'une charge positive égale en valeur absolue à leur charge négative totale si l'atome est électriquement neutre, les corpuscules gravitant avec une rapidité extrême dans le système ainsi constitué... Leur rotation doit s'accompagner, quand une perturbation est produite dans le système, d'une émission d'ondes de période égale à la durée de révolution d'un électron sur son orbite. Ce sont les ondes lumineuses... La grandeur de l'effet Zeeman conduit à attribuer l'émission de ces ondes à des corpuscules. »

M. Langevin examine le cas d'un corpuscule situé aux confins du monde planétaire qui constitue l'atome ; il arrive à trouver, dans le cas du sodium, une valeur de la longueur d'onde de la lumière émise de l'ordre de grandeur de la valeur exacte relative à la raie D.

En admettant cette théorie, les spectres de lignes, sensibles à l'action d'un champ magnétique, sont dus aux corpuscules des atomes.

Il y a donc lieu d'attribuer aux corpuscules du système le plus simple, c'est-à-dire aux corpuscules de l'atome vibrant seul, les radiations composant le premier spectre de l'hydrogène.

Certaines raies du second spectre sont sensibles à l'action d'un champ magnétique; d'autres ne le sont pas. Le nombre immense de ces raies, l'existence des bandes et du spectre continu font penser à un édifice vibrant beaucoup plus compliqué que le précédent. Les raies qui présentent le phénomène de Zeeman sont probablement dues à des corpuscules de cet édifice.

On est donc amené à attribuer le premier spectre à l'atome, le second à la molécule.

Les faits suivants sont d'accord avec cette hypothèse :

---

(1) LANGEVIN, thèse, pp. 59 et suiv.

La vapeur d'eau pure ne donne pas du tout le second spectre, si intense d'habitude dans le jaune.

Or, l'hydrogène n'existe pas ici à l'état de molécules : il est à l'état d'atomes dans la molécule de l'eau. Par conséquent, le choc des corpuscules sur la molécule de l'eau nous donne le spectre de l'atome H, tandis que le choc des ions à faible vitesse sur la molécule de l'eau nous donne le spectre de la vapeur d'eau.

D'ailleurs ces chocs sont capables d'isoler l'atome H ; en effet, il apparaît de l'hydrogène libre qui se diffuse dans le gaz : on retrouve après le passage de la décharge une petite bulle de gaz 2H + O qui disparaît au contact du platine. Quant au second spectre que cet hydrogène devrait donner, les atomes séparés s'unissent bien pour donner des molécules, mais ces molécules sont si peu nombreuses qu'elles n'émettent pas de lumière assez intense pour être perçue.

On voit d'ailleurs aussi le spectre de l'oxygène, le spectre des lignes, c'est-à-dire celui de l'atome.

Dans le cas des tubes contenant de l'acétylène, l'expérience donne un résultat tout opposé : le second spectre s'y voit fort bien. Cela tient à ce que le gaz est composé presque en totalité d'hydrogène, car l'acétylène est décomposé, comme on sait, en très grande partie par la décharge. Le charbon qui se dépose sur les électrodes donne en outre le spectre de Swan.

Hypothèse d'une dissociation. — La théorie des ions ne conduit pas à supposer une dissociation effective de la molécule d'hydrogène, mais elle n'est pas en contradiction avec elle.

Les deux théories conduisent d'ailleurs aux mêmes résultats, et il est probable que toutes les deux sont applicables ici.

Je vais dire un mot des recherches entreprises sur ce sujet et qui, interprétées d'une manière convenable, indiquent la possibilité d'une dissociation aux hautes températures.

Je ne cite que pour mémoire les travaux de Winkelmann (1), de Schmidt (2), et ne m'occuperai que de ceux de Richardson (3).

Richardson traite théoriquement la question de la solubilité et de la diffusion d'un gaz dissocié dans une solution.

---

(1) Winkelmann, *Ann. de Drude*, t. VI, p. 104 ; 1901 ; et t. VIII, p. 383 ; 1902.
(2) Schmidt, *Ann. de Drude*, t. XIII, p. 747 ; 1904.
(3) Richardson, *Phil. Magaz.*, t. VII, p. 266 ; et t. VIII, p. 1 ; 1904.

Je vais rapidement résumer ces calculs pour pouvoir en discuter les conclusions.

Soit : C, la concentration de la portion du gaz non dissociée ; c, la concentration de la portion du gaz dissociée.

L'indice 0 caractérisera le gaz à l'extérieur de la solution ;

— i — — l'intérieur —

En appelant k_i et k_0 les constantes de dissociation du gaz à l'intérieur et à l'extérieur de la solution, la loi d'action de masse donne les relations :

$$\frac{c_0^2}{C_0} = k_0, \qquad \frac{c_i^2}{C_i} = k_i,$$

en supposant que la molécule de l'hydrogène se dissocie en deux sous-molécules semblables.

La loi de solubilité de Henry donne :

$$C_0 = AC_i, \qquad c_0 = ac_i ;$$

où A et a sont les inverses des solubilités correspondantes.

En considérant ce qui se passe au travers des faces d'un cube élémentaire $dxdydz$, et en appliquant certaines hypothèses physico-chimiques généralement admises, Richardson arrive à l'équation suivante, relative au gaz non dissocié :

$$\frac{dC}{dt} = u\left(\frac{d^2C}{dx^2} + \frac{d^2C}{dy^2} + \frac{d^2C}{dz^2}\right) dxdydz - bC + ac^2,$$

où a est la vitesse de recombinaison des molécules dissociées, b celle de dissociation des molécules non dissociées, et u une constante dépendant de la température.

Il y a une seconde équation semblable pour la concentration du gaz dissocié.

Ces équations sont appliquées au cas du régime permanent de diffusion au travers d'une paroi plane, pour calculer la vitesse du flux gazeux passant dans 1 centimètre carré de la paroi.

Se plaçant dans l'hypothèse où la dissociation du gaz en dehors de la solution est négligeable, Richardson trouve que le flux total se compose de deux termes, l'un proportionnel à la pression du gaz et l'autre à la racine carrée de cette pression.

Il applique ces résultats au cas d'un tube de platine et trouve

l'équation :

$$Q = \frac{1}{d}\left[\frac{u_2}{2}\sqrt{\frac{k_i P_0}{A}} + \frac{u}{A} P_0\right],$$

où Q est proportionnel à la masse de gaz diffusée par seconde au travers du tube, dans le cas où chaque molécule de l'hydrogène se dissocierait en deux sous-molécules ; u_2 et u sont les coefficients de diffusion de ces deux corps ; k_0, la constante de dissociation en dehors de la solution ; k_i, la constante de dissociation dans le solvant ; $\frac{1}{A}$ est le coefficient de solubilité du gaz non dissocié (1).

Cette formule est établie en supposant négligeable la dissociation dans l'atmosphère qui entoure le dissolvant, de sorte que, dans l'équation de dissociation :

$$c_0^2 + k_0 c_0 = k_0 P_0,$$

on a négligé $k_0 c_0$ devant les deux autres termes.

Dans le but de soumettre la formule qui donne Q au contrôle de l'expérience, Richardson mesure les quantités d'hydrogène traversant un tube de platine chauffé par un courant électrique à une température donnée par une pince thermo-électrique et comprise entre 700° et 1.150°.

Ces expériences sont très bien conduites et faites avec le plus grand soin.

Les résultats sont portés sur des diagrammes où les abscisses son-proportionnelles au logarithme de la pression P et les ordonnées au logarithme du débit Q. Les points correspondant aux différentes expériences se rangent sur des droites dont les coefficients angut laires ont les valeurs suivantes :

0,508 pour les expériences faites à la température de 717° ;
0,500 pour les expériences faites à la température de 856° ;
0,521 pour les expériences faites à la température de 995° ;
0,531 pour les expériences faites à la température de 1.136°.

La moyenne de ces valeurs est 0,515, et Richardson attribue la différence de 3 0/0 trouvée entre ce nombre et celui qu'il aurait dû trouver, 0,500 d'après lui, à une « même source constante d'erreur qui n'a pu être découverte ».

(1) La formule qui se trouve dans ce mémoire (p. 14) est celle que je cite, mais où k^i est remplacé par k_0. Ce doit être une faute d'impression ; en tout cas, cette erreur n'a pas d'importance pour ce qui suit.

Il conclut alors que, aux erreurs expérimentales près, la masse passée est proportionnelle à la racine carrée de la pression, et qu'en conséquence il n'y a pas lieu de croire à une dissociation de l'hydrogène en dehors du platine :

« ... La vitesse de diffusion de l'hydrogène à travers les parois d'un tube de platine rouge maintenu dans le vide d'un côté est très approximativement proportionnelle à la racine carrée de la pression motrice pour des pressions allant de 1 à 760 millimètres de mercure.

« Ce résultat s'explique en supposant que l'hydrogène est dissocié et que les atomes dissociés passent librement à travers le platine. Une telle hypothèse entraîne probablement la présence d'une certaine quantité (qui peut être extraordinairement petite) de molécules et d'atomes libres des deux corps, tous deux à l'intérieur et à l'extérieur du platine.

« On ne peut conclure de là l'existence d'une fraction appréciable de gaz dissocié, même aux plus basses pressions, en dehors du platine, ou d'une fraction appréciable de gaz se diffusant à l'état non dissocié... »

Discussion. — Reprenons maintenant l'étude des résultats de ces expériences, qui, je le répète, sont extrêmement bien faites. Nous allons voir que les résultats de Richardson, interprétés d'une manière plus correcte, viennent à l'appui de l'hypothèse de l'existence d'une dissociation à l'extérieur du platine.

La masse diffusée pendant l'unité de temps est donnée, d'après Richardson, par l'équation :

$$Q = \frac{1}{d}\left[\frac{u_1}{2}\sqrt{\frac{k_i P_0}{A}} + \frac{u}{A} P_0\right].$$

En portant log P sur l'axe des abscisses et log Q sur l'autre axe, les courbes obtenues sont des droites. Voyons les conséquences qu'on peut en tirer.

A 717° et 856°, le coefficient angulaire trouvé pour ces droites est 0,508 pour l'une et 0,500 pour l'autre, c'est-à-dire sensiblement 0,500 pour les deux. Il en résulte qu'à ces températures le terme en $\frac{uP_0}{A}$ est nul ; donc u est nul (u est le coefficient de diffusion du gaz non dissocié).

A 1.000° et 1.135°, l'expérience donne encore des droites, mais leur coefficient angulaire monte à 0,52, puis 0,53. Richardson

attribue la différence entre ces nombres et 0,50 à une erreur constante d'expérience. Or les expériences sont trop bien faites pour qu'il puisse en être ainsi. D'autre part, les résultats obtenus aux températures de 717° et 856° sont si voisins de la valeur théorique 0,500 qu'ils constituent une vérification expérimentale de l'exactitude des méthodes employées. Il est donc permis d'attribuer à autre chose qu'à des erreurs les 4 à 6 0/0 d'écart entre les deux nombres théorique et expérimental, qui apparaissent aux températures supérieures à 900°.

Rappelons-nous que, dans ses calculs, Richardson suppose que la constante de dissociation k_0 à l'extérieur du solvant est assez faible pour qu'on n'ait pas à tenir compte de cette dissociation dans l'équation :

$$c_0^2 + k_0 c_0 = k_0 P_0.$$

qu'il réduit à :

$$c_0^2 = k_0 P_0,$$

dont la racine est :

$$\lambda_0 = \sqrt{k_0 P_0}.$$

Ne faisons pas cette approximation et voyons ce qui en résulte.

La racine exacte est :

$$k'_0 = \frac{-k_0 + \sqrt{k_0^2 + 4k_0 P_0}}{2},$$

qu'on peut écrire :

$$\lambda'_0 = \sqrt{k_0 P_0}\left[\sqrt{1 + \frac{k_0}{4P_0}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_0}{P_0}}\right].$$

Développons en série le second radical et négligeons $\frac{k_0}{4P_0}$ devant $\sqrt{\frac{k_0}{P_0}}$, ce qui est permis, puisque cette fraction est très petite; il vient :

$$\lambda'_0 = \sqrt{k_0 P_0}\left[1 - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_0}{P_0}}\right].$$

Richardson portait la valeur $\lambda_0 = \sqrt{k_0 P_0}$ dans l'équation qu'il donne au début de son second mémoire :

$$Q = \frac{1}{d}\left[\lambda_0 \frac{u^2}{2}\sqrt{\frac{k_i}{Ak_0}} + k_0^2 \frac{u}{Ak_0}\right].$$

Nous devons remplacer dans cette équation λ_0 par λ'_0.

Or, à 717° et 856°, les expériences de Richardson donnent environ 0,500 comme coefficient angulaire des droites représentant la variation de log Q en fonction de log P. Nous en concluons :

1° que u est nul;
2° que k_0 est nul.

A 1.100°, nous pouvons supposer u nul, puisqu'il l'est à 700°. Il n'y a pas de raison pour que l'hydrogène se dissolve dans le platine à 1.100° puisqu'il ne s'y dissout pas à 700°.

Nous devons en outre remplacer λ_0 par λ'_0, c'est-à-dire :

$$\sqrt{k_0 P_0}$$

par

$$\sqrt{k_0 P_0}\left[1 - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_0}{P_0}}\right],$$

et Q variera en fonction de P comme cette dernière expression.

Les vraies valeurs de Q seront donc inférieures à celles calculées d'après la loi de Richardson, mais inférieures d'une quantité d'autant plus grande que P_0 sera plus petit. En d'autres termes, la quantité d'hydrogène diffusée devra croître plus vite que la racine carrée de la pression, et le rapport du logarithme de la masse passée au logarithme de la pression devra être supérieur à 0,500.

C'est en effet ce que trouve Richardson. Ses résultats s'interprètent donc très bien en admettant qu'à partir de 900° à 1.000°, k_0 n'est plus négligeable et qu'il existe effectivement une dissociation sensible dans l'atmosphère d'hydrogène qui entoure le platine (1).

Admettons une dissociation des molécules en atomes, représentée par l'équation :

$$H_2 = 2H_1.$$

Le système est formé d'un seul constituant, l'hydrogène ; il n'y a qu'une phase, donc la variance est égale à 2. L'équilibre entre H_2 et H_1 dépend donc de la pression et de la température.

(1) Chose curieuse, Richardson remarque (p. 14) ceci : « S'il y a une somme appréciable de dissociation dans l'hydrogène autour du platine, le premier terme croîtra plus vite que $\sqrt{P_0}$ et le second plus vite que P_0. » Il trouve en effet que l'exposant croît de 0,50 à 0,53, et néanmoins conclut dans le sens de la non-existence d'une dissociation.

Soit C la concentration en H_2 et c en H_1.

La loi d'action de masse nous donne l'équation :

$$\frac{c^2}{C} = K,$$

d'où :

$$c = \sqrt{KC}.$$

Comme la dissociation est faible, le rapport des concentrations qu'on peut considérer comme caractérisant la proportion de gaz dissocié est :

$$\frac{c}{C} = \sqrt{\frac{K}{C}}.$$

Or C est proportionnel à la pression. Donc la dissociation sera d'autant plus grande que la pression sera plus petite.

Dans un tube de Geissler, le gaz est à la fois sous faible pression et à une haute température. Le gaz doit donc y être assez fortement dissocié.

L'hypothèse de la dissociation prend donc une importance toute nouvelle par suite de l'interprétation plus exacte des résultats des expériences de Richardson. Pour assurer la vérité de cette hypothèse, il est nécessaire de faire des expériences de mesure de densité par une autre méthode.

Si nous nous contentons, pour l'instant, des résultats de Richardson, nous voyons que, parallèlement avec la théorie des ions, celle de la dissociation explique les phénomènes présentés par les tubes à décharge remplis d'hydrogène. Elle conduit même à émettre l'idée que, dans les étoiles et le soleil qui ne montrent que le premier spectre, l'hydrogène est entièrement dissocié à l'état d'atomes.

LES LOIS DE LA FILTRATION A TRAVERS DES COLONNES DE SABLE, ET LES LOIS DE OHM ;

Par M. Bernard BRUNHES.

La filtration à travers les parois poreuses a donné lieu à un grand nombre de recherches expérimentales. D'une façon générale, on a étendu au passage à travers les substances perméables les lois de Poiseuille sur l'écoulement à travers les tubes capillaires.

Le passage à travers les couches filtrantes de sable, telles qu'on les emploie dans la « filtration naturelle » des rivières, a été moins étudié par les physiciens. Des ingénieurs ont publié de nombreux travaux sur ce sujet ; mais ce sont des travaux effectués dans des conditions complexes, et n'aboutissant le plus souvent qu'à des formules empiriques encombrées de termes correctifs sans signification physique. Il ne sera pas sans intérêt de rappeler les conclusions principales d'un travail déjà ancien sur ce sujet, qui est à la fois un travail de laboratoire que domine la préoccupation de se placer dans des conditions bien définies, et un travail où l'on a fait varier les conditions déterminantes des phénomènes dans de larges limites. Si l'on tient à la comparaison du courant électrique avec un courant liquide, il faut se garder de comparer un fil conducteur à un tube capillaire, comme on le fait trop souvent ; mais c'est à une colonne de sable que le fil conducteur est comparable ; il n'est donc pas indifférent de connaître les expériences par lesquelles les « lois de Ohm » ont été vérifiées dans le cas de l'écoulement des liquides à travers des colonnes de sable. Cette vérification résulte, d'une manière particulièrement simple, des mesures effectuées par M. Julien Brunhes, dans son Mémoire intitulé : *Recherches expérimentales sur le passage des liquides à travers les substances perméables et les couches filtrantes* [1].

I. *Proportionnalité du débit à la pression.* — Nous ne voulons citer ici que quelques expériences caractéristiques, sans insister sur les remarques très nombreuses qui remplissent le mémoire cité.

On a, par exemple, pris un tube de verre de 1 mètre de long, de $29^{mm},5$ de diamètre intérieur aux deux bouts. On a appliqué, sur les bords bien rodés, une rondelle de caoutchouc de forme annulaire, puis un disque de cuivre également annulaire. Les deux disques de cuivre des deux bouts, qui débordent, présentent chacun, aux deux extrémités d'un même diamètre, deux trous où s'engageront deux tiges filetées qu'on serrera par des écrous et qui maintiendront serrées les deux couronnes de cuivre contre le tube de verre. La couronne supérieure est percée en son centre d'une ouverture cylindrique filetée intérieurement, où l'on pourra visser différents tubes terminés par des viroles identiques. Entre la couronne inférieure de cuivre et

[1] Toulouse, Douladoure-Privat, 1881. — La plupart des expériences relatées dans ce mémoire datent de 1878, et aucun résumé de ces mesures ne fut donné aux *Comptes Rendus* ni au *Journal de Physique*, ce qui explique qu'elles ne soient pas plus connues.

le tube, on a introduit une feuille de parchemin et une soie résistante comme celles qui servent à faire les tamis. Toute la partie inférieure du tube vertical est plongée dans un vase large plein d'eau, dont le niveau est maintenu invariable par un trop-plein. Au-dessus du tube de 1 mètre est vissé à la partie supérieure, comme il a été indiqué, un tube gradué soigneusement calibré, et l'on étudiera la vitesse d'abaissement du niveau de l'eau dans ce tube. (Dans une série d'expériences, la distance entre deux dimensions limitant dans ce tube la capacité de 1 centimètre cube est de $0^{cm},961$ à 25°.)

Le grand tube vertical de $29^{mm},5$ de diamètre est rempli de sable. On a pris du sable siliceux qu'on a fait passer à travers une série de tamis de plus en plus fins et, à chaque expérience, on n'a utilisé que la partie du sable qu'un nouveau tamisage venait de séparer du reste de la masse; ainsi, si l'on emploie des tamis qui, au compte-fil, présentent respectivement 4, 6, 8, 10, 14 et 18 fils au dixième de pouce, on désignera par la notation 8-10 le sable dont les grains ont tous traversé le tamis à 8 fils et sont restés au-dessus du tamis à 10 fils. Nous n'insisterons pas sur les minutieuses précautions indispensables pour qu'aux grains ne restent pas adhérentes des poussières plus ténues.

Dans le cas, réalisé ici, où la pression varie par l'écoulement même, le débit étant à chaque instant proportionnel à la pression, on a, à un instant θ, une pression H donnée par :

$$H = H_0 e^{-m\theta},$$

H_0 étant la pression initiale et m un coefficient qui doit caractériser un tube donné. On cherchera les temps écoulés entre le passage du niveau de l'eau dans le tube gradué à la division 80 et à la division 70, par exemple, puis entre le passage à la division 70 et à la division 60; chaque fois on calcule le temps θ par la formule :

$$\theta = \frac{\log H_0 - \log H}{m \log e},$$

et l'on vérifie ainsi que la formule représente très exactement l'expérience. Voici la reproduction partielle d'un tableau VIII (p. 56):

Divisions du tube	Hauteur des divisions au-dessus du niveau du liquide dans le vase intérieur	Temps observés entre les traits	Durées totales d'écoulement à partir de la division supérieure		Différences obs. calc.
			observées	calculées	
80	620^{mm},88		0,0	0,0	0,0
70	523 ,78	82 sec.	82	82	0,0
60	426 ,68	100^{sec}5,	182,5	181	+ 1,5
50	329 ,58	125 sec.	307,5	306	+ 1,5
40	232 ,48	167	474,5	474	+ 0,5
30	135 ,38	260^{sec},5	735	734	+ 1
25	86 ,84	215 ,5	950,5	949	+ 1,5
22,50	26 ,56	156 sec.	1106,5	1109	-- 2,5

Les pressions et les vitesses ont varié de 1 à 10. On a pris pour valeur de $m = 0{,}002072$. La concordance entre les résultats du calcul et ceux de l'expérience autorise à dire que la vitesse de débit à travers une colonne de sable est proportionnelle à la pression sous laquelle se fait l'écoulement.

II. *Variation du débit avec la longueur de la colonne de sable.* — En opérant sur des colonnes de sable identique et de même section, mais de longueurs différentes, on a reconnu que, pour la même pression, la vitesse de filtration est en raison inverse de l'épaisseur de la couche de sable. L'expérience consistait à remplir de sable le large tube vertical jusqu'à des hauteurs différentes, la hauteur de la colonne de sable homogène étant toujours grande par rapport à son diamètre, condition essentielle pour que la loi soit vérifiée. On notait le temps écoulé entre le passage du niveau de l'eau d'une division donnée à une autre, de la division 87 à la division 84, je suppose, dans le tube gradué qui surmonte le tube-filtre ; et l'on comparait le rapport de ces temps écoulés pour deux hauteurs différentes de la colonne de sable au rapport des hauteurs elles-mêmes.

Citons, à titre d'exemple, un tableau XXVII (p. 113).

Les colonnes de sable sont des colonnes ayant respectivement 56^{div},84 ; 45^{div},34 ; 31^{div},24. Ce sont des divisions calibrées une à une, qui valent chacune, en moyenne, 0^{cm},971 :

Écoulement entre les deux divisions	Durées d'écoulement			Rapports			
	pour la 1re colonne de sable 56^{div},84	pour la 2e colonne de sable 45^{div},34	pour la 3e colonne de sable 31^{div},24	des durées inscrites dans les colonnes 1 et 2	des longueurs des colonnes 1 et 2	des durées inscrites dans les colonnes 1 et 3	des longueurs des colonnes 1 et 3
97 à 94	97 sec.	77 sec.	52^{sec},4	1,259	1,254	1,851	1,820
87 à 84	132	106	72 sec.	1,246	»	1,833	»
77 à 74	196	156	107^{sec},4	1,256	»	1,851	»

On voit qu'au degré d'approximation que comportent les mesures de temps, le rapport des durées d'écoulement entre deux divisions du tube gradué est égal au rapport des longueurs des colonnes. C'est l'extension de la loi de Poiseuille.

III. *Variation du débit avec la section d'une colonne filtrante et avec la grosseur du sable.* — Si l'on remplit le tube de verre, de section constante, successivement de sables de diverses grosseurs, les durées d'écoulement sous la même pression sont d'autant plus grandes que le sable est plus fin. Pour deux colonnes de sable 4-6 et 10-14, par exemple, le rapport des durées d'écoulement entre les traits 97 et 94 est 3,249 ; le rapport des durées d'écoulement entre deux autres traits, 77 et 74 par exemple, est encore 3,249.

On peut, dit l'auteur, calculer la « longueur réduite » d'une colonne de sable donnée, par la formule suivante :

$$\lambda = \frac{E}{CS},$$

E étant l'épaisseur de la colonne, S sa section, et C *son coefficient de perméabilité*, c'est-à-dire le débit que comporterait, pour l'unité de pression, une colonne de même matière ayant l'unité de section et l'unité de longueur.

Pour deux colonnes de même longueur et de même section,

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{C}{C'};$$

et ce rapport des perméabilités doit se montrer indépendant de la pression ; c'est bien ce que l'expérience vérifie.

On admet comme évident que, pour les colonnes de même sable, le débit, toutes choses égales d'ailleurs, sera proportionnel à la section. On en a obtenu une vérification expérimentale indirecte en se fondant sur la loi de Poiseuille, relative aux quatrièmes puissances des diamètres des interstices capillaires.

Soit n le nombre des interstices qu'on trouve dans une section droite du tube-filtre, D leur dimension moyenne :

$$Q = n \frac{KHD^4}{l} \theta,$$

Q étant la dépense, d'après la formule de Poiseuille ; dans une autre colonne,

$$Q = n' \frac{KHD'^4}{l} \theta'.$$

Si R est le rayon du tube-filtre,

$$\frac{n}{n'} = \frac{\frac{\pi R^2}{D^2}}{\frac{\pi R^2}{D'^2}} = \frac{D'^2}{D^2}.$$

Si l'on choisit des temps θ et θ' tels que la dépense soit la même, $Q = Q'$, il en résulte :

$$nD^4\theta = n'D'^4\theta' ;$$

d'où :

$$\frac{\theta}{\theta'} = \frac{n'D'^4}{nD^4} = \frac{D'^2}{D^2}.$$

Les durées doivent être inversement proportionnelles aux carrés des dimensions moyennes des interstices ou, ce qui revient au même, des dimensions moyennes des grains.

C'est bien ce que l'expérience a vérifié suffisamment, si l'on compare les durées d'écoulement à travers du sable 4-6 et du sable 6-8. Par une méthode dont je ne retrouve pas le détail dans le mémoire indiqué, l'auteur donne comme dimensions moyennes des grains, pour le sable 4-6 et le sable 6-8, respectivement les nombres $0^{mm},466$ et $0^{mm},345$, dont le rapport des carrés est 1,820.

Le rapport inverse des durées d'écoulement, entre un repère et un autre également fixe, à travers deux colonnes identiques de ces deux sables, est :

$$1,782.$$

On a donc bien :

$$\frac{D'^2}{D^2} = \frac{\theta}{\theta'}.$$

Pour les sables plus fins, dont les arêtes sont *beaucoup moins émoussées*, quand on les examine au microscope, cette relation s'est montrée moins bien vérifiée. Sur ce point, il y aurait une étude expérimentale à reprendre, qui serait certainement intéressante.

IV. *Variation du débit avec la température*. — L'auteur a fait de nombreuses expériences sur la variation de la vitesse d'écoulement de l'eau et de divers liquides avec la température : il s'est notamment attaché à comparer la variation de la vitesse d'écoulement par la chaleur, quand le liquide doit traverser une couche de sable fin et quand il doit traverser un tube capillaire.

Voici quelques extraits de deux tableaux :

Extrait d'un tableau XXI (p. 100).

Températures	Vitesse de l'alcool à 86°	
	A travers un tube capillaire	A travers une couche de sable
20°	1	1
25°	1,078	1,093
30°	1,182	1,170
35°	1,320	1,329
45°	1,583	1,573

Extrait d'un tableau XXII (p. 101).

Températures	Vitesses de l'acide sulfurique (rapportées à la vitesse à 20°)	
	A travers uu tube capillaire	A travers une couche de sable
20°	1	1
22°,50	1,080	1,071
30°	1,311	1,320
40°	1,752	1,739
50°	2,275	2,267

Ainsi les variations de la vitesse d'écoulement par la température sont les mêmes, que l'écoulement se fasse à travers des couches de sable ou dans des tubes capillaires. Dans l'un et l'autre cas intervient uniquement la variation avec la température du coefficient de viscosité du liquide.

Cette conclusion est d'autant plus digne d'intérêt que Duclaux avait montré que la vitesse d'écoulement d'un liquide, rapportée à celle de l'eau, n'est pas absolument indépendante de la nature des parois du corps solide filtrant : tube capillaire, vases poreux ou couches de charbon; il paraît y avoir un effet qui tient à l'épaisseur variable de la couche de liquide qui reste adhérente à la paroi solide mouillée. Il était intéressant de vérifier que, du moins, si la température varie, l'influence de la température sur la vitesse d'écoulement est, pour un liquide donné, indépendante du corps solide contre lequel il frotte, et ne dépend que du liquide lui-même.

V. L'auteur a résumé les lois de la filtration à travers des colonnes de sable dans la formule suivante : si l'on appelle Q la dépense, c'est-à-dire la quantité de liquide écoulé dans l'unité de temps à travers une colonne de longueur E, de section S, sous une pression H, on a :

$$Q = \frac{CHS}{E} = \frac{H}{\frac{E}{CS}}.$$

C étant un coefficient de perméabilité du filtre pour le liquide donné. C varie quand la température varie, et peut être mis sous la forme d'un binôme ou d'un polynôme $C_0(1 + \alpha t + \beta t^2)$, α et β étant les coefficients qui caractérisent la variation de la viscosité du liquide avec la température, *et qui dépendent du liquide seul.*

S'il y a « en série », l'un à la suite de l'autre, plusieurs tubes-filtres de « section » ou de « perméabilité » différentes à traverser par le même liquide, la « dépense » devient :

$$Q = \frac{H}{\frac{\varepsilon_1}{C_1S_1} + \frac{\varepsilon_2}{C_2S_2} + \dots + \frac{\varepsilon_n}{C_nS_n}},$$

ε_0, C et S étant les épaisseurs, les perméabilités et les sections des filtres successifs. S'il y a variation continue des propriétés, de la section et de la perméabilité (ce dernier cas peut arriver par suite de variations continues de la température, et l'auteur en fait des applications à des cas de filtration naturelle), on écrit :

$$Q = \frac{H}{\int \frac{d\varepsilon}{CS}},$$

C et S étant des fonctions de ε (p. 143).

Sous cette forme, l'analogie avec les lois de Ohm est évidente. Au contraire, il n'y a pas analogie entre les lois de Ohm et les lois de Poiseuille : dans les premières apparaît la *section*, c'est-à-dire, si le fil est cylindrique, le *carré* du diamètre du fil; dans les secondes apparaît non le carré, mais la *quatrième puissance* du diamètre du tube. Ici, dans le cas d'une colonne de sable, la dépense est bien proportionnelle simplement à la section.

La connaissance des lois expérimentales de la filtration à travers des colonnes de sable devrait donc, en toute rigueur, *précéder* l'exposé des lois de Ohm, si l'on veut emprunter des exemples à l'hydrodynamique pour éclairer dès le début l'étude des phénomènes électriques. La méthode de comparaison a d'ailleurs ses avantages, que nous ne prétendons pas nier, bien que nous pensions qu'on en a parfois abusé. Nous estimons surtout, à vrai dire, que, l'hydrodynamique étant plus compliquée et moins connue que l'électricité, des comparaisons hydrodynamiques sont d'un secours beaucoup moins précieux en électricité que ne le sont, au contraire, des comparaisons électriques en hydrodynamique.

LES PROBLÈMES AUX LIMITES DANS LA THÉORIE DES ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES (1);

Par M. HADAMARD.

La question générale que nous nous proposons d'étudier est la détermination des solutions d'une équation linéaire aux dérivées partielles du second ordre (c'est le cas auquel nous nous bornerons) par des données aux limites. Autrement dit, nous avons à résumer les résultats acquis relativement à la double question suivante :

1° Quelles sont les données propres à déterminer une solution d'une équation aux dérivées partielles ?

2° Comment peut-on calculer la solution en fonction des données ainsi fournies ?

Ces deux questions sont précisément celles que M. Poincaré, dans son important discours *Sur les rapports de l'Analyse pure et de la Physique mathématique* (Congrès international des Mathématiciens, Zurich, 1897), citait comme exemple de l'aide que la Physique est susceptible d'apporter à l'Analyse. Et, en effet, il n'est peut-être aucun cas où apparaisse d'une manière plus frappante la conclusion qu'il a développée :

C'est la physique mathématique qui nous montre quels problèmes nous devons nous poser.

C'est elle aussi qui nous fait prévoir la solution.

I

1. Il n'est pas étonnant que la physique nous ait posé, relativement aux équations aux dérivées partielles, des problèmes auxquels nous n'aurions point songé sans elle.

Il est, au contraire, extrêmement remarquable que ces problèmes — et, pour ainsi dire, eux seuls — soient toujours correctement posés.

Qu'entendons-nous par cette expression un peu vague de problème « correctement posé » ?

Dans le cas d'équations algébriques ordinaires, il y a lieu d'appeler ainsi ceux pour lesquels le nombre des conditions est précisément égal au nombre des inconnues.

(1) Communication faite à la Société française de Physique, séance du 16 novembre 1906.

De tels problèmes ont, en général, des solutions en nombre limité.

Ceux que nous considérerons ici seront d'ailleurs tous *linéaires.*

Dans ces conditions, ce que nous appellerons un problème « bien posé » sera, en général, un problème *possible* et *déterminé.*

2. Toutefois nous pourrons rencontrer des cas exceptionnels analogues à celui d'un système d'équations du premier degré en nombre égal à celui des inconnues, mais dont le déterminant est nul. Le problème sera alors, au contraire, *soit impossible*, *soit indéterminé.*

Un tel problème pourra continuer à être bien posé ; il devra alors être tel que, moyennant un changement infiniment petit apporté aux coefficients, la condition générale imposée tout à l'heure soit vérifiée.

3. **Problème de Cauchy.** — Cela posé, les seules données qui nous soient suggérées par l'analyse pure pour déterminer une solution d'une équation aux dérivées partielles sont celles de *Cauchy*, savoir[1] (dans le cas d'une équation du second ordre à une fonction inconnue et à n variables indépendantes $x_1, x_2, \ldots, x_n$), les valeurs de l'inconnue u et de sa dérivée par rapport à x_n sur le plan $x_n = 0$, ou, plus généralement, celles de l'inconnue et d'une de ses dérivées premières sur une surface S (ou, pour $n = 2$, sur une *ligne*) représentée par l'équation :

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0. \quad (1)$$

Si l'on en croit l'analyse classique, on a ainsi un problème bien posé. La démonstration bien connue de Mme Kowalewski établit l'existence d'une solution et d'une seule [a] [2].

4. *Caractéristiques.* — Un seul cas fait exception : celui des *caractéristiques.*

Les caractéristiques ne sont autre chose que ce qui correspond aux *ondes*, dans un mouvement régi par l'équation aux dérivées partielles donnée.

Analytiquement, elles sont définies par l'équation aux dérivées

---

(1) On trouvera plus loin des exemples de problèmes de Cauchy aux numéros 10 et 12, auxquels le lecteur est prié de se reporter à cet effet.

(2) Les lettres [a], [b], ..., renvoient aux indications bibliographiques données à la fin de l'article.

partielles

$$\Sigma a_{ik} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_k} = 0, \tag{2}$$

où les a_{ik} sont les coefficients des diverses dérivées secondes dans l'équation aux dérivées partielles donnée, $f = 0$ étant toujours l'équation de S.

Autrement dit, le premier membre de l'équation des caractéristiques n'est autre que l'ensemble des termes du second ordre de l'équation donnée, dans lesquels on remplace la dérivée $\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k}$ (que i soit d'ailleurs différent de k ou égal à k) par le produit $\frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_k}$.

Considérons, par exemple, l'*équation du son :*

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{dz^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0. \tag{E_3}$$

Une caractéristique est représentée par l'équation :

$$f(x, y, z, t) = 0, \tag{1 bis}$$

si f est une solution de l'équation aux dérivées partielles du premier ordre :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 = 0. \tag{3}$$

Si l'on suppose l'équation (1 *bis*) résolue par rapport à t, soit :

$$t = \varphi(x, y, z),$$

on aura pour la fonction φ l'équation aux dérivées partielles :

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{a^2} = 0. \tag{4}$$

Telles seraient aussi les caractéristiques de l'équation :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \mathrm{K}u = 0, \tag{E_3'}$$

puisque les caractéristiques ne dépendent que des termes du second ordre.

Pour une équation à deux variables indépendantes x, y, telle que

$$a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2b \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2d \frac{\partial u}{\partial x} + 2e \frac{\partial u}{\partial y} + lu = 0,$$

les caractéristiques seraient des *lignes*, formant deux familles définies par l'équation différentielle ordinaire [analogue à (4)] :

$$ady^2 - 2bdxdy + cdx^2 = 0.$$

Les exemples précédents mettent bien en évidence ([d]), ([e]) le fait précédemment énoncé :

Les caractéristiques correspondent aux ondes.

Par exemple, la condition (3) est bien celle qui est nécessaire pour que (1 *bis*) puisse représenter la propagation d'une onde sonore.

5. Pour pouvoir donner de ce qui précède une figuration géométrique, considérons, au lieu de l'équation (E_3), la suivante :

$$(E_2) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0,$$

ou équation des *ondes cylindriques*, équation qui est relative au mouvement d'un milieu à deux dimensions entièrement renfermé dans un certain plan P (le plan des xy).

Considérons x, y, t comme les coordonnées cartésiennes d'un point M de l'espace ordinaire (*fig.* 1) : un tel point, autrement dit, représentera à la fois un point m du plan P (la projection de M) et une époque t (mesurée par la cote de M).

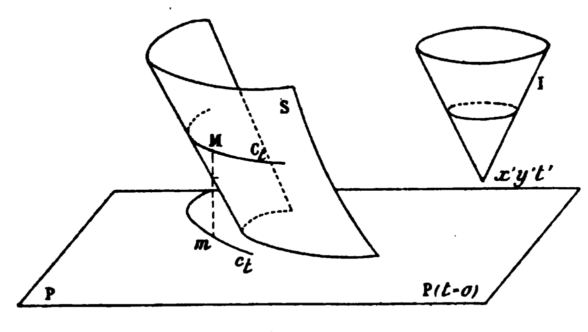


Fig. 1.

Supposons maintenant qu'une onde se propage dans le milieu plan en question : le front de cette onde sera, à un instant quelconque, une certaine courbe :

$$f(x, y, t) = 0,$$

et, dans notre mode actuel de figuration, cette équation représen-

tera une surface S (*fig.* 1) dont les sections successives (C_t, *fig.* 1) par les divers plans $t = C^{te}$ auront pour projections sur P (c_t, *fig.* 1 les positions de la courbe d'onde aux divers instants.

Une telle propagation sera compatible avec l'équation (E_2), si l'on a :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 - \frac{1}{a^2}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 = 0,$$

condition qui exprime que la distance normale des deux courbes consécutives c_t et c_{t+dt} est égale à adt; et c'est aussi moyennant cette condition que S est une caractéristique de l'équation (E_2).

6. *Conoïde caractéristique.* — Prenons le cas où l'onde est due à un ébranlement concentré primitivement (soit pour une certaine valeur t' de t) en un point unique (x', y'). L'équation $f = 0$ devient alors [si l'on part toujours de l'équation aux dérivées partielles (E_2)] :

$$\Gamma = (x - x')^2 + (y - y')^2 - a^2(t - t')^2 = 0,$$

et représente un cône (*fig.* 1).

Nous donnerons, d'une manière générale, le nom de *conoïde caractéristique* (E) à la caractéristique Γ, qui représente ainsi l'onde née, à un instant déterminé, en un point unique donné. Pour l'équation (E_3) ou (E_3'), le conoïde caractéristique (de sommet x', y', z', t') est l'*onde sphérique :*

$$(5)\qquad \Gamma = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 - a^2(t - t')^2 = 0.$$

7. **Les trois cas fondamentaux.** — La notion de caractéristique donne lieu à la répartition des équations aux dérivées partielles linéaires du second ordre en trois catégories que nous devons encore rappeler ici.

1. Considérons d'abord l'*équation des potentiels* ou de *Laplace :*

$$(e_2)\qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

ou :

$$(e_3)\qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0.$$

Pour cette dernière, par exemple, l'équation (2) s'écrit :

$$(6)\qquad \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 = 0.$$

Elle n'est vérifiée par aucune forme réelle de la fonction f. La forme quadratique qui figure au premier membre est définie, c'est-à-dire qu'elle est toujours positive, sauf lorsque toutes les quantités $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial f}{\partial z}$, dérivées premières de f, sont nulles.

L'équation (e_3) [et de même l'équation (e_2)] est *à caractéristiques imaginaires*.

Nous dirons encore qu'elle appartient au type *elliptique*.

Pour une telle équation, le conoïde caractéristique de sommet (x', y', z'), lequel est, pour l'équation (e_3),

$$\Gamma = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 = 0,$$

se réduit (dans le domaine réel) à ce seul point (x', y', z').

Un mouvement se propageant par ondes ne peut être représenté par aucune des équations de ce type.

En fait, elles s'introduisent, soit dans l'étude des états d'équilibre, soit dans celle des mouvements (mouvements des fluides incompressibles), qui n'admettent aucune propagation par ondes et dans lesquels toutes les parties du milieu sont, en quelque sorte, solidaires les unes des autres, même lorsqu'elles ne sont pas immédiatement voisines.

II. Au contraire, pour l'une quelconque des équations (E_2), (E_3), (E_3'), il existe des surfaces S réelles qui satisfont à l'équation aux dérivées partielles (2) des caractéristiques.

En particulier, les conoïdes caractéristiques [par exemple le conoïde (3)] sont réels.

De telles équations sont dites appartenir au type *hyperbolique*. Elles sont compatibles avec la propagation par ondes. Les mouvements régis par ces équations sont tels que l'état d'une région quelconque ne réagit immédiatement que sur celui des régions immédiatement voisines et que même, au moins dans certains cas, ces deux états peuvent être cinématiquement conçus comme indépendants : c'est ainsi que, dans un gaz [dont les petits mouvements dépendent de l'équation (E_3)], on peut imaginer, à l'instant initial, une distribution de vitesses absolument quelconque.

III. Entre ces deux cas généraux se place le cas *parabolique*, qui est un cas exceptionnel : c'est celui des équations de la chaleur, par

exemple de l'équation :

$$(\varepsilon_1) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = 0.$$

Le premier membre de (2) $\left[\text{savoir } \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2\right]$ ne contient qu'un carré, alors qu'il y a deux variables indépendantes; autrement dit, le discriminant de cette forme quadratique est égal à zéro. Elle est, en général, positive, mais peut recevoir la valeur zéro sans que $\frac{\partial f}{\partial t}$ soit nul.

De même, l'équation analogue à trois dimensions :

$$(\varepsilon_3) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = 0,$$

laquelle est à quatre variables indépendantes, appartient au type parabolique, la forme quadratique correspondante

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2$$

ne contenant que trois carrés.

II

8. Revenons maintenant à la première question qui s'est posée à nous et qui, au premier abord, semble complètement tranchée par le théorème de Mme Kowalewski (Voir n° 3) :

Le problème de Cauchy est-il possible et déterminé ?

En ce qui concerne le second point, la réponse que nous avions précédemment donnée est correcte : si le problème de Cauchy a une solution, celle-ci est *unique* (sous la seule condition que S ne soit point caractéristique).

Mais on est amené à douter, au contraire, de l'*existence* de cette solution, lorsqu'on considère ce qui se passe pour l'équation la plus connue du type *elliptique*, l'équation de Laplace (e_3).

Le problème classique qui se pose relativement à cette équation est le suivant, dit *problème de Dirichlet :*

Trouver une solution u de l'équation (e_3), *connaissant les valeurs de u sur une certaine surface fermée* S.

Toutefois cet énoncé demande à être complété. On doit spécifier que l'on doit chercher à définir la fonction inconnue u non dans tout

l'espace, mais seulement dans l'intérieur d'un certain volume V, et la surface S est celle qui limite le volume en question.

Le problème ainsi posé a une signification physique : c'est, entre autres, à lui que se ramène l'étude de la distribution électrique sur un conducteur placé dans un champ électrique donné.

Il admet une solution et une seule, quelle que soit la forme du volume V.

Il en est de même du problème analogue à deux dimensions, où l'on cherche, *dans une portion déterminée du plan*, une fonction u, solution de l'équation (e_2) et prenant des valeurs données sur la ou les courbes S qui limitent cette portion de plan.

On peut donc dire que le problème de chercher une solution de l'équation de Laplace $[(e_2)$ ou $(e_3)]$, définie dans un certain domaine (portion de plan ou d'espace) et prenant des valeurs données sur la *frontière* S de ce domaine, est possible et déterminé, quelle que soit la forme du domaine.

De même, la théorie du mouvement d'un fluide incompressible conduit à déterminer une solution de l'une des équations précédentes dans un certain domaine en se donnant non plus les valeurs de l'inconnue u, mais celles de sa dérivée normale, sur la frontière S. Et l'étude de ce problème (dit problème *hydrodynamique*), ou des problèmes analogues posés par la théorie de l'équilibre calorifique, conduit à des conclusions sensiblement identiques aux précédentes.

9. Ainsi, on détermine une solution u de l'équation de Laplace en se donnant, sur S, *ou bien* les valeurs de cette fonction, *ou bien* celles d'une de ses dérivées : l'une ou l'autre de ces données, supposée connue en chaque point de S, suffit à faire connaître u.

Or, d'après le théorème précédemment rappelé de M[me] Kowalewski, on aurait le droit de choisir à volonté, sur S, les *deux* données précédentes.

Il existe, il est vrai, une certaine différence entre la manière dont la question est posée dans les deux cas. D'un côté (problème de Dirichlet), S est supposée fermée et u doit être une fonction régulière ([1]) dans tout le domaine qu'elle délimite ; de l'autre (problème

([1]) Ici et dans tout ce qui va suivre, nous nommons *fonction régulière* une fonction continue ainsi que ses dérivés jusqu'à un certain ordre, variable d'ailleurs avec la question traitée et qu'il n'importe pas à notre objet présent de spécifier dans chaque cas.

de Cauchy), S est une surface ouverte, et on ne considère la fonction qu'au voisinage de S.

Mais cette explication n'est pas suffisante.

Plaçons-nous, en effet, relativement à l'équation (e_3), dans les conditions mêmes du problème de Cauchy : cherchons une solution u telle que, pour $x = 0$, u et $\frac{\partial u}{\partial x}$ prennent des valeurs données.

Le problème de Cauchy, ainsi posé, n'est pas possible, en général (1).

Si l'analyse de Mme Kowalewski aboutit à un résultat contraire, c'est qu'elle fait implicitement, sur les données, une hypothèse particulière.

Les quantités données,

$$u = u(0, y, z) \quad \text{et} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \left[\frac{\partial}{\partial x} u(x, y, z)\right]_{x=0},$$

sont supposées être en y, z des fonctions *analytiques*, c'est-à-dire développables par la formule de Taylor, suivant les puissances de $y - y_0$, $z - z_0$ (y_0, z_0 étant deux nombres déterminés quelconques).

Le théorème de Mme Kowalewski est vrai lorsqu'on fait cette hypothèse.

Il est faux lorsqu'on ne la fait point.

10. Une conclusion tout analogue a lieu pour l'équation (ε_1), laquelle appartient au type *parabolique* (2).

Mais il en est autrement pour le cas hyperbolique.

Considérons, par exemple, l'équation des télégraphistes :

$$(E_1') \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + Ku = 0,$$

qui régit le mouvement de l'électricité dans un câble homogène.

Supposons ce câble *indéfini*.

L'état électrique, à partir de l'instant initial $t = 0$, sera déterminé si nous nous donnons, à cet instant, les valeurs de u et de $\frac{\partial u}{\partial t}$ en chaque point.

Prenons, comme précédemment, x et t comme des coordonnées cartésiennes, chaque point du câble et chaque instant correspondant

(1) HADAMARD, *Princeton University Bull.*, avril 1902.

(2) HOLMGREN, *Sur l'extension de la méthode d'intégration de Riemann* (*Arkiv for Matematik*, Stockholm, 1904).

ainsi à un point déterminé d'un plan. Nous nous proposons de calculer u dans un certain domaine compris dans ce plan, à savoir dans la région $t \geqq 0$. C'est précisément pour $t = 0$, c'est-à-dire sur la ligne qui sert de *frontière* à ce domaine — ligne que nous continuerons à désigner par S — que nous donnons u et $\frac{\partial u}{\partial t}$.

Nous sommes bien en présence du *problème de Cauchy*.

Ce problème est ici *bien posé :* il admet une solution et une seule, quelles que soient les fonctions de x (supposées régulières) [1] qui représentent u et $\frac{\partial u}{\partial t}$ et non plus seulement dans le cas particulier où ces fonctions sont analytiques.

11. Il est impossible de ne pas être frappé de la coïncidence qui existe entre ce résultat et le fait que le problème en question a une origine physique.

Nous avons trouvé cette même coïncidence dans le cas elliptique. Là aussi, les problèmes (problème de Dirichlet, problème hydrodynamique) qui, au point de vue physique, nous apparaissent comme bien posés, sont aussi ceux que nous constatons mathématiquement être tels; et la réciproque est vraie, si, du moins, nous envisageons les données comme pouvant être à volonté analytiques ou non.

La concordance si remarquable de ces deux points de vue nous paraît une preuve de leur légitimité. Si l'on se rallie à cette opinion, l'exemple du problème de Cauchy relatif à l'équation (E_3) montre que l'analogie mathématique peut, au contraire, être trompeuse et que l'on peut également se tromper en concluant du cas des données analytiques au cas général.

12. Nous avons pris, comme exemple d'équations hyperboliques, l'équation à deux variables (E_1). Mais les équations des ondes cylindriques ou des ondes sphériques nous conduiraient aussi au problème de Cauchy.

Soit la propagation des ondes cylindriques [équation (E_2)] dans un plan *indéfini*. On suppose données les valeurs de l'inconnue u et de $\frac{\partial u}{\partial t}$, pour chaque système de valeur de x et de y, à l'instant initial $t = 0$, et l'on se propose de déterminer cette même inconnue u pour $t \geqq 0$.

Dans le mode de figuration que nous avons adopté (n° 5), cette inégalité définit une région de l'espace à trois dimensions, laquelle

---

(1) Voir la note de la page 209.

a pour frontière le plan $t = 0$. C'est ce plan qui représente ici la surface S, relativement à laquelle on se pose le *problème de Cauchy*. Cette fois encore, ce problème est bien posé, quelle que soit la distribution des valeurs données de u et de $\frac{\partial u}{\partial t}$.

13. Il en serait de même pour le problème de Cauchy analogue relatif à l'équation (E_3), auquel on serait conduit en étudiant la propagation du son dans un milieu aérien occupant l'espace *tout entier*, les positions et les vitesses des molécules étant encore données pour $t = 0$.

Nous arrivons donc à cette première conclusion, qu'il y a lieu de se poser :

Dans le cas hyperbolique : le problème de Cauchy ;

Dans le cas elliptique : le problème de Dirichlet ou ses analogues.

14. **Problèmes mixtes.** — Mais un examen plus attentif nous fera voir que la conclusion ainsi énoncée est encore incomplète.

1° Problèmes mixtes elliptiques. — Prenons d'abord une équation du *type elliptique*, par exemple l'équation de Laplace (e_3).

Comme nous l'avons dit, le problème dit *hydrodynamique* se pose à propos du mouvement des liquides, mais dans un cas extrêmement spécial, celui d'un liquide qui remplit exactement le récipient dans lequel il est placé.

Dès qu'il existe une *surface libre*, le problème qui se pose n'est plus celui-là. On est conduit ([e]) à déterminer une fonction (en pression, sur une quantité en relation simple avec elle) harmonique dans le volume T occupé par le fluide, et on connaît :

Les valeurs de sa dérivée normale sur une partie de la surface S qui limite T (à savoir la surface en contact avec les parois solides) ;

Les valeurs de la *fonction inconnue elle-même* sur l'autre partie (la surface libre).

En tous les points, comme on le voit, ce sont des *données elliptiques* qui sont fournies, puisqu'on ne donne qu'un seul nombre en chaque point. Mais ces données elliptiques sont d'espèce différente suivant les régions de S où elles sont prises.

C'est ce qu'on peut appeler un *problème mixte elliptique*. — Nous voyons qu'un tel problème est celui qui se pose dans le cas général de la Mécanique des liquides, celui que nous avions envisagé précédemment n'intervenant que dans des circonstances tout à fait exceptionnelles.

15. 2° Problèmes mixtes hyperboliques. — Mais ce qui concerne

les équations du *type hyperbolique* doit bien plus encore attirer notre attention.

Nous avons constaté que les équations de ce type régissaient les phénomènes de mouvement (hormis le cas des liquides incompressibles), et qu'on était conduit au problème de Cauchy lorsqu'on étudiait ces mouvements en milieu indéfini. Mais, si le milieu est limité, seul cas effectivement réalisable, il en est tout autrement.

Soit, par exemple, à déterminer le mouvement de l'électricité dans un câble *limité dans un sens*, si ce câble ne comprenait, pour fixer les idées, que la partie positive de l'axe des x. L'inconnue u devra satisfaire à l'équation (E_1') des télégraphistes. Elle ne sera, cette fois, définie que pour $x \geqq 0$, $t \geqq 0$ (si $t = 0$ est pris pour instant initial).

L'état initial du câble fera connaître encore les valeurs de u et de $\frac{\partial u}{\partial t}$ pour $t = 0$, mais seulement lorsque x sera positif.

Une autre condition sera alors nécessaire pour achever de déterminer u ; ce sera la *condition à la limite* qui devra être vérifiée pour $x = 0$, $t \geqq 0$. Elle consistera, par exemple, à se donner, en fonction du temps, la valeur du potentiel à l'origine, c'est-à-dire (en employant notre mode de figuration) à se donner la valeur de u sur la partie positive de l'axe des t.

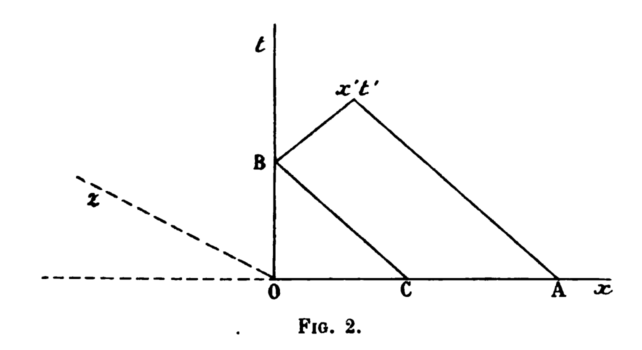


Fig. 2.

Ainsi, cette fois, la frontière se compose de deux parties [les deux côtés de l'angle des coordonnées positives (*fig.* 2)]. Sur l'une (axe des x), on se donne les données de Cauchy ; sur l'autre, des données *elliptiques*, à savoir la valeur de la *seule* quantité u en chaque point.

On constate que ce problème est bien posé, au sens où nous

entendons ce mot : il admet une solution et une seule. Il en résulte, en particulier, que le problème de Cauchy, relatif à la frontière ainsi définie, serait impossible : les données, en trop grand nombre, seraient, en général, contradictoires.

Cette impossibilité ne résulte pas de la seule présence d'un point anguleux dans la frontière [1] : elle tient à ce que celle-ci est coupée en deux points par les caractéristiques d'un des systèmes [celles qui ont le coefficient angulaire $-\frac{1}{a}$: BC (*fig.* 2)].

15 *bis*. Pareil fait se présente, quel que soit le nombre des dimensions.

Soit, par exemple, l'équation de la propagation du son. Pour pouvoir figurer les résultats géométriquement, prenons-la sous la forme (E_2) relative au mouvement d'un milieu à deux dimensions.

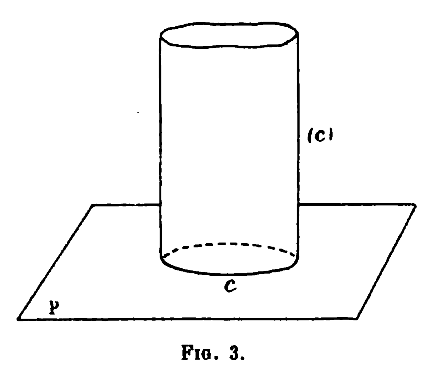


Fig. 3.

Supposons ce milieu limité par une courbe c du plan P. Si, pour simplifier, on suppose celle-ci fixe ou animée seulement de mouvements infiniment petits, elle donnera, dans notre espace lieu du point (x, y, t), un cylindre (c) (*fig.* 3) ; la fonction inconnue u est à considérer dans la portion de cylindre correspondant à $t \geqq 0$.

[1] Si celle-ci se composait de la partie positive de l'axe des x et d'une demi-droite Oz (*fig.* 2) située dans l'angle des t positifs et des x négatifs, les données qui lui conviendraient seraient celles de Cauchy, toutes les fois que le coefficient angulaire de Oz serait inférieur en valeur absolue à $\frac{1}{a}$. D'une manière générale, le fait que les données sont, dans un problème mixte, elliptiques sur certaines portions de frontière et hyperboliques sur d'autres, tient à l'orientation de chacune d'elles par rapport aux caractéristiques.

L'état initial donne les valeurs de u et de $\frac{\partial u}{\partial t}$ sur une partie de la frontière, savoir la base située dans le plan $t = 0$.

Le mouvement des parois donne les valeurs de $\frac{\partial u}{\partial n}$ (1) sur l'autre partie de la frontière (surface latérale du cylindre).

Cette seconde donnée est, comme on le voit, une donnée *elliptique*, unique en chaque point.

16. Ces deux exemples (2) suffisent à montrer que les équations du type hyperbolique conduisent, dans certains cas, au problème de Cauchy, mais, en général, à un problème *mixte*, c'est-à-dire dans lequel, comme précédemment, les données sont de nature différente aux divers points de la frontière.

Mais, ici, la différence est bien plus profonde. Certaines de ces données sont, en effet, des données de Cauchy, c'est-à-dire celles qui correspondent au cas hyperbolique ; les autres sont, au contraire, de la forme qui caractérisait pour nous jusqu'ici le type elliptique (3).

Ainsi, la conclusion générale énoncée plus haut (n° 13) doit être ainsi modifiée :

Cas elliptique	Problème de Dirichlet et ses analogues. Problèmes mixtes elliptiques. (Une seule donnée en chaque point.)
Cas hyperbolique	Problème de Cauchy. (Deux données en chaque point.) Problèmes mixtes hyperboliques (problèmes semi-hyperboliques). (Deux données en certains points, une seule en d'autres.)

17. *Deux cas exceptionnels.* — Pour que la classification précédente soit exacte et complète, il y a lieu de faire deux conventions spéciales.

I. Lorsqu'une partie de la frontière est *caractéristique*, les données correspondantes consistent toujours en la valeur de l'inconnue seule, et néanmoins *doivent être considérées comme équivalant à des données de Cauchy*.

Une circonstance de cette nature se présente, en particulier, dans tous les problèmes qui concernent les équations du type *parabolique*.

---

(1) n est la normale à c.

(2) Le problème de la propagation des ondes sphériques en milieu limité se comporterait, bien entendu, de façon toute semblable et donnerait également lieu à un problème mixte.

(3) Il serait peut-être utile de ne pas employer le même mot ici que pour le cas elliptique, et de désigner par problèmes *semi-hyperboliques* la nouvelle espèce de problèmes mixtes à laquelle nous sommes conduits.

Soit, par exemple, à étudier le refroidissement d'un fil homogène ouvert de longueur $2l$, à partir de l'instant initial $t = 0$, c'est-à-dire à chercher la valeur de la température u dans le domaine défini par les inégalités $t \geqq 0$, $l \leqq x \leqq l$, l'équation aux dérivées partielles étant

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = 0.$$

Sur toute la frontière du domaine, c'est-à-dire sur la ligne $t = 0$ ou sur les deux lignes $x = \pm l$, on donne simplement la valeur de u. Cette donnée, qui est bien une donnée elliptique sur les deux dernières lignes, doit être considérée, sur la première, comme donnée de Cauchy, et se comportera comme telle au point de vue de la marche de la solution : ceci étant évidemment lié au fait que l'équation ne serait plus que du premier ordre, si l'on n'y avait égard qu'aux différentiations par rapport à t.

La question ainsi posée (et qui est bien posée) est donc analogue, non au problème de Dirichlet, mais aux problèmes mixtes hyperboliques considérés tout à l'heure.

II. Considérons le problème de l'*armille*, qui diffère simplement du précédent en ce que le fil est supposé fermé sur lui-même.

Dans ce cas, pour définir le phénomène, il n'y a plus lieu de se donner les valeurs de u pour $x = \pm l$, mais d'écrire que les valeurs de u et de $\frac{\partial u}{\partial x}$ doivent être les mêmes (pour une valeur déterminée positive quelconque de t) lorsque $x = -l$ et lorsque $x = +l$.

Ces conditions, qui remplacent les premières, doivent être, elles aussi, considérées comme équivalant à un système de données elliptiques. Elles sont d'ailleurs en même nombre qu'elles, en ce sens que, pour chaque valeur positive de t, les *deux* équations

$$u(0, t) = u_1,$$
$$u(l, t) = u_2$$

sont remplacées par les *deux* équations

$$u(0, t) = u(l, t),$$
$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(l, t).$$

Nous venons de prendre comme exemple l'équation de la chaleur, mais les équations du type elliptique présentent des circonstances toutes semblables, chaque fois qu'elles sont considérées dans un domaine fermé ou multiplement connexe.

18. On peut encore résumer les conclusions auxquelles nous arrivons (en tenant compte des remarques qui viennent d'être faites) de la manière suivante :

Les *conditions initiales* correspondent à des données de Cauchy ;

Les *conditions aux limites* (celles qui ont physiquement et non analytiquement ce sens), à des données elliptiques.

On peut prévoir qu'au point de vue de la solution les deux espèces de problèmes mixtes que nous avons successivement définies se présenteront de manière notablement différente.

Les problèmes mixtes elliptiques offriront les difficultés du problème de Dirichlet, accrues simplement par la plus grande variété des combinaisons qui peuvent se rencontrer.

Les problèmes mixtes hyperboliques offriront à la fois les difficultés du problème de Dirichlet et celles du problème de Cauchy, et exigeront que l'on combine les moyens mis en œuvre pour résoudre l'une et pour résoudre l'autre.

III

19. Examinons donc comment on pourra résoudre les questions que nous nous sommes jusqu'ici occupés de poser et quelles difficultés présentera cette résolution.

Observons d'abord que la donnée fait intervenir trois sortes d'éléments :

1° Une équation aux dérivées partielles;

2° Une multiplicité S, la frontière;

3° Une série de valeurs numériques attachées respectivement aux différents points de cette frontière.

Ce troisième élément de la donnée est celui qui intervient évidemment de la manière la plus simple, la plus superficielle en quelque sorte, dans la solution. On peut faire consister celle-ci en formules que l'on peut préparer d'avance connaissant l'équation ainsi que la multiplicité S, et dans lesquelles il suffira de substituer les valeurs numériques en question, de sorte qu'une partie relativement minime du calcul serait à refaire si ces valeurs venaient à être changées [1].

Il n'en est pas de même en ce qui regarde la forme de S, et en ceci se différencient les deux sortes de données que nous avons distinguées dans ce qui précède.

Prenons, par exemple, l'équation (e_3). Son étude est liée aux pro-

---

[1] C'est ainsi que, dans la résolution d'un système d'équations du premier degré, toute une partie du calcul — la plus longue — ne fait intervenir que les coefficients des inconnues, et non les seconds membres.

priétés de l'expression :

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}}.$$

Celle-ci est ce que nous appellerons un peu plus loin la *solution fondamentale* de l'équation (e_3). C'est une fonction des coordonnées de deux points M (x, y, z) et A (x', y', z'), laquelle est infinie lorsque ces deux points viennent à coïncider et satisfait à l'équation (e_3), soit lorsqu'on la considère comme fonction de x, y, z, soit lorsqu'on la considère comme fonction de x', y', z'.

De même, l'étude de l'équation (e_2) fait intervenir la quantité analogue :

$$\log\frac{1}{r} = \log\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}}.$$

Mais ([b]) ([c]) la quantité $\frac{1}{r}$ est loin de constituer à elle seule l'instrument nécessaire pour l'étude de l'équation (e_3). Elle suffirait à résoudre le problème de Cauchy ([1]) (si l'on se trouvait connaître des données qui rendent ce problème possible) ; mais, pour la résolution du problème de Dirichlet ou des autres questions mentionnées plus haut, il faut, de cette solution fondamentale, arriver (et là se résume la difficulté du problème) à déduire une autre expression, la *fonction de Green* ([2]), dépendant, comme la première, de deux points A et M, satisfaisant comme elle à l'équation donnée et infinie à la façon de $\frac{1}{r}$, mais remplissant, en outre, des conditions aux limites convenables sur S.

Or, *il y a autant de fonctions de Green qu'il y a de formes de la surface* S, et les fonctions correspondant à des surfaces différentes sont profondément différentes entre elles.

En un mot, la nature de la frontière S apparaît ici comme inter-

---

([1]) C'est ce que montre ([b]) ([c]) la formule connue :

$$4\pi U_A = \iint_s \left(U\frac{d\frac{1}{r}}{dn} - \frac{1}{r}\frac{dU}{dn}\right)dS.$$

([2]) La fonction de Green est le potentiel (au point M) de la distribution électrique induite sur la surface S, supposée conductrice, par une masse électrique 1 placée en A.

venant d'une manière presque aussi essentielle, aussi fondamentale que l'équation aux dérivées partielles elles-mêmes.

20. Prenons maintenant une équation à caractéristiques réelles, soit, par exemple :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + a\frac{\partial u}{\partial x} + b\frac{\partial u}{\partial y} + cu = 0, \tag{7}$$

où a, b, c sont des fonctions données de x, y.

La résolution du problème de Cauchy relatif à cette équation dépend encore de la formation d'une certaine fonction des coordonnées de deux points, la *fonction de Riemann* ([1]).

Cette fonction $v(x, y; x', y')$ est encore solution de l'équation donnée, lorsqu'on la considère comme dépendant des coordonnées de l'un des deux points en question ([1]). De plus, on en connaît les valeurs dans le cas où l'on a soit $x = x'$, soit $y = y'$, savoir :

$$v(x, y; x', y) = e^{\int_y^{y'} a\,dy}, \qquad v(x, y; x', y) = e^{\int_x^{x'} b\,dx}. \tag{8}$$

Ces conditions suffisent à déterminer v. *Elles ne font intervenir que les coefficients* a, b, c *de l'équation.*

Il y a donc une fonction de Riemann, et une seule, pour chaque équation telle que (7).

Si l'on suppose cette fonction v connue, elle fournit la solution du problème de Cauchy, et cela quelle que soit la courbe S qui porte les données, par une quadrature dans laquelle la quantité sous le signe $\int$ s'obtient par des calculs élémentaires (dérivations et substitutions).

Ici, par conséquent, toute la difficulté du problème est vaincue avant qu'on ait à faire intervenir la forme de S.

Ce qui vient de nous apparaître ainsi dans les deux exemples les plus simples et les plus classiques qu'on puisse donner se retrouve dans tous les autres cas.

Les éléments essentiels de la solution ne dépendent que de l'équation aux dérivées partielles, lorsque les données sont celles de Cauchy.

([1]) Considérée comme fonction des coordonnées du second point, la fonction v vérifie une autre équation aux dérivées partielles, analogue à la première et en relation étroite avec elle, que l'on nomme l'*équation adjointe*. D'ailleurs, chacune des équations (e_i), (E_i), (E_i'), précédemment écrites, coïncide avec son adjointe : c'est ce qui explique le résultat indiqué pour $\frac{1}{r}$ ou $\log\frac{1}{r}$ au numéro précédent.

Ils dépendent, au contraire, étroitement, non seulement de l'équation, mais aussi de la nature géométrique de la frontière, dans le cas des données elliptiques, lequel apparaît, d'après cela, comme le plus difficile des deux.

Cette difficulté doit évidemment subsister même pour les équations à caractéristiques réelles, lorsqu'il s'agit de problèmes mixtes, puisque ceux-ci comportent des données elliptiques; et c'est, en effet, ce qui a lieu.

21. La solution fondamentale. — Voyons maintenant quelle est la fonction des coordonnées de deux points A et M qui jouera pour une équation linéaire quelconque le même rôle que $\frac{1}{r}$ pour l'équation (e_3) et $\log \frac{1}{r}$ pour l'équation (e_2).

Cette fonction ou *solution fondamentale* est bien connue pour l'équation:

$$(e_n) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2 x}{\partial x_n^2} = 0;$$

c'est :

$$(9) \quad \frac{1}{r^{n-2}} = \frac{1}{[(x_1 - x_1')^2 + (x_2 - x_2')^2 + \dots + (x_n - x_n')^2]^{\frac{n-2}{2}}}.$$

Dans le cas général (à n variables indépendantes), soit (^{n})

$$\Gamma\,(x_1, x_2, \dots, x_n; x_1', x_2', \dots, x_n') = 0$$

l'équation (¹) du conoïde caractéristique de sommet $(x_1', x_2', \dots, x_n')$. Si n est impair, la solution fondamentale sera de la forme :

$$(10) \qquad \frac{P}{\Gamma^{\frac{n-2}{2}}},$$

P étant une fonction régulière, dépendant aussi des deux points $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $(x_1', \dots, x_n')$ et qui prend la valeur 1 lorsque ces deux points coïncident. Ces conditions (jointes à celle de vérifier l'équation donnée) déterminent entièrement l'expression (10).

(¹) On constate aisément que Γ est symétrique par rapport aux deux points $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $(x_1', x_2', \dots, x_n')$.

Le dénominateur de celle-ci est irrationnel, puisque $\frac{n-2}{2}$ n'est pas entier.

Pour n pair, $\Gamma^{\frac{n-2}{2}}$ est, au contraire, une fonction régulière. La solution fondamentale n'est plus, en général, de la forme (9), mais de la suivante :

$$\frac{P}{\Gamma^{\frac{n-2}{2}}} + Q \log \Gamma, \tag{11}$$

P et Q étant encore des fonctions régulières dont la seconde peut être identiquement nulle, comme il arrive dans l'expression (9).

Mais cette solution n'est plus entièrement déterminée. On peut, en lui conservant la forme précédente, lui ajouter une solution régulière quelconque R de l'équation donnée : cela revient à ajouter à P le terme $R\Gamma^{\frac{n-2}{2}}$.

Pour $n = 2$, le dénominateur disparaît, et la solution prend la forme :

$$P + Q \log \Gamma. \tag{11'}$$

Les fonctions régulières P et Q (ou la fonction P, dans le cas de n impair) s'obtiennent aisément sous forme d'un développement ordonné suivant les puissances de Γ, lorsque les coefficients sont analytiques. En réalité, pour la plupart des équations (elliptiques ou hyperboliques) auxquelles on est usuellement conduit, la solution fondamentale se calcule sous forme finie. Par exemple, la solution fondamentale de l'équation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} - Ku = 0 \tag{e_n'}$$

est (r ayant la même signification que précédemment)

$$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\sqrt{K}\,r\right) \tag{12}$$

pour n impair, et

$$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)^{\frac{n-2}{2}} \left[J\left(\sqrt{-K}\,r\right)\log r + R\right] \quad (n \geq 2) \tag{12'}$$

pour n pair, J étant une fonction de Bessel et R une fonction régulière facile à former.

Disons une fois pour toutes que les résultats sont beaucoup moins satisfaisants pour les équations du type parabolique. Non seulement la quantité susceptible de jouer le rôle de solution fondamentale n'a aucunement la même forme que dans les cas précédents (1), mais son existence même n'a pas été, jusqu'ici, établie en général.

21 *bis*. Au contraire, il est évident que le cas elliptique et le cas hyperbolique, qui ne diffèrent l'un de l'autre que par le passage du réel à l'imaginaire, ne se distinguent en rien au point de vue du calcul de la solution fondamentale. Par exemple, pour obtenir la solution fondamentale de l'équation :

$$(E_{n-1}) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_{n-1}^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} = 0,$$

ou de l'équation :

$$(E'_{n-1}) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_{n-1}^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} - Ku = 0,$$

il suffira de remplacer, dans les expressions (12) et (12′), la quantité

$$r = \sqrt{(x_1 - x'_1)^2 + \dots + (x_n - x'_n)^2}$$

par la quantité :

$$(13) \qquad \rho = \sqrt{(x_1 - x'_1)^2 + \dots + (x_{n-1} - x'_{n-1})^2 - (x_n - x'_n)^2}.$$

Mais il n'en va pas de même en ce qui regarde le rôle joué par cette solution fondamentale, et c'est à partir de ce moment que nous devons traiter séparément nos deux types généraux d'équation.

22. **Cas elliptique.** — *La solution par intégrales définies.* — Dans le CAS ELLIPTIQUE, l'exemple de l'équation des potentiels nous montre déjà la formation de la solution fondamentale comme la base de la théorie.

---

(1) Pour l'équation :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial y},$$

cette quantité est :

$$\frac{1}{2\sqrt{y - y'}} e^{-\frac{(x - x')^2}{4(y - y')}}.$$

Mais nous savons aussi que cette première opération, relativement aisée, ne constitue que le commencement de la solution. Il nous reste à tenir compte de la forme de la frontière S et de la nature des conditions qui y sont imposées, et c'est là que commence la vraie difficulté du problème.

Cette difficulté, on le sait, est très grande. Les diverses méthodes (méthode de Neumann, méthodes alternées, etc.) par lesquelles on a abordé (au moins jusque dans ces derniers temps) le problème de Dirichlet n'ont pu faire intervenir la forme de S que par un échafaudage savant d'approximations successives. Elles ont été étendues à d'autres équations que (e_i), et aussi au problème hydrodynamique; mais la complication deviendrait vraisemblablement inextricable si on voulait les étendre aux problèmes mixtes ([e]).

Mais, de plus, ce ne sont pas de véritables méthodes de résolution, à moins qu'on ne prenne ce mot dans son sens le plus large. Elles n'ont, en réalité, en raison de leur complication même, d'autre résultat que de montrer l'*existence* de la fonction cherchée, et nullement d'en fournir une expression quelconque.

On a, dans quelques cas particuliers, une telle expression et, en tout cas, des renseignements sur sa forme par l'emploi de la *fonction de Green*, dont nous avons parlé plus haut (n° 19).

Si, en effet, on suppose connue, pour l'équation — et (rappelons-le encore une fois) pour le domaine — donnés, cette fonction de Green, la solution s'obtient sans difficulté ([b]) ([c]) sous la forme d'une intégrale définie, étendue à S, et où l'élément d'intégration est complètement connu.

Ceci a lieu, d'ailleurs, quelle que soit l'espèce de problème dont on s'occupe, y compris les problèmes mixtes, qui, sur ce point, par conséquent, ne se distinguent pas par une plus grande difficulté.

Seulement, le nombre des domaines pour lesquels on connaît la fonction de Green (surtout pour les problèmes autres que celui de Dirichlet et pour les équations autres que celles de Laplace) est extrêmement restreint. Pour tous les autres, la recherche de cette fonction, qui est un cas particulier du problème même que l'on a en vue de résoudre, n'offre ni plus ni moins de difficulté que le cas général, et on ne connaît, pour traiter l'un, aucune autre méthode que celles qui servent à aborder directement l'autre.

Nous n'avons donc ainsi qu'un moyen tout théorique.

23. Solution par séries. Les fonctions fondamentales. — Cette

même solution, qui vient de se présenter à nous sous la forme d'une intégrale définie, peut aussi s'exprimer sous forme de série.

C'est, par exemple, ce qui est classique, pour le problème de Dirichlet, dans le cas où S est une sphère. La solution est alors développée en fonctions de Laplace.

Cette fois, il convient de le remarquer on n'opère pas directement sur les données : celles-ci doivent, tout d'abord, être elles-mêmes développées en fonctions sphériques, et c'est de ce développement une fois formé qu'on passe à celui de la fonction cherchée.

Mais, par contre, les services qu'un tel développement peut rendre sont loin d'être limités au seul problème de Dirichlet : il s'applique à toute sorte de questions de physique mathématique, par exemple aux problèmes (problèmes mixtes hyperboliques) que pose l'acoustique ou la théorie de la chaleur, pourvu que le domaine dans lequel on les considère soit sphérique.

Ce même rôle est joué, dans le cas de l'ellipsoïde, par les fonctions de Lamé.

Les travaux de MM. Schwartz, Picard et Poincaré ont montré la possibilité de généraliser les fonctions de Laplace et de Lamé en les étendant à des surfaces S quelconques.

On introduit, à cet effet, les *nombres fondamentaux* et les *fonctions fondamentales*.

La définition de ces éléments est fondée sur la remarque que nous avons faite en commençant [1], à savoir qu'un problème bien posé peut, exceptionnellement, devenir impossible ou indéterminé. Supposons, en effet, qu'un tel problème dépende d'un paramètre λ, lequel figure soit dans l'équation aux dérivées partielles, soit dans les données aux limites. Il admettra, si λ est quelconque, une solution et une seule ; il pourra, au contraire, être impossible ou indéterminé pour certaines valeurs de λ. Ce sont ces valeurs (en nombre infini) qui sont les *nombres fondamentaux* et auxquelles correspondent les fonctions fondamentales.

A l'intérieur d'une sphère S de rayon R, par exemple, on considérera le problème de déterminer une solution régulière de l'équation (e_3) connaissant, en tout point de la surface, la valeur de la quantité

$$f = \frac{du}{dn} + \frac{\lambda u}{R}.$$

---

(1) N° 2.

où λ est un paramètre, et u la normale intérieure. Ce problème est possible et déterminé tant que λ n'est pas égal à un entier positif. Si, au contraire, λ est un tel entier, le problème devient indéterminé pour certaines distributions des valeurs de f et impossible pour les autres. Dans ce cas (et alors seulement), il existe une solution régulière de l'équation (e_3), telle que l'on ait, sur toute la surface,

$$\frac{du}{dn} + \frac{\lambda u}{R} = 0.$$

Cette solution, ou *fonction fondamentale*, n'est ici autre qu'un polynôme sphérique.

Dans le cas général, comme dans celui de la sphère, les fonctions fondamentales servent non seulement à la résolution du problème elliptique, mais à celle d'une série de problèmes mixtes hyperboliques. C'est, par exemple, sous forme de nombres fondamentaux que se présentent les sons propres (sons fondamental et harmoniques) d'un résonateur ou d'une membrane élastique.

Le calcul des fonctions fondamentales a donc, en soi, une importance toute spéciale, et il y a, par conséquent, avantage à s'y attacher plutôt qu'à notre première solution par les intégrales définies.

Il est d'autant plus remarquable de voir celles-ci prendre leur revanche et de constater, comme nous allons le faire, que d'elles dépend la solution complète du problème.

23 *bis*. Jusqu'ici, en effet, nous n'avons encore fait que reculer la difficulté, ou même, en un sens, que l'augmenter. Nous ne savons pas plus former effectivement les fonctions fondamentales que nous ne savions, tout à l'heure, former effectivement la fonction de Green.

Tout d'abord, il existe au moins cinq ou six sortes de fonctions fondamentales.

M. Poincaré en a défini une dans son Mémoire sur *les Équations de la Physique mathématique*, et une autre différente dans son Mémoire sur *la Méthode de Neumann et le Problème de Dirichlet*. MM. Le Roy, Korn, Stekloff, Renaux [1] en ont introduit d'autres. Toutes ces espèces de fonctions fondamentales sont distinctes entre elles, sauf dans les cas simples, précédemment indiqués, de la sphère et de l'ellipsoïde. Les raisonnements qui servent à établir

[1] Le Roy, thèse *Sur l'intégration désignation de la chaleur;* — Korn, *Abhandlungen zur Potentieltheorie ;* — Stekloff, *Ann. Fac. de Toulouse*, 2e série, t. II, III, et *Ann. Ec. Norm. Sup.*, 1902 ; — Renaux, *C. R. Ac. Sc.*, 9 octobre 1899.

leur existence sont évidemment très analogues et ont pu être le plus souvent imités les uns des autres. Néanmoins ces raisonnements ont dû être, dans chacun des cas précédents, recommencés à nouveau sur des bases différentes.

Ce ne sont, d'ailleurs, comme ceux dont nous parlions plus haut, que des démonstrations d'existence.

D'abord, la fonction de Green y est supposée connue, sauf en ce qui concerne la deuxième espèce de fonctions fondamentales de M. Poincaré.

Une série d'approximations successives, comparable à celle qui s'était présentée pour la résolution directe du problème de Dirichlet, conduit alors au *premier* nombre fondamental. C'est une fois celui-ci calculé que l'on peut, en se livrant à une nouvelle série d'approximations, obtenir le second de ces nombres, et ainsi de suite, chaque nombre n'étant pas obtenu directement, mais supposant connus les précédents.

24. **Les équations intégrales.** — C'est à cette complexité et à cette confusion que M. Fredholm et, après lui, M. Hilbert sont parvenus à substituer l'unité et la simplicité par l'introduction des *équations intégrales*.

On désigne sous ce nom une équation dans laquelle la fonction inconnue, au lieu de figurer sous des signes de différentiation (comme dans le cas des équations différentielles ordinaires ou partielles), figure sous des signes de quadrature.

C'est aux équations intégrales que l'Analyse moderne a été conduite à ramener l'étude d'une équation différentielle ordinaire réelle de la forme :

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y). \tag{14 bis}$$

Les diverses méthodes d'approximations successives par lesquelles on démontre l'existence de la solution ont toutes pour départ commun le remplacement de l'équation (14) par l'équation intégrale équivalente :

$$y - y_0 = \int_{x_0}^{x} f(x, y)\, dx.$$

Qu'une équation intégrale s'introduise dans la théorie du problème de Dirichlet, c'est ce qui apparaît immédiatement en ramenant ce

dernier au problème de la distribution électrique (Voir n° 8) et prenant pour inconnue la densité φ en chaque point.

Plaçons-nous, pour simplifier, dans le cas de deux dimensions seulement, c'est-à-dire dans celui du potentiel logarithmique, l'équation aux dérivées partielles étant alors (e_2). S sera une ligne, et, si s est l'arc de cette ligne, on aura (f étant le potentiel de la distribution cherchée et l la longueur totale de S) :

$$f(x', y') = \int_0^l \varphi \log \frac{1}{r} \, ds.$$

Le premier membre est connu toutes les fois que le point (x', y') est sur S. En désignant par s' la valeur de s correspondant à ce point, on aura pour déterminer φ une *équation intégrale* de la forme :

$$f(s') = \int_0^l \varphi(s) \mathrm{K}(s, s') \, ds,$$

où f et K sont des fonctions connues, l'une de s, l'autre de s et de s'.

Mais ce n'est pas ce type d'équation intégrale, dite (d'après M. Hilbert) *équation intégrale de première espèce*, qui nous conduira à la solution.

Il faut — et c'est ce qu'a découvert M. Fredholm ([k]) — partir d'une équation intégrale *de seconde espèce*, c'est-à-dire d'une équation de la forme :

$$(14) \qquad f(s') = \varphi(s') - \lambda \int_0^l \varphi(s) \mathrm{K}(s, s') \, ds,$$

où λ est un paramètre, les autres lettres conservant des significations semblables à celles qu'elles avaient tout à l'heure. Cette équation diffère, comme on le voit, de la première, par ce fait que la fonction inconnue φ y figure en dehors du signe d'intégration dans le terme $\varphi(s')$.

Dans ces conditions, la théorie devient d'une remarquable simplicité. La solution de l'équation (14) est de la forme :

$$(15) \qquad \varphi(s) = \frac{\Psi(s, \lambda)}{\mathrm{D}(\lambda)},$$

où le numérateur et le dénominateur du second membre sont des

séries ordonnées suivant les puissances de λ, et on en a les coefficients exprimés DIRECTEMENT en fonction des données ([1]).

Les séries en question sont convergentes, quel que soit λ, de sorte que l'expression (15) est valable aussi pour toute valeur de ce paramètre, à l'exception de celles qui annulent le dénominateur.

Les racines de l'équation $D(\lambda) = 0$ *seront les nombres fondamentaux.*

On voit donc qu'on peut former directement l'équation transcendante qui a tous ces nombres pour racines ([2]).

Lorsque λ est une telle racine (et dans ce cas seulement), l'équation obtenue en remplaçant le second membre de (14) par zéro, soit :

$$\varphi(s') - \lambda \int_0^l \varphi(s)\, K(s, s')\, ds = 0, \tag{16}$$

admet une [et, si λ est un zéro simple de $D(\lambda)$, une seule] solution différente de zéro ; ces solutions donneront les fonctions fondamentales.

25. *Application au problème de Dirichlet et aux fonctions fondamentales.* — Le problème de Dirichlet se ramène aisément à une équation intégrale de seconde espèce : il suffit d'en représenter la solution non plus par un potentiel de simple couche, mais par un potentiel de double couche (ou feuillet magnétique) étendu en S.

C'est le principe même de la méthode de Neumann.

Les fonctions fondamentales auxquelles on est ainsi conduit ne sont autres que celles de la seconde famille de M. Poincaré.

Dans le problème qui sert de point de départ, le paramètre λ a la valeur 1 : il est aisé de voir que, pour cette valeur du paramètre, l'équation (16) n'a aucune solution non nulle et que, par conséquent, le dénominateur de l'expression (15) est différent de zéro.

([1]) Pour le dénominateur, par exemple, on a :

$$D(\lambda) = 1 + C_1\lambda + \dots + C_n\lambda^n + \dots,$$

$$C_n = \frac{1}{1 . 2 \dots n} \int_0^l \int_0^l \dots \int_0^l \begin{vmatrix} K(s_1, s_1) & K(s_1, s_2) & \dots & K(s_1, s_n) \\ K(s_2, s_1) & K(s_2, s_2) & \dots & K(s_2, s_n) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K(s_n, s_1) & K(s_n, s_2) & \dots & K(s_n, s_n) \end{vmatrix} ds_1 ds_2 \dots ds_n.$$

([2]) Cette équation est même particulièrement facile à résoudre. On peut former directement, en effet, l'équation qui a pour racines les puissances p^{mes} (p entier) des racines de la première. Celle-ci se prête donc d'une façon extrêmement simple à l'application de la *méthode de Gräffe*.

Cette expression représente donc la quantité cherchée [1].

Tous les autres problèmes elliptiques se ramènent, comme le premier, à des équations intégrales de seconde espèce. Les problèmes mixtes eux-mêmes, qui étaient à peu près inabordables par les anciennes méthodes, n'offrent pas, avec cette manière d'opérer, plus de difficulté que les autres.

La solution du problème est donc complète. La difficulté relative à la forme de la frontière y est surmontée aussi simplement qu'on peut le désirer. Cette forme n'intervient, en effet, que pour le calcul de la fonction K, laquelle s'obtient par de simples substitutions.

S'il s'agit d'équations (elliptiques) autres que (e_l), la solution est toute semblable. On devra :

1° Former la solution fondamentale : celle-ci ne dépend que de l'équation aux dérivées partielles ;

2° Calculer la fonction K : c'est cette quantité qui dépend de la forme de S ; mais elle s'obtient par de simples substitutions ;

3° Résoudre l'équation intégrale ainsi obtenue. Nous avons vu qu'on connaissait toujours la formule de résolution.

Supposons maintenant ce premier problème (par exemple, le problème de Dirichlet) résolu et, par conséquent, la fonction de Green correspondante connue.

De nouvelles équations intégrales de seconde espèce (que l'on pourra écrire immédiatement) *donneront les fonctions fondamentales des différentes sortes.*

Les équations intégrales nous permettent donc de répondre de la manière la plus satisfaisante à toutes les questions que posent les équations du type elliptique.

26. On ne doit d'ailleurs pas s'étonner d'être arrivé à ce résultat par les équations intégrales et non par les équations différentielles, lorsqu'on songe à la solidarité qui, dans tout problème elliptique, existe, comme nous l'avons vu, entre *toutes* les parties du domaine donné. Cette solidarité n'apparaît pas sur les équations différentielles, dans lesquelles chaque valeur de l'inconnue n'est liée directement qu'aux valeurs qu'elle prend aux points infiniment voisins.

---

(1) Nous nous sommes placés, pour fixer les idées, dans le cas du plan. Il est bien entendu que tout ce que nous disons s'étend à l'espace. Toutefois une transformation simple est nécessaire, — la formation de l'équation aux carrés des valeurs de λ (Voir la note précédente), — non parce que l'équation fait intervenir des intégrales doubles, ce qui ne change rien à la marche du calcul, mais parce que la fonction K cesse d'être partout finie.

Elle se manifeste, au contraire, immédiatement dans les équations intégrales, et nous venons de voir qu'en effet celles-ci constituent la véritable manière d'aborder le problème.

IV

27. Le problème de Cauchy relatif aux ÉQUATIONS HYPERBOLIQUES doit *a priori*, d'après ce qui précède, être beaucoup plus simple que ceux que nous venons d'examiner, puisque ce que nous avons reconnu être la plus grosse difficulté du cas elliptique ne s'y fait pas sentir.

Les premiers travaux entrepris sur ce sujet ont cependant pu faire croire que le contraire avait lieu.

On peut même craindre, au premier abord, que les résultats obtenus et les méthodes introduites jusqu'ici soient complètement inutiles dans ces nouvelles conditions. Reprenons, par exemple, l'équation générale hyperbolique à deux variables considérée tout à l'heure :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + a\frac{\partial u}{\partial x} + b\frac{\partial u}{\partial y} + cu = 0. \tag{7}$$

Nous avons vu que son intégration dépend de la fonction de Riemann (n° 20).

L'élément qui nous a servi pour le cas elliptique est notre solution fondamentale. Sa propriété caractéristique est la manière dont elle devient infinie sur le conoïde caractéristique, lequel se réduit aux deux droites $x = x'$, $y = y'$.

Or la fonction de Riemann ne devient pas infinie dans ces mêmes conditions. Les seconds membres des formules sont évidemment des fonctions régulières de x, y, x', y', admettant des dérivées jusqu'à un ordre au moins aussi élevé que les coefficients mêmes de l'équation. Si ces coefficients sont analytiques, la quantité v peut se représenter par une série de Taylor ordonnée suivant les puissances de $x - x'$, $y - y'$ et convergente pour toutes les valeurs suffisamment petites de ces dernières quantités (souvent même convergente quels que soient x, x', y, y').

Cette fonction de Riemann et notre solution fondamentale paraissent donc sans rapport l'une avec l'autre.

Il n'en est rien, cependant : ces deux quantités sont, comme on va le voir, liées entre elles de la manière la plus étroite.

On a en effet, pour l'équation (7),

$$\Gamma = (x - x')(y - y'),$$

et la solution fondamentale est, par conséquent, de la forme :

$$P + Q \log [(x - x')(y - y')].$$

La fonction de Riemann n'est autre que le coefficient Q *du logarithme dans l'expression précédente.*

Ce que nous venons de constater à propos de l'équation (7) se retrouve dans l'étude de toutes les autres équations hyperboliques. C'est la solution fondamentale qui gouverne en réalité toute la théorie et qui suffit à elle seule à la constituer ; mais son rôle y est dissimulé, et il faut quelque précaution pour l'apercevoir.

28. Pour les équations à deux variables indépendantes, il se trouve qu'on a pu, sans reconnaître ce rôle de la solution fondamentale, arriver à obtenir la formule à laquelle aurait conduit son introduction.

Il n'en a plus été de même pour les équations à plus de deux variables.

L'une d'elles, l'équation des ondes sphériques (E_3), possède la solution particulière extrêmement simple :

$$(17) \quad u = \frac{f(r \pm at)}{r} \qquad \left[r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}\right]$$

(où f est une fonction quelconque de $r \pm at$).

Grâce à cette circonstance, elle a été intégrée par Poisson pour le cas où la frontière se réduit à $t = 0$, puis par Kirchhoff pour une frontière quelconque ([l]).

Mais, si la solution (17) *peut* être employée, en l'espèce, pour l'intégration, elle ne présente aucun caractère précis qui l'*impose*, à l'exclusion de toutes les autres solutions (et il en existe une infinité) qui présentent des singularités de même nature.

Dans ces conditions, il était à prévoir que, pour des équations plus générales, n'admettant point de solutions aussi simples que (17), l'extension de la méthode de Kirchhoff deviendrait impossible : c'est ce qui est arrivé en effet. Parmi les équations à quatre variables, il n'y en a qu'une pour laquelle une méthode analogue à celle de Kirchhoff ait pu être développée grâce aux travaux de MM. Carvallo, Birkeland et Brillouin ([m]) : c'est l'équation (E_3') (n° 4).

Mais, quand on s'adressa à l'équation

$$(E_2) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0,$$

qui se présente au premier abord comme absolument analogue à l'équation du son avec une variable de moins, des difficultés nouvelles apparurent encore. Non seulement on ne parvint point à écrire une solution particulière analogue à (17), mais on constata ([1]) qu'il n'en pouvait pas exister. Il fallait donc modifier la méthode pour l'adapter à ce nouveau cas; c'est ce que fit M. Volterra ([l]), en employant à cet effet la solution particulière :

$$(18) \qquad u = \log \frac{a(t-t') + \sqrt{a(t-t')^2 - r^2}}{r}.$$

Celle-ci appelle les mêmes observations que la précédente; pas plus qu'elle, elle ne se prête à la généralisation directe, et les tentatives faites dans ce sens, malgré le talent de leurs auteurs, ne réussirent que d'une manière fort incomplète; dans les cas où elles aboutissent, elles n'obtiennent la valeur de l'inconnue que par des approximations successives plus ou moins compliquées, analogues à celles que l'on a employées dans la résolution du problème de Dirichlet. C'est par exemple ce qui arrive pour l'équation (E_2) [Coulon ([d])], pour laquelle le problème de Cauchy est cependant très aisé à résoudre, comme nous le verrons plus loin.

29. **Introduction de la solution fondamentale.** — *Cas d'un nombre impair de variables.* — Si l'on a eu recours à des expressions telles que (17) et (18), et non à celle que la logique et l'analogie imposent, je veux dire à la SOLUTION FONDAMENTALE, c'est que l'emploi de cette dernière paraît, au premier abord, se heurter à une impossibilité.

En effet, lorsqu'on l'introduit dans l'intégrale multiple (formule de Green généralisée) qui sert de point de départ commun à toutes ces théories, on arrive à une intégrale infinie ([2]).

Il se trouve au moins, lorsque le nombre n des variables indépendantes est impair, qu'on ne doit point se laisser arrêter par cette difficulté.

([1]) Duhem ([l]).

([2]) L'intégration doit être faite à l'intérieur d'un domaine limité par la frontière S et le conoïde caractéristique Γ. C'est sur ce conoïde que les expressions (10) (n° 21) sont infinies d'un ordre trop élevé pour que l'intégrale ait un sens.

Pour comprendre comment elle peut être écartée, considérons d'abord l'intégrale simple

$$\int_a^b \frac{A(x)}{(b-x)^{1+\alpha}}\,dx, \tag{19}$$

où A est une fonction régulière et α un exposant compris entre zéro et 1, *limites exclues*.

Cette intégrale n'a pas de sens : autrement dit, l'expression :

$$\int_a^x \frac{A(x)}{(b-x)^{1+\alpha}}\,dx,$$

n'a pas de limite lorsque x tend vers b.

Mais il n'en est pas de même de la somme :

$$\int_a^x \frac{A(x)}{(b-x)^{1+\alpha}}\,dx + \frac{B(x)}{(b-x)^{\alpha}}, \tag{19'}$$

$B(x)$ étant une autre fonction régulière.

Il suffit, pour que la somme (19′) tende vers une limite parfaitement déterminée, que l'on ait :

$$A(b) + \alpha B(b) = 0.$$

Mais, de plus, moyennant cette condition, on obtient une limite *indépendante du choix de la fonction* B, savoir :

$$\int_a^b \frac{A(x)-A(b)}{(b-x)^{1+\alpha}}\,dx - \frac{A(a)}{\alpha(b-a)^{\alpha}}.$$

Cette quantité est dite la *partie finie* de l'intégrale (19), et on la désignera par le symbole

$$\left|\overline{\int_a^b \frac{A(x)}{(b-x)^{1+\alpha}}\,dx.}\right.$$

La même notion s'étend aisément (^{n}) :

1° Au cas où l'exposant $1+\alpha$ du dénominateur est remplacé par

un autre exposant fractionnaire quelconque $p + \alpha$ (p étant un entier, et α ayant la même signification que tout à l'heure) ;

2° Aux intégrales multiples.

Par exemple, la partie finie d'une intégrale double, dans laquelle la quantité $\int\int$ est infinie d'ordre (fractionnaire) $1 + \alpha$ sur le contour, se présente comme limite de la somme d'une intégrale double et d'une intégrale curviligne et peut même s'exprimer (sans passage à la limite) par une telle somme (1).

30. Ce sont des expressions de la forme précédente qui représentent les solutions dans le cas d'un nombre impair de variables.

Soit, par exemple (n° 12), à trouver une solution de l'équation des ondes cylindriques :

$$(E_2) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0,$$

connaissant les valeurs de u et de $\frac{\partial u}{\partial t}$ pour $t = 0$: on aura simplement (n) (2) :

$$(20) \quad 2\pi u(x', y', t') = \left|\overline{\int\int \left(\frac{1}{\sqrt{\Gamma}}\frac{\partial u}{a\partial t} - \frac{at'}{\Gamma^{\frac{3}{2}}}u\right) r dr d\varphi}\right.$$

$$= \int\int \left[\frac{1}{\sqrt{\Gamma}}\frac{\partial u}{a\partial t} - \frac{at'}{\Gamma^{\frac{3}{2}}}(u - u')\right] r dr d\varphi + \int u' d\varphi.$$

Dans cette formule, le plan $t = 0$ a été rapporté aux coordonnées polaires r, φ de centre (x', y') ($x = x' + r\cos\varphi, y = y' + r\sin\varphi$). On a $\Gamma = a^2t'^2 - r^2$. L'intégrale double est étendue à la portion du plan $t = 0$ intérieure au cercle $r \leqq at'$ (soit $\Gamma \geqq 0$). u est la valeur donnée en un point intérieur, et u' la valeur analogue au point de la *circonférence* de ce cercle qui a le même argument φ.

Supposons encore qu'on ait à résoudre le même problème pour

(1) Voir ci-dessous, formules (20), (21) (n° 30), un exemple de calcul de cette nature.

(2) La formule antérieurement obtenue pour la résolution de ce même problème [Volterra (1), p. 214-215] dissimule, en réalité, l'intervention des intégrales infinies par l'introduction d'une différentiation sous le signe $\int\int$. Si l'on voulait effectuer explicitement cette dérivation, on retrouverait les difficultés que nous résolvons dans le texte (conformément à la méthode générale indiquée au numéro précédent) par l'introduction des termes en u'.

l'équation :

$$(E'_2) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + Ku = 0.$$

La solution fondamentale étant (nos 21, 21 *bis*):

$$\frac{e^{\sqrt{K\Gamma}} + e^{-\sqrt{K\Gamma}}}{2\sqrt{\Gamma}} = \frac{1}{\sqrt{\Gamma}} \operatorname{Ch} \sqrt{K\Gamma},$$

il viendra :

$$(21) \quad 2\pi u(x', y', t') = \overline{\iint \left[\frac{\operatorname{Ch}\sqrt{K\Gamma}}{\sqrt{\Gamma}} \frac{\partial u}{a\partial t} - at' \left(\frac{\operatorname{Ch}\sqrt{K\Gamma}}{\Gamma^{\frac{3}{2}}} - \frac{\sqrt{K}\operatorname{Sh}\sqrt{K\Gamma}}{\Gamma} \right) u \right] r\,dr\,d\varphi}$$

$$= \iint \left[\frac{\operatorname{Ch}\sqrt{K\Gamma}}{\sqrt{\Gamma}} \frac{\partial u}{a\partial t} - at' \left(\frac{\operatorname{Ch}\sqrt{K\Gamma}(u - u')}{\Gamma^{\frac{3}{2}}} - \frac{\sqrt{K}\operatorname{Sh}\sqrt{K\Gamma}}{\Gamma} u \right) \right] r\,dr\,d\varphi + \int u'\,d\varphi$$

(les notations ayant le même sens que dans la formule précédente).

31. *Cas d'un nombre pair de variables.* — Si le nombre n est pair, la méthode précédente n'est plus applicable [1].

En fait, et comme l'exemple de l'équation des ondes sphériques et de celle des ondes cylindriques pouvait le faire pressentir, les résultats obtenus changent entièrement de forme.

C'est encore la solution fondamentale qui fournit tous les éléments de la solution, mais ce n'est pas elle qui s'introduit directement; elle n'intervient que par les deux fonctions P et Q, coefficients de $\Gamma^{-\frac{n-2}{2}}$ et de $\log \Gamma$ dans l'expression (11).

Ainsi, contrairement à ce qui se passe pour n impair, contrairement aussi à ce qui a lieu (quel que soit n) pour le cas elliptique, on ne doit employer aucune fonction présentant une singularité, mais seulement les deux fonctions régulières P et Q.

On voit que la propriété précédemment notée de la fonction de Riemann n'est qu'un premier exemple de ce phénomène général.

Si l'on suppose P et Q une fois calculés, la valeur de u s'obtient par une quadrature dans laquelle l'élément d'intégration, lequel est, cette fois, partout fini, est directement connu.

Par exemple, pour l'équation (E_3'), la forme (12) de la solution fon-

---

[1] L'exposant α (n° 29) est alors entier et, dès lors, les résultats obtenus au numéro 29 ne subsistent plus complètement.

damentale montre (n°s 21, 21 *bis*) que celle-ci a la valeur :

$$(22)\qquad \frac{J'(\sqrt{K\Gamma})}{\sqrt{\Gamma}}\log\sqrt{\Gamma}+\frac{1}{\Gamma}J(\sqrt{K\Gamma})+R=\frac{J'\sqrt{K\Gamma}}{\sqrt{\Gamma}}\log\sqrt{\Gamma}+\frac{1}{\Gamma}+R_1$$
$$[\Gamma=a^2(t-t')^2-r^2]$$

(R et R_1, fonctions régulières).

D'après cela, si l'on se donne les valeurs de u, solution de l'équation précédente, ainsi que celles de $\frac{\partial u}{\partial t}$, pour $t=0$, on aura (en faisant, pour simplifier, $a=1$) :

$$4\pi u(x',y',z',t')=\int\!\!\int\!\!\int\left[\frac{J'\sqrt{K\Gamma}}{\sqrt{\Gamma}}\frac{\partial u}{\partial t}-u\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{J'\sqrt{K\Gamma}}{\sqrt{\Gamma}}\right)\right]dx\,dy\,dz+U.$$

Dans cette formule, l'intégrale triple est étendue à l'intérieur de la sphère, $\Gamma\geqq 0$, et le dernier terme U n'est autre que l'expression [1] (intégrale double étendue à la surface de la même sphère) trouvée par Poisson et Kirchhoff pour la solution de l'équation (E_3) ; autrement dit, la quantité à laquelle se réduirait u si K était nul. Le résultat ainsi obtenu est d'ailleurs celui qui résulte des travaux cités il y a un instant [Voir, en particulier, Brillouin (^{m})].

32. *Le principe de Huygens et l'intégrale résiduelle.* — L'équation du son présente une propriété qui la distingue des autres équations hyperboliques considérées dans ce qui précède.

Supposons que, dans un milieu indéfini, soit produit à l'instant $t=0$ un ébranlement limité à une certaine région de l'espace, par exemple au voisinage d'un point O, tous les points extérieurs à cette région étant initialement au repos.

Ces points ne se mettront en mouvement que lorsqu'ils seront atteints par l'onde qui, à l'instant initial, part de la région ébranlée et se propage avec une vitesse déterminée.

Si le mouvement du milieu en question est régi par l'équation (E_3), après le passage de cette onde tout rentrera dans le repos.

Cette propriété correspond au fait analytique suivant :

---

(1) Cette forme de U tient à ce que, d'après (22), le coefficient de $\frac{1}{\Gamma}$ dans la solution fondamentale peut être pris égal à 1, alors que la solution fondamentale de (E_3) est précisément $\frac{1}{\Gamma}$.

Du point (x', y', z', t') comme sommet, soit décrit le conoïde caractéristique Γ. Sur la frontière donnée S, une certaine région S_0 est formée par les points qui sont *intérieurs* au conoïde de Γ : elle est limitée par le lieu σ des points de S qui sont situés *sur* ce conoïde. Pour les équations (E_l), (E_l'), par exemple, S_0 est défini par l'*inégalité* $r \leqq at$, et σ par l'*égalité* $r = at$.

La solution du problème de Cauchy (1) pour l'équation du son est exprimée par une intégrale étendue exclusivement à σ. Si les données ne sont différentes de zéro que sur une certaine région S_1 de S, cette solution sera nulle en tout point tel que le conoïde caractéristique correspondant comprenne entièrement S_1 à son intérieur.

C'est cette circonstance qui peut être considérée comme constituant le principe de Huygens (2). Elle exprime que les ondes ne *diffusent* pas.

Au contraire, pour les équations (E_2), (E_1'), (E_2'), (E_3), les formules de résolution contiennent une intégrale relative à la partie S_0 *intérieure* au conoïde caractéristique. Un mouvement régi par une telle équation ne cesserait pas après le passage de l'onde qui l'a fait naître. Analytiquement parlant, dans une région R de l'espace telle que les conoïdes caractéristiques issus des points de cette région comprennent à leur intérieur (contour exclu) tous les points de S où les données aux limites sont différentes de zéro, la valeur de la solution u n'est pas nulle en général.

On peut appeler *intégrale résiduelle* la solution ainsi considérée, qui correspond au mouvement résiduel qui persiste, comme nous venons de le dire, après le passage de l'onde.

Les résultats obtenus dans ce qui précède permettent de montrer l'origine du principe de Huygens et de prévoir quelles seront les équations aux dérivées partielles auxquelles il s'appliquera.

Ces équations ne sont autres que les équations à un nombre pair de variables dont la solution fondamentale ne contient pas de terme logarithmique (3).

(1) Le résultat ne serait pas le même s'il s'agissait du problème mixte [Duhem (l), p. 234-237 ; Hadamard (f)].

(2) Plusieurs auteurs entendent ce principe dans un autre sens [Volterra (l) ; voir (f)] et le font simplement consister dans l'expression de la solution sous forme d'intégrale définie (que cette intégrale soit étendue à S_0 ou à σ), telle que nous l'avons écrite dans ce qui précède.

(3) On ne connaît, d'ailleurs, actuellement aucune équation pour laquelle cette circonstance se présente, en dehors de l'équation du son et de ses analogues à 6, 8, ... variables.

C'est, en effet, le coefficient Q de log Γ dans l'expression (11) qui, dans la formule de résolution, est intégré dans S_0, la fonction P intervenant, au contraire, dans l'intégrale relative à σ.

Quant aux équations à un nombre impair de variables, aucune d'elles ne donne lieu au principe de Huygens.

Pour $n = 3$ et, par conséquent, pour l'équation des ondes cylindriques, l'intégrale résiduelle présente une propriété remarquable : elle est négative lorsque les valeurs données de u sur S sont positives et inversement.

Dans un phénomène vibratoire régi par l'équation (E_2), ce changement de signe de l'intégrale résiduelle se traduirait par un changement de phase d'une demi-période.

33. **Problèmes mixtes.** — Nous venons de voir que, pour toutes les équations hyperboliques, la solution fondamentale suffit à fournir directement la résolution du problème de Cauchy.

Nous ne devons pas nous attendre à des résultats aussi immédiats pour les problèmes mixtes.

En fait, leur théorie n'a été faite que dans des cas particuliers, les plus importants, il est vrai, au point de vue des applications ([c]).

Tels sont, par exemple, les problèmes de la propagation du son (n° 15 *bis*), relatifs aux équations (E_2) et (E_3). Les mouvements correspondants se décomposent, comme on sait, en vibrations harmoniques de périodes déterminées : autrement dit, la solution est une somme de termes de la forme $a_m u_m \sin(K_m t)$, les K_m ($m = 1, 2, \ldots, \infty$) étant des constantes déterminées ; les u_m, certaines fonctions déterminées de x, y, ou de x, y, z.

Il est clair, d'autre part, que ces deux problèmes présentent les caractères suivants :

1° L'équation aux dérivées partielles ne fait intervenir t que par le terme $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}$;

2° La partie de la frontière qui porte les données elliptiques est représentée par une équation indépendante de t.

Tout problème mixte qui présentera ces deux caractères pourra être traité par la même méthode.

Ces problèmes se ramènent à la théorie des fonctions fondamentales ([h]) (n° 23) et, par conséquent, aux *équations intégrales* (n° 24).

Ceci s'applique d'ailleurs aux principaux cas usuels, lesquels rentrent précisément dans la catégorie précédente.

Des problèmes mixtes hyperboliques de cette nature, également résolubles à l'aide des fonctions fondamentales, sont aussi ceux que l'on rencontre à peu près exclusivement pour les équations linéaires du type parabolique [équation de la chaleur ([c])].

34. Pour $n = 2$, on connaît, pour résoudre le problème mixte hyperbolique, une méthode semblable à celle qui est fondée sur l'emploi de la fonction de Green. Cette fois, deux fonctions différentes doivent être formées ([1]) : l'une n'est autre que la fonction v de Riemann (n° 20); l'autre, v_1, dépend de la forme de la frontière et est l'analogue de la fonction de Green ([2]).

Ces deux fonctions figurent dans l'intégrale définie qui représente la solution, mais non pas simultanément dans un même élément de cette intégrale. Celle-ci est, en effet, divisée en deux parties, étendues à des arcs différents de la frontière, et dont l'une contient exclusivement v, l'autre exclusivement v_1.

Rien de pareil à cette division de la frontière en deux parties n'apparaissait dans notre précédente solution des fonctions fondamentales. Il est cependant aisé de voir qu'elle est dans la nature des choses.

Supposons, pour fixer les idées, qu'il s'agisse du *mouvement de l'électricité dans un câble limité dans un sens* (n° 15) et que l'on se propose de calculer la valeur u' du potentiel u pour des valeurs données x', t' de x et de t.

Il est clair que deux régions doivent être considérées séparément dans le câble, celle dont l'état initial peut influer sur u' uniquement par les ondes directes qui en émanent (AC, *fig.* 2), et celle qui agit à la fois par ondes directes et par ondes réfléchies à l'extrémité libre.

L'influence de la première se calcule à l'aide de la fonction v, celle de la seconde à l'aide de v_1.

Enfin, pour les points suffisamment éloignés de l'extrémité, les ondes directes influent seules : il n'y a plus de fonction v_1 à fournir.

En ces points, la solution a donc une forme analytique de celle qu'elle revêt dans les autres.

Toutes ces circonstances (autrement dit, la propagation du mou-

---

([1]) Toutes deux, dépendant de deux points, sont solution de l'équation adjointe [p. 218, note; Darboux (*g*)] ou de la proposée, suivant qu'on les considère comme dépendant de l'un ou de l'autre de ces deux points.

([2]) Sa formation donne lieu dans le cas général aux mêmes difficultés (n° 22) que celle de la fonction de Green.

vement par ondes) sont, on le remarquera, dissimulées dans la solution exposée tout à l'heure, celle qui repose sur l'emploi des fonctions fondamentales [1].

CONCLUSIONS.

En résumé :

La *solution fondamentale* suffit à résoudre le problème de Cauchy.

Pour résoudre les problèmes elliptiques, cette même solution fondamentale est employée à former une *équation intégrale* dont la résolution, par la formule de M. Fredholm, est équivalente à celle du problème proposé.

La méthode s'appliquera vraisemblablement aux problèmes mixtes hyperboliques.

Le lecteur désireux d'étudier les questions qui viennent d'être passées en revue pourra commencer par se reporter aux ouvrages suivants, où il trouvera d'ailleurs des renseignements bibliographiques détaillés que nous ne saurions donner ici :

a) JORDAN, *Cours d'Analyse*, t. III, chap. III; — GOURSAT, *Cours d'Analyse*, t. II, p. 360, 580.

(Cas des données analytiques.)

b) *Encyclopädie der Math. Wissenschaften*, article IIA_1b (de H. Burkhardt et Fr. Meyer).

(Cas elliptique.)

c) *Id.*, article IIA_1c (de A. Sommerfeld).

PICARD, *C. R. Ac. Sc.* (6 avril 1861 ; 5 juin 1906).

(Id.)

d) COULON, *Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles par la méthode des caractéristiques* (Paris, Hermann, 1900).

(Conoïdes caractéristiques, problème de Cauchy.)

e) HADAMARD, *Leçons sur la propagation des ondes et les équations de l'hydrodynamique* (Paris, Hermann, 1903), chap. I, VII.

(Problèmes mixtes elliptiques ; caractéristiques.)

f) ID., *Sur l'intégrale résiduelle* (*Bull. de la Soc. Math. de France*, 1900).

(Intégrale résiduelle, problèmes mixtes hyperboliques.)

---

[1] Il semble probable que la résolution du problème mixte se ramènera, elle aussi, à une équation intégrale.

g) Darboux, *Leçons sur la théorie des surfaces*, tome II, livre IV, chap. vi.

(Méthode de Riemann.)

h) Poincaré, *Sur les équations de la Physique mathématique* (*Rendiconti del Circolo Mat. di Palermo*, t. VIII, 1re partie, 1894).

Id., *la Méthode de Neumann et le Principe de Dirichlet* (*Acta Math.*, t. XX).

(Fonctions fondamentales.)

k) I. Fredholm, *Sur une nouvelle méthode pour la résolution du problème de Dirichlet* (*Ofversigt af Kongl. Vetenskaps Akad. Förhandlingar*, Stockholm, 1900; *C. R. Ac. Sc.*, t. CXXXIV, janvier 1902; *Acta Math.*, t. XXVII, 1903).

Kellogg, *Zur Theorie der Integralgleichungen und des Dirichletschen Prinzips* (Thèse, Göttingue, 1902).

Hilbert, *Grundzüge einer allgemeinen Theorie der linearen Integralgleichungen* (trois communications), Gött-Nachrich, 1904.

(Équations intégrales.)

l) Kirchhoff, *Zur Theorie der Lichtstrahlen* (*Sitzungsber. der Berl. der Wiss.*, 1882, p. 64 et suiv.); trad. par Duhem (*Ann. Ec. Norm. Sup.*, 1886).

Duhem, *Hydrodynamique, élasticité, acoustique*, t. I. Paris, Hermann.

(Équation des ondes sphériques.)

Volterra, *Att. Lincei* (1892); *Acta Math.*, t. XVIII (1894).

(Équation des ondes cylindriques.)

m) Brillouin, *C. R. Ac. Sc.*, t. CXXXVI, p. 667, 743; 1903.

(Équation E_3'.)

n) Hadamard, *Recherches sur les solutions fondamentales et l'intégration des équations linéaires aux dérivées partielles* (*Ann. Sc. de l'Ec. Norm. Sup.*, 1904).

(Solution fondamentale.)

Id., *Id.* (deuxième Mémoire), *ibid.*, 1905.

(Équations hyperboliques à trois variables.)

Id., *Théorie des équations aux dérivées partielles linéaires hyperboliques et du problème de Cauchy* (*Acta Math.*, sous presse).

(Équations hyperboliques à un nombre quelconque de variables.)

p) Id., *Sur un problème mixte aux dérivées partielles* (*Bull. Soc. Math. Fr.*, t. XXI, 1903).

(Problème mixte hyperbolique.)

ANNALEN DER PHYSIK;

T. XIX, n° 4; 1906.

A. HEYDWEILLER. — Energie, Dauer, dämpfende Wirkung und Widerstand von Kondensatorfunken (Energie, durée, effet sur l'amortissement et résistance des étincelles dans la décharge des condensateurs). — P. 649-692.

D'après les expériences de Koch, la caractéristique $v = f(i)$ de l'étincelle est de la même forme que la caractéristique de la décharge continue par lueurs et peut être représentée avec une exactitude suffisante par l'équation :

$$v = a + \frac{b}{i}.$$

En portant cette valeur de v dans l'équation bien connue de Kirchhoff-Thomson, celle-ci devient :

$$L \frac{dq}{dt} \frac{d^2q}{dt^2} + R \left(\frac{dq}{dt}\right)^2 + \left(\frac{q}{c} - a\right) \frac{dq}{dt} + b = 0.$$

Les méthodes d'intégration actuellement connues ne permettent pas de trouver l'intégrale générale de cette équation. Cette intégration ne devient possible que moyennant certaines simplifications se rapportant à des cas limites :

1° La self-induction L est négligeable ;

2° La résistance R est négligeable ;

3° Le travail bt_1 est négligeable.

Les calculs sont assez compliqués. Ils permettent de donner la signification des méthodes de mesure employées jusqu'ici et d'en discuter les résultats.

Voici le résumé succinct de cette discussion :

Les valeurs des constantes a et b qui figurent dans l'équation caractéristique de la décharge, déterminées par les diverses méthodes employées jusqu'ici, concordent d'une manière suffisante entre elles et avec celles qui ont été trouvées pour la décharge par lueurs. Cette concordance se conserve tant que la résistance des conducteurs formant le circuit ne tombe pas au-dessous de 5^{-10} ohms. Pour des résistances plus faibles, il se produit des phénomènes encore inexpliqués. Ces constantes sont sensiblement des fonctions linéaires de la longueur de l'étincelle.

La connaissance de ces constantes permet de calculer, en fonction du potentiel de décharge, aussi bien pour les décharges simples à travers de grandes résistances que pour les décharges oscillantes à travers les faibles résistances, l'intensité du courant et la différence de potentiel en fonction du temps, la durée de l'étincelle, l'énergie dépensée dans cette étincelle : de plus, dans les décharges oscillantes, l'amortissement et le nombre des décharges partielles, étant données la capacité, la self-induction et la résistance.

Les résultats de ces calculs concordent d'une manière satisfaisante avec ceux de l'expérience.

La résistance de conduction des étincelles de longueur médiocre, jusqu'à 7 millimètres, est toujours très petite et négligeable en pratique. Pour les longueurs plus grandes, les données expérimentales sont encore insuffisantes pour permettre des conclusions fermes.

W. TRENKLE. — Ueber das magnetische Verhalten von Eisenpulver verschiedener Dicke (Propriétés magnétiques de la poudre de fer de diverses densités). — P. 692-714.

La limaille de fer est mélangée à de l'alumine en poudre ou à de la limaille de bronze, de manière que le mélange soit aussi homogène que possible. On en remplit un tube de verre cylindrique, qui forme l'échantillon.

D'après les mesures effectuées au magnétomètre, l'intensité d'aimantation (moment par unité de volume) obtenue dans un même champ décroît avec la densité : il n'est donc pas indifférent d'augmenter la distance des molécules de fer en diluant le mélange, en d'autres termes de modifier le rapport de la longueur de l'échantillon suivant la direction du champ à ses dimensions transversales.

Par une méthode balistique qui permettait de réaliser des champs magnétiques plus intenses, on peut atteindre la saturation. L'intensité d'aimantation à saturation est toujours plus grande pour la poudre de fer pure que pour la poudre diluée dans une poudre non magnétique. La susceptibilité du mélange décroît à mesure que sa dilution augmente, tandis qu'elle augmente lorsque, laissant constante la densité du mélange, on augmente le rapport $\frac{l}{d}$ des dimensions longitudinales de l'échantillon à ses dimensions transversales.

T. NODA. — Dämpfung eines Kondensatorkreises mit einen Zusatzkreise, mit einem Nachsatz von P. Drude (Amortissement dans le circuit d'un condensateur avec un circuit additionnel, avec remarques de P. Drude). — P. 715-738.

L'auteur a employé la méthode de Drude (1). Les armatures du condensateur auxiliaire sont reliées par des fils conducteurs à des points aussi rapprochés que possible des pointes entre lesquelles éclatent les étincelles qui déchargent le condensateur principal. Le circuit secondaire a la forme d'un rectangle dont les longs côtés sont à glissière : un élément thermoélectrique cuivre-constantan est relié à ce circuit.

L'amortissement diminue quand on augmente la capacité auxiliaire, très rapidement d'abord, ensuite très lentement. La déviation du galvanomètre inséré dans le circuit de l'élément thermoélectrique passe par un maximum.

Lorsque le circuit auxiliaire est en résonance avec le circuit primaire, on observe deux vibrations, de période, d'amplitude et d'amortissement inégaux : leurs décréments passent tous les deux par un maximum et par un minimum.

L'amortissement de l'une de ces vibrations augmente avec la self-induction du circuit auxiliaire, proportionnellement à la période propre de celui-ci, et peut atteindre des valeurs beaucoup plus grandes que l'amortissement du primaire sans circuit auxiliaire. Au voisinage de la résonance, l'amortissement subit une augmentation brusque, et les deux vibrations ont des périodes très voisines.

La période de la seconde vibration dont l'amplitude est la plus grande varie beaucoup avec la période du circuit auxiliaire; son amortissement présente trois maxima et trois minima : le plus grand de ces maxima correspond à la résonance.

L'amortissement minimum est à peu près indépendant de la capacité et de la self-induction du circuit primaire, pourvu que la période reste la même. L'amortissement diminue quand la longueur de l'étincelle augmente (à partir de petites valeurs).

La période de la seconde vibration est fonction du rapport entre les périodes des deux circuits; celle de la première vibration est à très peu près constante.

Dans des expériences faites avec un appareil dont les conducteurs

(1) *J. de Phys.*, 4e série, t. IV, p. 654 ; 1905.

ne formaient pas d'angle vif, Drude n'a pas retrouvé la vibration appelée première vibration par Noda; il incline à voir dans cette vibration une vibration d'ordre supérieur renforcée par des circonstances accidentelles.

E. ASCHKINASS. — Resonatoren im Strahlungsfelde eines elektrischen Oszillators, Bemerkungen zu der Arbeit von M. Paetzold über « Strahlungsmessungen an Resonatoren im Gebiete kurzer elektrischer Wellen » [Résonateurs dans le champ de radiation d'un oscillateur électrique ; remarques au sujet du travail de M. Paetzold : Sur les mesures effectuées sur les résonateurs électriques de faible longueur d'onde(1)]. — P. 841-852.

L'auteur fait remarquer que la théorie de la résonance multiple (Sarasin et de La Rive) et la théorie des vibrations amorties (Poincaré et Bjerknes) ne sont que des traductions mathématiques différentes d'un même phénomène électrique.

Les conclusions de M. Paetzold ne paraissent pas entièrement justifiées, parce que ses expériences ne réalisent pas les conditions extrêmes d'amortissement. D'après M. Aschkinass, il convient plutôt de considérer les réseaux de résonateurs comme des réflecteurs réfléchissant la composante des vibrations qui est parallèle à la longueur des résonateurs : on s'explique alors pourquoi « l'émission » des résonateurs ne se fait que dans des directions déterminées.

E. LECHER. — Thomsoneffekt in Eisen, Kupfer, Silber und Konstantan (Effet Thomson dans le fer, le cuivre, l'argent, le constantan). — P. 853-867.

Les courbes qui représentent la relation entre le coefficient de Thomson et la température sont, dans le cas du fer et du constantan, des courbes du second degré; dans le cas du cuivre et de l'argent, des droites dont le coefficient angulaire est moins grand que ne l'exprime la loi de Tait.

Ces expériences ont été étendues jusqu'à des températures de 600°.

Fer .... $\sigma = -[1,860 + 0,0257t - 0,00005120\,t^2]\,10^{-6}\,\frac{\text{cal.gr.}}{\text{coulomb}}.$

Cuivre .... $\sigma = +[3,01 + 0,00662t]\,10^{-7}\,\frac{\text{cal.-gr.}}{\text{coulomb}}.$

Argent .... $\sigma = +[7,363 + 0,00887t]\,10^{-7}\,\frac{\text{cal.-gr.}}{\text{coulomb}}.$

Constantan. $\sigma = -[4,73 + 6,10 \,.\, 10^{-3}t - 2,40 \,.\, 10^{-5}t^2]\,10^{-6}\,\frac{\text{cal.-gr.}}{\text{coulomb}}.$

---

(1) Paetzold, *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 683; 1906.

A. KALÄHNE. — Berichtigung zur Abhandlung über elektrische Schwingungen in ringförmigen Metallröhren (Rectification au mémoire : Sur les oscillations électriques dans les anneaux métalliques creux). — P. 879.

J. POLLAK. — Nachtrag zur Abhandlung Potentialmessungen im Quecksilberlichtbogen (Addition au mémoire : Mesures du potentiel dans l'arc au mercure). — P. 880.

T. XIX, n° 5 ; 1906.

G. JAUMANN. — Electromagnetische Vorgänge in bewegten Medien (Phénomènes électromagnétiques dans les milieux en mouvement). — P. 881-918.

Étude mathématique de ces phénomènes prenant comme point de départ la biréfringence des liquides soumis à des déformations brusques.

Th. SCHWEDOFF. — Ballistische Theorie der Funkenentladung (Théorie balistique de la décharge par étincelle). — P. 918-935.

Le mouvement des ions dans un gaz peut être considéré comme le mouvement d'un corps pesant dans l'air, un ion « tombant » pour ainsi dire dans le champ électrique comme une balle de plomb dans le champ de la pesanteur.

La dissociation d'une molécule gazeuse en ions se produit quand l'intensité du champ et l'énergie cinétique des ions déjà existants sont suffisantes pour provoquer la séparation des ions de la molécule.

La décharge par étincelle se produit quand la dissociation des molécules s'effectue dans tout l'espace compris entre les électrodes.

Les molécules gazeuses sont formées de deux ions de signe contraire, portant des charges $+\varepsilon$ et $-\varepsilon$, réunis par des forces qui nous sont inconnues. Pour les séparer, il faut dépenser un certain travail T, qui dépend de la nature du gaz et de son état physique. Ce travail doit être fourni par les forces électriques et par l'énergie cinétique des ions. Le premier terme peut être mis sous la forme :

$$H\varepsilon\lambda,$$

en désignant par H l'intensité du champ et par λ une certaine lon-

gueur ; le second, sous la forme :

$$\frac{1}{2} mu^2,$$

m étant la masse, u la vitesse d'un ion négatif ; par exemple, soit H_0 l'intensité du champ qui serait nécessaire pour produire à lui seul le travail T,

$$T = H_0\varepsilon\lambda = H\varepsilon\lambda + \frac{1}{2} mu^2;$$

d'où :

$$\frac{1}{2} mu^2 = (H_0 - H)\varepsilon\lambda.$$

Pour évaluer la vitesse u, remarquons que l'ion est sollicité par deux forces : l'une $H\varepsilon$ due au champ, dans le sens du mouvement, et, en sens contraire, la résistance R du gaz dans lequel il se meut. Cette dernière est une fonction inconnue de la vitesse u et de la densité δ du gaz. A l'exemple de ce qu'on fait en balistique, on doit attribuer à cette fonction la forme :

$$R = au^2\delta,$$

a étant un coefficient indépendant de u et de δ. L'équation du mouvement devient alors :

$$m \frac{du}{dt} = H\varepsilon - au^2\delta.$$

Soit x le chemin parcouru par l'ion au temps t :

$$dx = udt.$$

$$dx = \frac{mudu}{H\varepsilon - au^2\delta}.$$

Admettons que le champ H soit uniforme. La vitesse et par suite l'énergie cinétique croîtront avec le chemin parcouru x. Les électrons ou ions négatifs qui posséderont la plus grande énergie cinétique et par suite qui, les premiers, dissocieront les molécules gazeuses, seront ceux qui auront parcouru tout l'espace l compris entre les deux électrodes. En remarquant que, pour $x = 0$, $u = 0$, on obtient, en intégrant, l'équation ci-dessous :

$$l = \frac{m}{2p\delta} \log \text{nat.} \left[\frac{1}{1 - \frac{p\delta}{\varepsilon h} u^2} \right];$$

la valeur de l'énergie cinétique maximum sera :

$$\frac{mu^2}{2} = \frac{m\varepsilon h}{2p\delta}\left[1 - e^{-\frac{2p\delta}{m}l}\right],$$

et l'intensité du champ nécessaire pour produire l'étincelle sera :

$$H = \frac{H_0}{1 + \frac{m}{2p\delta\lambda}\left[1 - e^{-\frac{2p\delta}{m}l}\right]}.$$

Cette équation est vérifiée par les expériences : elle rend compte en particulier de ce fait, surprenant au premier abord, que la différence de potentiel nécessaire pour produire l'étincelle décroît quand l'épaisseur de la couche d'air augmente; quand la distance augmente, la différence de potentiel disruptive doit tendre vers une valeur finie, de même qu'un corps tombant dans un milieu résistant atteint une vitesse limite constante.

Non seulement les expériences fournissent une vérification qualitative de la théorie, mais aussi une vérification numérique très satisfaisante.

E. ASELMANN. — Ueber Elektrizitätsträger die durch fallende Flüssigkeiten erzeugt werden (Véhicules d'électricité produits par les liquides qui tombent). — P. 960-984.

Le liquide (dissolution de chlorure de sodium) tombe d'une hauteur de 80 centimètres sur une plaque de verre dépoli, dans un ballon de verre; la surface de la plaque se trouve dans le plan de la surface libre du liquide contenu dans le ballon et est complètement mouillée.

Les ions sont captés soit par un tampon de ouate métallique, soit par un condensateur en toile métallique, soit par un condensateur cylindrique.

L'électrisation de l'air, négative avec l'eau distillée, diminue rapidement quand on augmente la concentration de la dissolution, s'annule, puis devient positive; cette électrisation positive atteint son maximum quand la concentration est de 6,5 0/0 et décroît ensuite. C'est la dissolution à 0,2 0/0 qui donne le plus grand rendement total en ions des deux signes.

On évalue la vitesse des véhicules d'après la vitesse du courant

d'air et la différence de potentiel qu'il faut donner au condensateur pour qu'il les arrête tous.

La dissolution de chlorure de sodium provoque, en se brisant, la formation de véhicules des deux signes. Mais il ne s'en forme plus d'autres ensuite quand l'air est abandonné à lui-même ; au contraire, il y a recombinaison assez rapide.

La vitesse de migration des véhicules n'est pas uniforme pour chacun des signes ; elle varie pour les véhicules positifs de $8,8 . 10^{-2}$ à $6,06 . 10^{-4} \frac{cm}{sec}$, dans un champ de $1 \frac{volt}{cm}$, pour les plus nombreux, de $6,06 . 10^{-4}$ à $3,4 . 10^{-4}$ pour les autres; pour les véhicules négatifs, de $4,0$ à $1,94 . 10^{-3}$.

Les véhicules les plus lourds ne sont ni des molécules d'eau condensées, ni des gouttelettes : il faut les considérer plutôt comme des agrégats de molécules d'air dont le diamètre peut atteindre deux cents fois celui d'une molécule simple.

L'air renferme aussi des particules de sodium provenant des gouttelettes de la dissolution qui se sont desséchées ; ces particules sont électrisées, mais leur nombre est trop faible pour qu'elles puissent agir sur l'électromètre.

J. ALGERMISSEN. — Ueber das statische Funkenpotential bei grossen Schlagweiten (Différence de potentiel explosive statique pour les longues étincelles). — P. 1007-1016.

Ces expériences se rapportent à des étincelles de 0,5 à 5 centimètres entre boules de 1 centimètre de rayon. Les différences de potentiel sont évaluées en déterminant la longueur d'étincelle que peut donner une fraction connue de cette différence.

Jusqu'à 2 centimètres d'étincelle, les résultats sont d'accord avec ceux des précédents expérimentateurs ; au delà, entre 2 et 5 centimètres, les écarts sont considérables : l'auteur n'en connaît pas la raison.

Il est indifférent de charger lentement le système avec une machine à influence, ou rapidement avec une bobine; à partir de $2^{cm},5$ d'étincelle, les différences de potentiel trouvées avec la machine sont plus grandes que celles trouvées avec la bobine.

J ALGERMISSEN. — Verhältniss von Schlagweite und Spannung bei schnellen Schwingungen (Relation entre la distance explosive et la différence de potentiel dans le cas des oscillations rapides). — P. 1016-1029.

Si la période des oscillations n'est pas inférieure à 10^{-6} secondes les courbes qui représentent cette relation ont sensiblement la même forme que celles qui se rapportent à la charge statique. Pour les périodes plus courtes, ces courbes sont à peu près des droites qui ne passent pas par l'origine ; on a donc :

$$V = a + bl,$$

a et b étant des constantes qui dépendent de la fréquence et du diamètre des électrodes : l'influence de ce diamètre est moins marquée que dans le cas de la charge statique.

Si l'exploseur reçoit des rayons ultra-violets, la distance explosive correspondant à une différence de potentiel donnée est augmentée : la droite représentative passe à très peu près par l'origine.

B. WALTER. — Photographische Aufnahmen von Radiumkörnchen im eigenen Licht (Radiographie d'un grain de radium par ses propres radiations). — P. 1030-1031.

D'après ces radiographies, l'émission lumineuse du radium ne serait pas uniforme sur toute sa surface ; mais certains points sont, d'une manière permanente, le siège d'une émission plus intense.

B. WALTER. — Einige weitere Bemerkungen über Blitze und photographische Blitzaufnahmen (Nouvelles remarques sur les éclairs et leurs photographies). — P. 1032-1044.

L'auteur apporte quelques arguments à l'appui de son explication des lueurs observées fréquemment à côté de la décharge principale sur les clichés d'éclairs photographiés sur une plaque en mouvement, et qu'il attribue à des décharges résiduelles.

R.-H. WEBER. — Die Magnetisierbarkeit der Manganisalze (Susceptibilité magnétique des sels manganiques). — P. 1056-1070.

La susceptibilité magnétique moléculaire du manganèse est, d'après les mesures effectuées sur :

1° Le phosphate manganique, PO^4Mn''' :

0,01084 ;

2° Le sulfate manganique, $(SO^4)^3$, $(Mn''')^2$:

0,01514 ;

3° La dissolution du bioxyde dans l'acide chlorhydrique, $MnCl^4$ (?) :

0,01098.

Elle est donc moindre que celle des sels manganeux.

A. SCHMIDT. — Werte der erdmagnetischen Elemente zu Potsdam für das Jahr 1905 (Valeurs des élements du champ magnétique terrestre à Potsdam pour l'année 1905). — P. 1079-1080.

Déclinaison	D	— 9° 34,5
Inclinaison...............	I	+ 66° 19,3
Composante horizontale...	H	0,18879 gauss
» nord.........	X	+ 0,18616
» est...........	Y	— 0,03140
» verticale	Z	+ 0,43051
Intensité totale...........	F	0,47008

Orages magnétiques : 6 janvier, 3 février, 2 et 7 mars, 1er avril, 9 juin, 2 et 3 août, 12, 15 et 16 novembre.

M. Lamotte.

Otto ROHDE. — Ueber Oberflachenfestigkeit bei Farbstofflösungen, über lichtelektrische Wirkung bei denselben und bei den Metallsulfiden (Sur la ténacité de la surface des solutions de matières colorantes, sur l'action photoélectrique de ces substances et des sulfures métalliques). — P. 935-959 (Diss. inaug. de Kiel).

On peut facilement reconnaître que la couche superficielle de certains liquides — parmi lesquels les solutions aqueuses de fuchsine et de violet de méthyle, objets des expériences actuelles — devient graduellement visqueuse, et enfin véritablement solide. L'auteur a étudié de la manière suivante la ténacité de cette couche solide. Un vase cylindrique en verre, lesté et suspendu par un fil de torsion, plonge partiellement dans le liquide contenu dans un vase plat, et dont on renouvelle la surface au début de chaque expérience ; au

bout d'un temps connu, qui définit l'*âge* de la surface, on tord le fil jusqu'à ce qu'un petit miroir solidaire de la pince supportant le vase, et dans lequel on observe l'image de l'œil, commence à se déplacer; on lit alors l'angle de torsion, qui permet de connaître l'effort sous lequel se produit la rupture de la couche, rupture qui a lieu juste à ce moment. Cet effort augmente avec l'âge de la surface jusqu'à une limite dépendant de la concentration et croissant avec elle, ce qui conduit à attribuer à la couche solide une épaisseur d'autant plus grande que la concentration est plus grande. En faisant certaines hypothèses sur l'épaisseur de la couche (qui, d'après les expériences, devait être constamment d'un ordre de grandeur inférieur à celui de la sphère d'action), l'auteur a calculé que la ténacité de cette couche est inférieure à 2,94 kg/mm^2 pour la fuchsine et à 2,1 kg/mm^2 pour le violet de méthyle. La formation de la couche serait due à une concentration croissante, dans la couche superficielle, des molécules de substance dissoute qui finiraient par sortir de la solution et par s'agréger les unes aux autres, les molécules d'eau de la surface étant attirées vers l'intérieur plus fortement que celles de la substance, à cause de la grandeur des actions entre molécules d'eau (grandeur de la tension superficielle).

De même, la déperdition de l'électricité négative sous l'action des rayons ultra-violets augmente considérablement d'abord, plus lentement ensuite, avec l'âge de la surface, et les courbes rappellent tout à fait celles que fournit l'étude de la solidité. L'évaporation du dissolvant ne paraît jouer aucun rôle, car avec les solutions alcooliques les propriétés photoélectriques de la couche superficielle n'ont éprouvé aucune altération après plusieurs jours, tandis qu'avec les solutions aqueuses l'altération est déjà sensible au bout de quelques minutes. Les propriétés photoélectriques sont liées étroitement à l'âge de la surface et sont uniquement dues à sa solidification.

Sulfures métalliques. — Ils donnent tous lieu à des phénomènes photoélectriques. Le procédé de préparation d'un même sulfure est sans influence sur la grandeur de l'effet produit, toutes les autres circonstances restant les mêmes; par contre, l'état de la surface — particulièrement la rugosité — la densité et la structure moléculaire ont une influence essentielle; l'ordre de grandeur des effets est le même qu'avec l'aluminium poli. Dans la lumière visible d'une lampe Nernst, les sulfures sont beaucoup moins sensibles que ce métal.

P. Lugol.

T. XX, n° 6; 1906.

W. VOIGT. — Ueber die sogenannte innere konische Refraktion bei pleokroitischen Kristallen (Sur la réflexion dite conique intérieure dans les cristaux pléochroïques). — P. 108-126.

Extension aux cristaux pléochroïques de la méthode du flux d'énergie, utilisée antérieurement pour l'étude des cristaux ordinaires (1).

Les propriétés particulières des cristaux pléochroïques modifient le phénomène de la réfraction conique intérieure. L'auteur a indiqué précédemment les particularités que présentent la vitesse de propagation et l'absorption au voisinage immédiat d'un axe optique. Il y a lieu de considérer deux axes *singuliers* c_1 et c_1', symétriques par

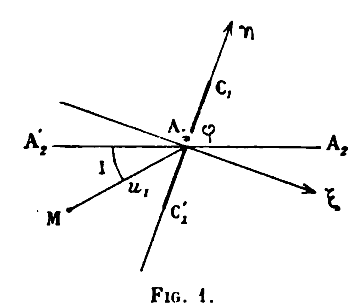


Fig. 1.

rapport à l'axe optique A_1 (*fig.* 1); les directions sont définies par leurs traces sur une sphère de rayon 1, ayant pour centre leur origine commune, et dont la partie considérée peut être regardée comme plane (2). Les particularités de la propagation sont définies par les coordonnées du point figuratif M de la direction envisagée par rapport à deux axes rectangulaires ξ et η, ce dernier coïncidant avec c_1c_1'. Les points de η compris entre c_1 et c_1' correspondent à une même vitesse de propagation pour les deux ondes auxquelles donne lieu une onde incidente, les points extérieurs à des valeurs égales de l'absorption, c_1c_1' est une ligne de discontinuité; en effet, si l'on porte en ordonnées, de part et d'autre de la surface sphérique : 1° les valeurs de la demi-différence r des carrés des vitesses de pro-

(1) *Ann. d. Phys.*, t. XVIII, p. 645; 1905; et t. XIX, p. 14; 1906; — *J. de Phys.*

(2) *Ann. d. Phys.*, t. IX, p. 367; 1902; — *J. de Phys.*, 4e série, t. I, p. 817; 1902.

pagation; 2° les valeurs de la demi-différence p des modules d'absorption, on a des surfaces à deux nappes symétriques par rapport au plan des ξ, η, mais présentant la particularité suivante : si l'on suit dans le plan des ξ, η l'une des lignes qui correspondent à une valeur constante de r, les valeurs de la différence d'absorption se trouveront sur la nappe supérieure ou la nappe inférieure de la surface caractéristique suivant que $\xi > o$ ou $\xi < o$; c'est-à-dire que les propriétés sont discontinues si l'on reste sur la même nappe, et ne sont continues que si l'on passe de l'onde ordinaire à l'onde extraordinaire en traversant c_1c_1', ou inversement.

Les formules, assez compliquées, conduisent aux résultats suivants, relatifs aux traces des deux cônes de rayons réfractés correspondant à un cône de rayons incidents ayant pour axe l'axe A_1 et pour demi-angle au sommet u_1 (mesuré par l'arc A_1M), φ (arc A_1c_1) mesurant le demi-angle des axes singuliers :

1° Pour les valeurs de u_1 supérieures à φ, on se rapproche d'autant plus du cas des cristaux transparents que u_1 est plus grand. Quand u_1 diminue, les cercles s'étranglent suivant le diamètre parallèle à l'axe η et, pour $u_1 = \varphi$, les anneaux prennent la forme de lemniscates dont le centre occupe la place même du centre des cercles initiaux ; u_1 diminuant encore, les lemniscates se rompent, et les deux parties, s'éloignant suivant l'axe des ξ, prennent le caractère d'épitrochoïdes ; sur chacune d'elles, une partie correspond à l'onde ordinaire, l'autre à l'onde extraordinaire (dans la *fig.* 2, correspondant à $2u^2 = \varphi^2$, une même grosseur de trait correspond à une même onde) ;

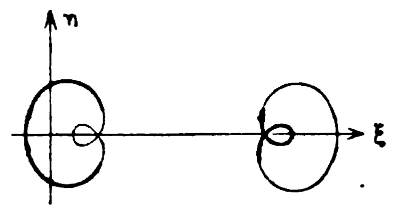


Fig. 2.

2° Les traces de deux rayons correspondant à la même normale à l'onde ne sont pas diamétralement opposées ; dans les quatre quadrants, elles sont déplacées comme l'indique la *fig.* 3; donc, dans la réfraction conique intérieure, les rayons de même polarisation

sont des plans diamétraux déplacés symétriquement l'un vers l'autre dans les quatre quadrants. Dans le plan des axes optiques, par raison de symétrie, ce déplacement est nul.

Quant à l'intensité, on est conduit à reconnaître qu'en lumière naturelle les deux anneaux lumineux ont sensiblement la même intensité aux points qui correspondent à un même rayon ; les valeurs extrêmes de l'intensité correspondent aux directions 1 et 3.

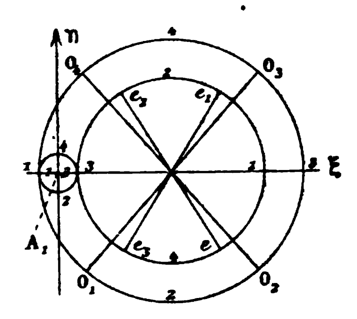


FIG. 3.

En lumière polarisée rectiligne, on voit assombris des points des anneaux qui ne sont pas sur un même diamètre, mais sont déplacés les uns vers les autres, comme l'indique la *fig.* 3 ; en lumière circulaire, on voit des intensités affaiblies également, soit dans les positions 2, soit dans les positions 4, suivant le sens de la rotation.

Ces faits ne peuvent être vérifiés que sur les très rares cristaux qui présentent une biréfringence et un pléochroïsme assez accusés, avec une absorption absolue pas trop grande.

L'auteur a pu observer un beau cristal de diopside taillé en parallélipipède et déjà étudié par Haidinger. Les déformations des anneaux (1°) n'ont pu être constatées à cause du faible pléochroïsme de la diopside ; par contre, le résultat relatif aux variations d'intensité (2°) a été nettement vérifié. La méthode consistait à faire tomber sur la petite ouverture circulaire d'un collimateur les rayons envoyés par un filament de Nernst ; on observait avec un microscope de 12 mètres de distance focale et grossissant 20 fois. Sur la face du cristal tournée vers le collimateur était appliquée une feuille d'étain percée de plus de 100 trous d'aiguille ; on observait les images données par chacune de ces ouvertures.

C. FREDENHAGEN. — Spektralanalytische Studien (Études d'analyse spectrale). P. 133-173.

Kirchhoff et Bunsen n'ayant observé les spectres que dans des flammes oxygénées, leurs travaux ne permettent pas de décider si ces spectres sont dus aux métaux eux-mêmes ou à leurs oxydes. En employant des flammes sans oxygène, Mitscherlich arriva à conclure que non seulement les métaux, mais encore leurs combinaisons pouvaient émettre des spectres caractéristiques. C'est à la solution de cette question encore controversée que se rapporte le présent travail. L'auteur a étudié qualitativement, au moyen d'un appareil qui donnait facilement une approximation de 1 $\mu\mu$, un petit nombre d'éléments, mais en produisant le spectre par tous les procédés connus. Voici ses conclusions :

1° Dans la flamme de l'oxyde de carbone, pratiquement exempt d'hydrogène, on a les mêmes spectres que dans la flamme de Bunsen, riche en hydrogène.

L'hydrogène ou l'oxhydryle ne joue donc pas de rôle appréciable dans la formation de ces spectres ;

2° Aucun métal n'a dans la flamme chlore-hydrogène le même spectre que dans la flamme de Bunsen, dont la température est à peu près la même. Les métaux alcalins et le thallium n'y donnent pas de spectre visible, tandis que les métaux alcalino-terreux, le cuivre et les autres métaux lourds donnent des spectres spéciaux, caractéristiques de la combinaison métal-flamme du chlore ;

3° Des mesures comparatives de conductibilité et de luminosité, faites sur des flammes oxyde de carbone-oxygène secs, Bunsen, et chlore-hydrogène, avec des sels de lithium, de strontium et de cuivre, montrent que, dans les trois flammes, les rapports de dissociation sont à peu près les mêmes, et qu'il n'y a pas de parallélisme entre la conductibilité et l'éclat de ces flammes ;

4° On n'a pu obtenir de spectres d'absorption avec des vapeurs chauffées (composés du thallium volatilisés dans un tube de porcelaine chauffé par un four à résistance) ;

5° On peut obtenir les spectres du chlorure et du bromure cuivreux, du chlorure de calcium, et d'autres combinaisons, en faisant passer des décharges électriques à travers un tube de Geissler à électrodes extérieures dans lequel on chauffe fortement ces substances.

Pas plus que dans la flamme chlore-hydrogène, on n'a obtenu ainsi de spectres visibles attribuables à ces combinaisons;

6° Pour obtenir les spectres métalliques purs des métaux alcalins, on a construit des lampes à vide au potassium et au sodium, qu'il a été facile de réaliser au moyen de tubes en verre dur, à électrodes extérieures excitées par un courant alternatif.

Dans la lampe au potassium, les lignes de la série principale manquent, tandis que celles de la série secondaire sont nettement visibles. Avec la lampe au sodium, au contraire, on obtient avec une grande intensité les lignes de la série principale et celles de la série secondaire. Cette différence s'explique par le fait qu'il faut faire fonctionner la lampe au sodium à une température beaucoup plus élevée que pour la lampe à potassium; la concentration absolue de l'oxyde de sodium est plus grande que celle de l'oxyde de potassium, ce qui est très favorable à la production des lignes de l'oxyde dans la lampe à sodium;

7° D'après ces expériences, il est vraisemblable que les séries principales de K et Na et la raie verte du thallium représentent des spectres d'oxydes, tandis que les séries secondaires de K et Na et le spectre d'étincelle du thallium appartiennent aux métaux eux-mêmes. Cette conclusion est corroborée par le travail de Lenard sur les centres d'émission des spectres des métaux alcalins.

Le mémoire se termine par des considérations thermodynamiques d'où on conclut que les spectres d'émission et d'absorption sélective sont liés à des phénomènes qui se produisent avec dégagement ou absorption d'énergie libre. Le point de départ est le suivant: L'équilibre entre un ion électrochimique dans la phase liquide et l'atome neutre dans la phase vapeur serait uniquement réglé par le rapport des concentrations. Il en résulterait deux conséquences fondamentales. Dans les éléments galvaniques, on a affaire à un dégagement d'énergie libre sous la forme électromagnétique. Dans les phénomènes chimiques ordinaires, tels par exemple que la combustion des gaz, les phénomènes électrochimiques ne différeraient des premiers que par leur caractère irréversible et déréglé, les premiers, réversibles, étant astreints à une régularité qui se manifeste par la séparation aux électrodes de quantités équivalentes des substances en solution. On en conclurait cette troisième proportion, que l'énergie libre des phénomènes chimiques ordinaires peut se dégager directement à l'état d'énergie électromagnétique, non pas sous la forme

de courant régulier, mais sous la forme d'un rayonnement susceptible de travail, de manière qu'à chaque phénomène déterminé correspond un rayonnement électromagnétique déterminé. En résumé, chaque phénomène chimique créerait une quantité d'énergie électromagnétique équivalente à la variation de l'énergie libre, les circonstances extérieures du développement du phénomène dans l'espace et dans le temps décidant seules si cette énergie est libérée comme courant ou comme énergie rayonnante.

Les phénomènes qui occasionnent une variation de l'énergie libre d'un système peuvent être divisés en deux groupes : ceux qui se produisent entre deux ou plusieurs atomes ou molécules d'un même corps ou de corps différents, et ceux qui concernent les transformations internes d'une même substance. Tous les cas où l'on observe une émission ou une absorption sélective se ramènent à l'un de ces deux types.

P. Lugol.

E. KOHL. — Ueber eine Erweiterung der Stefanschen Entwickelungen des elektromagnetischen Feldes für bewegte Medien (Extension des idées de Stefan sur le champ électromagnétique aux milieux en mouvement). — P. 1-35.

Stefan suppose l'agent électrique continu, indestructible et incompressible. Les forces du champ exercent la même action sur l'électricité positive et sur l'électricité négative. Cet agent remplit tout l'espace, l'éther et la matière, sans qu'on décide si sa densité est la même dans l'éther et la matière.

L'agent électrique est susceptible de trois sortes de mouvements : le déplacement diélectrique, le courant de conduction et le mouvement provoqué par la force qui agit sur une portion de l'agent se déplaçant dans le champ électromagnétique. Cette théorie aboutit à des systèmes d'équations qu'on peut identifier avec les équations de la théorie des électrons.

Fr. KOHLRAUSCH. — Ueber die Wirkung der Becquerelstrahlen auf Wasser (Action des rayons de Becquerel sur l'eau). — P. 87-96.

La conductibilité de l'eau pure n'est pas modifiée par les rayons de Becquerel (rayons du radium) pendant que le liquide est soumis à l'action de ce rayonnement.

Si on étudie la variation de la conductibilité de l'eau avec le temps, on trouve que l'accroissement est un peu plus rapide quand l'eau subit l'action des rayons du radium. La différence est très petite et correspond à la formation d'un nombre d'ions extrêmement faible (1/800 de milligramme en deux semaines).

F. KOHLRAUSCH et F. HENNING. — Das Leitvermögen wässeriger Lösungen von Radiumbromid (Conductibilité du bromure de radium en solution aqueuse). — P. 96-107.

Avec 8 milligrammes de bromure de radium, on a préparé des dissolutions jusqu'à la concentration de 1 0/0 environ, soit 1/20 normale environ.

La conductibilité moléculaire diminue quand la concentration augmente, de 123,7 à 99,4, si on adopte le poids atomique 225, trouvé par Mme Curie, ou de 133,5 à 106,6, si on adopte le poids atomique 258, d'après les expériences spectroscopiques de Runge et Precht.

La vitesse de migration de l'ion $\frac{1}{2}$ Ra serait, d'après ces nombres, 58 (Ra = 225) ou 68 (Ra = 258); le coefficient de température, 0,0239 (ou 0,0237).

Si on admet Ra = 225, le radium se classe bien dans le groupe des métaux alcalino-terreux.

E. DORN. — Heliumröhren mit elektrolytisch eingeführten Natrium und Kalium (Tubes à hélium raréfié et revêtement de sodium et de potassium électrolytiques). — P. 127-132.

Ces tubes sont très bien appropriés aux expériences sur les ondes stationnaires électriques, en particulier aux expériences de cours.

H. SCHERING. — Der Elster-Geitelsche Zerstreuungsapparat und ein Versuch quantitativer absoluter Zerstreuungsmessung (Appareil à déperdition d'Elster et Geitel ; essai d'une mesure de la déperdition en valeur absolue). — P. 174-195.

Le coefficient de déperdition de l'appareil d'Elster et Geitel n'est pas constant, et on ne connaît pas la loi qui relie les indications fournies par l'instrument à la densité des ions et à leur vitesse dans l'air atmosphérique.

L'auteur a construit un certain nombre de caractéristiques, en portant en abscisses le potentiel du conducteur soumis à la déperdition et en ordonnées l'intensité $\frac{d\eta}{dt}$ du courant de déperdition.

Ces caractéristiques sont des droites qui ne passent pas par l'origine. Quand le conducteur n'est pas protégé par un écran électrique, le courant de déperdition est la superposition d'un courant de conduction (obéissant à la loi d'Ohm) et d'un courant de saturation. Lorsque le conducteur est entouré d'un écran, le courant de déperdition se réduit sensiblement à un courant de saturation. Si l'air est agité, le courant de conduction n'est pas augmenté et une partie du courant de saturation se transforme en courant de conduction.

L'appareil d'Elster et Geitel ne peut donc servir à des mesures quantitatives.

En apportant quelques modifications à l'appareil et réduisant le potentiel de charge, M. Schering a réussi à rendre le coefficient de déperdition à peu près indépendant de ce potentiel, au moins au degré de précision que comportent les mesures.

Les vitesses des ions déterminées avec cet appareil modifié sont plus petites que les vitesses trouvées par les autres expérimentateurs ; mais le rapport entre la vitesse des ions positifs et celle des ions négatifs est le même.

T. XX, n° 7; 1906.

H. SIEVEKING. — Beiträge zur Theorie der electrischen Entladung in Gasen (Contribution à la théorie de la décharge électrique dans les gaz). — P. 209-237.

Les expériences ont été effectuées dans de très grands récipients (ballons de verre de 60 litres), pour éliminer l'influence des parois. Les deux électrodes sont, l'une une boule de cuivre de 5 centimètres de diamètre, l'autre une pointe très fine. Celle-ci est constamment reliée au sol, tandis que l'autre est portée à un potentiel connu. On détermine l'intensité du courant de décharge à l'aide d'un électroscope enfermé lui-même dans un récipient vide, pour éviter la déperdition par l'air. Dans ces conditions, cette déperdition est nulle tant que le potentiel reste inférieur au potentiel de décharge.

L'électromètre ne décèle pas de courant obscur avant la décharge, comme le demande la théorie électrolytique.

Quand les récipients sont de grande capacité, les dimensions de la région obscure ne sont pas modifiées par la présence d'une substance ionisante (radium) : ce résultat contredit la théorie électrolytique qui représente la région obscure comme un espace où les ions sont raréfiés.

D'après les mesures faites par la méthode de partage des charges, la capacité est la même pour l'électricité positive et pour l'électricité négative.

Toutes ces expériences tendent à démontrer le caractère exclusivement disruptif de la décharge.

R. GANS. — Zur Electronenbewegung in Metallen (Mouvement des électrons dans les métaux). — P. 293-326.

D'après la théorie de Drude, le coefficient

$$\frac{d \,.\, \log N}{dT},$$

où N désigne le nombre d'ions par unité de volume dans le bismuth, doit être très petit. Les mesures de l'effet Hall effectuées à l'aide du galvanomètre ou de l'électromètre ne présentent pas de différences d'ordre supérieur à celui des erreurs d'expériences : ce qui confirme la théorie.

Comme l'a signalé Lenard, la conductibilité du bismuth est plus grande pour les courants alternatifs, même d'assez faible fréquence (10.000), que pour les courants continus. La différence n'est pas plus grande quand on emploie des courants de fréquence plus élevée ($6 \,.\, 10^6$).

F. v. LERCH. — Trennungen des Radiums C vom Radium B (Séparation du radium C et du radium B). — P. 345-354.

Cette séparation peut s'effectuer par des métaux plongés dans la dissolution ou par l'électrolyse. Le cuivre et le nickel précipitent seulement le radium C dans une dissolution de platine activé ; de même on obtient ce radium sur la cathode quand on électrolyse la dissolution avec un courant de faible intensité.

D'après l'activité initiale acquise par les lames métalliques plongées dans la dissolution à différentes époques, on peut déterminer

la quantité de radium C qui se trouve encore dans la dissolution. Ces valeurs initiales sont représentées par des points de la courbe d'extinction du radium B ; mais les courbes relatives aux différentes lames ne se superposent pas, ce qui prouve que le radium C n'est pas seul dans la dissolution.

Le plomb et le fer précipitent le radium C et une petite quantité de radium B ; la platine reste inactif, le palladium et l'argent n'acquièrent que des traces d'activité. L'activité du plomb et du fer s'éteint d'abord rapidement, puis peu à peu se rapproche de la loi d'extinction du radium B.

Dans une solution acide, sur la cathode de platine polie, se dépose du radium C ; sur une cathode platinée, on obtient aussi du radium B. L'anode devient active quand on électrolyse une solution chlorhydrique avec une anode d'argent, une solution sulfurique avec une anode de plomb, une solution de potasse avec une anode de cuivre.

L'activité de l'anode se perd moins vite que celle de la cathode.

Les deux radiums peuvent aussi être séparés à la faveur de certaines précipitations. Si on ajoute à la solution chlorhydrique de l'azotate de baryum et qu'on précipite ensuite par l'acide sulfurique, le précipité de sulfate de baryum entraîne le radium B ; la liqueur filtrée et évaporée abandonne du radium C pur. Si on ajoute du sulfate de cuivre et précipite ensuite par la potasse, l'oxyde de cuivre entraîne un peu de radium B avec un grand excès de radium C.

Le plomb, ajouté à une dissolution active dans l'acide azotique et précipité à chaud par l'acide sulfurique, entraîne le radium B et laisse le radium C dans la liqueur filtrée.

Cl. SCHAEFER et M. LAUGWITZ. — **Zur Theorie des Hertzschen Erregers und über Strahlungsmessungen an Resonatoren** (Théorie de l'excitateur de Hertz et mesures du rayonnement des résonateurs). — P. 354-364.

Discussion des expériences de M. Paetzold (1) : les principaux arguments sont ceux d'Aschkinass (2).

---

(1) *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 683.
(2) *J. de Phys.*, ce vol. p. 245.

H. DEMBER. — Ueber den lichtelektrischen Effekt und das Kathodengefälle an einer Alkalielektrode in Argon, Helium und Wasserstoff (Effet photoélectrique et chute de potentiel cathodique à la surface des métaux alcalins dans l'argon, l'hélium et l'hydrogène). — P. 379-397.

La cathode est formée par un alliage de potassium et de sodium correspondant à la formule NaK.

La sensibilité photoélectrique de cet alliage, mesurée par la chute de potentiel cathodique dans l'hélium à la pression de 3 millimètres, est plus grande que dans l'hydrogène.

La chute de potentiel trouvée par Strutt pour le platine dans l'hydrogène, 226 volts, est trop grande : elle est voisine de 160 volts. Elle est à peu près la même dans l'argon. Pour l'alliage NaK, elle est de 63 volts dans l'argon, plus faible que dans l'hélium (78,5 volts) ; la sensibilité photoélectrique est plus grande aussi dans l'argon. Cette sensibilité s'est montrée, dans tous les cas, d'autant plus grande que la chute de potentiel cathodique est plus petite.

K.-E. GUTHE. — Das elektrochemische Æquivalent des Silbers (Équivalent électro-chimique de l'argent). — P. 429-432.

Les valeurs trouvées par E. Guthe sont en moyenne plus petites de $0^{mg},0002$ que celles de Van Dijk [1].

P. Lugol.

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL;

Vol. XXIII ; janvier-juin 1906.

George HALE. — A program of solar research (Un programme de recherches solaires). — P. 1-11.

C'est le programme des recherches à accomplir à l'Observatoire de mont Wilson, spécialement affecté à l'étude du Soleil : il comprend l'étude du Soleil comme étoile-type, en vue de l'évolution stel-

(1) *J de Phys.*, 4e série, t. V, p. 590 ; 1906.

laire, et l'étude du Soleil comme corps central de notre système, en vue des relations entre les phénomènes solaires et terrestres.

George HALE et Walter-S. ADAMS. — Photographic observations of spectra of sun spots (Observations photographiques des spectres des taches du Soleil). — P. 11-44.

La région étudiée avec un spectrographe autocollimateur de $5^m,5$ de foyer, combiné avec le télescope Snow de 18 mètres, s'étend de λ 5000 à λ 5850. Un tableau donne l'estimation de l'intensité des raies; il est suivi d'une étude sur les bandes dans les spectres de taches et sur la cause, qui pourrait être l'absorption à elle seule, qui fait paraître ces dernières plus sombres que le disque solaire.

Walter-S. ADAMS. — Some notes on the H and K Lines and the motion of the calcium vapor in the Sun (Quelques notes sur les raies H et K et les mouvements de la vapeur du calcium dans le Soleil). — P. 45-53.

Les mesures de l'auteur attribuent aux raies H et K dans l'arc les longueurs d'onde 3968,618 et 3933,808.

Partant de ces nombres, il trouve que, sur le Soleil, elles sont légèrement déplacées vers le violet, en moyenne de 0,006 U. A.

La vapeur du calcium s'élèverait donc au-dessus de la surface du Soleil avec une vitesse d'environ $0^{km},41$ par seconde.

George HALE et Ferdinand ELLERMAN. — The five foot spectroheliograph of the Solar Observatory (Le spectrohéliographe de 5 pieds de l'Observatoire Solaire) [1]. — P. 54-64.

Ce spectrohéliographe, qui doit être employé en connexion avec un cœlostat et des miroirs concaves de très grandes longueurs focales (18 ou 43 mètres), diffère de celui qui est en usage à l'Observatoire Yerkes en ce que l'instrument se déplace devant l'image du Soleil et la plaque photographique, qui restent fixes. Il peut être employé avec 1, 2, 3 ou 4 prismes à grande dispersion et tout un jeu de fentes de courbures différentes.

---

(1) Mont Wilson (Californie).

P.-G. NUTTING. — Line Structure (Structure des raies spectrales). I, p. 65-79; et II, p. 220-232.

Dans la première partie de ce travail, l'auteur étudie expérimentalement la structure des raies spectrales à l'aide d'un échelon de Michelson qui permet d'observer des raies de 0,005 U. A. de large ; il se sert des diverses sources lumineuses utilisables, tubes de Plücker, étincelles ou arc, et passe en revue plus de 35 corps. Le fait le plus frappant est peut-être la variabilité d'une même raie. Les composantes et satellites changent constamment en nombre, intensités relatives et position avec toutes les fluctuations légères de la source et souvent sans causes apparentes.

Voici quels sont les principaux types de raies, le deuxième et le troisième étant les plus riches :

a) Raies accompagnées de compagnons faibles ou de satellites ressemblant à de véritables raies, raie jaune de l'hélium par exemple ou raie verte du Hg. Les raies de ce type ne sont jamais obtenues simples et sont peu ou point affectées dans leur structure par les causes produisant des changements en intensité;

b) Raies qui, d'abord simples, s'élargissent indéfiniment lorsqu'on accroît l'intensité de la source ou s'élargissent et se renversent simplement, s'il y a des causes d'absorption dans la source (raies de l'or) ;

c) Raies qui se dédoublent en deux composantes fines qui se séparent régulièrement l'une de l'autre quand s'accroît l'intensité de la source (raies du fer, du platine) ;

d) Raies qui deviennent triples; la raie originale développe d'abord des ailes ; ces ailes se détachent, s'accroissent d'éclat plus rapidement que la raie primitive, si bien que le centre de cette raie complexe paraît sombre ;

e) Raies qui s'élargissent, se doublent ou se triplent dissymétriquement (raie du thallium).

Les raies appartenant à une même série subissent les mêmes modes de transformation.

Dans la seconde partie de son travail, l'auteur propose une théorie de l'élargissement, du dédoublement et du renversement des raies. Il montre d'abord que l'absorption produit des raies renversées, diffuses, mal définies. La loi de Kirchhoff ne pouvant expliquer les

bords si nets que l'on observe dans bien des raies et dans leurs satellites, il faut en chercher la cause dans des propriétés des particules rayonnantes.

C'est l'effet Doppler-Fizeau qui a le plus d'influence, soit qu'il soit dû au mouvement du radiateur le long de la ligne de visée, soit qu'il soit dû à sa rotation. Si la structure de la molécule est telle que la vitesse angulaire de rotation de ses composants soit grande vis-à-vis de sa vitesse de translation, les raies spectrales émises se dédoubleront ou se détripleront, chacune des composantes s'élargissant quand l'excitation s'accroît, jusqu'à ce que le renversement se produise par suite de la non-homogénéité de la source (raies du fer). Si, d'autre part, la vitesse angulaire est petite comparée à la vitesse linéaire, l'élargissement causé par l'effet Doppler masquera le dédoublement produit par la rotation, et la raie restera simple jusqu'à ce qu'elle se renverse. La rotation a pour effet, dans ce cas, d'élargir la partie supérieure de la courbe d'émission, de la transformer d'un V renversé en U renversé.

R. WALLACE. — Diffraction grating replicas (Réplique des réseaux de diffraction) (seconde note). — P. 96-99.

Dans une note précédente (*Astrophysical Journal*, XXII, p. 123; 1905) [1], l'auteur avait décrit le procédé qu'il employait pour obtenir ses répliques des réseaux plans de Rowland. Cette nouvelle note indique une modification à ce procédé, qui simplifie la production des moulages.

ARTHUR SCHUSTER. — The periodicity of sun-spots (La périodicité des taches solaires). — P. 101-109.

L'application du théorème de Fourier fournit à M. Schuster un procédé pour trier les différentes périodes qui peuvent exister dans les nombres de Wolf et de Wolfer représentant l'activité solaire depuis 1749.

Il arrive à des conclusions assez inattendues. Tandis que la période connue de 11 ans 125 n'apparaîtrait guère que dans les 75 dernières années, il existe une période de 4 ans 78 qui se retrouve dans les 150 ans d'observation, une autre de 8 années 32 et une autre d'environ 13 ans 6. Il est assez curieux que la somme des

(1) *J. de Phys.*, 4e série, t. IV, p. 457; 1905.

inverses de 11,125 et 8,32 soit l'inverse de 4,76 et que les durées de ces trois périodes soient à très peu près le tiers, le quart et le septième d'un même nombre 33,375.

M. Schuster conclut en envisageant sous toutes réserves le côté spéculatif de la question. Les charges d'électricité négatives sur le Soleil se dissiperaient beaucoup plus vite que les positives ; de là, entre ces masses de signes contraires, des décharges secondaires qui produiraient la luminosité de la couronne et les phénomènes du magnétisme terrestre. Mais ces décharges sont d'autant plus intenses que le champ entourant le Soleil est plus ionisé, et son ionisation doit être affectée par la circulation des matières météoriques, qui peuvent transporter avec elles des ions négatifs que le Soleil aurait déjà rejetés, ou des matières radioactives que l'on peut supposer éparses à travers l'espace. Un courant météorique ayant une durée de révolution de 11 années 25 produira des effets ayant cette période. Il peut exister d'autres courants produisant les autres périodes, ou bien plusieurs agrégats météoriques en plusieurs points d'une même orbite, chacun produisant son effet en passant au périhélie.

COLBY-M. CHESTER. — Preliminary results of United States Naval Observatory eclipse expedition in 1905 (Résultats préliminaires de l'expédition de l'Observatoire naval des États-Unis pour l'observation de l'éclipse solaire de 1905). — P. 128-143.

GEORGE-C. COMSTOCK. — A proposed method for the determination of radial velocities ofs tars (Méthode proposée pour la détermination des vitesses radiales des étoiles). — P. 148-151.

Cette méthode repose sur l'emploi du prisme objectif et sur la comparaison du spectre de l'étoile étudiée avec celui d'une étoile possédant une vitesse connue. Le système prismatique se compose de deux prismes à vision directe, chacun couvrant une moitié de l'objectif, les arêtes réfringentes se touchant ; on a donc deux séries de spectres dirigés en sens opposés, et l'on compare le spectre d'une étoile dans l'une des séries avec celui de l'autre étoile dans l'autre série.

IR WILLIAM et LADY HUGGINS. — On the spectrum of the spontaneous luminous radiation of radium. Part IV : Extension of the glow (Sur le spectre de la radiation lumineuse spontanée du radium. Partie IV : Extension de l'auréole). — P. 152-153.

F. Himstedt et G. Meyer ont annoncé que, dans leurs photographies du spectre du bromure de radium, les quatre bandes de l'azote λλ 3577, 3371, 3300, 3159, s'étendaient au dehors du sel de radium, tandis que les autres bandes moins réfrangibles y étaient invisibles. Dans les photographies des savants anglais, toutes les bandes de l'azote se continuent en dehors du sel de radium. Par contre, si le sel est enfermé dans un tube de verre mince, il n'y a aucune trace de bande en dehors du tube, ce qui montrerait que l'excitation n'est pas due aux rayons β qui traversent librement le verre, mais plutôt aux rayons α.

THEODOR LYMAN. — The spectrum of hydrogen in the region of extremely short wave-length (Le spectre de l'hydrogène dans la région des longueurs d'onde extrêmement courtes). — P. 181-211.

Exposé complet des détails expérimentaux et de la méthode de mesure que l'auteur a employés pour obtenir les longueurs d'onde des raies de Schuman. Étude de l'absorption et du spectre de l'air (une couche d'air de $0^{mm},4$ laisse suffisamment bien passer ces radiations pour qu'elles impressionnent la plaque photographique). Influence de la capacité sur cette partie du spectre; elle introduit cinq séries de nouvelles raies dans le spectre de l'hydrogène entre λ 1900 et λ 1400 sans changer grand'chose au reste du spectre, mais affaiblit tellement le spectre de l'air qu'elle le fait presque disparaître, tout en y introduisant de nouvelles raies, les mêmes que dans le spectre de l'hydrogène. Le mémoire se termine par un tableau de longueurs d'onde plus complet que celui qui a déjà été reproduit dans ce journal (t. IV, p. 54).

WALTER-M. MITCHELL. — The relation between the spectra of sun-spots and fourth-type stars (La relation entre les spectres des taches solaires et des étoiles du 4e type). — P. 211-219.

GEORGE HALE et W.-S. ADAMS. — Sun-spots lines in the spectra of red stars (Raies des taches du Soleil dans les spectres des étoiles rouges). — P. 400-405.

Quelques observateurs avaient pensé que le spectre particulier des étoiles du 4e type pouvait être dû à des taches analogues à celles du Soleil. Une nouvelle comparaison des raies de ces étoiles avec celles des taches semble prouver à M. W. Mitchell qu'il n'en est rien.

George Hâle et W.-S. Adams lui répondent que, si les deux sortes de spectres ne sont pas tout semblables, ils ont néanmoins un grand nombre de raies communes, ce qui peut paraître une preuve suffisante, vu la faiblesse des étoiles du 4e type. Les étoiles du 3e type, qui ressemblent beaucoup à celles du 4e et qui se prêtent par leur intensité à un examen plus précis, ont un spectre qui montre une grande similitude avec celui des taches.

W.-J. HUMPHREYS. — An attempt to find the cause of the width and of the pressure-shift of spectrum lines (Essai pour trouver la cause de la largeur des raies du spectre et de leur déplacement sous l'influence de la pression). — P. 233-247.

Cette cause résiderait dans les actions électriques des atomes les unes sur les autres.

L'auteur suppose que chaque atome neutre peut être regardé comme un anneau d'électrons négatifs tournant autour d'un centre positif de même charge, que la fréquence des ondes électromagnétiques ou lumineuses est la même que celle de la révolution orbitale de l'électron, et que celle-ci est pratiquement indépendante des variations de température. Soient deux atomes de ce type à axes de rotation parallèles. Quand leur distance est grande par rapport à leurs rayons, les actions électriques de l'un sur l'autre sont pratiquement nulles; mais, si leur distance décroît assez, les forces résultantes, répulsion électrostatique ou induction électromagnétique, peuvent devenir très notables. Donc, quand un gaz lumineux est assez raréfié pour que les atomes ne s'influencent pas les uns les autres, les raies

spectrales sont étroites, leur largeur n'étant due qu'aux mouvements des atomes dans la ligne de visée produits par la température. Le calcul montre que leur largeur est alors symétrique autour du point d'intensité maxima, proportionnelle à la longueur d'onde et à la racine carrée de la température absolue et inversement proportionnelle à la racine carrée du poids atomique. Mais, quand la densité s'accroît, l'action des atomes les uns sur les autres devient plus marquée ; elle produit des attractions ou répulsions augmentant les mouvements radiaux, et par suite élargissant les raies, et des courants d'induction mutuelle entraînant un élargissement dissymétrique du côté du rouge.

M. W. Humphreys tire de sa théorie des conclusions importantes : en dehors des élargissements et déplacements proportionnels à la pression, elle explique des relations avec le poids atomique et le phénomène de Zeeman, les raies le plus déplacées par le champ magnétique devant l'être aussi le plus par la pression, puisque l'un et l'autre des deux phénomènes ont pour cause une action électromagnétique sur certains atomes, qu'elle soit produite par un champ extérieur au gaz ou qu'elle le soit par le champ propre des atomes.

K. SCHWARZSCHILD et W. WILLIGER. — On the distribution of brightness of the ultraviolet light on the sun-disk (Sur la distribution de l'intensité de la lumière ultra-violette sur le disque solaire). — P. 284-305.

Les mesures de Vogel et de Very dans les spectres visibles et infra-rouges ont montré que la luminosité du disque solaire décroît beaucoup plus vite au voisinage du limbe que ne le voudrait la loi de l'absorption dans l'atmosphère terrestre. Ces nouvelles mesures dans l'ultra-violet montrent que la diminution d'éclat n'y est pas plus marquée que dans le violet, ce qui différencie encore l'atmosphère solaire de l'atmosphère terrestre où l'absorption croît très rapidement dans cette partie du spectre.

Le procédé expérimental employé consistait à photographier le Soleil avec un objectif en verre d'Iéna laissant passer l'ultra-violet jusqu'à λ 300, mais recouvert d'une couche d'argent; les rayons actifs étaient donc compris entre λ 320 et λ 325. Les opacités des divers points de l'image photographiée étaient obtenues par leur comparaison à une échelle d'opacité à l'aide du microphotomètre de Hartmann.

W.-H. JULIUS. — A new method for determining the rate of derease of the radiating power from the centre, toward the limb of the solar disk (Nouvelle méthode pour déterminer la loi de décroissement du pouvoir rayonnant du centre au limbe du disque solaire). — P. 312-323.

Les méthodes employées jusqu'ici ne tenaient pas compte de la diffusion des rayons solaires par l'atmosphère terrestre. Cependant, à cause d'elle, en un point donné de l'imagedu Soleil, se trouvent non seulement des rayons venant du point correspondant du Soleil, mais en plus, des radiations venant d'autres points. Cet effet troublant ne se fait évidemment pas sentir de la même façon sur le bord du disque qu'au centre; il est variable avec l'état de notre atmosphère. L'auteur évite cette cause d'erreur en faisant des observations pendant une éclipse totale.

Il montre aussi que les théories pour expliquer cette décroissance du pouvoir rayonnant sont faussées parce que les auteurs admettent tous qu'un rayon issu de la photosphère se propage en droite ligne jusqu'à nous, malgré les réfractions importantes dans l'atmosphère solaire.



FRANCES LOWATER. — The spectre of sulphur dioxide (Le spectre de l'anhydride sulfureux). — P. 324-334.

Étude du spectre d'absorption et du spectre d'émission de ce corps.

Pour obtenir le spectre d'absorption, le gaz était enfermé dans un tube de fer de 2 mètres de long à des pressions variant de $1^{mm},3$ de Hg à 3 atmosphères, et traversé par un faisceau lumineux issu d'un arc au charbon ou d'une étincelle entre électrodes de magnésium. Ce spectre se compose d'une bande très large et d'autres en très grand nombre, relativement étroites et de différentes intensités. Quand la pression diminue, les bandes deviennent plus étroites et plus faibles et le côté rouge de la grande bande semble se retirer vers le côté violet, cette partie de la bande étant remplacée par des bandes étroites. Aux pressions les plus basses, la grande bande est entièrement résolue en bandes étroites. L'absorption dépend du nombre de molécules rencontrées par le faisceau lumineux ; elle est la même pour un tube de 20 centimètres et une pression de $1^{cm},35$ que pour un tube de 207 centimètres et une pression de $0^{m},13$. La distribution des bandes en séries est difficile à mettre en évidence.

Le spectre d'émission a été étudié avec un courant assez faible pour ne pas décomposer le gaz, aussi les poses ont été fort longues. Il se compose de bandes dont les têtes sont tournées vers l'ultra-violet, se différenciant ainsi des bandes du soufre. Ces bandes peuvent être groupées en trois séries suivant grossièrement les lois de Deslandres.

L'auteur ne fait pas de comparaison entre les deux espèces de spectre, et ses tableaux ne montrent guère de relation entre eux.

H.-V. VOGEL. — On reflecting telescope of relatively short focus (Sur les télescopes réflecteurs de longueurs focales relativement courtes). — P. 370-389.

Description d'un télescope de 41 centimètres d'ouverture et de 90 centimètres de foyer, étude de la forme des images dans des instruments aussi courts et des qualités qu'ils présentent.

PERCIVAL LEWIS. — A large quartz spectrograph (Un grand spectrographe de quartz). — P. 390-395.

Cet instrument possède deux prismes de Cornu de $6^{cm},8$ de hauteur et $9^{cm},2$ de largeur; la lunette et le collimateur ont une même longueur focale de 91 centimètres. Les prismes sont au minimum de déviation pour λ 2400.

DE LISLE STEWART. — Objectif-prism comparison spectrograph (Spectrographe à prisme objectif avec spectre de comparaison). — P. 396-400.

Deux objectifs semblables sont accolés de façon que leurs axes optiques fassent un angle de plusieurs degrés, 15 par exemple; devant chacun d'eux, un prisme objectif de 12° les base en regard. Les prismes étant au minimum de déviation, une même étoile donne deux spectres côte à côte, en sens inverse, sur une plaque photographique commune aux deux lunettes, inclinée de 7°,5 sur l'axe de chacune d'elles; on voit que, dans ce système, les rayons rouges de chaque spectre sont à une distance moindre de l'objectif correspondant que les violets, ce qui favorise la mise au point.

Entre les deux objectifs il y a deux petites lentilles : l'une sert de lunette-guide, l'autre donne une image de référence de l'étoile sur la plaque.

Jules BAILLAUD.

MARS 1907.

TABLE DES MATIÈRES

MARS 1907.

(Voir la suite à la page 3.)

[illegible]. — Imprimerie [illegible]

[illegible]

Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, G. LIPPMANN, E. MASCART,

L. POINCARÉ,

ET

MM. B. BRUNHES, M. LAMOTTE et G. SAGNAC,
adjoints à la rédaction,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

QUATRIÈME SÉRIE.

TOME VI. — AVRIL 1907.

(Clos le 15 Mars.)

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

97, BOULEVARD ARAGO (14e).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. **Lucien Poincaré**, 130, rue de Rennes, à Paris, 6e.

Tout ce qui concerne l'administration (demandes d'abonnements, réclamations, etc.) doit être adressé à **M. Sandoz**, boulevard Arago, 97, à Paris, 14e.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 17 francs pour la France ou 19 francs pour les pays ci-dessus désignés, au nom de M. Sandoz, Secrétaire du Journal, 97, boulevard Arago, à Paris, 14e. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

TABLE DES MATIÈRES (*suite*).

AVRIL 1907.

SUR LA THÉORIE DES DIÉLECTRIQUES ET LA FORMULE DE CLAUSIUS;

Par M. G. SAGNAC.

Clausius considère un diélectrique comme formé d'un ensemble de petites sphères conductrices séparées par des intervalles vides de matière. Ces sphères représentent les particules matérielles. Lorsque le diélectrique est placé dans un champ électrique, chacune des sphères élémentaires s'électrise par influence; de là résulte la polarisation du diélectrique. En développant cette hypothèse, Clausius établit la formule :

$$K = \frac{1 + 2g}{1 - g}.$$

K représente la constante diélectrique, telle qu'elle est définie dans la théorie des diélectriques de Sir W. Thomson. Le nombre g est introduit par l'hypothèse de Clausius. Il représente la fraction de l'unité de volume du diélectrique occupée par l'ensemble des sphères élémentaires extrêmement nombreuses que renferme cette unité de volume.

Voici une démonstration très directe de cette formule de Clausius :

Si les sphères élémentaires conductrices sont à des distances mutuelles suffisamment grandes vis-à-vis de leur rayon, chacune d'elles s'électrise par influence et acquiert un *moment électrique* élémentaire qu'on peut calculer comme si cette sphère existait seule dans le champ électrique F supposé uniforme. Le moment électrique d'une sphère diélectrique de volume V contenant un grand nombre de sphères élémentaires est la somme des moments électriques des sphères élémentaires contenues dans ce volume.

On démontre que le moment électrique d'une sphère conductrice placée dans le champ électrique F a pour valeur $\frac{3}{4\pi}$ F par unité de volume (Note 1). Le moment serait donc $\frac{3}{4\pi}$ FV pour une sphère conductrice de volume V.

Une sphère diélectrique de volume V renferme un grand nombre de sphères conductrices élémentaires dont le volume total est gV. Le moment électrique de la sphère diélectrique est donc :

$$(1) \qquad M = \frac{3}{4\pi} FgV.$$

La théorie des diélectriques de Sir W. Thomson, où le diélectrique est considéré comme continu et caractérisé par la constante diélectrique K, conduit, d'autre part, comme on sait (Note 2), à la valeur du moment :

$$M = \frac{3}{4\pi} F \frac{K-1}{K+2} V. \tag{2}$$

On a donc, en identifiant les deux valeurs (1) et (2) de M :

$$g = \frac{K-1}{K+2}, \tag{3}$$

d'où se déduit la valeur de K en fonction de g, qu'il s'agissait d'établir.

Si le diélectrique est comprimé ou dilaté sans changement de température, et si l'on admet qu'il reste formé des mêmes particules élémentaires seulement plus rapprochées ou plus écartées, il y a simplement variation de g proportionnellement à la densité d du diélectrique, et le rapport :

$$u = \frac{g}{d} = \frac{K-1}{K+2}\frac{1}{d}, \tag{4}$$

demeure constant. La valeur de u est celle du volume total des sphères élémentaires qui se trouvent dans l'unité de masse du diélectrique; cette *constante de Clausius* caractérise le diélectrique indépendamment de sa densité.

Ce qui précède s'applique aussi à un diélectrique D formé d'un mélange homogène de deux diélectriques D_1 et D_2 de constantes de Clausius différentes u_1 et u_2. Si 100 grammes de D renferment p grammes de D_1 et $(100 - p)$ grammes de D_2, le volume total des sphères élémentaires de Clausius est $100u$ pour les 100 grammes du mélange, pu_1 et $(100 - p)\,u_2$ pour les masses des deux diélectriques composants. Quelle que soit la variation possible de volume pendant le mélange, les volumes des sphères élémentaires invariables de D_1 et D_2 s'ajoutent pour former le volume total des sphères élémentaires du mélange. On a donc :

$$100u = pu_1 + (100 - p)\,u_2 \tag{5}$$

ou :

$$\frac{100}{d}\frac{K-1}{K+2} = \frac{p}{d_1}\frac{K_1-1}{K_2+2} + \frac{100-p}{d_2}\frac{K_2-1}{K_2+2}. \tag{6}$$

On démontre de même que, si le poids P d'un diélectrique D renferme divers poids tels que p_i de divers diélectriques D_i de densités correspondantes d_i, on a :

$$\frac{P}{d}\frac{K-1}{K+2}=\Sigma\frac{p_i}{d_i}\frac{K_i-1}{K_i+2} \tag{7}$$
$$(P=\Sigma p_i).$$

Rappelons enfin que, si l'on remplace dans (4) la valeur de K par le carré n^2 de l'indice n de réfraction, on retrouve la constante de réfraction de H.-A. Lorentz et L. Lorenz :

$$u=\frac{n^2-1}{n^2+2}\frac{1}{d}.$$

De même la relation (7) donne :

$$\frac{P}{d}\frac{n^2-1}{n^2+2}=\Sigma\frac{p_i}{d_i}\frac{n_i^2-1}{n_i^2+2} \tag{8}$$
$$(P=\Sigma p_i).$$

La formule (8) permet de prévoir l'indice n de réfraction d'un mélange renfermant des poids connus p_i de divers corps de densités d_i et d'indices n_i à l'état libre. Les indices n ainsi calculés s'accordent assez bien avec les valeurs observées, notamment dans le cas des dissolutions chimiques faites sans réaction chimique, plus ou moins ionisées d'ailleurs [Voir sur ce dernier point spécialement Chéneveau (*Comptes Rendus de l'Acad. des Sc.*, t. CXXXVIII, p. 1483, 1578, et t. CXXXIX, p. 361 ; 1904)].

NOTE 1.

Rappelons la démonstration directe de ce résultat :

La couche électrique d'influence prise par une sphère dans un champ uniforme F est une *couche de glissement* ainsi définie : on imagine le volume de la sphère uniformément électrisé : soit ρ la densité cubique de cette électrisation ; la quantité d'électricité totale est :

$$m=\frac{4}{3}\pi r^3\rho,$$

si r désigne le rayon de la sphère. On suppose la sphère O (*fig.* 1) ainsi électrisée négativement (charge $-m$), et on imagine une seconde sphère identique, mais positive (charge $+m$), obtenue en faisant glisser très peu la première sphère, le centre O venant en O' dans le sens OO' du champ influençant F. Pour que la couche d'influence définie par la superposition des deux sphères positive et négative représente la couche produite par l'influence, il faut qu'elle produise en un point M quelconque de l'intérieur de la sphère un champ $-$ F égal et opposé au champ influençant, de manière que le champ résultant soit nul dans la

sphère conductrice. Or la masse négative agit seulement par la masse $\frac{4}{3}\pi\overline{OM}^3 . \rho$ intérieure à la sphère de rayon $\overline{OM}$ et produit en M le champ $\frac{4}{3}\pi\overline{MO}\rho$ dirigé suivant MO. La masse positive produit de même le champ $\frac{4}{3}\pi\overline{O'M}\rho$ dirigé suivant

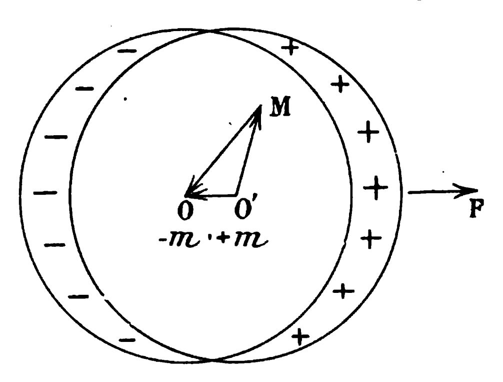


Fig. 1.

O'M. La couche de glissement produit donc en M le champ résultant des deux précédents, c'est-à-dire $\frac{4}{3}\pi\overline{O'O}\rho$ dirigé suivant O'O, c'est-à-dire en sens contraire de F. Il faut que ce champ ait la grandeur de F. Donc $\overline{O'O} . \rho = \frac{3}{4\pi}$ F. Enfin, le moment de la sphère est celui du double point (OO') formé par les masses $-m$ et $+m$ de distance $\overline{OO'}$; c'est $m\overline{OO'}$, et par unité de volume c'est $\overline{OO'}\rho$, donc $\frac{3}{4\pi}$ F.

C. Q. F. D.

NOTE 2.

Rappelons comment on peut démontrer la relation (2) :

Une sphère formée d'un diélectrique de constante spécifique K et placée dans un champ électrique uniforme F se polarise de manière à se recouvrir d'une couche superficielle de polarisation qu'on peut représenter par une couche de glissement, comme dans le cas d'une sphère conductrice (Note 1). Le double point électrisé équivalent, pour les actions électriques, à la couche d'influence, est formé par une masse $-\mu$ placée au centre ω de la sphère et une masse $+\mu$ placée au centre ω' de la sphère supposée transportée de $\overline{\omega\omega'}$ dans le sens du champ F. Comme pour une sphère conductrice, on démontre que ce double point produit à l'intérieur de la sphère un champ uniforme de sens $\overline{\omega'\omega}$ et de grandeur

$$\frac{4}{3}\pi\overline{\omega'\omega}\rho = \frac{\mu\overline{\omega'\omega}}{r^3},$$

r étant le rayon de la sphère.

Au point A sur le diamètre $\omega\omega'$, à l'extérieur et près de la sphère, le double point produit le champ :

$$\frac{\mu}{\overline{A\omega}^2} - \frac{\mu}{\overline{A\omega'}^2} = \Delta\frac{\mu}{r^2} = \frac{2\mu}{r^3}\Delta r = \frac{2\mu\overline{\omega\omega'}}{r^3}.$$

Exprimons que le flux d'induction se conserve de A, où le champ est $F + \frac{2\mu\,\overline{\omega\omega'}}{r^3}$, en B point intérieur voisin de A où le champ est $F - \frac{\mu\,\overline{\omega\omega'}}{r^3}$. On a :

$$F + \frac{2\mu\,.\,\overline{\omega\omega'}}{r^3} = K\left(F - \frac{\mu\,\overline{\omega\omega'}}{r^3}\right).$$

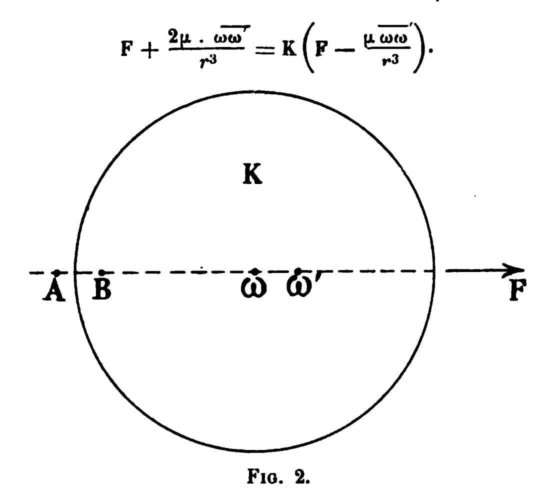


FIG. 2.

D'où pour le moment de la sphère de volume $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ la valeur :

$$M = \mu\,\overline{\omega\omega'} = \frac{3}{4\pi}\,V\,\frac{K-1}{K+2}\,F.$$

C. Q. F. D.

SUR UNE INTERPRÉTATION DIÉLECTRIQUE DE LA FORMULE DE FRESNEL $\frac{n^2-1}{n^2}$

Par M. G. SAGNAC.

Au lieu d'appliquer à la réfraction la constante optique de Lorentz et Lorenz :

$$(1) \qquad \frac{n^2-1}{n^2+2}\,\frac{1}{d},$$

on peut se proposer d'essayer la constante optique :

$$(2) \qquad \frac{n^2-1}{n^2 d}.$$

où $\frac{n^2-1}{n^2}$ est le rapport de la vitesse d'entraînement des ondes lumineuse à la vitesse du milieu d'indice n.

Les formules correspondant à (1) et (2) par l'échange de n^2 et de la constante diélectrique K sont :

$$(1') \qquad \frac{K-1}{K+2}\,\frac{1}{d},$$

et

(2′) $$\frac{K-1}{Kd}.$$

La constante (1′), considérée par Clausius avant la constante (1) de Lorentz et Lorenz, est mieux définie que la constante (2′), de même (1) est mieux définie que (2).

On peut cependant montrer que la formule (2′) doit fournir une valeur indépendante de la densité et se montrer supérieure à la formule (1′) dans le cas particulier où le diélectrique peut être regardé comme formé non plus de particules sphériques conductrices, mais d'un empilement de lamelles conductrices parallèlement orientées.

En effet, si une lame diélectrique de constante K est placée dans un champ électrique F perpendiculaire à ses deux faces, le moment électrique par unité de volume du diélectrique polarisé est :

(1) $$I = F\frac{K-1}{4\pi K},$$

tandis que, si la même lame est supposée conductrice comme un métal, elle prend un moment électrique qui, rapporté à l'unité de volume de la lame, est $\frac{F}{4\pi}$.

Ces résultats simples rappelés, nous pouvons calculer le moment I en considérant le diélectrique comme un empilement de lamelles conductrices parallèles prenant chacune le moment $\frac{F}{4\pi}$ par unité de volume. Soit g le volume total des lamelles empilées dans l'unité de volume du diélectrique. La somme des moments des lamelles formant le moment résultant I de l'unité de volume de la lame diélectrique est :

(2) $$I = \frac{F}{4\pi}g.$$

En comparant (1) et (2), en remplaçant K par n^2, on obtient :

$$g = \frac{K-1}{K} = \frac{n^2-1}{n^2}.$$

Le rapport $\frac{g}{d} = \frac{K-1}{Kd}$, où d désigne la densité, est le volume invariable du nombre constant de lamelles contenues dans l'unité de masse du diélectrique, dont la densité est supposée seule varier.

Donc $\frac{g}{d} = \frac{K-1}{Kd}$ ou encore $\frac{n^2-1}{n^2d}$, si l'on admet la formule $K = n^2$, est la constante diélectrique ou optique d'un milieu formé de lamelles conductrices empilées parallèlement.

RÉALISATION DE LA SYNTONIE PAR L'EMPLOI DE DÉTECTEURS BOLOMÉTRIQUES;

Par M. C. TISSOT (1).

Les remarquables expériences de Paulsen ont rappelé l'attention sur le problème de la syntonie en télégraphie sans fil.

On sait que ce problème consiste à réaliser un dispositif qui ne soit impressionné que par les ondes émises par certaines stations déterminées à l'exclusion de toutes les autres.

Bien qu'il n'ait pas paru jusqu'ici possible d'en donner une solution complète, il y a intérêt, en pratique, à se rapprocher des conditions que cette solution suppose :

1° Pour pouvoir mettre les appareils récepteurs à l'abri des troubles provenant des émissions étrangères ;

2° Pour pallier les effets dus aux décharges atmosphériques ;

3° Pour ne pas être soi-même une cause constante de troubles pour les autres stations réceptrices.

En raison de l'amortissement, la résonance électrique présente nécessairement un certain flou et ne peut, en général, acquérir la netteté de la résonance acoustique.

La théorie de la résonance indique d'ailleurs les conditions générales qu'il convient de remplir pour obtenir une résonance aiguë.

Le transmetteur et le récepteur doivent avoir des amortissements aussi faibles que possible.

Le « couplage » des circuits d'émission et de réception doit être *lâche*.

Et, enfin, il convient d'employer un détecteur sensible à l'effet total plutôt qu'à l'amplitude.

M. Paulsen aurait trouvé le moyen de satisfaire pleinement à la première condition par la production d'oscillations non amorties dans l'antenne d'émission.

---

(1) Communication faite à la Société française de Physique, séance du 1er février 1907.

On sait que le procédé qu'il a imaginé consiste à élever la fréquence des oscillations de l'arc chantant de Duddell au taux des oscillations hertziennes en produisant l'arc dans l'hydrogène avec soufflage électro-magnétique.

La solution de Paulsen permet d'atteindre une résonance extrêmement serrée (1 0/0, paraît-il).

Mais elle soulève certaines difficultés d'application pratique et suppose une perfection de régime d'arc difficile à réaliser.

J'ai eu l'occasion d'en signaler une autre de réalisation immédiate par la seule application méthodique des principes généraux énoncés ci-dessus [1] et qui paraît susceptible de donner des résultats intéressants.

Je rappellerai d'abord certaines expériences [2] exécutées à distance à l'aide d'antennes de bâtiments qui montrent dans quelle mesure les indications générales de la théorie se trouvent vérifiées :

1° En ce qui concerne l'emploi d'un détecteur d'effet total au lieu d'un détecteur d'amplitude.

Un détecteur magnétique et un bolomètre étaient intercalés dans une même antenne réceptrice.

On attaquait cette antenne à distance (3 kilomètres) par une antenne d'émission identique excitée en direct, dont on faisait varier la période en en modifiant la longueur.

Pour une même variation de période de 50 0/0 à partir de l'accord, l'effet sur le détecteur magnétique était réduit de $\frac{1}{3}$, tandis que l'effet sur le bolomètre était réduit de $\frac{1}{30}$ environ.

Dans les conditions de l'expérience — émission et réception en direct — les valeurs des amortissements étaient notables ($\delta = 0{,}3$ environ);

2° En ce qui concerne l'influence exercée sur la résonance par la réduction de la valeur des amortissements :

Cette influence ressort nettement de la comparaison des courbes de résonance (1) et (2).

La courbe (1) a été obtenue en enregistrant les indications d'un bolomètre intercalé dans une antenne réceptrice de longueur variable attaquée par une antenne fixe excitée en direct.

---

(1) Thèse de la Faculté des Sciences de Paris, p. 71.
(2) *Loc. cit.*

La courbe (2) répond au cas où le bolomètre est excité par induction à l'aide d'un résonateur fermé de faible amortissement ($\delta = 0{,}08$), en liaison très lâche avec l'antenne réceptrice.

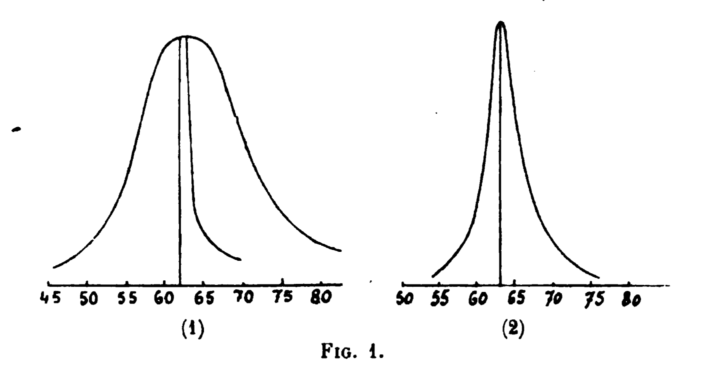


Fig. 1.

L'antenne réceptrice est d'ailleurs attaquée par émission indirecte.

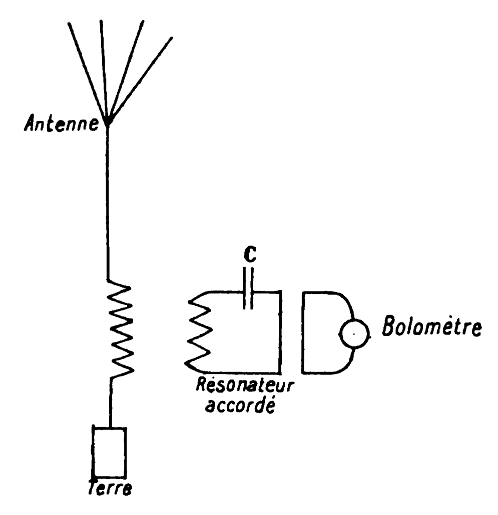


Fig. 2.

L'antenne d'émission, préalablement accordée, est excitée par un Tesla également à l'accord sur la période commune, qui demeure ici sensiblement la même pour les différents circuits résonants à cause des valeurs très faibles des couplages utilisés.

L'examen des courbes de résonance obtenues expérimentalement

montre que, pour une même variation de 0,1 dans la valeur de la période à partir de la période d'accord, les déviations du bolomètre passent de 85 à 40 pour le système direct à amortissement notable et de 100 à 5 pour le système indirect à couplage lâche.

Les expériences avaient été instituées uniquement à l'effet d'exécuter des mesures.

Mais le même montage permet aisément d'obtenir des signaux.

A défaut de relais assez sensible pour enregistrer les courants du pont d'équilibre du bolomètre, on peut employer le téléphone. La réception au son est maintenant d'usage courant en télégraphie sans fil avec les détecteurs magnétiques et électrolytiques. Il convient alors de substituer au courant continu du pont un courant intermittent ou alternatif, comme dans la méthode de Kohlrausch pour la mesure des résistances des électrolytes.

Le bolomètre est, en principe, un détecteur peu sensible. Mais il intègre les effets qu'il reçoit. Il suffit donc de multiplier le nombre de trains d'ondes émis par seconde pour accroître en proportion l'effet enregistré.

L'expérience ainsi conduite a donné des résultats intéressants.

Provisoirement on a employé deux procédés (d'application immédiate) pour accroître le nombre des trains émis.

En opérant tout d'abord des transmissions à l'aide d'un Wehnelt, ce qui portait le nombre des trains à un millier par seconde, on a obtenu avec une étincelle de $0^{cm},1$ des signaux aussi intenses qu'avec un étincelle de 2 centimètres correspondant à une trentaine d'émissions par seconde.

Mais le Wehnelt a un rendement défectueux et ne permet pas de mettre en jeu une énergie notable.

Aussi avons-nous songé à utiliser l'arc chantant pour exciter le transformateur de haute tension qui alimente le Tesla d'émission.

Une pareille application, signalée, je crois, par Duddell lui-même, a déjà été notée par différents expérimentateurs [1] et n'a rien de commun avec le procédé de Paulsen.

L'arc que nous avons utilisé donnait simplement, en effet, une fréquence « acoustique » de 3.500 vibrations par seconde. La self même du circuit de résonance de l'arc chantant constitue le pri-

---

[1] Ch. Fabry, Congrès de l'Association française pour l'avancement des Sciences, Angers, 1903.

maire d'un transformateur sans fer dont le secondaire est mis en résonance sur la capacité du circuit de haute fréquence du Tesla d'émission.

On peut alors obtenir, avec des étincelles de $0^{cm},5$ à $0^{cm},6$, des signaux parfaitement lisibles au téléphone, à une distance de 40 kilomètres. On doit observer que l'effet de l'accroissement du nombre des trains n'est sensible ni au cohéreur ni au détecteur magnétique, qui sont des détecteurs d'amplitude.

Le degré de l'accord que l'on peut réaliser demeure assez élevé, comme l'indique la courbe de résonance (2).

D'ailleurs, si l'effet exercé sur le bolomètre est proportionnel au nombre des trains émis par seconde, il ne faut pas perdre de vue que la production d'un grand nombre de trains d'ondes entraîne la dépense d'une quantité d'énergie équivalente.

Aussi, le bénéfice réalisé par l'accroissement de « syntonie », que procure l'emploi d'un train d'ondes *continu*, peut être en disproportion avec la dépense qu'en exige la production.

On peut comparer, par exemple, la puissance qu'absorbe une antenne pour émettre des trains d'ondes intermittents amortis à la puissance qu'elle absorberait pour émettre un train d'ondes *continu* avec la même amplitude.

Dans le cas des émissions directes, signalées ci-dessus [1], le décrément δ des oscillations est de 0,3 environ.

Le nombre n des trains est de 30 par seconde et la période $T = 10^{-6}$ secondes.

Le rapport des puissances à dépenser pour obtenir la même amplitude dans l'antenne d'émission dans les deux cas considérés est :

$$\frac{I_{eff}^2}{I_0^2} = \frac{n}{4\delta} T = \frac{40.000}{1}.$$

Il faut donc dépenser une énergie 40.000 fois plus grande pour obtenir la même amplitude avec des oscillations non amorties qu'avec des oscillations d'amortissement ($\delta = 0,3$), émises à 30 trains par seconde.

Il peut donc être avantageux de se contenter d'une syntonie un peu moins serrée en employant des oscillations *peu amorties* au lieu d'oscillations *non amorties*, et de ne pas accroître outre mesure le nombre des trains d'ondes émis.

---

(1) Courbe (2).

Le procédé que je signale permettrait de réaliser les conditions voulues.

Sans doute serait-il préférable de remplacer l'arc chantant par un alternateur d'un grand nombre de périodes.

Grâce à l'obligeance de M. Villard, j'ai pu voir fonctionner l'alternateur de 500 périodes du laboratoire de l'École normale et constater la facilité avec laquelle il se prête à la réalisation des phénomènes de résonance. Un pareil alternateur conviendrait vraisemblablement pour l'alimentation du Tesla d'émission, et la fréquence des trains (1.000 par seconde) aurait déjà une valeur assez élevée pour accroître dans une proportion notable les effets enregistrés par le bolomètre.

RECHERCHES COMPARÉES SUR LES FORCES DE GRAVITATION DANS LES GAZ ET LES LIQUIDES;

Par M. V. CRÉMIEU [1].

Dans un précédent article [2], j'ai exposé les idées directrices de mes recherches et les expériences de vérification déjà entreprises. J'ai donné, de plus, les résultats déjà obtenus, dont quelques-uns, sans confirmer nettement mes hypothèses, sont cependant de nature à laisser espérer une confirmation.

A la fin de 1905, je m'étais aperçu que les appareils dont je me servais présentaient plusieurs défauts très graves. Le plus grave de tous consistait en ce que l'eau employée comme milieu dans les expériences était contenue dans une enveloppe en fer étamé, au contact de laquelle elle dissolvait de l'oxyde de fer colloïdal qui ne tardait pas à rendre tout mouvement de la balance de torsion impossible.

Pour remédier à cet inconvénient, voici les différentes opérations qui ont été effectuées :

1° *Modifications à la double enveloppe.* — La plaque supérieure FF a été doublée d'une plaque de nickel poli de 1 millimètre

---

(1) Communication faite à la Société française de Physique, séance du 1er février 1907.

(2) *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 25; 1906.

d'épaisseur, vissée sur FF et percée de trous correspondant à ceux déjà existants, qui laissent passer les différentes parties de l'appareil.

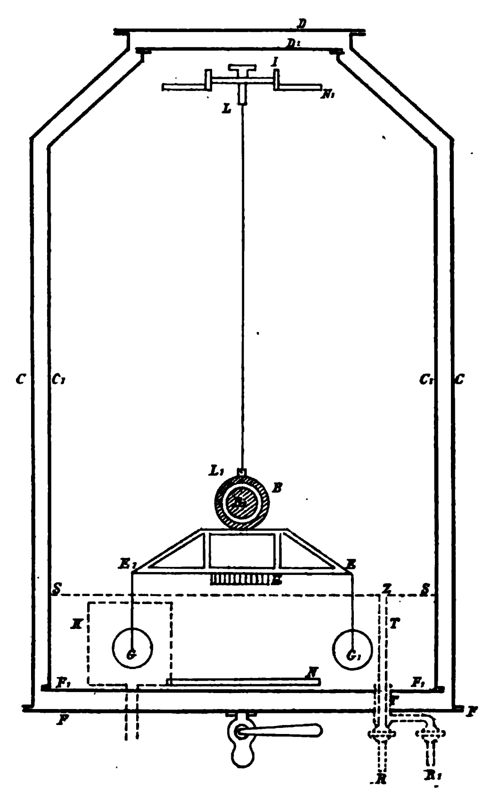


Fig. 1.

Un cylindre de nickel, vertical, de hauteur supérieure de 2 centimètres à FS, vient se fixer sur la plaque de nickel du fond, à l'aide d'un joint pratiqué dans une gouttière circulaire de nickel. Le diamètre de ce cylindre est très légèrement supérieur à celui du cylindre CC, de sorte que, lorsqu'on ferme la double enveloppe, le cylindre de nickel rentre dans CC, et le fond de la double enveloppe se trouve ainsi entièrement doublé de nickel.

D'autre part, toutes les pièces métalliques de cuivre ou de bronze qui, au cours des expériences, plongent aussi dans l'eau SS, ont été nickelées, sous une assez forte épaisseur.

Dans ces conditions, la couche d'eau SS ne touchait plus que du nickel, du verre ou du platine.

2° *Modifications à l'électro-dynamomètre témoin.* — Au cours des mesures dans l'eau, la balance de torsion n'oscille plus; elle est presque apériodique par le frottement des sphères immergées contre le liquide. Or il est toujours à craindre que, l'eau devenant impure, ou sa surface se couvrant de fines poussières, la sensibilité de l'appareil diminue. Il est donc indispensable, pour des expériences comparées, de disposer à l'intérieur de l'appareil un couple témoin autre que celui dû aux attractions newtoniennes et réglable à distance, de façon à pouvoir commander les mouvements de la balance de torsion. Dans l'appareil de 1905, ce couple était produit entre les bobines B, B_1, l'une B solidaire du levier de la balance de torsion, l'autre B_1, maintenue fixe au centre de B à l'aide d'une tige convenablement placée. En faisant circuler dans ces bobines un courant convenable, on obtenait un couple qui agissait sur le levier EE. Mais cette disposition, qui avait paru la plus simple, était très défectueuse. Le moindre décentrage relatif des deux bobines modifiait la sensibilité de l'électro-dynamomètre qu'elles constituent.

De plus, pour opérer à des distances différentes entre les sphères G et les cylindres K, on tourne le goniomètre I d'angles égaux à ceux des facettes successives du miroir H, de façon à observer le mouvement par réflexion dans ces différentes facettes. La bobine B, solidaire du levier, tourne aussi d'angles égaux à ceux dont on tourne le goniomètre, tandis que la bobine B′ reste fixe. Ces deux bobines faisaient, par suite, des angles très différents pour chaque série d'opérations, ce qui exigeait à chaque changement de distance un nouvel étalonnage.

Pour remédier à ces inconvénients, on a remplacé les deux bobines concentriques par deux bobines plates de même diamètre. L'une est fixée par une petite tige sur l'axe d'oscillation du levier, son plan dirigé parallèlement au fil de suspension. Cette bobine suit les mouvements du levier, son centre décrivant une circonférence de 7 centimètres de rayon. L'autre bobine est fixée à l'extrémité d'une tige solidaire de l'axe L du goniomètre de torsion I; de sorte que, lorsqu'on tourne ce goniomètre, la bobine fixe tourne d'un angle égal sur un cercle de 7 centimètres de rayon. La distance entre les deux bobines qui constituent l'électromètre demeure donc

constante. De plus, un léger décentrage influe beaucoup moins, dans cette disposition, sur la sensibilité de l'électro-dynamomètre.

On a donc un couple témoin toujours comparable à lui-même.

On envoie dans la bobine mobile un courant d'intensité constante, 1 milliampère en général. Dans la bobine fixe circule un courant indépendant du premier et dirigé de façon que les bobines se repoussent. C'est sur ce courant qu'on agit pour commander les mouvements de la balance de torsion.

On ne change jamais l'intensité du courant circulant dans la bobine mobile, parce que ce courant arrive par le fil de suspension qu'il importe de soumettre à des actions aussi constantes que possible.

3° *Modifications aux sphères attirées* G, G. — Les sphères mobiles employées en 1905 étaient en bronze platiné et pesaient 1 kilogramme chacune.

Je les ai remplacées par des sphères creuses en bronze. Chaque sphère est constituée par deux hémisphères se vissant l'un sur l'autre. Vissés à fond, ils forment une enveloppe sphérique intérieurement et extérieurement, au 1/20 de millimètre, les centres des deux sphères étant concentriques avec la même précision. L'épaisseur de l'enveloppe est de 2 millimètres et demi. Les surfaces extérieures et intérieures sont platinées.

Le diamètre de la cavité intérieure est de 70 millimètres. Chaque sphère peut contenir, à 16°, 2444 grammes de mercure ou 180 grammes d'eau distillée.

Le poids de chaque enveloppe est de 422 grammes.

Ces sphères, dont la fabrication a été fort délicate, m'ont permis d'effectuer de précieuses vérifications. On verra en effet qu'en opérant avec du mercure, puis de l'eau à l'intérieur des sphères, leur surface extérieure demeurant la même, j'ai pu acquérir la certitude que les effets observés sont bien dus à la masse et non à quelque phénomène superficiel accessoire.

4° *Fabrication des rubans d'acier*. — Le fil de suspension LL_1 était, pour les expériences de 1905, un ruban d'acier de $0^{mm},06$ d'épaisseur et $0^{mm},28$ de largeur, obtenu par laminage de cordes à piano de $0^{mm},15$ de diamètre.

Le laminage de ces fils présente de grandes difficultés, parce que l'acier du fil est presque aussi dur que celui des cylindres du laminoir; par suite, le fil s'incruste partiellement dans le cylindre.

Pour arriver à des épaisseurs de $0^{mm},06$, on est obligé de recuire fortement l'acier entre les passes successives qu'on lui fait subir.

Mais ces recuits ont l'inconvénient de modifier beaucoup la ténacité du métal, et on constate que sa force portante diminue dans de très fortes proportions.

Du reste, le même inconvénient existe, à un degré encore plus élevé, pour les fils de platine iridié et ceux d'argent. Ces métaux ont, d'ailleurs, l'inconvénient d'être plus mous que l'acier et de s'allonger considérablement au laminage, tandis que l'allongement de l'acier est très faible. Je m'en suis donc tenu à l'acier.

Mais tout ce qu'on peut obtenir, si on lamine sans recuire, c'est de descendre à $0^{mm},09$ ou $0^{mm},08$ d'épaisseur. Et encore cette épaisseur n'est pas constante ; elle varie d'environ 1/8 sur des longueurs égales à la circonférence des cylindres du laminoir ; en sorte qu'on a, sur un morceau de 1 mètre de long, des épaisseurs successives variant périodiquement de 0,09 à 0,08 par exemple.

Si on part de fils d'acier de $0^{mm},2$ de diamètre, on voit qu'on gagne peu, au point de vue du couple de torsion, en descendant seulement à $0^{mm},09$ d'épaisseur.

Il y a, de plus, un inconvénient assez grave. Les rubans obtenus sans recuit conservent leur force portante, mais ils ne sont jamais plans. Ils constituent, en réalité, des hélices à pas très allongés, par suite d'écrouissages irréguliers produits en différentes régions des bords du ruban. Sous l'action des poids qu'ils supportent, ces rubans se détordent très lentement, et les effets de cette détorsion s'ajoutent aux effets perturbateurs, déjà assez graves, de la torsion résiduelle.

Je suis arrivé à supprimer ces différents inconvénients de la façon suivante :

On prend un morceau de ruban laminé sans recuit, de longueur double de celle qu'on veut utiliser, et on attache les extrémités à deux pinces solides ; puis, on soumet le ruban à une tension voisine de la charge élastique maximum pendant vingt-quatre heures. On produit alors dans le fil, à l'aide d'une force électromotrice convenable, un courant électrique juste suffisant pour le porter à environ 250-300°.

Dans ces conditions, les parties minces du fil s'échauffent plus et deviennent bleues ; les parties épaisses s'échauffent moins et passent seulement au jaune.

On a ainsi donné à la fois au ruban un recuit très modéré, et inscrit sur sa longueur ses variations d'épaisseur.

On tend alors le ruban sur une planche de bois dur bien poli et, à l'aide de papier émeri fin, ou mieux d'une pierre dite « d'Arkansas » mouillée de pétrole, on use les parties jaunes aussi régulièrement que possible. Au bout de quelques heures on redonne un recuit électrique, on laisse en suspension quelques heures, et on recommence à user avec la pierre; on répète ces opérations jusqu'à ce que le recuit produise une couleur bleue sensiblement uniforme tout le long du ruban. Il faut seulement de la patience. L'usure doit être faite à petits coups, aussi réguliers que possible.

J'ai pu ainsi, en partant de rubans dont l'épaisseur primitive était de $0^{mm},09$ à $0^{mm},08$, obtenir des rubans de $0^{mm},065$ d'épaisseur, $0^{mm},48$ de large, parfaitement réguliers et presque complètement dénués de torsion résiduelle.

Leur charge élastique maximum est voisine de 9 kilogrammes. Dans les expériences, ils supportent 7 kilogrammes; le fil cylindrique de $0^{mm},225$, dont le laminage avait produit les rubans, avait pour charge élastique $10^{kg},500$. La perte est donc négligeable, si on tient compte de la diminution de section.

Quant à la suppression de la torsion résiduelle, je l'attribue à l'usure régulière et continue, qui constitue une sorte de repassage prolongé.

Mode opératoire. — Le montage de l'appareil est, par ailleurs, identique à celui de 1905.

Le mode opératoire consiste, après avoir fermé la double enveloppe et l'avoir remplie de liquide, à observer d'abord la position d'équilibre très stable que l'appareil ne tarde pas à prendre.

Cette position une fois connue, on envoie dans les cylindres fixes, supposés vides, le mercure qui doit produire l'attraction. Il est nécessaire de faire circuler ce mercure avec beaucoup de précautions. Une circulation trop rapide amène par frottement et choc du liquide contre les tubes et les parois, un échauffement de quelques dixièmes de degré, suffisant pour provoquer des courants d'air au sein de la double enveloppe; il en résulte des mouvements irréguliers de la balance de torsion.

Du reste, malgré tout le soin que j'ai pu apporter au remplissage des cylindres, il y a toujours un échauffement de 2 à 3 dixièmes de degré. Les différents moyens que j'ai employés pour éviter cet

inconvénient, tels par exemple que de plonger les tubes d'amenée du mercure dans un bain liquide communiquant avec le liquide de la double enveloppe, n'ont pu réussir à le supprimer entièrement.

Mais, en attendant un temps suffisant, trois à quatre heures en général, la balance de torsion prend une seconde position d'équilibre bien stable. On lit alors la déviation prise par rapport à la première position d'équilibre.

Puis, on vide les cylindres. La balance retourne à sa première position ou à une position très voisine. S'il y a un petit écart, il est dû en général à des torsions résiduelles, et s'élimine dans les moyennes.

A la vidange, le mercure est remplacé par de l'air à l'intérieur des cylindres fixes. Celui-ci s'échauffe légèrement aussi ; mais sa capacité calorifique est si faible que les effets ne se font pas sentir sur la balance, si bien que celle-ci prend de suite sa nouvelle position d'équilibre.

On fait ainsi plusieurs séries de remplissage de vidange pour chaque position des sphères G, et cela au sein de l'air. On passe ensuite à une seconde valeur de la distance entre les sphères G et les cylindres K, en tournant le goniomètre I d'un angle de 10° égal à l'angle que font entre elles les facettes du miroir M. On fait à cette nouvelle distance une seconde série de mesures. On a opéré ainsi pour quatre facettes successives du miroir, par conséquent pour quatre valeurs de la distance GK.

On remplit alors le fond de l'appareil d'eau distillée, ce liquide baignant les sphères et les cylindres et immergeant tout l'appareil jusqu'au niveau SS. On a déterminé dans l'eau les déviations obtenues par remplissage et vidange, pour les quatre distances successives. Puis, on a de nouveau vidé l'eau distillée et refait les séries de détermination dans l'air.

L'appareil a été alors démonté, et on a installé deux cuves en zinc recouvert de vernis du Japon. Des tubes de verre, adaptés aux tubes RTZ, permettaient de remplir ou de vider ces cuves. L'appareil a été refermé, et on a répété toutes les séries précédentes, dans l'air d'abord, puis les cuves pleines d'eau, puis dans l'air. Cette fois, les sphères seules baignaient dans l'eau, les cylindres restant dans l'air.

Dans toutes ces opérations, à cuves séparées ou à cuve unique, on a étalonné une fois pour toutes l'électro-dynamomètre témoin en

fonction d'une intensité de courant circulant dans les bobines, et d'une torsion du fil du même ordre de grandeur que la torsion provoquée par l'attraction newtonienne à mesurer.

Lorsqu'on passe de l'air à l'eau, on peut s'assurer ainsi que la sensibilité de l'appareil n'a pas varié, ce qui est tout à fait indispensable ; dans le liquide, en effet, les sphères reçoivent une poussée qui diminue la tension du fil LL_1, et on pourrait craindre une variation consécutive du couple de torsion.

D'autre part, la balance est sensiblement apériodique dans l'eau, et il faut pouvoir s'assurer qu'elle est demeurée cependant tout à fait libre.

Enfin, chaque mesure de déviation est accompagnée, dans l'air, d'une mesure de la période d'oscillation.

En troisième lieu, on a démonté de nouveau l'appareil ; les sphères mobiles ont été vidées de leur mercure, et remplies d'eau distillée. On a supprimé les cuves. Enfin, on a vissé sous le fléau EE, et dans le prolongement du fil LL_1, un cylindre de plomb soigneusement tourné et pesant à peu près la différence entre le poids du mercure et celui de l'eau qui remplit les sphères mobiles, soit 4 536 grammes.

L'adjonction de ce cylindre m'a obligé de supprimer le fil de platine qui, plongeant dans une capsule pleine de mercure, assurait le retour du courant envoyé dans la bobine B par le fil de suspension LL_1, de sorte que, pour cette troisième série, je n'ai pas eu le contrôle électro-dynamométrique. Mais je ne crois pas qu'il ait été bien nécessaire.

L'appareil a été alors refermé, et j'ai déterminé pour les quatre distances les déviations et périodes dans l'air et les déviations dans l'eau.

Indépendamment de ces opérations, j'ai mesuré d'abord toutes les distances géométriques de l'appareil, puis la distance A du miroir M à l'échelle et à la lunette d'observation.

De plus, en amenant les sphères juste au contact des cylindres, j'ai déterminé, par une lecture directe, la position correspondant à ce contact. On conçoit que, connaissant la distance et les angles que font entre elles les facettes du miroir, on peut en déduire les distances successives entre les surfaces des sphères G et des cylindres K, et les distances des centres de G aux axes des cylindres K. L'appareil est réglé de façon que le contact ait lieu exactement à la fois pour les deux sphères et les deux cylindres.

Il faut noter, en passant, que, pour les mesures, les lectures se font à travers les deux glaces M, M′ et la couche d'eau qui les sépare. Si ces glaces étaient rigoureusement parallèles entre elles, elles introduiraient une correction, la même dans tous les cas, et qu'on pourrait déterminer une fois pour toutes en lisant le contact avant de mettre les enveloppes G, G et après les avoir mises. Le calcul indique que cette correction serait de l'ordre de 1 millimètre.

Malheureusement l'appareil n'est pas assez parfait pour qu'on puisse régler le parallélisme de M et M′. Ces glaces font entre elles un angle de vingt à quarante minutes d'arc, qui varie, du reste, d'un remontage à un autre. Dans ces conditions, les déviations lues sont entachées d'une erreur qui varie un peu suivant la région de l'échelle d'observation réfléchie, et qu'il est indispensable de connaître exactement. Tout ce que je puis affirmer, c'est que cette erreur n'excède pas 1/30e de la déviation lue.

Mais il en résulte que l'on ne peut pas, à l'aide de ces déviations, calculer exactement la valeur de la constante newtonienne.

D'ailleurs, comme les mesures dans l'air et dans l'eau que l'on compare sont toujours obtenues sans démontage intermédiaire, cette correction de réfraction n'invervient heureusement pas sur leur comparabilité.

Il faudra évidemment modifier ce point de l'appareil pour les mesures futures.

Constantes de l'appareil. — Voici un tableau qui réunit la valeur de toutes les constantes de l'appareil :

Distance des centres des sphères G, G	402mm,00
— axes des cylindres K	457 ,50
Diamètre extérieur des cylindres K	129 ,00
Hauteur extérieure —	129 ,00
Diamètre extérieur des sphères G, G	75 ,20
— intérieur —	70 ,00
Poids du mercure contenu dans chaque cylindre	19.830gr,00
— — — sphère	2.444 ,00
Poids de l'eau distillée	180 ,00
— des sphères vides	422 ,00
Poussée de l'eau sur les sphères	231 ,50
Couple de torsion du ruban LL_1	75ergs,35
Distance de l'échelle au miroir	4.135mm,00
Poids du cylindre compensateur de plomb	4.536gr,00
Mouvement d'inertie de ce cylindre	35.471 C. G. S.

Nos d'ordre	Distances centre-axe	Distances entre surface	Déviations dans l'air δ	Poids de δ	Déviations dans l'eau δ'	Poids de δ'	Rapport $\frac{\delta'}{\delta}$	Poids de $\frac{\delta'}{\delta}$	Conditions des expériences		
1	11cm,30	1cm,09	121mm,6	37	112mm,8	15	0,928	55	Sphères pleines de mercure		Cuves séparées
2	10 ,97	0 ,76	123 ,0	15	120 ,0	15	0,97	22	—	—	Cuve unique
3	14 ,48	4 ,27	66 ,8	29	62 ,0	19	0,927	55	—	—	— —
4	14 ,55	4 ,34	68 ,9	10	70 ,9	88	1,029	88	—	—	Cuves séparées
5	17 ,95	7 ,74	39 ,2	8	36 ,2	25	0,925	20	—	—	Cuve unique
6	21 ,30	11 ,09	26 ,7	15	25 ,9	55	0,971	82	—	—	Cuves séparées
7	21 ,35	11 ,14	24 ,2	8	22 ,8	16	0,942	13	—	—	Cuve unique
8	21 ,27	11 ,06	27 ,3	54	26 ,0	55	0,952	297	—	—	Cuves séparées
9	11 ,35	1 ,14	18 ,6	9	13 ,5	4	0,72	3,6	Sphères pleines d'eau		Cuves unique
10	14 ,71	4 ,51	11 ,1	7	8 ,2	3	0,738	2,1	—	—	— —

Le tableau de la page 293 résume les résultats obtenus au cours des différentes séries effectuées. Les nombres de ce tableau sont affectés de poids p calculés d'après la formule :

$$p = \frac{n\delta}{e} \times \frac{1}{10}.$$

dans laquelle n est le nombre de lectures dont δ est la moyenne, et e l'écart maximum entre cette moyenne et les membres qui la composent.

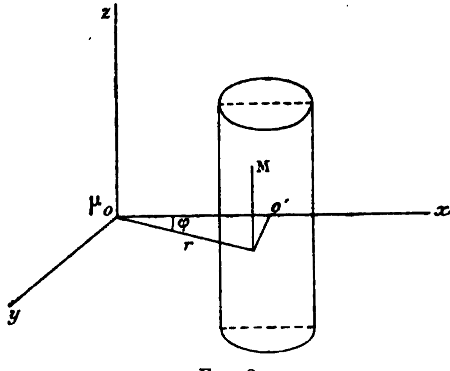


FIG. 2.

D'autre part, les déviations obtenues dans les séries à sphères pleines d'eau permettent de connaître la correction à faire subir aux déviations δ dans l'air, à sphères pleines de mercure pour pouvoir calculer la valeur du coefficient k de Newton, à l'aide des constantes de l'appareil. Toutefois, pour les raisons que j'ai exposées plus haut, il y a des corrections de réfraction que l'on peut faire. J'ai cependant fait le calcul pour six séries.

Le calcul de l'attraction entre les sphères et les cylindres est fait à l'aide d'une formule de quadrature mécanique que je dois à l'obligeance de M. Andoyer.

L'attraction exercée sur un point O de masse μ par un cylindre plein, de révolution, homogène, de densité ρ, de rayon R, de hauteur $2h$, le point étant placé dans la section médiane du cylindre, à l'extérieur, à une distance a de l'axe, a pour expression :

$$x = k\mu\rho \iiint \frac{r^2 \cos\varphi \, dr d\varphi dz}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}},$$

qui se ramène à :

$$x = k\mu\rho h \sqrt{\frac{2R}{a}} \int_0^{\pi} dr \frac{\sqrt{[(a+R)^2 - r^2][r^2 - (a-R)^2]}}{r\sqrt{r^2+h^2}}.$$

En envisageant alors la fonction

$$P(\theta) = \frac{\sin^2\theta}{\left(\frac{a^2+R^2}{2aR} - \cos\theta\right)\sqrt{\frac{a^2+R^2+h^2}{2aR} - \cos\theta}}$$

et un nombre entier p, on fera :

$$P_i = P\left[\frac{(2i+1)\pi}{2p}\right], \qquad \text{avec} \qquad i = 0, 1, 2, ..., p-1,$$

et l'on aura :

$$x = k\mu\rho h \sqrt{\frac{2R}{a}} \times \frac{\pi}{p}(P_0 + P_1 + ... + P_{p-1}),$$

avec d'autant plus d'approximation que p sera plus grand.

En faisant $p = 6$, on a déjà une approximation très supérieure au millième.

Pour chaque distance, il faut calculer à la fois l'attraction des deux cylindres sur une sphère ; les effets de ces deux attractions se retranchent. Voici le tableau des valeurs obtenues. Les numéros correspondent à ceux du tableau précédent.

Nos d'ordre	Valeurs de k	Poids
1	$7,19 \times 10^{-8}$	37
2	6,84	15
3	6,45	29
4	6,77	10
5	6,20	8
6	6,87	15
moyenne	$6,80 \times 10^{-8}$	

On voit que les valeurs particulières, aussi bien que la moyenne, se rapprochent assez du nombre de M. Boys ($6,67 \times 10^{-8}$) pour qu'on puisse affirmer qu'aucune erreur systématique grave n'entache les mesures de comparaison. Les valeurs obtenues pour le rapport $\frac{\delta'}{\delta}$ peuvent donc être considérées comme exemptes elles-mêmes de graves erreurs.

Or on sait que, dans la théorie du potentiel newtonien et en vertu du principe d'Archimède, si d est la densité des sphères mobiles, d' celle du liquide qui les baigne, on devrait avoir :

$$\frac{\delta'}{\delta} = \frac{d - d'}{d}.$$

Dans le cas des sphères pleines de mercure, $\frac{d - d'}{d} = 0,919$.

Dans le cas des sphères pleines d'eau, $\frac{d - d'}{d} = 0,61$.

On voit, par le tableau 1, que les valeurs déduites de l'observation sont toujours nettement plus grandes que la valeur théorique.

La moyenne de ces valeurs observées est de 0,959 dans le cas des sphères pleines de mercure.

Il y a donc là une confirmation des résultats de mes expériences antérieures.

Cependant on ne peut encore tirer de conclusion définitive.

Les valeurs particulières de $\frac{\delta'}{\delta}$ présentent entre elles des différences encore trop considérables.

Cela peut tenir à plusieurs causes. Deux au moins me sont connues.

En premier lieu, lorsqu'on envoie l'eau qui vient immerger les sphères, celles-ci reçoivent *une poussée*. Il en résulte, pour le fil de suspension, une diminution de charge de 463 grammes, sous l'influence de laquelle le zéro de l'appareil se déplace d'environ 100 millimètres. Ce déplacement est d'ailleurs toujours le même, quelle que soit la distance entre les sphères et les cylindres, ce qui permet d'affirmer qu'il n'est pas dû à un effet électrique qui pourrait se produire au contact de l'eau et des métaux.

Du reste, le déplacement est encore identique, qu'on opère en cuve unique ou en cuves séparées, et, s'il y avait un effet électrique, il varierait certainement, puisque, dans le cas de la cuve unique, on a comme métaux le platine des sphères et le nickel des cylindres, tandis que, dans le cas des cuves séparées, on a platine et zinc verni. Enfin, l'électro-dynamomètre témoin permet de constater que sa sensibilité ne varie pas.

Il n'y a donc pas de causes d'erreur systématique à craindre du fait de ce changement de zéro. Mais il a pour effet que les lectures

ne se font plus dans la même région de l'échelle. La correction de réfraction n'est donc plus la même.

En outre, pour pouvoir comparer les déviations δ et δ', il faut les ramener à une même distance. Or la correction de distance suppose connues les distances elles-mêmes. Celles-ci sont calculées à partir des lectures. Elles sont donc entachées aussi de l'erreur de réfraction. Celle-ci s'ajoute dans certains cas, se retranche dans d'autres. D'où une première incertitude.

En second lieu, l'examen détaillé de l'ensemble des observations a montré nettement que, lorsqu'on opère dans l'eau en cuve unique, on obtient, pour les lectures faites quelques heures après l'immersion, des valeurs trop faibles, qui vont en augmentant avec le temps et n'atteignent une valeur constante qu'au bout de trois ou quatre jours d'immersion. En cuves séparées, les déviations prennent plus rapidement leur valeur définitive.

Il y a là un effet assez singulier; je serai porté à l'attribuer à une faible couche d'air qui peut rester adhérente aux sphères et aux cylindres au moment de l'immersion ; et les déviations iraient en croissant jusqu'à ce que le contact entre le liquide et le métal soit devenu parfait, ce qui certainement a lieu beaucoup plus vite dans le cas des cuves séparées, où 4 litres de liquide sont seuls en jeu et où le contact avec les sphères intervient seul, tandis qu'il y a 70 litres en jeu dans le cas de la cuve unique, et le contact intervient avec les cylindres et les sphères.

Quoi qu'il en soit de cette explication, le fait de l'augmentation progressive des déviations est incontestable en cuve unique.

Or je n'ai pu connaître ce fait qu'en discutant et calculant mes résultats.

On verra sur le tableau I que presque toutes les valeurs de δ' en cuve unique sont plus faibles qu'en cuves séparées. Il est donc probable que, si j'avais attendu un temps suffisant pour les lectures en cuve unique, j'aurais des résultats plus voisins de ceux en cuves séparées.

Quelle que soit la valeur de cette explication, je me borne à conclure, pour le moment, de la manière suivante :

Dans un champ gravifique très convergent, un corps plongé dans un liquide semble soumis à quelque chose de plus que la différence entre la poussée hydrostatique et l'attraction newtonienne.

Il y a le plus grand intérêt à reprendre ces mesures en tenant

compte des résultats acquis. Il faut d'abord refaire les séries dans l'eau, puis les répéter dans différents liquides. De plus, il faut, pour obtenir une précision plus grande, modifier la disposition des glaces. Plusieurs modifications, dans le détail desquelles il serait fastidieux d'entrer, sont aussi nécessaires. Les plus importantes consisteront à améliorer encore l'électro-dynamomètre et à changer le mode d'attache des sphères au levier EK.

TÉLÉGRAPHIE RAPIDE SYSTÈME POLLAK ET VIRAG ;

Par M. DÉSIRÉ KORDA [1].

Deux ingénieurs hongrois ont trouvé que notre télégraphe actuel, cet appareil électrique qui symbolise pourtant, par excellence, la rapidité, n'est cependant pas assez rapide. Ils ont pensé que nos communications télégraphiques sont très chères, précisément parce qu'elles sont trop lentes.

Ce raisonnement a conduit à une invention remarquable M. Antoine Pollak, et son collaborateur, M. Joseph Virag, qui, malheureusement, n'a pas pu recueillir le fruit de son beau travail, ayant été enlevé par une mort prématurée le lendemain même de la besogne accomplie. Cette invention, que je dois vous présenter, est destinée à faire époque et à provoquer de profonds changements dans nos modes de transmission actuels.

Si je vous parle aujourd'hui de l'appareil Pollak-Virag comme d'une chose nouvelle, malgré les nombreuses descriptions qui en ont paru dans les périodiques et dans les comptes rendus des Congrès et même malgré que l'appareil, dans sa première forme, ait été exposé à l'Exposition Universelle de 1900, c'est que, depuis, il a subi de nombreux perfectionnements et est devenu d'une simplicité vraiment remarquable, comme vous pourrez l'apprécier vous-même, et qu'enfin nous avons la bonne fortune d'avoir un de ses inventeurs parmi nous qui pourra faire fonctionner l'appareil devant vos yeux.

Le système combiné par MM. Pollak et Virag est un appareil de

---

[1] Communication faite à la Société française de Physique, séance du 7 décembre 1906.

télégraphie rapide, écrivant directement, comme à la main, les lettres ordinaires de l'alphabet. Il diffère déjà en cela complètement de tous les autres appareils télégraphiques actuels. Il diffère en même temps par sa puissance incomparable permettant la transmission de 40.000 mots composés de plus de 250.000 lettres à l'heure, décuplant ainsi l'efficacité de l'appareil Baudot, qui jusqu'ici tenait la tête avec 5.000 mots à l'heure, en face des 1.000 mots du fameux appareil Hughes et des modestes 400 mots de l'appareil classique de Morse.

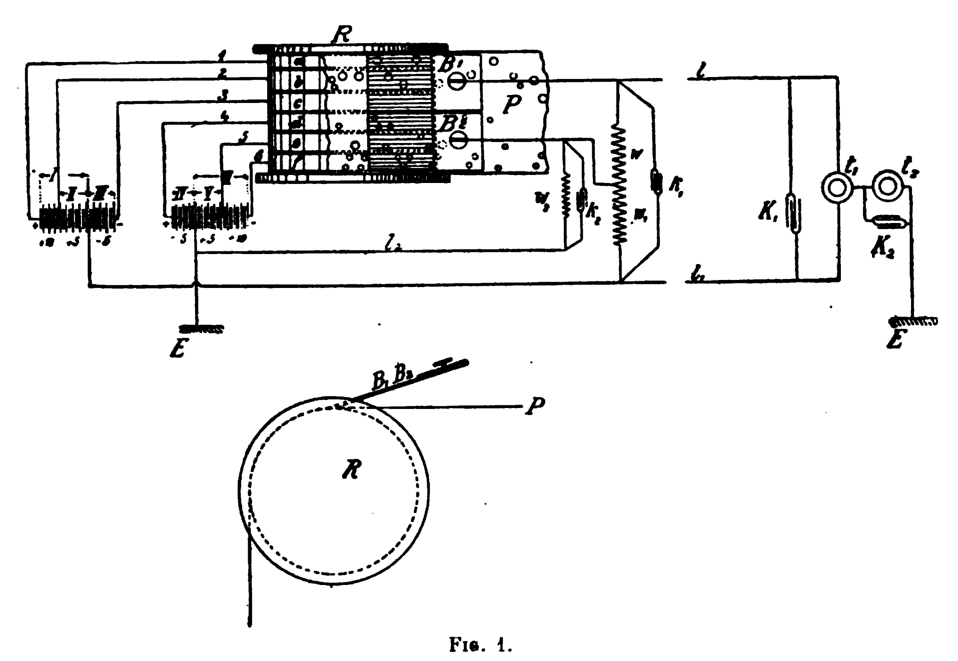


Fig. 1.

Pour obtenir de telles vitesses, il fallait un transmetteur à rotation rapide, où la main humaine devait se borner uniquement au rôle de préparation et de mise en marche, ainsi qu'un récepteur presque sans inertie pouvant suivre la rapidité de la transmission.

Pour le premier, les inventeurs ont eu recours à un moteur électrique qui met en rotation rapide un tambour métallique R (*fig.* 1) sur lequel se déroule une bande de papier portant le texte du télégramme sous forme d'un système de trous perforés au moyen d'un instrument auxiliaire, le « perforateur », complètement indépendant de l'appareil.

L'aspect de ces perforations de grands et petits diamètres, qui se suivent sur la bande de papier, rappelle vaguement celui des signes de Morse. La bande de papier P est serrée par un rouleau contre un tambour métallique R (*fig.* 1). Ce dernier est composé de six bagues juxtaposées *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, isolées électriquement l'une de l'autre. Chaque bague est reliée métalliquement aux bornes correspondantes d'une batterie d'accumulateurs ou de piles sèches, déterminant ainsi pour chaque bague une autre différence de potentiel. Nous expliquerons plus loin la raison de la nécessité de ces divers degrés de potentiel auxdites bagues. Contre le ruban en papier sont serrés des

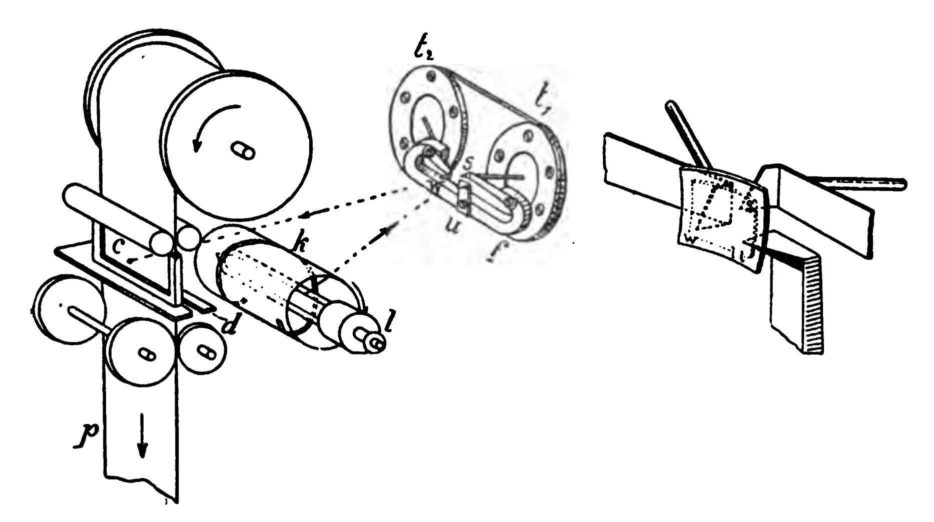


Fig. 2 et 3.

balais métalliques au nombre de deux fois trois, c'est-à-dire un par bague, et dont trois sont reliés en parallèle. B_1 représente la jonction des trois balais *a*, *b*, *c*, et B_2 celle des trois autres *d*, *e*, *f*. Lorsque le balai, passant sur la bague correspondante du rouleau par-dessus le ruban de papier, arrive sur une perforation de celui-ci, la batterie envoie par ce balai, pendant le court instant du passage de ce dernier sur le trou, un courant dans la ligne. De cette façon, on peut transmettre environ 400 émissions de courant à la seconde, tandis que, par les procédés de télégraphie ordinaire, on n'arrive à en transmettre que 5 ou 6 tout au plus.

Le récepteur, la partie la plus ingénieuse de l'invention, utilise ces

émissions de courant, en les faisant agir sur les membranes de deux téléphones t_1 et t_2 (*fig.* 1) et par leur intermédiaire sur un miroir (*fig.* 2 et 3) qui, en réfléchissant les rayons d'une lampe à incandescence, projette une tache lumineuse, un « *spot* », sur une bande de papier sensible. Comme le miroir repose sur un point fixe *u*, l'une des membranes téléphoniques *s* lui imprime un mouvement vertical, tandis que l'autre *w* le met en mouvement horizontal.

Par la combinaison de ces mouvements, le faisceau lumineux réfléchi écrit dans la chambre noire le texte du télégramme en caractères latins sur le papier photographique. Le développement de ce dernier se fait automatiquement dans un bain fixateur enfermé dans une partie spéciale de l'appareil, d'où le ruban insensibilisé, d'une largeur de 10 centimètres, sort, complètement achevé, prêt à être livré au destinataire. *d* représente les ciseaux de l'appareil, servant à découper le papier aussitôt que le télégramme est inscrit.

Dans la première forme de leur appareil, les inventeurs n'ont eu recours qu'à un seul téléphone, et les télégrammes n'étaient encore reproduits que par une ligne ondulée, composée d'élongations hautes et moins hautes au moyen desquelles on pouvait combiner l'alphabet Morse, et rappelant les signes du siphon recorder de lord Kelvin (*fig.* 4).



Fig. 4.

Nous pouvons remarquer qu'avec une légère transformation de cet appareil, rien qu'en remplaçant le transmetteur décrit plus haut par un microphone, nous pouvons obtenir sur le papier sensible une ligne ondulée représentant les variations du son produit devant le microphone. On a ainsi, comme MM. Pollak et Virag l'ont prouvé par les expériences exécutées à Budapest, une sorte de photographie de la voix.

C'est un tel appareil à un seul téléphone, donc incomplet, qui fut exposé à Paris en 1900 et qui fut expérimenté entre Berlin et Budapest, sur une ligne de 1.000 kilomètres de longueur, causant une grande sensation par la rapidité de la transmission.

A la suite de ces expériences, les inventeurs ont été amenés à perfectionner leur invention en combinant le téléphone qui produit le mouvement vertical du « spot » avec un deuxième téléphone dit « à mouvement horizontal » et dont le fonctionnement simultané fournit comme résultat remarquable l'écriture en lettres ordinaires rappelant les figures lumineuses des célèbres expériences de M. Lissajous.

Le récepteur repose en somme sur le jeu d'un miroir qui envoie un rayon lumineux réfléchi sur le fond sensible d'une chambre noire et y décrit des figures qui correspondent au mouvement imprimé. On pourrait s'imaginer une source lumineuse fixe et un miroir mobile ou bien — et c'est ce que les inventeurs ont préféré — une source de lumière mobile en même temps qu'un miroir qui vibre. En effet, dans leur appareil, le point lumineux est fourni par l'intersection du filament incandescent d'une lampe électrique et d'une fente hélicoïdale d'un diaphragme cylindrique K enveloppant cette lampe à incandescence l et auquel le moteur de l'appareil imprime un mouvement de rotation synchrone. Il en résulte un mouvement rectiligne du point lumineux qui, après avoir décrit sa ligne droite, revient subitement à son point de départ et ainsi de suite. A ce mouvement se superposent les vibrations du miroir, et il en résulte l'écriture lisible, dont chaque ligne est de la même largeur déterminée par la longueur de la fente du diaphragme et par la distance par rapport au papier sensible, et dont les lignes sont équidistantes en raison du mouvement d'avancement du papier par saccades qui se produisent au moment précis où le point lumineux est arrivé à la fin de chaque ligne.

Il y a encore une disposition ingénieuse à signaler pour le mode de suspension du miroir vibrant. En effet ce miroir est collé sur une petite plaque en fer (*fig.* 3) maintenue par l'attraction magnétique contre les trois pointes *u*, *w* et *s*.

La pointe *u* fait partie solidaire d'un aimant permanent en fer à cheval *f* auquel les pointes *w* et *s* sont liées par de petits ressorts en fer (en *fig.* 2, le miroir a été enlevé pour faire voir la disposition des pointes). *w* touche en même temps par une petite poignée la membrane du téléphone t_2, qui donne les traits horizontaux, et *s* de même la membrane de t_1, donnant les traits verticaux.

Comme les traits horizontaux et verticaux doivent être de longueurs différentes pour les diverses parties composant les lettres de l'alphabet latin, les trois bagues *d*, *e*, *f* du transmetteur actionnant

le téléphone « horizontal » correspondent à des voltages différents. Ainsi f correspond à + 10 volts et fournit un trait long horizontal, e correspond à + 5 volts et donne un trait court horizontal, tandis que d avec — 5 volts fournit le même trait en sens inverse. De même, pour les traits verticaux, a avec + 10 volts donne un trait long produit par une grande élongation de la membrane du téléphone t ; par contre, b avec + 5 volts ne donne qu'un trait moitié moins long, et c avec — 5 volts, ce même trait court en sens inverse. La *fig.* 1 fait voir également les schémas de fonctionnement électrique du transmetteur. Le téléphone « vertical » t_1 est insensible aux effets de courant venant des bagues d, e, f, qui correspondent au téléphone « horizontal » t_2. En effet le fil qui vient du balai B_2 aboutit juste au milieu de la bobine w. Le courant se divise en deux fractions égales, qui viennent en sens inverse sur le téléphone t_1 et s'équilibrent comme effet sur la membrane de ce téléphone. Par contre, en passant par le téléphone t_2 à la terre E, elles font fonctionner la membrane de cet appareil t_2.

Il y a diverses circonstances dont il faut tenir compte soigneusement, si l'on veut éviter des déformations gênantes dans les caractères de l'écriture. Ainsi, par exemple, il est de toute évidence que les membranes des téléphones, en même temps qu'elles suivront les impulsions de courant, seront soumises également aux effets de leurs vibrations propres susceptibles de nuire beaucoup à la netteté des lettres.

On pourrait éliminer ces perturbations en donnant aux impulsions de courant la même durée que celle de la période de vibration de la membrane téléphonique, c'est-à-dire en choisissant la vitesse du ruban de papier et le diamètre des trous de contact de telle façon que la durée du contact métallique entre les balais et les disques coïncide avec ladite période. Dans ce cas, la force motrice qui agit sur la membrane cesserait au moment où cette dernière passe par sa position d'équilibre.

Les oscillations nuisibles deviennent alors très faibles et s'amortissent rapidement.

Les inventeurs ont même préféré choisir la durée des contacts plus petite que la période d'oscillation propre des membranes et intercaler plutôt des condensateurs K_1 et K_2 dans les circuits en parallèle avec les téléphones. En effet ces condensateurs peuvent se charger pendant la durée du contact et se décharger ensuite dans la

bobine du téléphone, aussitôt que le mouvement continu du ruban de papier aura interrompu le contact métallique. Ce courant de décharge achève donc l'élongation de la membrane ; mais en même temps, si la capacité du condensateur est bien choisie, elle assure les conditions nécessaires pour que le mouvement amorti de la membrane soit apériodique et non pas oscillatoire.

Une autre circonstance dont il faut tenir compte résulte de la haute capacité et de la forte résistance des longues lignes télégraphiques qui, pour des courants de hautes fréquences aussi rapides que ceux produits par l'appareil Pollak et Virag, donneraient lieu à une constante de temps trop élevée, c'est-à-dire à une propagation trop lente du courant et, par conséquent, à une déformation de l'écriture. Pour y remédier, on a intercalé les bobines de self-induction w_1, w_2, w_3. Mais non seulement l'établissement du courant devient plus rapide par la présence de ces bobines, mais en même temps l'extinction également. En effet, sans ces bobines, la capacité des lignes occasionnerait une décharge lente, tandis que le courant de self-induction produit par ces bobines au moment de la rupture de contact, et qui se décharge dans le circuit du téléphone en direction opposée à celle du courant principal, éteint rapidement ce dernier et rend la membrane apte à recevoir immédiatement une nouvelle impulsion de la part du contact suivant, qui est dû à la perforation suivante du ruban de papier.

Comme les traits horizontaux exigent des impulsions plus lentes que les traits verticaux, on peut se contenter pour le téléphone « horizontal » d'une bobine de self w_2 plus petite que pour la membrane verticale.

Les inventeurs ont fait fonctionner leur appareil avec ou sans ces bobines de self et ont prouvé ainsi la grande influence que la présence de ces bobines exerce sur la netteté des caractères.

Cette dernière est enfin affectée par la différence de phase existant entre les impulsions « horizontale » et « verticale ». En effet la durée du traçage entre un trait horizontal et le trait vertical qui suit ne peut pas être quelconque, mais bien correspondante aux caractères qui sont à tracer. On a essayé d'abord de régler cette durée par le réglage des balais ; toutefois il a paru plus efficace de recourir à l'emploi du condensateur k_1 et k_2, dont les capacités sont choisies de façon à produire juste la différence de phase nécessaire.

Par ces moyens les effets perturbateurs sont complètement anni-

hilés. Les autres perturbations qui peuvent résulter de l'effet d'induction des fils de ligne voisins ou des courants terrestres peuvent être évitées au moyen de téléphones construits spécialement à cet effet en vue d'y être insensibles.

En ce qui concerne les détails techniques du télégraphe Pollak-Virag, il nous reste à dire un mot de l'appareil qui sert à préparer le ruban perforé.

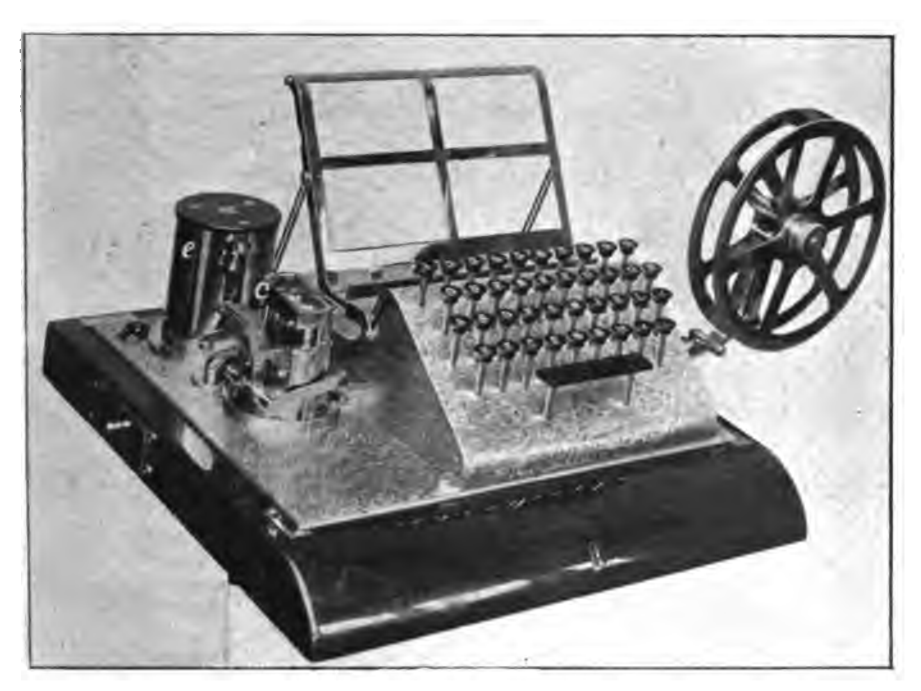


Fig. 5.

Cet appareil perforateur est représenté sur la *fig.* 5. Il consiste en une machine à écrire dont les touches font avancer par un mouvement horizontal un certain nombre de barrettes sur lesquelles des aiguilles perforatrices peuvent alors s'appuyer. Le ruban *a*, mû par l'organe entraîneur *b*, en passant sous l'outil *c* qui est abaissé par l'électro-aimant *e*, reçoit donc autant de trous à chaque mouvement de touches que le nombre de barrettes avancées et bloquées par la touche l'indique. A chaque lettre à imprimer correspond ainsi une autre disposition des trous.

Il est évident que les rubans perforés peuvent être préparés indépendamment de l'appareil télégraphique. L'expéditeur, qui possède un appareil perforateur chez lui, n'a donc qu'à apporter le ruban perforé à l'employé du télégraphe. Pour nous faire une idée de la capacité du système, nous pouvons rappeler que vingt-trois machines à écrire perforatrices suffisent à peine pour alimenter un appareil télégraphique Pollak-Virag en plein fonctionnement continu.

En effet on est arrivé à perforer 2.000 mots par heure avec un appareil perforateur, tandis qu'un appareil télégraphique Pollak-Virag peut transmettre près de 30.000 mots.

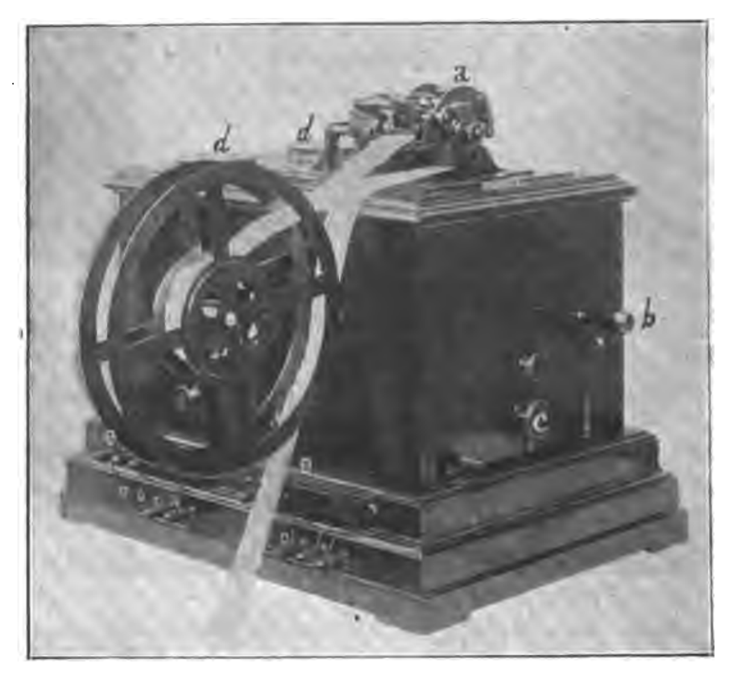


Fig. 6.

Voici maintenant comment fonctionne le système dans la pratique: Dès que l'employé préposé au poste A veut correspondre avec le poste B, il appelle ce dernier en agissant par la poignée *b* (*fig.* 6) du transmetteur sur un inducteur par lequel la station réceptrice est mise en circuit. Au préalable, il aura ajusté son ruban perforé sur l'organe d'entraînement *a* que l'interrupteur *c* du moteur électrique

permet de mettre en mouvement ; *d*, *d* sont des résistances, et *e*, *e* les condensateurs du transmetteur. L'employé de la station B, une fois prévenu, met en fonctionnement son moteur élec-

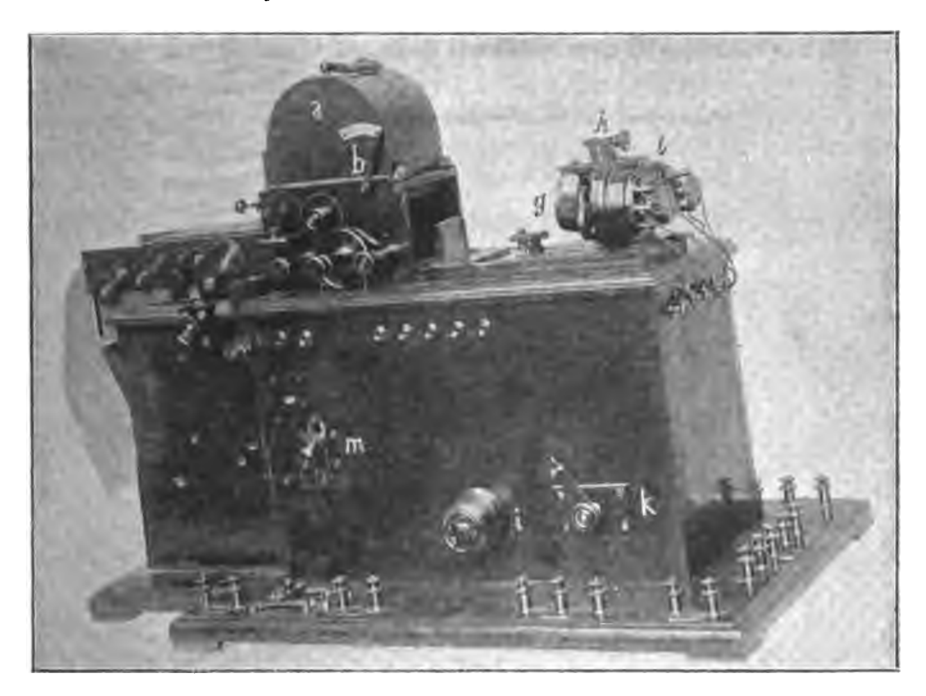


Fig. 7.

trique, en agissant sur le régulateur C (*fig.* 7) du mécanisme de commande du récepteur. Le reste se fait automatiquement. En effet l'inducteur du poste A, en envoyant le signal d'avertissement, a saisi au moyen d'un électro-aimant, qui agit sur l'organe *a*, le papier sensible dont la quantité est indiquée par l'aiguille *b*, et le met en mouvement ; *c* est une fenêtre garnie d'un verre rouge permettant de voir les déplacements du point lumineux que l'on peut suivre comme une sorte de flamme traçant des lettres.

Le message étant terminé, la bande est coupée par le couteau *d* et n'a plus alors qu'à passer dans les bains photographiques. *t* indique la paire de téléphones en face desquels se meut le miroir qui réfléchit le rayon qui écrit.

Une lentille *g* ajustable par une vis *h* est placée devant le miroir

pour des motifs d'ordre optique. *i* est un interrupteur ; *l*, un commutateur pour un fil de conversation, et *m*, un tendeur pour le fil de transmission.

La *fig.* 8 représente un spécimen d'une dépêche ainsi transmise, dont le ruban perforé est reproduit en *fig.* 9.

la
conquete du pole
christiania 20 dec
cembre le capitai
ne amundsen chef de
l expedition de gjo
a et ses compagnons
sont arrives ici a
midi a bord du cuir
asse norge ils ont
ete accueillis par

Fig. 8.

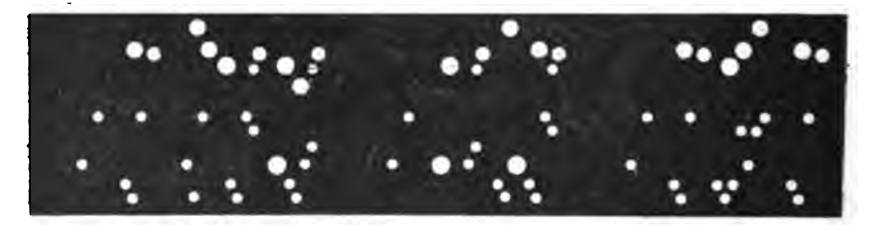


Fig. 9.

Ce système, qui peut répondre à toutes les exigences, a fait ses preuves dans la pratique à divers essais prolongés officiels ; ainsi qu'en témoignent les attestations flatteuses du Gouvernement hon-

grois pour les essais faits entre Budapest et Pozsony (Presbourg), sur une ligne de 218 kilomètres, ainsi que celle du Gouvernement allemand pour les essais entre Berlin et Kœnigsberg, sur une ligne de 710 kilomètres.

Le document hongrois est surtout élogieux et indique aussi pour quel motif cette ingénieuse invention hongroise n'a pas encore triomphé dans sa patrie.

En effet il n'existe pas actuellement deux bureaux dans le pays ayant entre eux un trafic suffisant pour fournir une quantité de travail convenable justifiant l'installation de l'appareil Pollak-Virag.

Quelques altérations dans les lignes téléphoniques, provenant de la mauvaise disposition de ces lignes, furent remarquées dans les premières expériences allemandes, mais dans les expériences entre Berlin et Francfort-sur-Mein, sur une longueur de 550 kilomètres, rien de pareil ne fut constaté ; de même les expériences qui ont eu lieu l'année dernière pendant plusieurs mois entre Paris et Lyon n'ont donné lieu à aucun trouble sérieux.

Nous pouvons ajouter que les expériences ont eu lieu sur deux lignes Paris-Lyon : l'une de 522 kilomètres, en fil de 4 millimètres de diamètre, résistance 751 ohms, capacité 7/3 microfarad ; l'autre de 519 kilomètres, en fil de 3/5 millimètres, résistance 487 ohms, capacité 4/664 microfarad. Les deux fils étaient donc suffisamment différents, et néanmoins aucun trouble ne fut constaté.

Si nous passons maintenant à l'examen des conditions de service pratique du système Pollak-Virag, il nous faut tout d'abord remarquer que l'on ne peut pas employer avec ce système des lignes de fil de fer en usage avec les appareils télégraphiques actuels.

En effet de telles lignes, comme on peut bien le penser, ne permettent pas le passage de 300 à 400 émissions de courant par seconde, c'est-à-dire un nombre analogue à celui d'une communication téléphonique.

Il faut donc recourir à des lignes téléphoniques en cuivre ou bronze siliceux pour la transmission des télégrammes rapides. Nous nous empressons d'ajouter qu'il n'est pas nécessaire que ces lignes soient préservées du phénomène d'induction comme devraient l'être les lignes téléphoniques, car les appareils Pollak-Virag, ainsi que l'on peut s'en rendre compte par les schémas représentés plus haut, possèdent des téléphones dans lesquels les effets d'induction s'éliminent par la disposition même des circuits. Ils sont donc rela-

tivement insensibles aux influences inductives, comme d'ailleurs les expériences précitées, surtout celles faites dans ce but en Allemagne entre Berlin et Francfort-sur-Mein, sur une longueur de 550 kilomètres, l'ont prouvé.

Toutefois, les avantages économiques du système ne sont pas altérés par l'emploi de lignes de cuivre, car, en réalité, le système Pollak-Virag procure une considérable économie sur l'établissement des lignes, puisqu'il permet, avec deux fils, de transmettre une même quantité de mots que le système Hughes, par exemple, permet à peine en employant 20 fils.

L'économie principale du système Pollak-Virag réside cependant surtout dans la réduction considérable de personnel et de main-d'œuvre. Pour nous en rendre compte, examinons le tableau suivant, qui offre une comparaison des quatre systèmes actuellement en usage : Morse, Hughes, Baudot et Pollak-Virag, en ce qui concerne leur production, leur capacité et le prix de revient de la transmission des dépêches, à l'aide de chacun de ces systèmes.

Il a été admis, comme base du calcul, que 6.000 mots taxés doivent être transmis entre deux stations par heure; cela fait, avec les préambules, appels, ordres de service, etc., en réalité 11 à 12.000 mots à transmettre effectivement. Les dépenses, pour l'entretien de la ligne de 500 kilomètres de longueur et l'intérêt du capital investi, sont évaluées à 6.000 francs et les frais par employé à 2.400 francs par an, et par auxiliaire à 1.500 francs par an.

Pour le système Morse, ainsi que pour l'appareil Hughes, il faut deux employés par ligne, tandis que pour le Baudot, où 4 appareils peuvent travailler en même temps sur une ligne pour transmettre 5 à 6.000 mots à l'heure, il faut huit employés et deux dirigeurs, soit, pour les deux lignes nécessaires avec deux quadruples, vingt personnes, sans compter les six auxiliaires chargés des expéditions, enregistrement, etc. Pour le système Pollak-Virag, il faut le travail simultané de l'employé transmetteur, de l'employé récepteur et de sept employés perforateurs, ainsi que de six auxiliaires. Comme l'appareil a une capacité de 40.000 mots à l'heure, il en résulte que, pour 6.000 mots taxés, soit 12.000 mots effectifs à l'heure, les employés transmetteur et récepteur resteront libres pendant 28/40, soit environ trois quarts d'heure, pour aider à perforer les rubans des dépêches différentes. Il est également à remarquer que, dans le cas où une partie de la grosse clientèle, comme, par exemple, la presse et la

banque, préparerait chez elle les rubans perforés, en les apportant à la place des textes écrits au bureau du télégraphe, le nombre des employés perforateurs pourrait être encore réduit dans une forte proportion.

Mais, même avec les conditions envisagées, le tableau démontre la grande supériorité suivante du système Pollak-Virag :

Système	Production et capacité en mots par appareil et par heure	La transmission de 6.000 mots taxés à l'heure exige: Nombres de lignes	employés	auxiliaires	dépenses pour lignes	employés et auxiliaires	Total par an francs
Morse.......	500 à 2.000	20	40	6	120.000	105.000	225.000
Hughes......	1.000 à 1.200	10	20	6	60.000	57.000	117.000
Baudot......	5.000 à 6.000	2	20	6	12.000	57.000	59.000
Pollak-Virag.	40.000	2	2	13	12.000	24.300	35.300

Ce tableau serait encore plus favorable si l'on pouvait l'appliquer à une ligne d'un trafic beaucoup plus intense, parce que le système Pollak-Virag permet l'emploi d'une main-d'œuvre à bon marché.

Il en résulte en définitive la possibilité d'une réduction très notable des tarifs. Or cette dernière amènera la création de nouvelles sources de trafic et de recettes qu'il nous est impossible de passer sous silence. Nous voulons parler des *lettres-télégrammes* qui sont presque impossibles sous l'ancien régime, ainsi que des *dépêches circulaires*, la même dépêche pouvant être expédiée simultanément dans n'importe combien de directions et de stations distinctes en quelques secondes au moyen du même ruban perforé, sans autre travail manuel ni préparation ultérieure.

En considérant tous ces faits, nous devons reconnaître que le télégraphe rapide Pollak-Virag constitue une invention fort ingénieuse, qui est pleine d'avenir et peut avoir de grandes conséquences à tous égards.

ANALYSE DES TRAVAUX NÉERLANDAIS;

Par M. E. MATHIAS.

J.-J. VAN LAAR. — Sur l'allure des courbes spinodales et des courbes de plissement. — *Archives Néerlandaises*, t. X, p. 373, et t. XI, p. 224.

L'auteur cherche, pour un mélange de deux substances normales, les équations générales *sous forme finie* :

$$RT = f(v, x) \qquad \text{et} \qquad F(v, x) = 0,$$

de la courbe spinodale et de la courbe de plissement, dont on n'avait jusqu'ici étudié les propriétés que sur les équations différentielles dues au professeur J.-D. Van der Waals. A cet effet, M. Van Laar est parti de l'équation d'état de Van der Waals, dans laquelle b est considéré comme indépendant de v et de T ; de plus, dans les relations quadratiques :

$$\left\{ \begin{array}{l} b = (1-x)^2 b_1 + 2x(1-x) b_{12} + x^2 b_2, \\ a = (1-x)^2 a_1 + 2x(1-x) a_{12} + x^2 a_2, \end{array} \right.$$

il a admis :

$$b_{12} = \frac{1}{2}(b_1 + b_2), \qquad a_{12} = \sqrt{a_1 a_2},$$

ce qui transforme ces relations en :

$$\left\{ \begin{array}{l} b = (1-x) b_1 + x b_2, \\ a = \left\{ (1-x)\sqrt{a_1} + x\sqrt{a_2} \right\}^2. \end{array} \right.$$

Après des transformations dans le détail desquelles nous n'entrerons pas, l'auteur trouve, pour l'équation des *courbes spinodales* aux diverses températures, l'équation générale :

$$RT = \frac{2}{v^3} \left\{ x(1-x)\theta^2 + a(v-b)^2 \right\},$$

et pour la *courbe de plissement* en projection dans le plan des (v, x) :

$$x(1-x)\theta^3 \left\{ (1-2x)v - 3x(1-x)\beta \right\} + \sqrt{a}(v-b)^2 \left\{ 3x(1-x)\theta\left(\theta - \beta\sqrt{a}\right) + a(v-b)(v-3b) \right\} = 0.$$

Dans ces formules:

$$\theta = \pi + \alpha(v - b), \qquad \pi = b_1\sqrt{a_2} - b_2\sqrt{a_1},$$
$$\alpha = \sqrt{a_2} - \sqrt{a_1}, \qquad \beta = b_2 - b_1.$$

M. Van Laar donne la discussion des équations précédentes pour le cas spécial où $b_1 = b_2$, c'est-à-dire où le rapport $\frac{p_2}{p_1}$ des pressions critiques est égal au rapport $\frac{T_2}{T_1}$ des températures critiques des composantes, T_2 représentant toujours la plus haute des deux.

La discussion apprend que la courbe de plissement se compose de *deux branches séparées*, qui présentent un point double pour une valeur déterminée de θ. Si $\theta < 2{,}89$ (notamment quand $b_1 = b_2$), on a l'allure normale ; si $\theta > 2{,}89$, on obtient l'allure anormale, que l'on croyait jusqu'alors caractéristique des mélanges dans lesquels une composante au moins était anormale (associée).

M. Van Laar a fait voir aussi qu'il pouvait se présenter un troisième cas dont M. Kuenen a décrit des exemples.

La détermination du point double, dont la connaissance est importante parce qu'elle établit la limite entre deux types très différents pour le cas très général $b_1 \neq b_2$, a été réservée pour un autre mémoire (1).

Enfin, des équations tout à fait générales de la courbe de plissement:

$$RT = f(v, x) \qquad \text{et} \qquad F(v, x) = 0,$$

il déduit l'allure initiale de cette courbe, c'est-à-dire l'expression :

$$\frac{1}{T_1}\left(\frac{dT_x}{dx}\right)_0 = \Delta = \theta\sqrt{\frac{1}{\pi}}\left\{\theta\sqrt{\frac{1}{\pi}}\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{\pi}}\right)^2 - 1\right\},$$

ce qui est l'expression définitive pour l'élévation moléculaire de la température critique, du côté de la température la plus basse.

Un cas qui se présente fréquemment est celui où les pressions critiques des deux composantes ne diffèrent que fort peu. Si ces deux pressions sont égales,

$$\pi = 1 \qquad \text{et} \qquad \Delta = \theta(\theta - 1).$$

(1) *Archives du musée Teyler*, 2e série, t. X, p. 1 ; 1905.

M. Van Laar montre, à l'aide de quelques exemples, que cette formule n'est pas en désaccord avec les faits.

M. Van Laar termine son magistral travail en traitant quelques points importants, parmi lesquels nous citerons : 1° en ce qui concerne l'allure des lignes spinodales, le cas de transition au point double et la discussion de la possibilité du troisième cas ; 2° le cas particulier $\theta = 1$; 3° les relations *connodales* dans les trois cas principaux et dans le cas de transition ; 4° l'existence d'un *minimum* de température critique et, en rapport avec elle, l'existence d'un *maximum* de tension de vapeur.

J.-D. Van der WAALS. — La forme des sections de la surface de saturation par des plans perpendiculaires à l'axe des x, dans le cas où existe, entre deux températures, un système de trois phases. — *Archives Néerlandaises*, t. X, p. 483.

La surface de saturation $f(p, T, x) = 0$ est complètement déterminée dans le cas où les sections perpendiculaires à l'axe des T sont connues pour chaque température ; il en est alors de même de toutes les autres sections, par exemple celles qui sont perpendiculaires à l'axe des x. Or, il résulte des figures données dans un mémoire précédent (*Arch. Néerl.*, t. X, p. 284) que, bien que la partie réalisable de la surface de saturation soit assez simple de forme, la partie irréalisable a néanmoins une allure assez compliquée ; de plus, il est nécessaire de connaître aussi cette partie moins simple, si l'on veut comprendre sa relation avec la partie observable.

La complication de la partie cachée est cause qu'il n'est pas toujours aisé de trouver la forme des sections $\varphi(p, T)_{x = C^{te}} = 0$, même quand toutes les sections perpendiculaires à l'axe des x sont déterminées par celles qui sont perpendiculaires à l'axe des T. Le professeur Van der Waals ayant réussi à se faire une idée de l'allure de ces sections a pensé, avec raison, qu'il y aurait de l'intérêt à mettre en lumière, par une série de figures, les propriétés de ces lignes dans le cas où existe, entre deux températures, un système de trois phases.

J.-D. Van der WAALS. — Contribution à la théorie des mélanges.
Archives Néerlandaises, t. XI, p. 115.

L'auteur revient d'abord sur les propriétés de la courbe critique (courbe de plissement) dans le voisinage d'une des composantes, en

utilisant, comme il le fait toujours, l'équation différentielle de cette courbe, et il obtient une expression théorique de $\frac{dT}{Tdx_0}$ en supposant constante la grandeur b de l'équation d'état. Dans le cas où les températures critiques des deux composantes sont très différentes, on peut calculer numériquement l'expression précédente ; dans le cas des mélanges d'anhydride carbonique et d'oxygène étudiés par M. Keesom, le professeur Van der Waals arrive à des vérifications très satisfaisantes. Il donne ensuite une nouvelle démonstration de la relation différentielle fondamentale d'où il est parti, pour avoir l'occasion d'examiner de plus près certaines questions qui se posent dans cette démonstration et pour la solution desquelles il utilise la thèse de M. Keesom[1].

L'illustre savant donne ensuite une nouvelle discussion des propriétés des sections de la surface de saturation d'un mélange binaire, au voisinage d'une des composantes, en se servant, suivant son habitude, de l'équation différentielle de la surface $f(p, x, T) = 0$, et il prouve une fois de plus que le traitement par la voie thermodynamique des questions étudiées dans les deux premiers chapitres de son mémoire permet d'en trouver une solution complète et générale. Mais on y voit aussi que la connaissance de l'équation d'état est indispensable pour le calcul de valeurs numériques dans des cas particuliers. Comme on ne connaît pas encore exactement la façon dont b dépend du volume et de la composition x du mélange, M. Van der Waals a cru tout d'abord que notre ignorance à ce sujet ne permettrait pas de déterminer exactement les propriétés de la ligne de plissement à ses extrémités et d'en établir les valeurs numériques. Mais il a reconnu plus tard qu'il suffit pour cet objet de connaître deux grandeurs relatives à l'état critique d'une substance pure et qui ont été déterminées expérimentalement ; ce sont : la valeur f que prend l'expression $\frac{T}{p}\frac{dp}{dT}$ au point critique de la composante, et le coefficient critique $\varkappa = \frac{MRT_c}{p_c v_c}$.

Bien qu'on ne puisse pas se passer complètement de l'équation d'état pour le calcul de $\frac{dT}{Tdx_0}$ le long de la courbe de plissement, du

(1) Keesom, *J. de Phys.*, 4e série, t. IV, p. 47; 1905.

moins il n'est pas nécessaire de connaître la forme de la grandeur *b*.

SCHREINEMAKERS. — Cristaux mixtes dans des systèmes ternaires. *Archives Néerlandaises*, 2e série, t. XI. p. 53 et 462.

Il y a fréquemment une parfaite analogie entre les systèmes liquide-cristaux mixtes étudiés actuellement par l'auteur et les systèmes liquide-vapeur, parfois avec deux couches liquides, qu'il a examinés antérieurement. Bien qu'il soit surtout question de cristaux mixtes, les déductions du mémoire s'appliquent aussi bien aux solutions solides amorphes qu'aux cristallines, et en général à toutes les substances dont la composition change avec celle de la solution avec laquelle elles sont en équilibre.

Supposons que l'on ait construit la surface ζ au-dessus du triangle équilatéral dans lequel on représente les phases solides et liquides. Cette surface ζ peut se composer de diverses nappes. On appelle surface des liquides ou *manteau liquide* la surface qui fait connaître les valeurs de la fonction ζ pour les liquides. Quand il se présente des cristaux mixtes ternaires, on a évidemment un second manteau, qui donne les valeurs de la fonction ζ pour les cristaux mixtes : c'est le *manteau des cristaux mixtes*. On suppose, d'ailleurs, que la pression reste constante.

Soient, comme d'habitude, A, B, C les trois composantes ; on peut distinguer quatre types principaux qui sont les suivants :

Type principal I. — Deux des composantes, par exemple A et B, forment des cristaux mixtes ; A et C ou B et C n'en forment pas.

Type principal II. — Il existe des cristaux mixtes dans deux des systèmes binaires, par exemple dans A-B et A-C, mais non dans B-C.

Type principal III. — Il y a des cristaux mixtes dans chacun des trois systèmes binaires A-B, B-C, C-A.

Type principal IV. — Il n'y a pas de cristaux mixtes dans les systèmes binaires.

C'est le *type principal* III qui est théoriquement le plus général ; aussi l'auteur l'a-t-il traité avec détail, ainsi que le *type* I, le *type* II pouvant être considéré comme un cas particulier du cas plus général III.

SCHREINEMAKERS. — Les chromates alcalins.
Archives Néerlandaises, 2e série, t. XI, p. 313.

L'auteur s'est proposé, dans ce travail, d'examiner comment se comportent les chromates et quelles sont les transformations qu'ils peuvent subir en présence de l'eau ou des autres constituants : anhydride chromique et alcali. Il a choisi à cet effet les chromates de lithium, de sodium, de potassium et d'ammonium, parce qu'ils forment non seulement des mono et des bichromates, mais encore des chromates d'ordre plus élevé.

M. Schreinemakers a pris pour composantes : K^2O, CrO^3 et H^2O, dans le cas des chromates de potassium. La raison en est que tous les sels et solutions examinés peuvent être constitués par ces trois éléments. On aurait pu faire autrement, mais cela ne modifierait en rien les conclusions.

L'auteur a constaté que tous les mono et bichromates sont solubles sans décomposition dans l'eau pure ; il en est de même des tri et tétrachromates de sodium, les autres étant décomposés par l'eau.

Le mémoire donne sur la solubilité des différents chromates alcalins des renseignements détaillés qu'il est difficile de résumer.

W. EINTHOVEN. — Sur le galvanomètre à corde (3e mémoire).
Archives Néerlandaises, 2e série, t. X, p. 414.

Dans ce travail, l'auteur analyse les courbes tracées par le galvamètre à corde en partant de cette hypothèse, vérifiable pratiquement, que la résistance opposée par l'air au mouvement du fil de quartz est proportionnelle à la vitesse avec laquelle ce mouvement se produit. Il fait voir qu'elles donnent lieu à des constructions tout aussi précises que celles que fournit l'électromètre capillaire, le mode de calcul étant différent. M. Einthoven est ainsi conduit tout naturellement à parler de quelques propriétés de son galvanomètre, notamment de la tension et de la masse de la corde et de la résistance au mouvement. Il exprime en unités absolues la mesure de ces trois grandeurs et, par là, met en lumière leur signification au point de vue de l'utilité pratique de l'instrument en général, et des modifications que l'on pourrait faire subir au galvanomètre pour le faire servir à des usages particuliers.

Rappelons qu'avec un régime oscillant à longue période, l'appareil peut faire fonction de galvanomètre balistique, le déplacement de la corde étant proportionnel à la quantité d'électricité qui l'a traversée, l'un des galvanomètres de l'auteur pouvant apprécier une quantité d'électricité de 4×10^{-12} coulomb.

Avec un régime oscillant à courte période, le galvanomètre à corde peut à merveille faire office de téléphone optique ou de galvanomètre vibrateur; il peut donc remplacer avantageusement le téléphone, aussi bien pour des mesures de self-induction que pour celles de résistances électrolytiques.

Pour le premier usage, l'auteur l'a employé avec succès, en remplaçant le fil de quartz argenté par un mince fil métallique tendu entre les pôles de l'électro-aimant. Il est alors très facile de faire coïncider la période des vibrations de la corde avec celle des courants alternatifs employés; il suffit de quelques secondes pour élever ou abaisser la tension du fil exactement au point voulu.

Avec un écart galvanométrique apériodique, mais lent, l'appareil sert pour la mesure de courants, soit quand la résistance extérieure est grande, soit quand elle est faible.

Quand on utilise un écart apériodique rapide, l'appareil est tout indiqué pour les recherches électrophysiologiques, et, alors, fréquents sont les cas où le galvanomètre à corde ne saurait être remplacé par aucun autre instrument. C'est ainsi que l'auteur emploie actuellement une même corde pour l'examen de l'électrocardiogramme, pour l'étude des bruits cardiaques et des sons en général, et pour l'observation des courants rétiniens et nerveux.

H.-A. LORENTZ. — Résultats et problèmes de la théorie des électrons. *Archives Néerlandaises*, 2e série, t. XI, p. 1.

Il s'agit d'une conférence faite le 20 décembre 1904 devant la Société électrotechnique de Berlin. Ce magistral exposé de la théorie des électrons ne saurait être résumé sans être mutilé.

J.-D. VAN DER WAALS JUNIOR. — Remarques sur la dynamique de l'électron. *Archives Néerlandaises*, 2e série, t. XI, p. 296.

L'auteur part du système des cinq équations de la théorie des électrons du professeur H.-A. Lorentz, telles qu'elles sont données dans

l'*Encyclopädie der Mathematischen Wissenschaften.* Les quatre premières équations déterminent le champ, quand le mouvement des électrons est donné; la dernière est indépendante des quatre premières et détermine le mouvement de l'électron dans un champ électromagnétique. Mais, dans l'emploi de l'équation (V), on se heurte à des difficultés particulières, si l'on suppose qu'il n'y a pas de masse véritable; dans un certain sens, la dynamique de l'électron nous ramène alors à la mécanique d'avant Galilée, suivant laquelle les forces déterminent non l'accélération, mais la vitesse.

Quand le mouvement est une translation rectiligne sans rotation et que l'électron présente, en outre, un axe de symétrie dont la direction coïncide avec celle du mouvement, l'équation (V) prend une forme susceptible d'une interprétation simple. Une remarque, à laquelle est conduit l'auteur, permet de rendre compréhensibles les résultats de M. Sommerfeld relatifs à un mouvement avec une vitesse plus grande que celle de la lumière, et Van der Waals junior entre dans quelques détails à ce sujet.

Il termine par une remarque à propos des séries que l'on constate dans les spectres d'émission des éléments. Les équations du mouvement de l'électron sont des équations intégrales ou fonctionnelles, que l'on peut développer sous forme d'équations différentielles d'ordre infiniment élevé. Aussi la solution contient-elle des constantes en nombre indéfini. Si les équations sont linéaires, ces constantes représentent les amplitudes et les phases de vibrations harmoniques, de sorte que le système peut vibrer avec un nombre infiniment grand de périodes. Il est tout naturel de voir, avec M. Sommerfeld, une pareille série de périodes dans celles d'une série de raies spectrales; cette manière de voir présente ce grand avantage qu'il n'est pas nécessaire d'attribuer à l'atome un degré de liberté pour chaque raie spectrale; l'atome ne posséderait plus que des degrés de liberté en nombre égal à celui des séries dans son spectre.

M. Sommerfeld ayant voulu expliquer ces séries par des vibrations qui ne sont pas influencées par des actions extérieures, M. Van der Waals junior montre que cette explication ne peut être admise.

R. SISSINGH. — Notes sur la réflexion métallique. — *Archives Néerlandaises*, 2e série, t. XI, p. 206.

En 1892, le professeur H.-A. Lorentz a déduit de deux principes fondamentaux très simples, et sans faire aucune hypothèse particulière au sujet de la nature des vibrations lumineuses, les lois de la réfraction par les prismes métalliques, déjà données par MM. Voigt (1) et Drude (2).

Quand la lumière tombe normalement sur le métal, le mouvement lumineux le plus simple qui puisse se produire est représenté par :

$$Ae^{-px}\sin(ct - qx - s),$$

x étant la distance à la surface limite du métal et s la phase. En supposant le métal isotrope et admettant que l'écart de la position d'équilibre, dans le mouvement lumineux, est une grandeur vectorielle déterminée par des équations différentielles linéaires et homogènes, M. Lorentz a déduit les autres mouvements lumineux possibles dans le métal.

En suivant pas à pas la méthode de l'illustre savant, M. Sissingh a pu édifier d'une manière simple la théorie de la réflexion métallique. Il arrive, pour l'intensité de la lumière réfléchie et pour la différence de phase avec le faisceau incident, à des expressions conformes à celle de Cauchy.

On voit que deux grandeurs constantes sont suffisantes pour déterminer la façon dont les métaux se conduisent au point de vue optique; ces deux grandeurs, dans la théorie de M. Sissingh, ont une signification physique bien déterminée; ce sont $n_0 = \frac{\lambda}{\lambda_1}$ (λ et λ_1 étant les longueurs d'onde de la lumière dans l'air et dans le métal), et k_0 le coefficient d'absorption quand on suppose que la lumière se propage dans le métal perpendiculairement à la face d'entrée.

Remarquons, enfin, que les relations auxquelles arrive l'auteur sont applicables pour toute valeur du coefficient d'absorption k. La réflexion par des corps transparents est donc un cas particulier de la réflexion métallique.

(1) VOIGT, *Wied. Ann.*, t. XXIV, p. 144; 1885.
(2) DRUDE, *Wied. Ann.*, t. XLII, p. 666; 1891.

Puisque les théories de la réflexion métallique données par Cauchy, Ketteler, Voigt et Lorentz conduisent à des résultats identiques, il doit être possible de déduire de la théorie de Cauchy les deux relations que donnent les théories de Ketteler, Voigt et Lorentz entre l'indice de réfraction et le coefficient d'absorption, pour une lumière qui tombe normalement ou obliquement sur le métal, c'est-à-dire les équations fondamentales du mouvement lumineux.

L'idée fondamentale de la théorie de Cauchy étant l'introduction d'une grandeur complexe (imaginaire) comme indice de réfraction, M. Sissingh en a déduit simplement les deux équations fondamentales cherchées.

W.-H. JULIUS. — Une nouvelle méthode pour déterminer la loi suivant laquelle le pouvoir rayonnant du disque solaire varie du centre au bord. — *Archives Néerlandaises*, 2e série, t. XI, p. 344.

On sait que l'éclat du disque solaire diminue notablement du centre vers le bord. Bien que cette particularité importante du phénomène solaire soit une des premières dont chaque théorie du Soleil dût rendre compte, elle conduit à des problèmes tellement difficiles qu'une explication satisfaisante manque encore complètement pour le moment. Même l'étude empirique de la loi suivant laquelle le pouvoir rayonnant varie à travers le disque n'est pas encore fort avancée. Les résultats obtenus par divers observateurs en explorant l'*image* du Soleil par un photomètre, une pile thermo-électrique, un bolomètre ou un radiomicromètre sont assez discordants. D'après M. Julius, il y a une erreur systématique tenant à ce qu'en un point quelconque de l'image du Soleil on n'observe pas seulement le rayonnement provenant du point correspondant du disque, mais encore des rayons dispersés émanant d'autres points. Cet effet perturbateur agit d'une manière égalisante, les parties marginales du Soleil recevant une plus grande quantité de rayons dispersés, venant des portions centrales du disque, que les parties centrales de l'image n'en reçoivent des parties marginales.

Il est possible d'éviter complètement cette source d'erreurs en employant une méthode dans laquelle le pouvoir rayonnant des diverses régions solaires est déduit d'observations faites pendant une éclipse totale du Soleil.

Supposons que nous connaissions exactement la courbe représen-

tant l'intensité du rayonnement solaire en fonction du temps, depuis le premier jusqu'au quatrième contact; cette courbe nous apprend la quantité dont le rayonnement total a augmenté ou diminué entre deux instants quelconques. Chaque accroissement, positif ou négatif, est causé exclusivement par des rayons provenant du fuseau du disque solaire que le bord de la Lune semble avoir traversé entre ces deux instants. A partir du troisième contact, divisons le temps en intervalles égaux de deux minutes et traçons la position du bord de la Lune sur le disque solaire à la fin de chaque intervalle. Le disque est partagé en 39 bandes étroites qui fournissent les quantités connues a, b, c, ..., dont la somme donne le rayonnement total.

Supposons maintenant que le rayonnement varie uniquement avec la distance au centre du Soleil; divisons le Soleil en n zones concentriques, et soit x_α, x_β, ..., x_γ le rayonnement par unité de surface fourni par ces zones : on peut écrire 39 équations de conditions permettant de trouver les inconnues x_α, x_β, ..., x_γ.

M. Julius a appliqué cette méthode aux observations de l'expédition hollandaise de Burgos, lors de l'éclipse du Soleil du 30 août 1905. Il a trouvé ainsi, pour le rayonnement par unité de surface, à des distances du centre du Soleil exprimées en millièmes du rayon du disque :

$x_0 = 0{,}4388$, $x_{100} = 0{,}4380$, $x_{200} = 0{,}4240$, $x_{300} = 0{,}4278$,
$x_{400} = 0{,}4153$, $x_{500} = 0{,}3843$, $x_{600} = 0{,}3662$, $x_{700} = 0{,}3488$,
$x_{775} = 0{,}3290$, $x_{825} = 0{,}3023$, $x_{875} = 0{,}2501$, $x_{925} = 0{,}2166$,
$x_{975} = 0{,}1595$.

La loi de décroissement du centre vers les bords est plus rapide que celle qui résulte des mesures de MM. Wilsol et Frost; elle reste néanmoins assez voisine des résultats de M. Frost entre le centre du disque et la moitié du rayon.

H. ZWAARDEMAKER. — Sur la pression des ondes sonores dans l'organe de Corti. — *Archives Néerlandaises*, 2e série, t. X, p. 496.

D'après l'hypothèse d'Helmholtz-Hensen, les vibrations sonores qui pénètrent par l'étrier dans l'oreille interne y provoquent une résonance des fibres, transversalement tendues, de la membrane basilaire. Suivant la hauteur du son, telle ou telle fibre se met à vibrer fortement, et ce mouvement se communique aux cellules épithéliales

sensibles de l'organe de Corti, ce qui provoque l'excitation de certaines fibres nerveuses. C'est grâce aux fibres nerveuses ainsi atteintes que nous reconnaissons la note.

On croyait autrefois que la fibre vibrait dans toute sa longueur comme une corde librement tendue; on s'est aperçu plus tard que la *zone lisse* (partie de la membrane que les arcades de Cort recouvrent à la façon d'une voûte) *reste en repos*, tandis que la *zone pectinée* (partie de la membrane non recouverte par les arcades) *effectue les plus grands écarts*. Il s'ensuit que la faculté de résonance ne peut être, à bon droit, attribuée qu'aux fibres de la zone pectinée.

L'auteur a reproduit aussi fidèlement que possible, dans un modèle, les circonstances qui se présentent dans l'organe de Corti. Une corde en acier, horizontale, épaisse d'un demi-millimètre et un peu plus longue qu'un mètre, représente une fibre transversalement tendue de la membrane basilaire. Sur une des extrémités s'appuie une reproduction en bois des arcades de Corti. L'autre extrémité est fixée à l'une des branches d'un diapason dont les vibrations, transversales par rapport à la corde, sont entretenues électriquement. En chargeant suffisamment les arcades de Corti et en réglant la tension de la corde au moyen d'une vis micrométrique, il est possible de faire résonner le système avec le diapason, de telle sorte que de faibles écarts de ce dernier donnent lieu à des écarts particulièrement grands de la zone pectinée. On constate alors : 1° de grands écarts de la zone pectinée; 2° l'immobilité de la zone lisse; 3° l'immobilité des arcades de Corti; 4° l'immobilité de la masse de charge, circonstances qu'on trouve réalisées dans l'organe de Corti véritable.

Dans un travail sur la pression produite par les vibrations, lord Rayleigh a traité un cas simple qui est presque identique à celui du dispositif précédent; guidé par cette analogie, M. Zwaardemaker a montré que son modèle permet de mettre en évidence la pression en question; pour lui, *c'est la pression produite par les vibrations sonores qui doit être la cause immédiate de l'audition*. Il termine son mémoire en montrant que sa manière de voir n'est pas absolument liée à la théorie d'Helmholtz-Hensen et qu'elle est également admissible dans la théorie d'Ewald.

H. KAMERLINGH ONNES et ses collaborateurs. — Contribution à la connaissance de la surface ψ de Van der Waals. — *Archives Néerlandaises*, 2e série, t. XI, p. 358.

Ce sont, traduits en français, des mémoires analysés précédemment dans ce recueil en tant que communications du Laboratoire de Leyde.

Les mémoires dont il est question sont les suivants :

I. *L'examen graphique et le pli transversal* par H. Kamerlingh Onnes ;

II. *La portion du pli transversal voisine du point de plissement dans les expériences de M. Kuenen sur la condensation rétrograde*, par H. Kamerlingh Onnes et M. Reinganum ;

III. *Recherche concernant le pli transversal de la surface ψ de Van der Waals*, par Ch.-M.-A. Hartman ;

IV. *Recherches sur la compressibilité et la condensation de mélanges d'anhydride carbonique et d'hydrogène*, par J.-E. Verschaffelt.

Dr Arthur-W. GRAY. — Application of the baroscope to the determination of the densities of gazes and vapours. — Preliminary Notice (Application du baroscope à la mesure des densités des gaz et des vapeurs. — Note préliminaire). — *Communications from the Physical Laboratory of Leiden*, n° 94.

Le système oscillant consiste en un fléau de verre de 7 centimètres de long, porté par un fil de quartz de 14 millimètres tendu par un châssis de verre ; à ses extrémités, le fléau porte, d'un côté, un réservoir sphérique en verre soufflé et, de l'autre, une coupe hémisphérique de même poids, faite avec le même verre, et de même diamètre (1 centimètre) que le réservoir. Le poids total du système oscillant est de $0^{gr},67$; il porte un miroir plan qui permet, à l'aide d'un prisme à réflexion totale et d'une échelle divisée placée à $2^{m},55$ du miroir, d'apprécier les déplacements angulaires de celui-ci. Avec un fil de quartz de $0^{cm},005$ de diamètre, une variation de $0^{mm},1$ de l'échelle indique une variation de la densité de l'air de $\frac{1}{6.000}$ à la pression et à la température ordinaires. Cet appareil peut évidemment servir pour apprécier de petites variations de densité du milieu dans lequel il est placé, à condition qu'il soit convenablement taré à l'avance.

Dr H. KAMERLINGH ONNES. — Methods and apparatus used in the cryogenic laboratory. — VII. A modified cryostat. — VIII. Cryostat with liquid oxygen for temperatures below — 210° C. — IX. The purification of gases by cooling combined with compression, especially the preparation of pure hydrogen. — X. How to obtain baths of constant and uniform temperature by means of liquid hydrogen. — XI. The purification of hydrogen for the cycle. — XII. Cryostat especially for temperatures from — 252° to — 259°. — XIII. The preparation of liquid air by means of the cascade process. — XIV. Preparation of pure hydrogen through distillation of less pure hydrogen (Méthodes et appareils en usage au laboratoire cryogène. — VII. Modification du cryostat. — VIII. Cryostat à oxygène liquide pour les températures inférieures à — 210° C. — IX. Purification des gaz par le refroidissement combiné avec la pression, et spécialement préparation d'hydrogène pur. — X. Manière d'obtenir des bains à température constante et uniforme au moyen d'hydrogène liquide. — XI. Purification de l'hydrogène devant servir au cycle. — XII. Cryostat pour les températures allant de — 252° à — 259°. — XIII. Préparation de l'air liquide par le procédé de la cascade. — XIV. Préparation d'hydrogène pur par la distillation de l'hydrogène moins pur). — *Communications from the Physical Laboratory of Leiden*, n° 94.

Les communications VII et VIII consistent dans la description d'un cryostat de plus grandes dimensions que ceux qui avaient été préalablement utilisés, ou devant fonctionner à des températures plus basses. Il s'agit là de détails minutieux de construction qu'il est difficile de résumer en peu de mots. Les communications suivantes ont une portée plus haute. On se rappelle que le laboratoire cryogène de Leyde fonctionne au moyen d'une cascade de températures entretenue par un triple cycle à chlorure de méthyle, à éthylène et à oxygène. Conformément à l'espoir qu'il avait formulé autrefois, l'éminent directeur du Laboratoire de physique de Leyde a complété sa cascade par un cycle à hydrogène liquide. La difficulté pratique consiste en ce que l'évaporation de l'oxygène liquide, même dans le vide, ne suffit pas pour atteindre la température critique de l'hydrogène ; pour la liquéfaction de celui-ci, il faut absolument avoir recours au refroidissement produit par la détente adiabatique du gaz préalablement refroidi par l'oxygène liquide. Il s'ensuit que le cryostat à hydrogène liquide est d'une construction plus compliquée encore que les précédents; il faut dire que le bain intérieur de ce cryostat ne contient pas moins de 1^{lit},5 d'hydrogène liquide et que la température de ce bain est maintenue constante à 0°,01 près.

On se sert pour cela d'hydrogène absolument pur obtenu par électrolyse.

L'air, privé de son acide carbonique par une solution de soude,

comprimé à 10 atmosphères, refroidi par l'oxygène liquide et se détendant, se liquéfie aisément; on peut recueillir environ 9 litres d'air liquide par heure et aisément un demi-hectolitre par jour!

Dr J.-E. VERSCHAFFELT. — Contributions to the knowledge of Van der Waals ψ surface. — X. On the possibility of predicting the properties of mixtures from those of the components (Contributions à la connaissance de la surface ψ de Van der Waals. — X. Possibilité de prédire les propriétés des mélanges au moyen des propriétés de leurs composantes). — *Communications from the Physical Laboratory of Leiden*, Supplément, nos 11 et 12.

Le mémoire a pour but de montrer que les propriétés spéciales des mélanges sont convenablement représentées par l'équation primitive de Van der Waals :

$$p = \frac{RT}{v - b_x} - \frac{a_x}{v^2},$$

quand on pose :

$$a_x = a_{11}(1-x)^2 + 2a_{12}x(1-x) + a_{22}x^2,$$
$$b_x = b_{11}(1-x)^2 + 2b_{12}x(1-x) + b_{22}x^2,$$

avec les simplifications :

$$a_{12} = \sqrt{a_{11}a_{22}}, \qquad b_{12} = \frac{1}{2}(b_{11} + b_{22}).$$

Pour les mélanges de CH^3Cl et CO^2 (Brinkman), de CO^2 et H^2 (Verschaffelt), de CO^2 et O^2 (Keesom), de HCl et C^2H^6 (Quint), la comparaison des valeurs expérimentales et calculées de T_{xk} et de P_{xk} pour les mélanges très variés est satisfaisante, sans être parfaite dans tous les cas.

Dans les cas des mélanges de CO^2 et H^2, la température et la pression du point de plissement pour les mélanges $x = 0,1$, $0,2$, ..., $0,9$, calculées ainsi qu'il vient d'être dit, concordent parfaitement avec les résultats expérimentaux de M. Hartman.

Dr J.-E. VERSCHAFFELT. — Mesures relatives au changement de pression par substitution d'une composante par une autre dans des mélanges d'anhydride carbonique et d'hydrogène. — *Communications from the Physical Laboratory of Leiden*, Supplément, n° 13.

On sait qu'à la température ordinaire et aux basses pressions l'hydrogène et l'anhydride carbonique s'écartent dans des sens différents des lois des gaz parfaits.

Il était donc à prévoir qu'un certain mélange de ces deux gaz se conformerait à cette loi en deuxième approximation. Pour un mélange de x molécule d'hydrogène avec $1 - x$ molécule de CO^2, on a, à la température ordinaire,

$$pv = 1 + \varepsilon + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2}.$$

D'après M. Verschaffelt, la valeur B_0 du coefficient de $\frac{1}{v}$ à 0° est donnée en fonction de x par la formule suivante :

$$B_0 = 0{,}00069x^2 - 0{,}00106x(1 - x) - 0{,}0068(1 - x)^2,$$

qui s'annule pour $x = 0{,}8$. Lorsqu'on fait varier la température, la composition du mélange qui suit la loi de Mariotte en deuxième approximation ne change pas notablement avec la température ; elle se déplace lentement du côté de l'anhydride carbonique, qui ne suit la loi de Mariotte qu'à une température très élevée.

Le fait que l'écart de la loi de Mariotte peut être convenablement représenté par une relation du 2e degré en x constitue une vérification des formules quadratiques de Van der Waals pour a_x et b_x. En effet, pour de grandes valeurs de v, l'isotherme d'un mélange binaire peut s'écrire :

$$pv = RT + \frac{RTb_{\infty} - a_{\infty}}{v},$$

où a_{∞} et b_{∞} sont les valeurs limites, pour $v = \infty$, des grandeurs a_x et b_x considérées comme fonctions de v. Comme a_{∞} et b_{∞} sont des fonctions du 2e degré en x, il doit en être de même de la différence $b_{\infty} - a_{\infty}$, qui n'est autre chose que le coefficient B_0.

Loi de Dalton. — Réunissons dans un même volume x molécule-gramme d'hydrogène et $1 - x$ molécule-gramme de CO^2 et prenons comme unité de volume le volume normal théorique d'une molécule-gramme ; si v est, à 0°, la valeur du volume considéré, mesuré avec cette unité, les pressions que les deux gaz exerceraient individuellement sont :

$$p_1 = \frac{x}{v}\left(1 + \frac{0{,}00069x}{v}\right) \quad \text{et} \quad p_2 = \frac{1 - x}{v}\left(1 - \frac{0{,}0068(1 - x)}{v}\right).$$

Comme la pression réellement exercée est :

$$p = \frac{1}{v} + \frac{B_0}{v^2},$$

on trouve que par le mélange la pression subit une variation:

$$\Delta p = p - (p_1 + p_2) = -0{,}00106 \frac{x(1-x)}{v^2}.$$

Cette pression est une *diminution* qui atteint sa plus grande valeur pour $x = \frac{1}{2}$; elle est alors de $0^{mm},21$ de mercure.

Δp diminue à mesure que la température s'élève; à une température voisine de 75°, l'écart de la loi de Dalton s'annule pour changer de signe ensuite.

Si, au contraire, on prend x molécule-gramme de H et $1-x$ molécule-gramme de CO^2 à 0° et sous la même pression p, et qu'on les mélange de telle sorte que le volume reste la somme des volumes occupés par les quantités mélangées, par le mélange la pression subit une variation :

$$\delta p = 0{,}00505 x(1-x)p^2,$$

qui est une augmentation, laquelle est maxima pour $x = \frac{1}{2}$ et atteint alors, pour $p = 1$ atmosphère, $0^{mm},96$ de mercure, ce qui est parfaitement d'accord avec l'observation de M. Braun.

Dr H. KAMERLINGH ONNES et Dr W. HEUSE. — On the measurement of very low temperatures. — V. The expansion coefficient of Jena and Thuringer glass between + 16° and — 182° C. (Sur la mesure des très basses températures. — V. Le coefficient de dilatation du verre d'Iéna et de Thuringe entre + 16° et — 182° C.). — *Communications from the Physical Laboratory of Leiden*, n° 85.

A Leyde, le thermomètre à hydrogène est pris comme étalon pour les très basses températures. Pour atteindre le degré de précision désirable, il est nécessaire de connaître à 1 0/0 près les coefficients des formules :

$$L = L_0(1 + at + bt^2), \qquad V = V_0(1 + k_1 t + k_2 t^2),$$

qui donnent la dilatation linéaire et cubique du verre d'Iéna 16^{III} dont il est formé. Une semblable détermination devait être faite pour le verre de Thuringe (n° 50) avec lequel sont faits les piézomètres qui ont été décrits antérieurement.

Pour la dilatation linéaire, on a mesuré à la température ordinaire, vers — 90° et vers — 180°, les longueurs de tiges des deux espèces

de verre. On en a tiré :

Pour le verre d'Iéna 16^{III}........ $a = 7,74 \times 10^{-6}$, $b = 0,00882 \times 10^{-6}$
— de Thuringe (n° 50). $a = 9,15 \times 10^{-6}$, $b = 0,0119 \times 10^{-6}$

Pour la dilatation cubique, on a pris des coefficients triples des précédents, savoir :

Pour le verre d'Iéna 16^{III}........ $k_1 = 23,21 \times 10^{-6}$, $k_2 = 0,0265 \times 10^{-6}$
— de Thuringe (n° 50). $k_1 = 27,45 \times 10^{-6}$, $k_2 = 0,0357 \times 10^{-6}$

Dr H. KAMERLINGH ONNES et C.-A. CROMMELIN. — On the measurement of very low temperatures. — IX. Comparison of a thermo-electric element constantan-steel with the hydrogen thermometer (Sur la mesure des très basses températures. — IX. Comparaison d'un élément thermoélectrique constantan-acier avec le thermomètre à hydrogène). — *Communications from the Physical Laboratory of Leiden*, n° 95.

Ces comparaisons, étendues entre 0° et la température d'ébullition de l'hydrogène, sont mal représentées par la formule d'Avenarius (E en microvolts) :

$$E = a\frac{t}{100} + b\left(\frac{t}{100}\right)^2.$$

Avec une formule de même forme, mais du 3e degré, l'accord est bien meilleur sans être encore parfait, l'écart entre la formule et l'expérience étant de l'ordre du degré (0°,94) vers — 200°.

Il a fallu admettre une formule du 5e degré pour avoir une représentation satisfaisante ; encore faut-il exclure les températures relatives à l'hydrogène liquide, qui exigeraient probablement un terme en $\left(\frac{t}{100}\right)^6$.

A cela près, la formule du 5e degré ne donne que des erreurs de quelques centièmes de degré, sauf vers — 259°, où elles atteignent 0°,74.

Dr H. KAMERLINGH ONNES et J. CLAYE. — On the measurement of very low temperatures. — X. Coefficient of expansion of Jena glass and of platinum between + 16° and — 182°. — XI. A comparison of the platinum resistance thermometer with the hydrogen thermometer. — XII. Comparison of the platinum resistance thermometer with the gold resistance thermometer (Sur la mesure des très basses températures. — X. Coefficient de dilatation du verre d'Iéna et du platine entre + 16° et — 182°. — XI. Comparaison du thermomètre à résistance de platine avec le thermomètre à hydrogène. — XII. Comparaison du thermomètre à résistance de platine avec le thermomètre à résistance en or). — *Communications from the Physical Laboratory of Leiden*, n° 95.

Les auteurs calculent à nouveau les coefficients a et b, k_1 et k_2 de la dilatation linéaire et cubique du verre d'Iéna 16III, en utilisant des mesures de température plus précises que celles qu'avaient utilisées MM. K. Onnes et Heuse et ils peuvent représenter la dilatation linéaire par une formule du 3e degré :

$$l_t = l_0 \left\{ 1 + a \frac{t}{100} + b \left(\frac{t}{100}\right)^2 + c \left(\frac{t}{100}\right)^3 \right\}.$$

D'autre part, ils trouvent qu'entre 0° et — 190° le coefficient de dilatation moyen du verre de Thuringe (n° 50) est 0,00002074.

La courbe qui représente la résistance du platine en fonction de la température du thermomètre à hydrogène présente un point d'inflexion vers — 180°.

Il s'ensuit que la représentation du rapport $\frac{W_t}{W_t}$ des résistances du platine à t° et à zéro, par un développement en série, suivant les puissances croissantes de $\frac{t}{100}$, présente des difficultés particulières qui contraignent les auteurs à essayer différents types de formules qui représentent remarquablement leurs mesures.

De la même façon ils arrivent à représenter la résistance en or par une formule qui marche d'accord avec l'expérience même à — 259°. Le point d'inflexion de la courbe de la résistance de l'or en fonction de la température est vers — 220°.

Dr H. KAMERLINGH ONNES et C. BRAAK. — On the measurement of very low temperatures. — XIII. Determinations with the hydrogen thermometer (Sur la mesure des très basses températures. — XIII. Déterminations faites avec le thermomètre à hydrogène). — *Communications from the Physical Laboratory of Leiden*, n° 95.

Des détails donnés par les auteurs, il s'ensuit que, avec le thermomètre étalon à hydrogène du laboratoire de Leyde, les plus basses températures peuvent être mesurées à $\frac{1}{50}$ de degré près si l'on prend des précautions convenables, si l'on en excepte peut-être les mesures faites dans l'hydrogène liquide.

A son point de fusion sous la pression atmosphérique, la tension des vapeurs de l'hydrogène atteint $53^{mm},82$ de mercure. Il est digne de remarque que, dans les déterminations du point zéro du thermomètre à hydrogène, la pression décroît lentement avec le temps. P. Chappuis a observé un décroissement pareil avec son thermomètre sous la pression de 1 mètre de mercure.

Dr H. KAMERLINGH ONNES et CROMMELIN.
Note sur la communication précédente.

Les recherches ultérieures des auteurs sur la comparaison de l'élément thermoélectrique constantan-acier avec le thermomètre à hydrogène montrent que la formule à quatre termes :

$$E = a\frac{t}{100} + b\left(\frac{t}{100}\right)^2 + c\left(\frac{t}{100}\right)^3 + d\left(\frac{t}{100}\right)^4$$

représente aussi bien les mesures que la formule à cinq termes.

E. Mathias.

COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES;

T. CXLIII, 2e semestre 1906.

G. MILLOCHAU. — Sur un dispositif optique généralisant l'emploi du télescope de 1 mètre de diamètre de l'Observatoire de Meudon. — P. 33.

L'auteur place entre le miroir et son foyer un système de trois lentilles divergentes, destiné à produire une image réelle agrandie

que l'on peut soit photographier, soit observer avec un oculaire. Il montre que ces lentilles transforment un faisceau d'ouverture α en un autre d'ouverture $\frac{\alpha}{10}$, quand elles fonctionnent chacune à $\frac{3\alpha}{10}$; si on fait varier convenablement leur position, on obtient des images de mêmes dimensions que celles données par un miroir de même diamètre, mais de distance focale de 15 à 20 fois plus petite.

De même un système de n lentilles convergentes peut servir à construire un collimateur capable d'utiliser un faisceau d'ouverture α, les lentilles fonctionnant à $\frac{\alpha}{n}$, et le collimateur a une distance focale apparente égale à celle de la dernière lentille.

M. STEFÁNIK. — Héliomètre à réflexion. — P. 106.

L'auteur interpose entre l'objectif de l'appareil et son foyer deux miroirs inclinés et mobiles l'un par rapport à l'autre, produisant ainsi deux images d'écartement variable à volonté. Il indique les services que le dispositif pourra rendre en spectroscopie et en photométrie.

G. MILLOCHAU. — Sur une mesure préliminaire des raies du spectre solaire dans les régions infra-rouges. — P. 108.

L'auteur utilise le procédé d'Hasselberg pour la mesure des longueurs d'onde des raies solaires ultra-violettes, procédé qui consiste à comparer directement une radiation avec la radiation correspondante du spectre d'un autre ordre du réseau utilisé. Insolant la moitié seulement d'une plaque Σ Lumière colorée à l'érythrosine, et cachant successivement les deux moitiés de la fente du spectroscope, il photographie le spectre infra-rouge du premier spectre du réseau sur la partie insolée, avec interposition d'un écran rouge, et sur l'autre partie de la plaque, sans écran, le spectre bleu et violet du deuxième ordre. Il a pu ainsi dresser un tableau des longueurs d'onde infra-rouges allant jusqu'à 1 μ, qui est publié dans la note.

DEVAUX-CHARBONNEL. — Sur la mesure de la capacité et de la self-induction des lignes télégraphiques. — P. 110.

La capacité est mesurée au moyen du balistique en utilisant seulement la décharge de la ligne ; l'influence des courants parasites est éliminée en opérant avec une force électromotrice élevée (100 volts) et alternant les fils. Les nombres obtenus montrent que la capacité des fils aériens est supérieure à la valeur théorique (ceci tient à la présence des conducteurs autres que le sol), qu'elle augmente par les temps humides, et est pratiquement indépendante de la nature et du diamètre du fil.

Pour la mesure de la self, on forme une boucle entièrement métallique avec deux fils, suivant deux parcours différents, mais ayant leurs extrémités communes, et on opère avec un pont de Wheatstone renfermant dans la quatrième branche une self réglable; un manipulateur rotatif permet de faire circuler dans le même sens dans le galvanomètre les courants d'ouverture et de fermeture. — La self ainsi mesurée est la self apparente de la ligne; la self vraie s'en déduit en tenant compte de sa capacité; elle est plus élevée pour les lignes en fer.

L. LEWIN, A. MIETHE et E. STRENGER. — Détermination, en longueurs d'onde, des raies d'absorption photographiées des matières colorantes du sang. — P. 115.

Tableau. — Ce sont les raies situées dans la partie la plus réfrangible du spectre qui sont, en général, les plus caractéristiques.

PAUL-L. MERCANTON. — Sur l'inclinaison magnétique terrestre aux époques préhistoriques. — P. 139.

Application de la méthode de Folgheraiter. L'inclinaison était probablement forte et boréale en Suisse, à l'époque néolithique et à l'époque du bronze, et en Bavière septentrionale, vers 800-600 avant Jésus-Christ.

CARL STORMER. — Sur l'aurore boréale. — P. 140, 408, 460.
P. VILLARD. — P. 143 et 587.

Suite de l'exposé de la théorie analytique de l'aurore boréale ;

détermination d'un certain nombre de trajectoires de corpuscules supposés émis par le Soleil et définition des domaines accessibles ou inaccessibles à ces corpuscules. M. Villard précise de même certains points de sa théorie et montre que le lieu d'émission des rayons catodiques auroraux est nécessairement terrestre.

Il est du reste d'accord avec M. Störmer sur la façon dont se comporteraient des rayons d'origine solaire (ou cosmique) et admet que ces rayons pourraient provoquer, près des pôles, une émission catodique se produisant dans notre atmosphère et donnant lieu à la formation de l'aurore.

F. DE MONTESSUS DE BALLORE. — Sur les prétendues lois de répartition mensuelle des tremblements de terre. — P. 146.

L'auteur montre que ces lois sont inexactes et que les tremblements de terre se produisent également en toute saison.

H. DESLANDRES et A. BERNARD. — Photomètre spécial destiné à la mesure de la lumière circumsolaire. — P. 152.

Description de l'appareil, dont le principe est le suivant : sur la ligne du centre du Soleil, on place le centre d'un petit disque opaque, perpendiculaire aux rayons, et, dans le cône d'ombre du disque, un tube noirci dont l'axe coïncide avec la ligne du centre du Soleil et qui porte un verre dépoli à sa partie arrière. Une moitié de ce verre est éclairée par la lumière d'un anneau circumsolaire, variable à volonté ; l'autre par une lampe étalon, dont on peut changer l'éloignement et la largeur du faisceau lumineux.

Des écrans de pouvoir absorbant connu permettent de diminuer l'éclat souvent trop fort de la lumière du ciel.

RENAN. — Détermination rigoureuse de deux constantes instrumentales qui interviennent dans certaines observations méridiennes. — P. 160.

Description d'un procédé simple et précis pour mesurer : 1° le pas des deux vis et du micromètre ; 2° la différence de deux angles qu'il faut connaître dans les observations méridiennes, à savoir l'inclinaison du fil horizontal du micromètre par rapport à l'axe de rotation et l'angle du fil vertical avec le plan instrumental.

Ch. FABRY et H. BUISSON. — Mesures de longueurs d'onde dans le spectre du fer pour l'établissement d'un système de repères spectroscopiques. — P. 165.

Chacune des raies mesurées du spectre du fer a été directement comparée à une même raie fondamentale, la raie verte du mercure donnée par la lampe Cooper-Hewitt ; cette raie verte avait été au préalable comparée avec celle du cadmium. La méthode utilisée est celle de Perot et Fabry ; les déterminations sont faites par photographie ; un tableau donne les longueurs d'onde dans l'air, à 15° et sous la pression 760 millimètres.

Walter RITZ. — Sur la photographie des rayons infra-rouges. — P. 167.

Abney (¹) a obtenu une émulsion très sensible aux radiations peu réfrangibles (jusqu'à 1μ,4) en préparant une émulsion de bromure d'argent dans du collodion, distillant l'éther, puis lavant et redissolvant le précipité.

L'auteur montre qu'une émulsion obtenue au moyen de solutions concentrées d'azotate d'argent et de bromure de zinc et d'ammonium est beaucoup plus sensible. La diminution de la pyroxiline est aussi très favorable ; enfin il y a avantage, après avoir distillé l'éther, de laisser refroidir, de rajouter l'éther, d'agiter et de recommencer l'opération.

De même un précipité de bromure d'argent dans l'alcool ou dans l'eau, additionné d'un peu d'azotate, d'argent donne, après émulsification dans la gélatine et action de la chaleur, des plaques plus sensibles aux rayons infra-rouges que celles d'Abney.

G. MALFITANO. — Sur la conductibilité électrique du colloïde hydrochloroferrique. — P. 172.

L'influence de la micelle sur la résistance d'une solution de colloïde hydrochloroferrique doit dépendre de la composition du milieu intermicellaire, de celle de la micelle et du volume occupé par elle. La conductibilité spécifique micellaire n'est pas représentée par la différence entre la conductibilité de la liqueur colloïdale entière et

(¹) *Philos. Trans.*, années 1880 et 1881.

celle de la solution débarrassée par filtration des micelles. Les variations dans les valeurs de cette différence indiquent que les influences réciproques entre la micelle et son milieu affectent leur composition respective, leur état d'ionisation et le volume micellaire.

J. LARGUIER DES BANCELS. — Influence des non-électrolytes sur la précipitation mutuelle des colloïdes de signe électrique opposé. — P. 174.

1° Le mélange de deux colloïdes de signe opposé, en présence de non-électrolytes, donne, en général, lieu à une précipitation qui peut être totale ; cependant cette présence, en certains cas, empêche la précipitation ; 2° Le précipité résultant du mélange des deux colloïdes en milieu aqueux peut être dissocié par l'addition de non-électrolytes convenables ; par exemple, ceux qui sont capables d'empêcher la formation du précipité peuvent dissocier le précipité résultant.

BLOCH. — Sur la mobilité des ions produits par la lampe Nernst. — P. 213.

L'air recueilli au voisinage d'un filament de lampe Nernst incandescent est fortement conducteur, et cette conductibilité est due à la présence d'ions des deux signes en quantité sensiblement égale. La mobilité des centres chargés est voisine de $\frac{3}{10}$ de millimètre quand on la mesure sur le gaz encore chaud ; lorsqu'on opère au contraire sur les gaz complètement refroidis, on trouve une mobilité voisine de $\frac{2}{100}$ de millimètre, mobilité comparable à celle trouvée pour les gros ions dans le cas des gaz de la flamme [1].

DEVAUX-CHARBONNEL. — L'étude expérimentale des transmissions télégraphiques. — P. 215.

L'étude des diverses phases de la propagation du courant se fait au moyen de l'oscillographe Blondel. Le front de l'onde se propage avec la vitesse théorique $v = \frac{1}{\sqrt{\gamma\lambda}}$, γ et λ étant la capacité et la

(1) Voir E. Bloch, *J. de Phys.*, 4e série, t. IV, p. 760, 1905.

self par unité de longueur de la ligne. — S'il n'y a aucun appareil sur la ligne, dès que le front de l'onde arrive à l'extrémité, le courant apparaît avec une valeur souvent supérieure à la moitié de celle qui correspond au régime permanent; la durée de la période variable est égale à $\sqrt{CL}$, C et L désignant la capacité et la self totales. L'adjonction d'un appareil sur la ligne augmente la durée du régime variable.

Pour les lignes souterraines ou sous-marines, la valeur élevée de la capacité nuit à la vitesse des transmissions; la résistance n'intervient seulement que pour fixer la valeur du courant en régime permanent.

P. MASSOULIER. — Sur la relation qui existe entre la résistance électrique et la viscosité des solutions électrolytiques. — P. 218.

L'étude a été faite en dissolvant soit du sulfate de cuivre, soit du chlorure de potassium dans des mélanges d'eau et de glycérine, ou encore du chlorure de potassium dans l'eau épaissie avec du sucre. Il n'y a pas proportionnalité rigoureuse entre les variations de résistance et de viscosité; cependant, à mesure que la solution saline est plus diluée, par conséquent que l'ionisation est plus complète, les écarts sont de plus en plus faibles.

A. CHASSY. — Influence de la pression et de la forme de la décharge sur la formation de l'ozone. — P. 220.

La vitesse de formation de l'ozone (quantité formée par unité de temps) dépend de la tension électrique; mais la limite (proportion maxima obtenue) n'en dépend pas, pourvu que l'on ait dépassé la tension critique au-dessous de laquelle on n'observe pas de formation sensible d'ozone.

La pression variant seule, depuis 76 jusqu'à 6 centimètres de mercure, la quantité d'ozone formée par une première action de l'effluve décroît, mais moins vite que la pression. Aux pressions inférieures à 6 centimètres, il ne se produit rien; bien plus, l'ozone, stable même à ces pressions, s'y détruit par l'action de la décharge.

G. URBAIN. — Spectres de phosphorescence catodique du terbium et du dysprosium dilués dans la chaux. — P. 229.

Description des deux spectres et étude des conditions dans lesquelles il faut se placer pour les obtenir.

JEAN DANYSZ FILS. — Sur le plomb radioactif extrait de la pechblende. — P. 232.

Étude de la réapparition de l'activité du chlorure de plomb désactivé par le procédé de Debierne[1]. Cette réapparition est due à ce que le traitement a laissé au chlorure du radium D, qui reforme du radium E, se transformant à son tour en polonium. On trouve ainsi que le radium E diminue de moitié en 4,72 jours.

D. NEGREANO. — Résistivités des eaux minérales; leur variation avec la température; différenciation d'avec les eaux similaires artificielles. — P. 257.

La résistivité d'une eau minérale est une constante caractéristique de chaque eau; elle est d'autant plus petite que la concentration de l'eau minérale est plus grande; elle diminue avec la température, et diffère notablement de celle d'une eau similaire artificielle.

J. DE SCHOKALSKY. — Sur la formation de la glace de fond. — P. 261.

Description du phénomène de formation de la glace au fond des bassins lacustres et des rivières.

G. LIPPMANN. — Des divers principes sur lesquels on peut fonder la photographie directe des couleurs. Photographie directe des couleurs fondée sur la dispersion chromatique. — P. 270.

La dispersion prismatique donne une solution du problème de la photographie directe des couleurs. Considérons en effet un spectroscope photographique composé d'une fente, d'un prisme, d'une lentille et d'une plaque sensible. La lumière est décomposée, et chaque radiation simple donne une image conjuguée sur la plaque.

---

(1) Voir *C. R.*, 1904.

Remettons le négatif en place. En l'éclairant par la lumière blanche, il ne peut arriver sur la fente aucune des radiations qui ont impressionné la plaque. Car l'image d'une radiation étant un trait opaque sur le négatif arrête la lumière, par conséquent la radiation qui a impressionné et qui seule, en vertu du principe du retour inverse des rayons lumineux, pourrait traverser la fente. L'œil placé à la fente ne verra que la couleur complémentaire de l'objet ; ce serait la couleur même si le négatif était remplacé par un positif. M. Lippmann remplace la fente unique par les lignes fines transparentes d'une trame lignée de 5 traits au millimètre; il la fixe à l'entrée d'une boîte munie à sa sortie d'un châssis avec plaque sensible, à son milieu d'une lentille convergente devant laquelle se trouve un prisme de petit angle, d'arête parallèle aux lignes de la trame.

On pourrait aussi disposer dans une chambre noire ordinaire une trame avec un réseau; plaçant ensuite sur l'image développée la trame avec son réseau, on voit les couleurs de l'original, à la condition de mettre l'œil à la place qu'occupait l'objectif.

M. Lippmann complète, en outre, la théorie qu'il avait donnée de la photographie des couleurs en considérant le cas pratique où les ondes ne sont pas planes.

P. FOURNEL. — Sur les variations de la résistance électrique des aciers en dehors des régions de transformation. — P. 287.

Indications sur les rôles respectifs du carbone, du silicium et du manganèse dans la variation de résistance avec la température; au-dessous de 600°, la courbe de variation de la résistance est une droite; puis, à partir d'une température qui dépend de la composition de l'alliage, une parabole; au-dessus de 900°, la résistance croît proportionnellement à la température.

J. DUCLAUX. — Lavage des précipités colloïdaux. — P. 296.

L'auteur montre, dans le cas des précipités colloïdaux, la non-existence de certains composés limites ; ces composés se formaient simplement parce que l'élimination par lavages successifs d'un de leurs constituants se poursuivait avec une lenteur telle qu'on était tenté de croire qu'elle ne se poursuivait pas plus loin.

P. DUHEM. — Sur les deux chaleurs spécifiques d'un milieu élastique faiblement déformé; extensions de la formule de Reech. — P. 335 et 371.

Théorie mathématique.

J. DUCLAUX. — Sur une propriété des diastases. — P. 344.

Pour les diastases, aussi bien que pour les colloïdes, on ne doit considérer que la partie active, celle qui réagit, suivant des lois particulières d'équilibre, sur le milieu où elle se trouve. De plus, la quantité de matière active n'a aucun rapport constant et nécessaire avec la quantité de diastase brute employée, ce qui permet d'expliquer que les expériences, fussent-elles seulement faites à des dilutions différentes, ne sont pas comparables entre elles.

PIERRE BREUIL. — Sur les aciers au cuivre. — P. 346 et 377.

Le cuivre augmente la ténacité, la limite d'élasticité et la dureté des aciers, mais il leur donne peu de fragilité et diminue leur ductilité. Ce qui caractérise surtout les aciers utilisables (c'est-à-dire jusqu'à 4 0/0 de cuivre), c'est la finesse de leur structure ; ils ont d'autant plus de perlite granulo-sorbitique que la teneur en cuivre est plus élevée, et c'est cette sorbite qui donne de l'homogénéité, de la dureté et de la ténacité au métal; l'ensemble est à la fois aussi dur que l'acier d'une carburation supérieure, mais est beaucoup moins cassant que lui.

G. BIGOURDAN. — Le tremblement de terre de Valparaiso (16 août 1906) enregistré à Paris. — P. 354 et 371.

Courbes fournies par le sismographe de l'Observatoire dont l'auteur donne la description.

M. GANDILLOT. — Sur les lois de la musique. — P. 375.

L'auteur montre qu'il est facile de reconstituer toute la musique, gammes et harmonie, en partant du principe très simple de conso-

nance qu'il énonce ainsi : « Le musicien aime à associer les sons dont les hauteurs sont en rapports simples. »

H. PÉCHEUX. — Détermination, à l'aide des pyromètres thermo-électriques, des points de fusion des alliages de l'aluminium avec le plomb et le bismuth. — P. 397.

Tableau des résultats obtenus en utilisant soit un couple platine-platine iridié, soit un couple nickel-cuivre. Ce dernier, beaucoup plus sensible, pourra rendre de grands services dans les mesures industrielles, à la condition de bien isoler la soudure pour éviter l'oxydation et de refroidir convenablement les fils du couple après la soudure (pour éviter l'effet Thomson).

Ph.-A. GUYE et G. TER-GAZARIAN. — Poids atomique de l'argent. — P. 411.

De leurs expériences et de la discussion d'expériences anciennes, les auteurs déduisent que le poids atomique de l'argent doit être abaissé de 107,93 à 107,89.

M. BRILLOUIN. — Mouvement du pôle à la surface de la Terre. — P. 437.

Des courbes publiées par M. Albrecht depuis 1890 et représentant la position du pôle instantané de rotation de la Terre de 1/10 en 1/10 d'année, l'auteur conclut que le mouvement du pôle se compose :

1° D'un petit mouvement périodique de un mois lunaire, d'origine externe ;

2° D'un mouvement naturellement amorti, qui subit de temps en temps des lancés nouveaux, produits par des causes internes.

RICCO. — Couleurs et spectres des protubérances. — P. 441.

La chromosphère et les protubérances donnent un spectre continu, qui est renforcé et plus brillant que celui de la couronne sur les parties plus vives de la chromosphère et sur le noyau des protubérances, conformément aux résultats de M. Deslandres. La couleur des protubérances est très différente sur les diverses parties; le corps est rouge pourpre, le sommet violet clair. Enfin, il y a une

classe spéciale de protubérances, formées simplement de vapeurs de calcium, qui ne donnent pas de spectre continu.

DUSSAUD. — Sur l'amplification des sons. — P. 446.

Le procédé consiste à régler par la membrane qui reçoit les vibrations d'une source sonore (membrane de téléphone, par exemple) l'écoulement d'un jet d'air comprimé qui reproduit alors, mais considérablement amplifiées, les vibrations de la source.

TEISSERENC DE BORT. — Sur la récente croisière scientifique de l'*Otaria*. P. 447.

Les sondages par ballons et cerfs-volants ont permis de constater, en été, près de l'équateur, à une hauteur de plus de 12 kilomètres dans l'atmosphère, des températures très basses analogues à celles observées en hiver à la même hauteur sous nos latitudes. Ils confirment le fait que le contre-alizé de Sud-Est à Sud-Ouest souffle non seulement entre les tropiques, mais qu'il remonte sur l'Est de l'Atlantique jusqu'à la latitude de 30° pour se transformer plus au Nord en vent d'Ouest.

LŒWY. — Méthode nouvelle et rapide pour la détermination des erreurs de division d'un cercle méridien. — P. 529, 621, 719.

Historique de la question. Description et théorie d'une nouvelle méthode qui réalise les deux conditions suivantes :

1° Fixer la position de chaque trait du cercle avec la même rapidité et la même exactitude que celle de la division 90°;

2° Rendre les opérations indépendantes des erreurs physiques à redouter.

GUSTAVE-D. HINRICHS. — Le mécanisme de l'ionisation par solution. — P. 549.

Dans la dissolution d'un sel par l'eau, c'est le travail mécanique des molécules de l'eau qui agit; les molécules du sel sont séparées l'une de l'autre par trituration des molécules de l'eau en rotation rapide, puis entraînées; elles acquièrent ainsi la rotation qu'elles

posséderaient si la chaleur seule avait liquéfié le sel. Mais le frottement des molécules du solide contre celles de l'eau, isolant électrique, produit en quantités égales de l'électricité positive et de la négative qui se portent sur les 2 atomes de la molécule saline, qui deviennent ainsi des ions. Il n'y aura ionisation complète qu'en solution très diluée, car les ions ne seront isolés les uns des autres que s'ils sont entourés d'un très grand nombre de molécules d'eau. Avec ce mécanisme de l'ionisation par solution, l'hypothèse d'Arrhénius devient un simple théorème de la mécanique moléculaire.

D'ARSONVAL et BORDAS. — De la distillation et de la dessiccation dans le vide à l'aide des basses températures. — P. 567.

La cloche ou le ballon contenant les produits à dessécher communique :

1° Avec un tube plongé dans un vase d'Arsonval-Dewar contenant de l'air liquide ou de la neige carbonique dissoute dans l'acétone ; dans ce tube se condensent les vapeurs ;

2° Avec un deuxième tube, contenant du charbon, plongé dans un autre mélange réfrigérant, et qui absorbe les gaz.

A l'appareil est adjoint un tube de Crookes formant manomètre. On obtient ainsi une dessiccation extrêmement rapide sans altération des produits.

M. STEFANIK. — Recherches sur les raies telluriques. — P. 573 et 734.

Résultat des observations faites à Chamonix, aux Grands-Mulets et au mont Blanc. Exécution de photographies avec des spectroscopes de grande et faible dispersion, la comparaison de ces photographies permettant d'attribuer certains groupes de raies à la vapeur d'eau.

G. CLAUDE. — Sur la liquéfaction de l'air par détente avec travail extérieur. P. 583.

L'auteur est encore parvenu à améliorer le rendement de la liquéfaction de l'air par détente avec travail extérieur, en alimentant les

liquéfacteurs de la liquéfaction compound (1) en oxygène comprimé à la pression critique ($T_c = -118°$), au lieu d'air ($T_c = -140°$), comme il l'avait fait auparavant.

G. BRANLY. — Appareil de sécurité contre les étincelles accidentelles dans les effets de la télémécanique sans fil. — P. 585 et 676.

Des étincelles accidentelles peuvent être rendues inoffensives, soit par une syntonisation parfaitement établie, soit par une ouverture opportune au circuit de travail qui, fermé par le contact du relais et renfermant une pile locale et des électro-aimants, sert à déterminer l'opération. C'est par cette seconde méthode que l'auteur réalise la préservation. Une étincelle accidentelle ayant amené la fermeture du relais, le circuit de travail est maintenu ouvert par un interrupteur spécial, partie essentielle de l'appareil de sécurité, qui est une roue dont le pourtour isolant porte cinq touches conductrices n'effectuant par conséquent par tour que cinq fermetures consécutives. Le déclenchement qui détermine l'opération n'aura lieu que si, ce qui est très peu probable pour les étincelles accidentelles, il éclate une étincelle à chaque fermeture: sinon l'interrupteur s'arrête. Mais, si les étincelles ont éclaté, la roue continuant à tourner, une came fait basculer le levier déclencheur; la transmission peut alors s'effectuer.

Par une modification de la vue interruptrice et l'addition d'une raie témoin au poste récepteur, ces deux roues étant réglées pour marcher avec la même vitesse, on peut choisir parmi les postes récepteurs compris dans la zone d'action du transmetteur celui sur lequel on veut agir. La roue témoin agit aux postes récepteurs sur des roues interruptrices portant des touches disposées de façon convenable sur leur pourtour, ce qui permet de faire tourner seulement l'une d'elles à volonté et de mettre en action le poste correspondant.

(1) Voir *C. R.*, 11 juin 1906.

G. URBAIN et M. DEMENITROUX. — Poids atomique du dysprosium. — P. 598.

GUSTAVE-D. HINRICHS. — P. 1143.

Le poids atomique du dysprosium, obtenu en transformant le sulfate hydraté en oxyde Dy^2O^3, est extrêmement voisin de 162,54 dans le système des poids atomiques adopté actuellement : $O = 16$; $H = 1{,}007$; $S = 32{,}06$.

La discussion des expériences précédentes conduit M. Hinrichs à la valeur 162,5.

DAUTRICHE. — Sur les vitesses de détonation des explosifs. — P. 641.

Le procédé est basé sur l'emploi des cordeaux détonants, de vitesse de détonation parfaitement régulière, et sur l'invention d'un artifice permettant de mettre en évidence la rencontre des détonations de deux cordeaux. La mesure de la vitesse de détonation d'un explosif quelconque s'effectue en coupant l'un des cordeaux et y intercalant un tube de zinc chargé de l'explosif à une densité connue.

E. ESTANAVE. — Le relief stéréoscopique en projection par les réseaux lignés. P. 644.

Pour obtenir la sensation du relief au moyen d'images, il faut : 1° observer binoculairement deux épreuves répondant à deux perspectives d'un objet ; 2° les observer de façon que celle destinée à un des deux yeux soit vue seulement par cet œil. Pour cela, l'auteur projette sur une même région d'un écran spécial les deux images stéréoscopiques d'un objet de façon qu'elles soient superposées, les points les plus éloignés coïncidant. Cet écran est formé de deux réseaux lignés à lignes parallèles, séparés par un écran transparent, une glace dépolie par exemple. Le sujet en relief pourra être vu à la fois par plusieurs observateurs. Si, à la place de l'écran spécial, on dispose une plaque photographique devant laquelle se trouve un réseau ligné à une distance convenable, on obtient un négatif dont on pourra tirer une diapositive qui, observée à travers un réseau ligné semblable, présentera un relief accusé. De même on peut projeter les petits objets avec leur relief en plaçant, à l'endroit des images sté-

réoscopiques, l'objet éclairé, projetant sur l'écran les deux images obtenues par deux objectifs écartés de la distance pupillaire, et observant ces images à travers l'écran.

GUSTAVE LE BON. — La dissociation de la matière sous l'influence de la lumière et de la chaleur. — P. 647.

Sir William Ramsay et J. Spencer (1) ont reconnu, comme M. Le Bon, que la matière subit, sous l'influence de la lumière, une désintégration dont les produits sont des particules électriques capables de traverser des lames minces métalliques et d'être déviées par un champ magnétique. L'auteur montre expérimentalement que, dans l'action des rayons lumineux, peuvent se superposer deux effets distincts : à côté de la dissociation, il y a expulsion d'une petite quantité d'éléments radioactifs, si l'intensité lumineuse est suffisante pour réchauffer les substances étudiées. L'expulsion a du reste encore lieu par une action prolongée de la lumière ; mais la faculté d'émission radioactive tend à diminuer avec le temps d'exposition.

Le métal « se fatigue » et ne reprend ses propriétés qu'après quelques semaines de repos.

P. VILLARD. — Sur certains rayons catodiques. — P. 674.

J.-J. Thomson (2) a observé que, si on dévie par un aimant le faisceau catodique d'une ampoule de Crookes, il subsiste, à la place primitive du faisceau, des rayons non déviés, qui forment un faisceau toujours rose, le spectre de la lumière émise étant celui de l'hydrogène. L'auteur montre que ces particules n'illuminent en effet que l'hydrogène et qu'elles font apparaître au contact du verre une très faible lumière jaune identique à celle que produisent les rayons de Goldstein ; comme ces derniers, les rayons non déviables sont électrisés positivement, et leur charge a le même ordre de grandeur. Ces deux espèces de rayons doivent, du reste, être formés par l'afflux catodique positif qui, provenant de l'espace obscur, arrive avec une grande vitesse sur la catode. Si celle-ci est perforée, on a les

(1) *Philosophical Magazine*, octobre 1906.
(2) *Proc. Roy. Inst.*, 1897.

rayons de Goldstein ; sinon, une partie de l'afflux rebondit et forme les rayons non déviables.

CH. MOUREU et R. BIQUARD. — Sur le fractionnement des gaz rares des eaux minérales; proportions d'hélium. — P. 795.

La méthode de fractionnement utilisée est celle de Dewar, au charbon de bois refroidi. — La proportion d'hélium trouvée dans les nombreuses sources étudiées est très variable, par rapport au gaz naturel et par rapport au mélange des gaz rares. Elle peut même être très élevée, $5^{cm^3},34$ pour 100 centimètres cubes de gaz naturel brut, à Maizières par exemple.

MAURICE COSTE. — Sur la conductibilité électrique du sélénium. — P. 822.

La lumière et la température produisent sur le sélénium le même effet.

La conductibilité augmente rapidement sous leur influence; dès que celle-ci a cessé, le sélénium met un temps très long à reprendre sa conductibilité primitive, et il n'est sensible à l'action de la lumière que quand sa conductibilité résiduelle est redevenue très faible.

G. URBAIN. — Recherche des éléments qui produisent la phosphorescence dans les minéraux. Cas de la chlorofane, variété de fluorine. — P. 825.

L'auteur a établi par l'analyse et la synthèse que la phosphorescence de la chlorofane devait être attribuée à des terres rares.

A. POLACK. — Rôle physiologique du pigment jaune de la macula. — P. 850.

L'auteur cite un certain nombre de faits montrant que l'œil accommode pour des radiations voisines de l'extrémité rouge du spectre et conclut que l'achromatisme de l'œil peut être obtenu par un mécanisme analogue à celui indiqué par Helmholtz : accommodation de l'œil sur le cercle de diffusion commun aux radiations extrêmes de la lumière employée. Mais l'existence du pigment jaune de la macula, absorbant les radiations très réfrangibles dans la zone où l'acuité

visuelle est grande, réduit l'étendue du spectre utilisable et diminue ainsi le rayon du cercle de Helmholtz.

MARAGE. — Contribution à l'étude de l'audition des poissons. — P. 852.

Les poissons n'entendent pas les vibrations des voyelles synthétiques transmises dans l'intérieur du liquide avec une énergie capable d'impressionner des sourds-muets regardés comme sourds complets. Il est donc peu probable qu'ils entendent la voix humaine ordinaire, les vibrations passant très difficilement de l'air dans l'eau.

YEGOUNOW.— Diffusion des solutions de SO^4Cu dans la gélatine. — P. 882.

Vérification expérimentale des formules données par l'auteur (1) pour la diffusion, en utilisant des solutions de SO^4Cu dans la gélatine.

M. MOULIN. — Sur les égaliseurs de potentiel. — P. 884.

Parmi les égaliseurs de potentiel, seul l'écoulement d'eau est rigoureux; quand l'équilibre est atteint, les gouttes, n'étant pas chargées, n'introduisent dans le champ aucune perturbation. Il n'en est pas de même avec les sels de radium, les flammes et les mèches qui se mettent en équilibre grâce aux ions qu'ils produisent; cet équilibre n'est atteint que quand ils reçoivent autant d'ions positifs que de négatifs, et les ions inutilisés produisent une perturbation variable avec le vent.

L'auteur a comparé ces égaliseurs avec l'écoulement d'eau. Il indique les précautions à prendre dans leur emploi et la façon dont ils se comportent suivant le vent: ainsi les mèches donnent des résultats certains et précis, surtout dans le vent; les flammes sont peu pratiques et exigent de grandes précautions; les sels de radium peuvent seuls remplacer l'écoulement d'eau dans les installations fixes, les mèches ne pouvant servir à cause du déplacement du point exploré au cours de la combustion.

---

(1) *C. R.*, 23 avril 1906.

A. KORN. — Sur un appareil servant à compenser l'inertie du sélénium. — P. 892.

L'appareil se compose de deux batteries égales d'accumulateurs en série et de deux cellules de sélénium placées en série sur le circuit. Dans le pont, dont les deux bouts sont respectivement situés entre les batteries et les cellules, un galvanomètre, semblable à ceux employés en téléphotographie, est disposé de façon que l'une des cellules seule soit illuminée, quand il dévie, par une source lumineuse suivant ces déviations, qui ne se produisent que quand l'autre cellule ne reste plus dans l'obscurité. L'auteur indique comment les constantes sont calculées pour que la déviation du galvanomètre devienne proportionnelle à l'intensité de la lumière tombant sur la cellule, malgré l'inertie du sélénium.

M[me] BAUDEUF. — Charge négative à distance d'une plaque métallique éclairée dans un champ électrique. — P. 895 et 1139.

On peut charger positivement une plaque métallique isolée, placée dans un champ électrique de direction convenable fourni par un corps électrisé positivement, en la soumettant aux radiations ultra-violettes ou à la lumière solaire. On chargera de même une plaque négativement en la plaçant dans un champ fourni par une autre plaque éclairée ; cette charge négative cesse de se produire si, entre les deux plaques, on interpose un écran de verre épais ou de paraffine. Ces deux phénomènes de charge positive et négative obéissent à la loi suivante : quand deux plaques métalliques de nature et d'état convenables sont portées à des potentiels différents, créant entre elles un champ électrique suffisamment intense, certaines lumières ultra-violettes, éclairant la plaque dont le potentiel est le moins élevé, font varier l'état électrique des deux plaques ; elles diminuent le champ jusqu'à une valeur finale qui dépend des conditions de l'expérience et qui est ensuite conservée tant que ces conditions demeurent les mêmes.

LETULLE et M[lle] POMPILIAN. — Chambre respiratoire calorimétrique. P. 932.

Description et schéma de cette chambre, installée à l'hôpital Bou-

cicaut, et qui permet d'étudier l'influence de la température sur la production de chaleur, et de mesurer l'eau, l'acide carbonique et l'oxygène produits ou fournis.

H. GUILLEMINOT. — Effets moteurs des courants de haute fréquence à phases triées. — Révélateur téléphonique. — P. 937 et 964.

On peut, en triant les phases de l'effluvation de haute fréquence, obtenir le souffle électrique positif ou négatif. Pour cela, on met en relation le pôle effluvant avec deux soupapes en le réunissant à l'anode de l'une et à la catode de l'autre, anode et catode qui sont séparément en relation avec un collecteur. Grâce à ce triage, on peut produire dans l'organisme des effets moteurs analogues à ceux produits par les courants dits de Morton.

Si ces effets moteurs sont trop faibles, le flux d'un signe déterminé peut être facilement décelé par un récepteur téléphonique. Un dispositif analogue, avec des soupapes convenables, permettrait même de relever nettement les perturbations hertziennes à de grandes distances.

ED.-EL. COLIN. — Travaux magnétiques à Tananarive, ville et banlieue. — P. 1117.

Tableau.

P. SALET. — Sur la nature de l'atmosphère de Mercure et de Vénus. — P. 1125.

La lumière de Vénus, comme celle de Mercure, n'est pas sensiblement polarisée; peut-être faut-il attribuer ce fait à une épaisse couche de nuages recouvrant la surface visible.

PIERRE WEISS. — La variation du ferromagnétisme avec la température. P. 1136.

M. Langevin [1] a montré, dans les substances ferromagnétiques, l'importance des actions mutuelles entre les molécules qui rendent seules possible la saturation magnétique. M. Weiss fait sur ces actions mutuelles l'hypothèse suivante : chaque molécule éprouve de

(1) *Ann. Chim. Phys.*, 8e série, t. IV.

la part des molécules environnantes une action égale à celle qu'elle éprouverait dans un champ uniforme NI, proportionnel à l'intensité I d'aimantation et de même direction qu'elle. Le champ total alors est la résultante de ce champ intérieur et du champ extérieur. Il suppose en outre que l'énergie cinétique des molécules s'oppose seule à leur orientation. La théorie des gaz magnétiques de Langevin peut alors s'appliquer et conduit à des résultats théoriques conformes aux résultats expérimentaux qu'a trouvés l'auteur sur la pyrrhotine et la magnétite.

G. MALFITANO et L. MICHEL. — Sur la cryoscopie des solutions de colloïde hydrochloroferrique. — P. 1141.

La cryoscopie de la solution colloïdale de chlorure ferrique et de son liquide intermicellaire prouve : 1° que cette méthode ne peut servir à déterminer la masse des micelles; 2° que la présence de ces micelles doit déterminer des modifications dans l'état d'ionisation des électrolytes du liquide intermicellaire ; 3° que la quantité d'ions en rapport avec les micelles et qui les suivent quand on les élimine doit être extrêmement faible.

DESLANDRES. — Appareils enregistreurs de l'atmosphère solaire. — P. 1210.

Description et rôle des appareils ; remarques sur les types anciens et nouveaux.

P. VIEILLE et R. LIOUVILLE. — Sur une méthode de mesure des résistances opposées par les métaux à des déformations rapides. — P. 1218.

On soumet à l'action des pressions développées par un explosif deux cylindres de cuivre identiques séparés par un léger piston en acier. En prenant un cylindre neuf et un cylindre ayant déjà été écrasé sans vitesse, on peut connaître la différence entre les écrasements d'un cylindre avec ou sans vitesse, pour une même pression. Cette différence, égale à quelques centièmes de millimètre pour des pressions de 900 kilogrammes environ, croît jusqu'à 5/10 de millimètre pour 2.000 kilogrammes, décroît ensuite pour égaler $0^{mm},37$ vers 3.000 kilogrammes. Après un faible parcours commun, voisin

de 1 millimètre, les deux cylindres sont ramenés au même écrasement, et ils opposent alors des résistances toujours égales aux pressions qui leur sont appliquées; mais, si l'écrasement complémentaire du cylindre témoin n'a pas dépassé le 1/10 de millimètre, la différence initiale subsiste à peu près intégralement.

L. BLOCH. — Sur la conductibilité accompagnant la détente des gaz. — P. 1226.

L'air comprimé à 5 kilogrammes, l'oxygène comprimé à 120 kilogrammes, deviennent fortement conducteurs quand on les détend à la pression atmosphérique. Cette conductibilité est liée à l'existence des ions présents dans le gaz, ions positifs et ions négatifs, dont les mobilités sont sensiblement égales et voisines de $2^{mm},5$. Cette valeur relativement grande de la mobilité et l'étude attentive des irrégularités du phénomène donnent à penser que la conductibilité est due au barbotage de l'air à travers l'eau condensée à l'orifice de détente.

ÉMILE BOSE. — Remarque sur la thermodynamique des mélanges non homogènes. — P. 1227.

L'auteur montre que de la formule de Nernst, pour les effets thermiques du mélange de deux liquides, on peut facilement déduire la formule établie par Duhem, ou Margules, et qui relie les pressions partielles des vapeurs d'un mélange liquide avec sa composition.

PH.-A. GUYE et G. TER-GAZARIAN. — Densité de l'acide chlorhydrique gazeux; poids atomique du chlore. — P. 1233.

Le poids du litre normal de gaz acide chlorhydrique a été trouvé de $1^{gr},6398$, ce qui permet de calculer le poids atomique du chlore.

$$Cl = 35,461.$$

TABLE DES MATIÈRES (*suite*).

AVRIL 1907.

(Voir la suite à la page 2.)

TABLE DES MATIÈRES.

AVRIL 1907.

(Voir la suite à la page 3.)

Tours. — Imprimerie Deslis Frères.

Le Gérant : J. Deslis.

Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

Par J.-Ch. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, G. LIPPMANN, E. MASCART,

L. POINCARÉ

ET

MM. B. BRUNHES, M. LAMOTTE ET G. SAGNAC,

adjoints à la rédaction,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

QUATRIÈME SÉRIE.

TOME VI. — MAI 1907.

(Clos le 15 Juin.)

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

77, BOULEVARD ARAGO (14e).

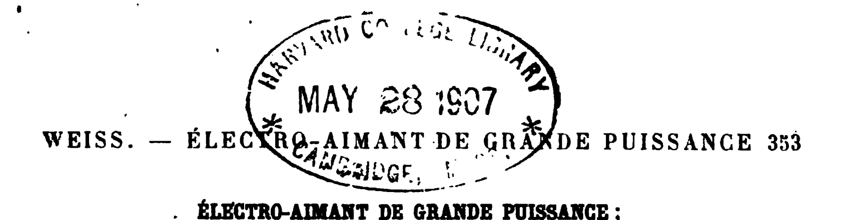
Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Lucien Poincaré, 130, rue de Rennes, à Paris, 6e.

Tout ce qui concerne l'administration (demandes d'abonnements, réclamations, etc.) doit être adressé à M. Sandoz, boulevard Arago, 77, à Paris, 14e.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, du Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 17 francs pour la France ou 18 francs pour les pays ci-dessus désignés, au nom de M. Sandoz, Secrétaire du Journal, 77, boulevard Arago, à Paris, 14e. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

AVIS

Désireuse de publier le plus promptement possible des Analyses des Travaux étrangers, la Rédaction prie MM. les Auteurs de vouloir bien lui envoyer désormais deux exemplaires de leurs nouveaux Mémoires.



ÉLECTRO-AIMANT DE GRANDE PUISSANCE;

Par M. Pierre WEISS.

Principes généraux de construction. — Le procédé habituel pour obtenir des champs magnétiques intenses consiste à aimanter parallèlement à leur axe commun deux noyaux cylindriques séparés par une coupure. La forme des surfaces qui limitent cette coupure et leur écartement sont choisis suivant la nature particulière de chaque expérience. On peut en remettre l'étude après celle de la manière d'obtenir dans les pièces polaires une intensité d'aimantation aussi voisine que possible de la saturation.

Il suffira de donner des règles pour déterminer les valeurs relatives des dimensions des appareils. Les dimensions absolues sont déterminées non par la grandeur du champ à obtenir, mais par l'étendue de l'espace dans lequel il doit être obtenu. On sait en effet (¹) que les appareils semblables donnent des champs identiques, à condition de mettre sur les circuits magnétiques des nombres d'ampères-tours proportionnels aux dimensions linéaires. Il en résulte seulement que les ampères-tours sont plus faciles à caser quand on augmente l'échelle d'un appareil.

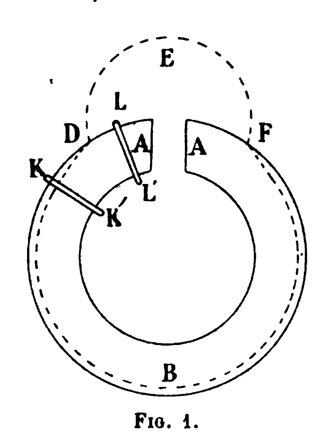


Fig. 1.

Pour aborder la question de la saturation des pièces polaires, considérons un tore interrompu par une coupure (*fig.* 1) et aimanté

(¹) Sir W. Thomson, *Rep. Pap. Electrostat. and Magn.*, § 564.

au moyen d'un enroulement réparti sur toute sa surface. Il est bien évident que, les ampères-tours croissant, la région B atteindra d'abord la saturation, tandis que la région A sera aimantée à une intensité moindre, par suite des dérivations de flux dans l'air. La région B, ne pouvant s'aimanter davantage, jouera le rôle d'une deuxième coupure, et le reste de l'anneau se comportera à partir de ce moment comme si le circuit magnétique était largement ouvert en B.

Il en résulte que, quand on relève la courbe représentant le champ H dans l'entrefer en fonction des ampères-tours pour les anciens électro-aimants, qui, presque tous, rentrent dans le type du circuit magnétique à section à peu près constante, on trouve une ligne

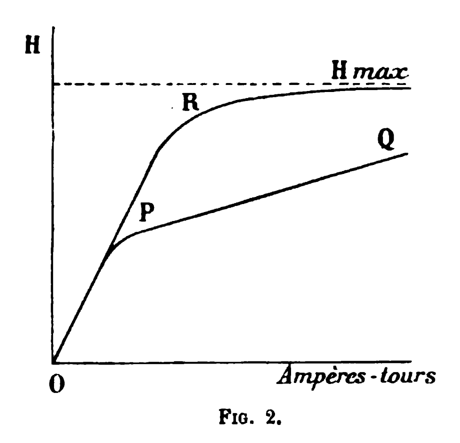


FIG. 2.

brisée OPQ (*fig.* 2). En deçà du coude P, la saturation en B (*fig.* 1) n'a pas encore produit un étranglement magnétique; dans la région PQ, l'étranglement s'est produit, et l'accroissement de H est alors suffisamment lent pour que l'échauffement des bobines arrête l'expérience bien avant que H s'approche de la valeur H_{max}, qui correspondrait à la saturation des pièces polaires.

On peut déplacer cet étranglement magnétique en faisant varier la section d'un point à l'autre du circuit. La saturation se produira d'abord en un point faible, en général voisin d'un minimum de section. On peut imaginer que l'on détermine la section en chaque point de façon que la saturation se produise partout simultanément. Alors la courbe OPQ sera remplacée par OPR, et l'on pourra atteindre pratiquement le voisinage de H_{max}. Nous arrivons donc à

la règle de construction suivante : *De la région la plus éloignée de la coupure jusqu'à l'entrefer, la section du circuit magnétique doit décroître progressivement suivant une loi telle que la saturation soit conservée jusqu'aux pôles malgré les pertes de flux.*

Mais il saute aux yeux que la saturation importe aux pôles seulement. On peut sans inconvénient augmenter la section du circuit, par rapport à ce que donne la règle précédente, dans toutes les parties du circuit éloignées de la coupure. Il y a même à cela un avantage notable, car, au lieu de dépenser dans la plus grande partie du circuit magnétique le champ magnétisant considérable nécessaire pour approcher de la saturation, on l'aimante à une intensité d'aimantation un peu plus faible avec un champ bien moindre, sans pour cela changer le flux qui parvient aux pôles. Ainsi, pour ne citer que des valeurs extrêmes, tandis qu'il faut un champ de 15 000 gauss pour porter le fer à la valeur la plus élevée de l'intensité d'aimantation, $I_m = 1\,850$, qui ait été observée [1], un champ cent fois moindre donnera une intensité d'aimantation qui ne sera plus faible que dans le rapport de 5 : 4. Or c'est bien cette valeur $I_m = 1\,850$ que nous devons nous proposer d'obtenir dans les pièces polaires. En augmentant, *par rapport à ce que donne la règle de construction précédemment énoncée*, toutes les sections du circuit magnétique qui ne sont pas voisines des pôles dans le rapport de 4 : 5, on réalisera donc une économie énorme sur les ampères-tours.

Emplacement à donner aux ampères-tours. — On admet volontiers que les ampères-tours placés dans le voisinage des pôles sont plus utiles que ceux que portent les parties éloignées du circuit, car, serait-on tenté de dire, non seulement ils font nombre, mais encore tendent-ils à concentrer le flux. La construction ancienne de Rhumkorff était en harmonie avec cette manière de voir ; depuis, subissant la suggestion de la théorie du circuit magnétique d'Hopkinson dans laquelle la place des ampères-tours ne figure pas explicitement, on s'en est écarté à plusieurs reprises. Or cette théorie ne s'applique que quand les pertes de flux ont une valeur relative invariable par rapport au flux total, c'est-à-dire pratiquement quand le circuit magnétique est presque complètement fermé.

Je vais chercher à justifier cette concentration des ampères-tours sur les pôles. Considérons (*fig.* 1) la courbe fermée DEFBD, ligne

(1) Du Bois et Taylor Jones, *Elektrot. Zeitschr.*, t. XVII, p. 543 ; 1896.

d'induction ou ligne de même forme générale. En appelant *ni* les ampères-tours traversés par cette ligne, *dl* son arc élémentaire et H le champ, on a :

$$\int H \cos(\widehat{H,dl})\, dl = \frac{4\pi}{10} ni,$$

la sommation s'étendant à toute la courbe DEFBD. Mais la règle de

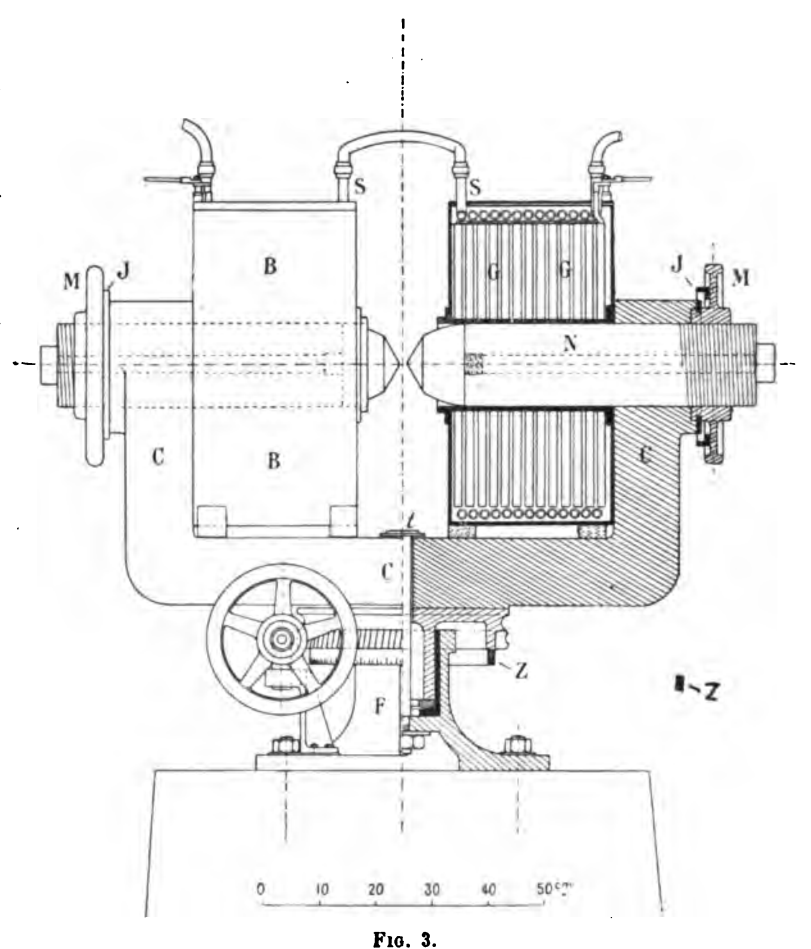


Fig. 3.

construction à laquelle nous nous sommes arrêté a pour but de rendre extrêmement faible le champ magnétisant H dans toutes les parties du circuit qui ne sont pas immédiatement voisines des

pôles. On aura donc une valeur très approchée en restreignant la sommation à l'arc DEF, situé dans l'air. Le flux perdu dans la région voisine de DEF sera donc proportionnel aux ampères-tours traversés par la courbe fermée, c'est-à-dire fournis par des spires telles que KK′. Celles qui sont situées comme LL′ n'y ont aucune part. On devra donc, pour diminuer les pertes de flux, accumuler autant que possible les ampères-tours dans le voisinage des pôles.

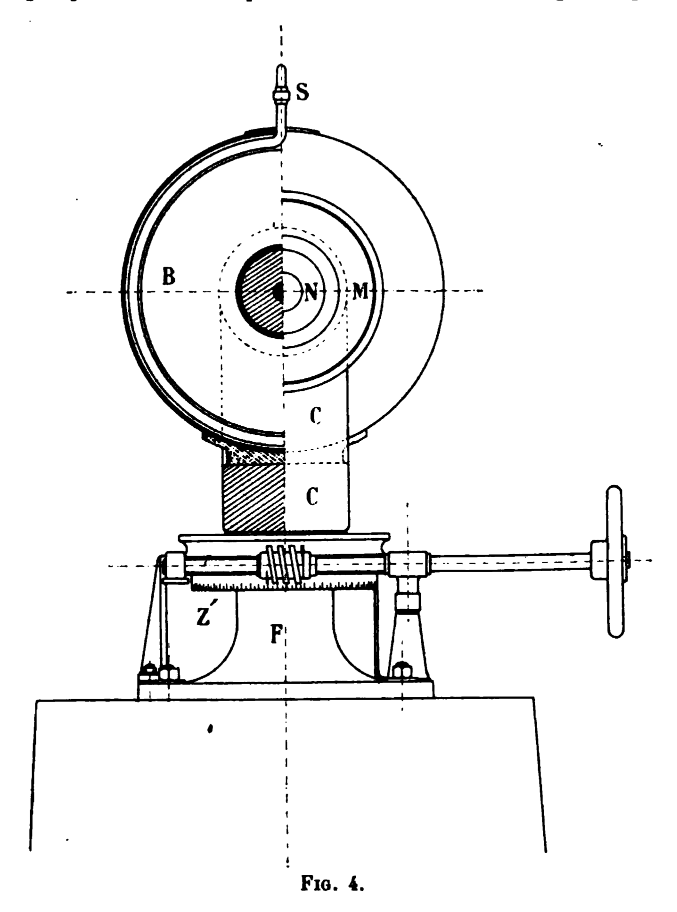


Fig. 4.

Réalisation pratique du circuit magnétique de section variable. — Le dessin au trait (*fig.* 3 et 4) et la photographie (*fig.* 5) montrent que le circuit magnétique est formé d'une forte culasse C, en acier extra-doux, deux fois coudée à angle droit, qui porte deux noyaux

cylindriques de même matière que l'on peut faire avancer et reculer au moyen des manettes-écrous M. Le réglage de l'entrefer est ainsi micrométrique. Les positions des noyaux sont repérées au moyen des cercles de bronze *b*, fixés sur les manettes et divisés en 100 parties.

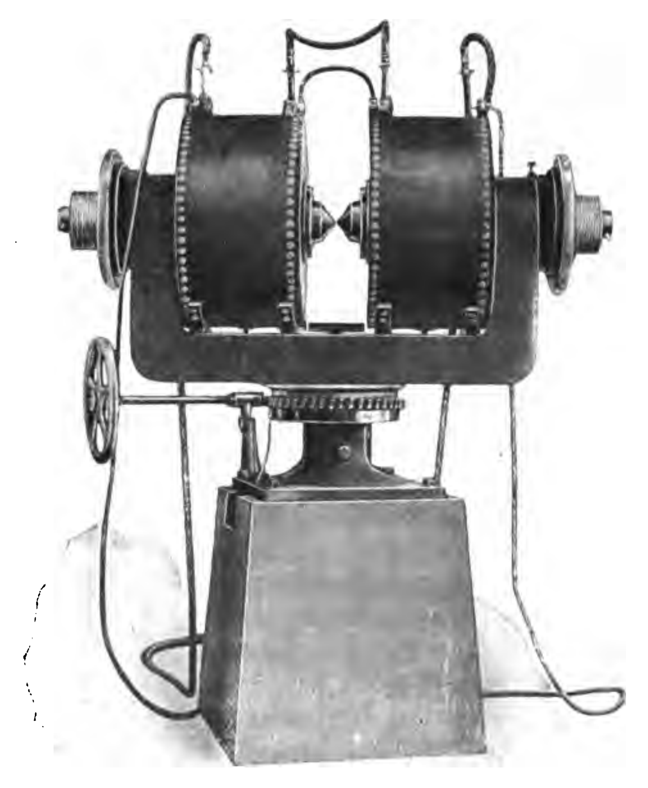


Fig. 5.

Le diamètre des noyaux a été choisi égal à 15 centimètres, et leur longueur, égale à 32 centimètres, a été déterminée de manière à recevoir les enroulements, qui sont répartis entre deux bobines seulement, placées sur les noyaux. Il était facile, dès lors, de donner à la section de la culasse C, égale à $12 \times 21 = 252$ centimètres carrés, un grand excédent sur la section des noyaux, égale à $176^{cm^2},7$, qui n'en est ainsi que la moitié.

Les bobines devant rester fixes quand on fait mouvoir les noyaux, il n'était pas possible de donner à ceux-ci, sans perte de place, une forme conique. J'ai préféré les laisser cylindriques et prendre les pièces polaires P assez longues ($13^{cm},5$) pour qu'on puisse opérer sur elles la réduction de la section. Cela avait l'avantage de faire porter les tâtonnements sur des pièces de moindre poids et de moindre valeur que les noyaux, pesant chacun 70 kilogrammes, et dont le démontage était plus aisé.

Bobines. — Quand on se sert d'électro-aimants puissants, on est frappé des grands inconvénients de l'échauffement des bobines. Non seulement on est fréquemment obligé d'interrompre les expériences pour les laisser refroidir, afin de ne pas compromettre leur isolement, mais encore l'échauffement se communique aux noyaux et par là aux objets étudiés, et est souvent une cause d'erreur très gênante. Citons, à titre d'exemple, la spirale de bismuth, dont le coefficient de température élevé rend toujours l'emploi délicat et tout à fait impraticable entre des pôles quelque peu échauffés. Souvent aussi les courants de convection de l'air chaud sont bien gênants, par exemple quand il s'agit de mesurer des effets mécaniques éprouvés par des substances délicatement suspendues dans l'entrefer.

Pour éviter ces inconvénients et pour pouvoir adopter une forte densité de courant et ainsi réduire les dimensions du circuit magnétique, j'ai imité pour les bobines B un mode de construction fréquemment employé dans les transformateurs. Les conducteurs sont plongés dans de l'huile de vaseline, et celle-ci, circulant librement entre eux, enlève la chaleur au fur et à mesure de sa production et l'abandonne à un serpentin S parcouru par un courant d'eau.

Les conducteurs sont formés de lames plates de 15 millimètres de largeur et de 1 millimètre d'épaisseur, enroulées en spirale, avec interposition d'une feuille de matière isolante de $0^{mm},2$ d'épaisseur. On forme ainsi des galettes que l'on consolide au moyen de rubans de toile. La juxtaposition de ces galettes G, à $3^{mm},5$ l'une de l'autre, rappelle la construction des bobines d'induction cloisonnées. On réalise ainsi une économie du quart environ sur le volume des bobines par rapport à ce qu'elles seraient avec des fils recouverts, de section circulaire. Chaque bobine contient 15 galettes, et chaque galette 112 tours, ce qui fait un total de 3 360 tours. La section a été choisie de manière à supporter 60 ampères. L'électro-aimant peut donc recevoir 201 600 ampères-tours.

La résistance totale des bobines est, à froid, de 4^{ohms},9. Elle ne s'élève guère que de 5 0/0 par l'échauffement. La différence de potentiel nécessaire pour le courant maximum est donc voisine de 300 volts et, par suite, la puissance dépensée dans les deux bobines de 18 kilowatts. L'élévation de température de l'eau était d'une vingtaine de degrés au plus et les pièces polaires restaient tout à fait froides. L'appareil supporte donc, malgré ses dimensions qui n'ont rien d'excessif, la mise en œuvre d'une puissance considérable. Dans la plupart des expériences que j'ai eu l'occasion de faire, un courant de 25 ampères, c'est-à-dire une puissance de 3 kilowatts, était suffisant.

L'emploi de l'isolement par l'huile a encore l'avantage de protéger très efficacement l'appareil contre les effets de la self-induction. Il est arrivé à plusieurs reprises que, par inadvertance, on ait coupé brusquement le courant de plus de 30 ampères. L'arc de rupture est une flamme de 20 centimètres de longueur. Mais l'isolement n'a pas été détérioré. Une fois seulement, à travers le serpentin qui touchait déjà le circuit au dehors des bobines, il s'est établi une dérivation momentanée, puis l'isolement s'est rétabli de lui-même.

Pied de l'appareil. — L'appareil tout entier est monté sur pivot. La construction de ce pivot, visible dans les *fig.* 3 et 4, est compliquée dans une certaine mesure par la nécessité qu'il y avait, pour certaines expériences, à disposer dans le voisinage des pôles d'une petite tablette fixe *t*. La tige qui porte cette tablette est vissée dans le palier fixe F et traverse sans les toucher le galet en acier et le galet en bronze entre lequels se fait le frottement, ainsi que la culasse de l'aimant. Malgré son poids, voisin de 1 000 kilogrammes, l'appareil tourne facilement sous la pression de la main. Cette rotation peut être lue sur un cercle de bronze Z, divisé en degrés sur sa surface cylindrique. Une vis sans fin, à embrayage facultatif, permet d'orienter exactement l'appareil sous un angle déterminé.

C'est à cause de ces mesures d'angles que je n'ai pas remplacé le pivot par un roulement à billes qui eût diminué les frottements ; je me suis rendu compte depuis que j'eusse pu le faire sans nuire à leur exactitude.

Forme des pièces polaires. — La théorie due à Stephan [1] con-

---

(1) Stephan, *Sitzungsber. der K. Akad. d. Wiss. zu Wien*, II *a*, **97**, p. 176 ; 1888 ; *Wied. Ann.*, **38**, p. 440 ; 1889.

sidère l'aimantation des pièces polaires comme étant uniforme et parallèle à l'axe. Il en résulte que la densité magnétique superficielle projetée sur la section droite est constante. Et le champ donné par une zone annulaire de largeur dr est, en un point de l'axe d'où le cercle de rayon r est vu sous un angle 2α :

$$dH = 2\pi \frac{dr}{r} \sin^2 \alpha \cos \alpha,$$

quantité qui est maxima pour $\operatorname{cotg} \alpha = \sqrt{3}$; $\alpha = 54^\circ 44'$.

On en conclut que, pour tirer le meilleur parti de chacun des éléments annulaires de largeur dr, il faut qu'il soit vu du centre du champ sous le même angle de $54^\circ 44'$. Les deux noyaux sont donc limités par les deux nappes d'un même cône ayant son sommet au centre du champ et ayant cet angle comme demi-angle au sommet. Mais on ne peut prolonger les surfaces jusqu'à leur sommet, parce qu'alors l'espace utilisable serait nul. Quand les noyaux sont percés suivant leur axe d'un trou cylindrique de rayon r, les surfaces coniques sont limitées par cela même, et, le rayon de la surface cylindrique des noyaux étant R, on a :

$$H = 4\pi I \sin^2 \alpha \cos \alpha \log \operatorname{nat} \frac{R}{r},$$

et le maximum du champ correspond encore à la même valeur α.

Quand les cônes sont tronqués par une surface plane, le champ devient :

$$H = 4\pi I \left(1 - \cos \alpha + \sin^2 \alpha \cos \alpha \log \operatorname{nat} \frac{R}{r}\right).$$

Ici l'on peut faire plusieurs hypothèses dans la recherche de l'angle donnant le maximum du champ.

1° On considère r, c'est-à-dire la largeur du champ utilisable, comme donnée. On trouve alors pour le maximum du champ un angle α qui décroît en même temps que $\frac{r}{R}$ (1).

On a ainsi pour :

$\frac{r}{R} = 0$	$\alpha = 54^\circ 44'$
$= 0,02$	$= 60^\circ 8'$
$= 0,03$	$= 60^\circ 47'$
$= 0,1$	$= 64^\circ 17'$
$= 0,2$	$= 69^\circ 6'$

(1) Voir aussi *Ecl. électr.*, t. XV, p. 481 ; 1898.

mais il ne faut pas perdre de vue qu'en même temps qu'α augmente l'espace disponible dans le sens des lignes de force diminue. Ces résultats sont d'accord avec les expériences de du Bois, qui a montré que, pour $\frac{r}{R} = 0{,}03$, le champ maximum est obtenu indifféremment pour les angles compris entre 57° et 63°.

2° On peut supposer prescrite la longueur de l'entrefer mesurée dans le sens des lignes de force et égale à $d = 2r \operatorname{cotg} \alpha$. Alors, par une curieuse compensation, on trouve de nouveau que le champ maximum correspond à $\operatorname{cotg} \alpha = \sqrt{3}$, $\alpha = 54°44'$, comme si les surfaces coniques existaient seules.

Considérant cette question de l'angle d'ouverture des cônes comme suffisamment élucidée, je n'ai opéré qu'avec la valeur de $\alpha = 57°$. J'ai cherché à résoudre par des tâtonnements sur la forme des pièces polaires la seule question de la réduction progressive de la section à partir du diamètre des noyaux, égal à 15 centimètres, jusqu'à une valeur de 2R à déterminer, correspondant à la grande base du cône tronqué. Le raccord entre les surfaces cylindriques des noyaux et le cône de 57° s'est fait, sur les pièces polaires courtes (*fig.* 6), au moyen de cônes de plus petite ouverture; sur les pièces polaires plus longues, employées ensuite (*fig.* 8), au moyen d'une sur-

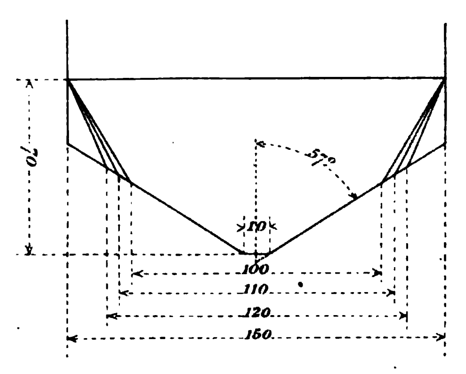


Fig. 6.

face ogivale. Le diamètre $2r$ de la petite base du cône est resté constant dans une même série d'essais, et l'écartement des surfaces frontales était celui qui correspond à la coïncidence des sommets des surfaces coniques. Je ne donne ici qu'une partie des expériences.

Les profils de la *fig.* 6 ont donné pour 30 ampères :

$2R = 150^{mm}$	$H = 32\,950$
120	33 300
110	33 400
100	33 300

ce qui montre que, pour $2r = 10$ millimètres, le profil le plus avantageux correspond à peu près à $2R = 110$ millimètres.

J'ai ensuite employé les pièces polaires plus longues, comme celle de la *fig.* 8, pour donner à la variation de la section une allure plus progressive. Afin de faciliter la comparaison des résultats avec ceux qui ont été obtenus par du Bois avec son électro-aimant annulaire, j'ai adopté la même surface frontale, $2r = 3$ millimètres, avec laquelle il a atteint 38 000 gauss.

La mesure exacte des champs très intenses dans des espaces peu étendus est facile, à condition d'employer des méthodes appropriées. Je dois ici entrer dans quelques détails. Tant que l'on dispose d'un champ de 1 à 2 centimètres de diamètre, on peut y placer une bobine induite suffisamment grande pour que son aire puisse, au préalable, être déterminée exactement par la méthode de Curie. Cette méthode consiste à l'opposer, dans un champ uniforme, à une bobine de plus grand diamètre exactement mesuré, et dont on fait varier le nombre de tours de façon qu'avec n tours son aire soit inférieure à celle de la bobine à mesurer, et qu'avec $n + 1$ tours elle lui soit supérieure. L'interpolation au moyen des déviations du balistique donne exactement les tours et fractions de tour auxquels l'aire cherchée est équivalente. J'ai trouvé ainsi qu'une bobine de 11 millimètres environ de diamètre était équivalente à 11,70 tours de $2^{cm},0125$ de diamètre. Son aire était donc $37^{cm^2},21$. Pour pouvoir se servir d'un galvanomètre Despretz-d'Arsonval de sensibilité moyenne, il est commode de faire cette comparaison dans un champ uniforme très intense, comme celui de l'électro-aimant lui-même, muni à cet effet de pièces polaires planes de 15 centimètres de diamètre. Les deux bobines sont fixées, concentriquement, à l'extrémité d'un levier de 80 centimètres, qui permet d'un mouvement rapide de les introduire dans le champ ou de les en extraire.

L'aire de la bobine induite connue, il suffit d'étalonner le balistique au moyen d'un solénoïde exactement mesuré et entouré d'un nombre de tours induits convenable. Cette méthode n'a été employée

que dans les mesures préliminaires ; elle a donné des résultats concordants à 1 0/0 près avec celle qu'il me reste à décrire quand elle a été employée concurremment avec elle.

La deuxième méthode consiste à mesurer d'abord très exactement un champ uniforme un peu moins intense, mais notablement plus étendu, que l'on compare ensuite au champ à mesurer. Ce champ de comparaison était obtenu au moyen d'un électro-aimant dont les noyaux ont 7^{cm},5 de diamètre et qui portait 2000 tours de fil dans lesquels passait un courant de 10 ampères. L'on obtenait entre les pièces polaires représentées par la *fig.* 7 un champ dont la valeur moyenne sur un diamètre de 2 centimètres, égale à 19 680 gauss, n'est

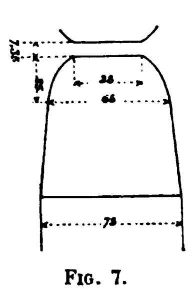


Fig. 7.

inférieure que de 1,5 pour mille à la valeur au centre(1). Il a été mesuré de deux manières(2) : d'abord avec la balance magnétique absolue de M. Cotton, ensuite au moyen d'une bobine induite de 5 tours, dont le diamètre, voisin de 2 centimètres, était mesuré directement, et du balistique étalonné avec un solénoïde. Les résultats ont été concordants à 2 millièmes près.

La comparaison de ce champ avec le champ inconnu a été faite au moyen d'une très petite bobine induite placée dans le circuit du galvanomètre balistique. Cette bobine, formée de 120 tours de fil de 0^{mm},04 enroulés sur une carcasse en ivoire, a 3 millimètres environ de diamètre extérieur. Son aire est égale à 3$^{cm^2}$,18 et, par suite, son diamètre moyen de 1^{mm},83. Dans cette mesure, les déviations du balistique n'interviennent donc qu'en valeur relative. Je me suis

---

(1) Ce champ relativement élevé, eu égard à la grandeur de l'espace utilisable, est d'ailleurs un bon exemple de l'avantage qu'il y a à profiler les pièces polaires conformément aux principes ci-dessus énoncés.

(2) Voir pour plus de détails : P. Weiss et A. Cotton, *Mesure du phénomène de Zeeman*, à paraitre prochainement dans le même recueil.

assuré expérimentalement qu'elles sont proportionnelles aux quantités d'électricité à 0,1 0/0 près et que le galvanomètre n'était pas influencé par l'électro-aimant. En général, les observations étaient croisées de manière à s'affranchir de l'influence des très faibles variations de la sensibilité du galvanomètre. Cette comparaison ne comporte guère que les erreurs de lecture au balistique, qui sont faibles et n'ont rien de systématique.

Des essais préliminaires ayant montré que, pour des pièces polaires tronquées par une circonférence de $2R = 3$ millimètres, il y a avantage à réduire 2R jusqu'à 10 centimètres, j'ai fait des expériences précises avec $2R = 10$ centimètres et $2R = 9$ centimètres, tant sur le meilleur (Creusot) de trois aciers extra-doux que sur le fer doux de Suède (Kohlsva). Ces expériences sont résumées dans le tableau suivant :

Creusot, $d \sim 1^{mm},95$				*Suède*, $d \sim 1^{mm},95$						
$2R = 10^{cm}$		$2R = 9^{cm}$		$2R = 10^{cm}$			$2R = 9^{cm}$			
Amp.	Gauss	Amp.	Gauss	Amp.	d (mm)	Gauss	Amp.	d (mm)	Gauss	
0,625	11 650			0,625		12 030				
1,25	21 400			1,25		21 670				
2,5	28 750			2,5		29 150				
5	35 480			5		35 700				
10	41 100			10		41 300				
20	43 830			24		44 670				
30	45 130	27	44 280	29	1,95	45 110				
42	45 710	39	45 640	40		45 650				
53	46 250	51	46 200	51	1,92	46 300				
					1,90	46 650				
				53	1,95	45 900	56	1,94	46 350	
					1,81	46 750	52	1,69	47 280	

Il résulte de ce tableau que la réduction de 2R de 10 centimètres à 9 centimètres a été indifférente. On est donc bien près du profil donnant le champ maximum. Dans les champs faibles, le fer de Suède est un peu supérieur à l'acier coulé. Dans les champs forts, les deux matières sont identiques aux erreurs d'expérience près, qui sont de l'ordre de 0,5 0/0.

La principale difficulté rencontrée à discuter des influences aussi faibles que celles de la nature de la substance réside ici dans la détermination exacte de l'écartement des pièces polaires, qui, d'ailleurs, n'ont pas été travaillées avec une très grande précision. Cet écartement varie de quelques centièmes de millimètre en fonction du courant magnétisant.

La concordance des champs maximum pour le fer forgé et le meilleur acier coulé est assez remarquable. Deux autres aciers coulés de provenance différente sont nettement inférieurs. Du Bois et Taylor Jones (1) avaient déjà trouvé la même intensité d'aimantation à saturation pour deux variétés de fer soudé (laminé Suède, et tôles pour transformateurs, Styrie); mais la valeur qu'ils donnent pour l'acier extra-doux (pour dynamo, Krupp) était restée bien en deçà avec $I_{max} = 1\,770$. Il semble donc établi que le fer pur, la ferrite, possède, quelle que soit sa structure, une intensité d'aimantation à saturation caractéristique.

Détermination de l'intensité d'aimantation atteinte. — B. Walter, dans une intéressante discussion (2), a montré que l'on pouvait, au moins pour les champs intenses, remonter du champ observé à l'intensité d'aimantation des pièces polaires taillées suivant le profil conique, en appliquant la théorie que nous avons rappelée ci-dessus, et que les expériences de P. Czermak et V. Hausmaninger (3) aussi bien que celles de du Bois (4) sont d'accord avec cette théorie, en admettant que l'intensité d'aimantation à saturation est voisine de 1 725.

Nos expériences s'écartent en deux points du cas simple examiné par B. Walter. D'abord nous savons que, dans les portions reculées des pièces polaires, il y a des excédents de sections, et que, par suite, la saturation n'y est pas atteinte; ensuite le profil est plus compliqué. Mais on peut supposer ce profil découpé en zones et appliquer à chacune d'elles la formule :

$$dH = 2\pi I \frac{dr}{r} \cdot \sin^2 \alpha \cos \alpha.$$

J'ai relevé à cet effet exactement les cotes portées dans la *fig.* 8, qui déterminent le profil de la pièce polaire (à cette occasion, je me suis aperçu que le diamètre $2r$ de la surface frontale était de $3^{mm},6$ au lieu de 3 millimètres, circonstance plutôt défavorable à l'obtention d'un champ intense, mais qui n'influe pas sur la détermination de l'intensité d'aimantation). Admettant pour la distance des surfaces

(1) *Loc. cit.*
(2) B. Walter, *Drude's Ann. d. Phys.*, **14**, p. 106; 1904.
(3) P. Czermak et V. Hausmaninger, *Sitzungsber. d. K. Akad. d. Wiss. zu Wien*, II *a*, **98**, p. 1142; 1889.
(4) H. du Bois, *Wied. Ann.*, **51**, p. 537; 1894; — *Magnetische Kreise*, p. 288; 1894.

frontales la valeur moyenne de $d = 1^{mm},92$, j'ai découpé la surface en zones et mesuré sur le dessin, au moyen d'un rapporteur, la valeur de α correspondant à chaque zone. En faisant la somme des dH, on obtient :

$$H = (6,65 + 15,74 + 1,63)\,I = 24,02I.$$

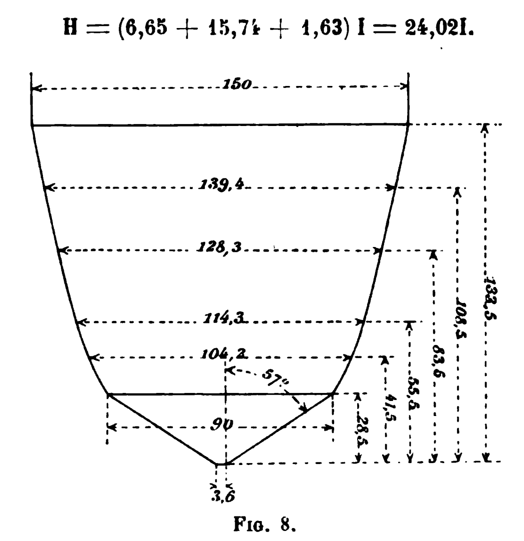


Fig. 8.

Le premier terme de la parenthèse se rapporte aux surfaces frontales (diamètre : $3^{mm},6$); le deuxième, aux cônes ($2r$ compris entre $3^{mm},6$ et 90 millimètres), et le troisième, au raccord ogival ($2r$ compris entre 90 et 150 millimètres). J'applique cette équation à la valeur moyenne :

$$i = 52 \text{ ampères,} \qquad H = 46\,300 \text{ gauss,}$$

déduite du tableau de la page 365. Or les bobines seules donnent, pour 52 ampères, un champ de 1 800 gauss. Il reste donc, pour le champ provenant du fer, H = 44 500 gauss; d'où I = 1850.

C'est précisément la valeur trouvée par du Bois et Taylor Jones pour les meilleurs fers dans un champ de 15 000 gauss. Mais, il convient de le remarquer, nous trouvons cette valeur non pour le maximum, mais comme une moyenne dans laquelle les valeurs voisines des sommets des cônes jouent, il est vrai, un rôle prédominant. Elle ne doit donc pas différer beaucoup du maximum (¹).

(¹) La méthode employée ici, faute de mieux, pour établir des règles de construction, ne saurait servir à déterminer une constante physique et dire, par

Abstraction faite des dimensions de l'appareil et de la meilleure utilisation du champ direct des bobines, qui fournissent ici un appoint appréciable, l'amélioration apportée à la construction de l'électro-aïmant par le choix raisonné des sections du circuit magnétique se traduit donc par une intensité d'aimantation moyenne égale à 1 850, *au lieu de* 1 725 *que donnent les constructions antérieures, c'est-à-dire par un gain de* 7 0/0.

Pièces polaires diverses. — Je donne ici encore quelques résultats de mesures faites sur des pièces polaires différentes, qui font ressortir la valeur pratique de l'appareil dans des conditions autres que celles du champ maximum [1] :

Pièces polaires coniques.
$2r = 10^{mm}$, $d = 4^{mm},45$

Ampères	Gauss
4	25 575
10	32 810
16	34 670
20	35 310
25	35 980

Pièces polaires planes, 15^{cm} *de diam.*
$d = 4^{mm},2$

Ampères	Gauss
1	952
3	2 893
7	6 130
8	6 570
10	7 220
20	8 975

Pièces polaires coniques.
$2r = 25^{mm}$, $d = 20^{mm}$

Ampères	Gauss	Ampères	Gauss
1	1 975	10	17 330
2	3 965	14	19 560
4	8 040	20	21 120
6	11 920	33	22 880
8	15 180	50	24 100

conséquent, si la valeur 1 850 de du Bois et Taylor Jones a été dépassée. Il est facile de se rendre compte que, si l'on voulait admettre en toute rigueur l'hypothèse de l'aimantation à saturation parallèle à l'axe des noyaux, on se heurterait à d'étranges contradictions. Dans ce problème, où n'intervient ni hystérèse ni anisotropie cristalline, on doit admettre que le champ est partout parallèle à l'intensité d'aimantation et par conséquent uniforme, lui aussi, dans toute l'étendue des pièces polaires. Or la loi de la continuité de l'induction appliquée à la petite surface frontale enseigne que, dans le fer et dans le voisinage de cette surface, l'induction est voisine de 46 000, et, comme la moitié seulement en est attribuable au terme $4\pi I$, il reste un champ de 23 000 gauss. Le champ conserverait donc cette valeur, et l'induction celle de 46 000 dans toute l'étendue des pièces polaires, ce qui est en contradiction manifeste avec les faits.

Il est donc certain que l'aimantation n'est pas parallèle à l'axe dans les pièces polaires ; dès lors il n'y a plus de raison pour admettre que son effet est équivalent à celui d'une distribution purement superficielle, dont la densité rapportée à la section droite serait constante.

(1) Cet électro-aimant a été construit par les ateliers Oerlikon.

SUR LES ACTIONS CHIMIQUES DE LA LUMIÈRE ;

Par M. P. VILLARD (1).

PHÉNOMÈNES DE CONTINUATION.

Pseudo-continuation. — Phénomènes de seuil. — Pour toutes les préparations photographiques, il existe une pose minima au-dessous de laquelle il ne se produit aucun effet appréciable : c'est le *seuil.* Supposons alors qu'une moitié d'une plaque au gélatino-bromure ait reçu une impression très légèrement inférieure à ce seuil; sur la totalité de la plaque, recevons maintenant une image à laquelle nous donnerons une pose qui, pour les grandes lumières de cette image, sera aussi égale au seuil. Sur la moitié n'ayant reçu aucune impression préalable, le développement ne fera rien apparaître. Sur l'autre moitié, le seuil, déjà presque atteint par le voile, sera franchi sur presque tous les points où auront agi les lumières de l'image, et celle-ci apparaîtra sur un fond qui sera resté blanc. Son intensité, sans atteindre celle d'une bonne épreuve, pourra, cependant, être notable. Toutes les radiations capables d'impressionner la surface sensible conviendront pour obtenir ce résultat; mais une condition essentielle devra être observée, celle de limiter les temps de pose d'une manière tout à fait stricte, soit au moyen d'obturateurs précis, soit plus simplement en prenant une source faible qui permette des expositions de quelques secondes, faciles à évaluer. L'expérience, aisément réalisable, donne des résultats entièrement conformes aux prévisions précédentes (2).

Ces effets de seuil ne sont nullement particuliers à la photographie : de simples teintes de lavis, partiellement superposées, donnent des résultats semblables à ceux qu'on obtient par l'action de la

(1) Communication faite à la Société française de Physique, séance du 5 janvier 1906.

(2) On obtient ainsi, avec les préparations à développement, des images relativement intenses, ce qui confirmerait l'hypothèse déjà faite que l'action du révélateur, nulle ou négligeable au-dessous d'une certaine durée d'exposition, croît rapidement à partir d'une certaine pose : l'intensité du noir obtenu est alors proportionnelle non à la durée de pose, mais à l'excès de cette durée sur un certain seuil. La loi du noircissement en fonction de la quantité de lumière reçue aurait quelque analogie avec la loi d'aimantation du fer. Avec les papiers à noircissement direct, il n'en est pas ainsi; pour les poses faibles, la teinte varie proportionnellement à la pose. Si elle est invisible pour une certaine exposition (seuil), elle ne peut être intense pour le double de cette exposition.

lumière sur un papier à noircissement direct. Ce sont là de simples effets d'addition, qui se produisent toutes les fois que deux expositions successives s'ajoutent, mais ne sont réellement frappants qu'au voisinage immédiat du seuil; ils sont alors d'autant plus marqués que le développement donne pour les poses courtes un noircissement qui augmente plus rapidement que ne le comporterait une loi de simple proportionnalité.

Phénomènes de continuation. — Il est à peine nécessaire de rappeler l'expérience célèbre faite par Ed. Becquerel, et consistant à recevoir un spectre solaire sur une bande de papier pour noircissement direct (chlorure et *azotate* d'argent) dont une moitié a été légèrement voilée. Sur cette moitié, et sur celle-là seulement, le papier noircit jusque dans l'orangé du spectre (limite entre C et D solaires).

Cette expérience peut être aisément répétée sans même se servir d'un spectroscope. De simples verres jaunes et verts convenablement choisis [1] suffisent pour cela : ils permettent d'agir sur de grandes surfaces et de développer, en quelque sorte, de véritables épreuves photographiques.

On prendra, par exemple, une feuille de papier pour noircissement direct, albuminé ou salé, qu'on exposera d'abord à la lumière du jour sous un négatif, pendant quelques secondes, jusqu'à ce que les grands noirs commencent à apparaître [2]. On supprime alors le cliché et on expose le papier au soleil, sous des verres jaunes et verts supprimant complètement le bleu et le violet. Au bout d'une dizaine d'heures, l'image a acquis l'intensité d'une épreuve ordinaire; les détails, tout à fait invisibles avant l'action des rayons jaunes, sont parfaitement apparents, et les blancs sont restés intacts.

L'exposition préalable sous le cliché ne comporte pas de limite supérieure ; mais il est évidemment sans intérêt de partir d'une

---

(1) Les verres jaunes ordinaires sont médiocrement limpides; il est préférable d'employer les verres plaqués dits à l'argent, qui absorbent moins de lumière. Mais ces verres sont presque tous de la même teinte, ce qui oblige à en superposer deux ou trois pour arrêter le bleu : ils ont en outre le défaut grave de laisser souvent passer une partie du violet, comme on peut s'en assurer au spectroscope : c'est surtout le bleu qu'ils suppriment. L'addition d'un verre vert fait disparaître le violet et supprime également le rouge, qui est nuisible, comme on le verra dans un second article.

(2) Les expressions « noirs » et « blancs », « opaque », « transparent », se rapportent, bien entendu, à l'épreuve photographique, positive ou négative, et les mots « lumières » et « ombres » au sujet photographié.

image déjà intense. Comme limite inférieure, on peut prendre le dixième de la pose qui fait apparaître les grands noirs, soit environ $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{2}$ seconde à la lumière du ciel, sous un cliché d'une transparence parfaite (papier découpé).

La présence d'un sel d'argent soluble est, comme l'avait reconnu Ed. Becquerel, rigoureusement nécessaire : il suffit, pour s'en convaincre, de faire une expérience comparative (épreuve stéréoscopique, par exemple) avec deux papiers pris dans la même feuille, mais dont l'un a été soit simplement lavé, soit traité par un chlorure alcalin qui précipite l'azotate d'argent et accroît ainsi la dose de chlorure d'argent de la préparation, l'excès de chlorure alcalin étant ensuite enlevé par lavage. Dans ces conditions, quelles que soient les impressions qu'on donne à ces papiers en lumière blanche, la continuation sous les verres colorés a toujours lieu pour le papier témoin non lavé, elle n'a jamais lieu sur celui privé d'azotate d'argent [1].

On peut employer d'autres préparations que les papiers à noircissement direct : Les plaques et papiers au gélatino-bromure et gélatino-chlorure d'argent permettent d'obtenir des effets analogues, à la condition de les additionner d'un sel d'argent soluble. Il faut, en outre, choisir des préparations à grain aussi fin que possible (plaque Perron ou Ilford pour tons chauds) ; la manière la plus simple d'opérer consiste à exposer d'abord la plaque au châssis-presse sous un négatif jusqu'à l'apparition des grands noirs de l'image, puis à la traiter par la lumière jaune dans un bain d'azotate d'argent très étendu.

L'azotate d'argent peut, dans ces expériences, être remplacé par une solution de chlorure ou bromure d'argent dans l'ammoniaque ou l'hyposulfite de soude. Avec le gélatino-chlorure d'argent, il suffit même de quelques gouttes d'ammoniaque dans l'eau pure ; il se dissout un peu du chlorure d'argent de la plaque, et la continuation a lieu.

Les images obtenues ainsi sont toujours beaucoup moins intenses qu'avec les papiers dits pour noircissement direct, dans lesquels le

---

[1] Il est souvent difficile de supprimer par lavage toute trace d'effet continuateur. Mais, avec certains papiers, on arrive à rendre négligeable cette continuation résiduelle, et on la supprime d'une manière absolument complète en remplaçant le papier par une plaque au gélatino-bromure d'argent.

chlorure d'argent est simplement précipité. D'après les essais faits avec des émulsions de divers grains, c'est à la plus ou moins grande finesse de ce grain qu'il faut attribuer ces divergences, qu'on retrouve, d'ailleurs, dans tous les développements dits physiques.

On augmente beaucoup l'intensité des effets continuateurs en ajoutant au papier sensible des substances convenablement choisies. Par exemple on immergera le papier, après impression, dans une solution étendue d'acide oxalique et on l'exposera ainsi aux rayons jaunes et verts : l'insolation directe devient alors inutile, la lumière diffuse du jour suffit et on obtient des images très intenses. On peut encore employer l'acide tartrique et préparer le papier en l'imprégnant d'abord d'un chlorure alcalin, puis, après séchage, le posant sur un bain d'azotate d'argent additionné d'acide tartrique (1). Ce papier est moins sensible à l'indigo, au bleu et au vert, que les préparations usuelles à l'acide citrique; mais il donne des images de continuation plus vigoureuses et permet de faire intervenir tout le vert du spectre et même le commencement du bleu.

La question se pose immédiatement de savoir si cette continuation équivaut à un accroissement de pose. Il suffit, pour montrer qu'il n'en est rien, de faire intervenir un révélateur ordinaire, à l'hydroquinone par exemple (2). On impressionne un papier sous un cliché stéréoscopique sans aller jusqu'à commencement d'apparition de l'image (le dixième de cette pose suffit); on traite une moitié du papier par la lumière jaune jusqu'à ce que l'image soit bien visible, puis on fait agir le révélateur. On constate alors que la moitié continuée et celle qui ne l'a pas été commencent à se développer en même temps, montent parallèlement, et s'arrêtent simultanément. Celle des deux images qui avait été renforcée par continuation ne conserve sur l'autre que l'avance plus ou moins forte qu'elle avait au début. En d'autres termes, il y avait sur la surface sensible une image invisible : les rayons jaunes et verts ont déposé sur cette image de l'argent réduit constituant ce qu'on peut appeler une image de continuation; celle-ci n'a en rien augmenté l'aptitude

(1) Le papier ainsi préparé se conserve presque indéfiniment, l'acide tartrique n'étant réducteur qu'en présence d'un alcali.

(2) Les papiers à noircissement direct peuvent, moyennant quelques précautions, se développer passablement : on les lave pour enlever l'azotate d'argent, et on les traite par un bain plus étendu que celui ordinairement employé. Il ne faut se servir dans ces expériences que de papiers récemment préparés et n'ayant pas été voilés.

de l'image primitive à se développer ; elle est pour le révélateur aussi inerte qu'un lavis à l'encre de Chine au moyen duquel on aurait simulé un renforcement de l'image.

Si, au contraire, l'inégale intensité des deux images est obtenue par une différence d'exposition en lumière blanche, l'image plus exposée se développe beaucoup plus rapidement que l'autre.

Le phénomène de la continuation ne constitue donc pas une excitation supplémentaire capable de remplacer une partie de la pose ; il est l'analogue d'un véritable développement. Traiter par l'hydroquinone une image renforcée par continuation équivaut à soumettre d'abord cette image à un premier développement, qu'on arrêterait à un certain moment pour le remplacer par un second, ce qui ne compenserait en rien une insuffisance de pose.

On voit par ce qui précède que les plaques au gélatino-bromure d'argent exemptes de tout sel soluble ne peuvent en aucune manière donner lieu à un phénomène quelconque de continuation. Une plaque de ce genre, exposée dans un appareil photographique pendant un temps aussi court ou aussi grand que l'on voudra, jusqu'à apparition d'une image par noircissement direct par exemple, ne donnera lieu à aucun renforcement (1) par l'action ultérieure des rayons verts, jaunes ou rouges, agissant uniformément sur toute la plaque ; elle se voilera simplement. Il est également illusoire de chercher à renforcer par les rayons jaunes, en vue cette fois du développement, une image sous-exposée sur plaque au gélatino-bromure (2).

Ce renforcement par continuation est analogue à un développement physique, tel qu'on peut le réaliser avec le mélange classique d'azotate d'argent et d'acide gallique, qui d'ailleurs est plus actif en lumière jaune qu'à l'obscurité. C'est une véritable argenture de l'image plus ou moins visible fournie par l'action de la lumière blanche ou plutôt des rayons violets et bleus. Dans les deux cas, le

---

(1) Par noircissement direct, bien entendu.

(2) Il s'est créé, à l'occasion de l'expérience d'Ed. Becquerel, une légende d'après laquelle on exalterait la sensibilité d'une plaque en la voilant d'abord très légèrement, ce qui permettrait l'action des rayons jaunes et verts et augmenterait ainsi le nombre des radiations utilisables pour l'obtention de l'image. On voit que cette interprétation est inexacte : tout ce que peut donner un voile préalable, qu'il faut prendre égal au seuil, est de permettre à une impression ultérieure, égale ou inférieure même à ce seuil, de donner prise au révélateur, comme il a été dit au début de cet article. En fait, si l'on admet volontiers l'efficacité de cet artifice, par contre on évite généralement d'en faire usage.

résultat est d'autant meilleur que le grain est plus fin. Une différence doit cependant être signalée : l'acide gallique en présence d'azotate d'argent peut renforcer, développer si l'on veut, une image

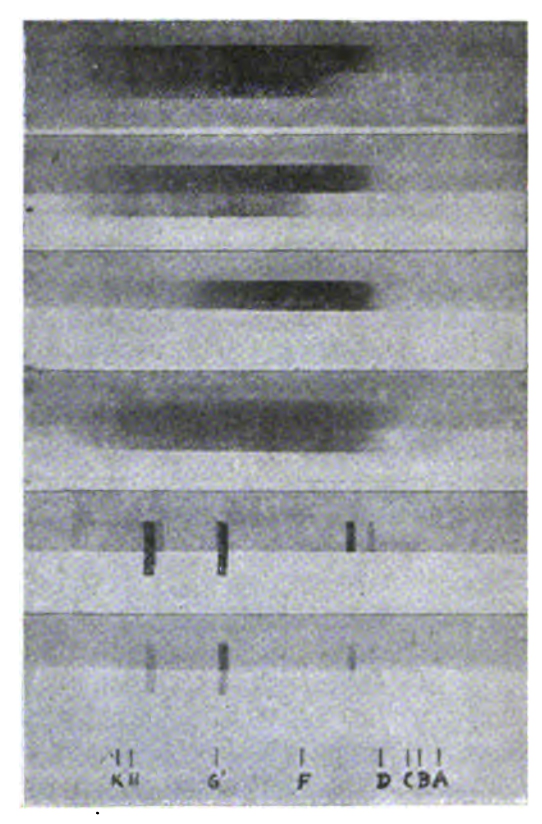


Fig. 1.

Spectres divers sur papiers sensibles dont la moitié supérieure a été voilée : 1° Spectre solaire sur papier ordinaire ; 2° Spectre solaire sur papier à l'acide tartrique ; 3° Spectre de la lampe Nernst sur papier à l'acide tartrique : action sensiblement nulle sur la moitié non voilée ; 4° Spectre solaire sur papier sensible lavé ; 5° Spectre de la lampe à mercure ; 6° Même expérience, arrêtée au bout d'un temps moindre.

Nota. — La teinte générale grise tient à la reproduction. Seule la première image est obtenue sur papier teinté, les autres sont sur papier blanc, ainsi que les indications relatives aux raies du spectre solaire.

après fixage, et cela se comprend aisément, car ce bain, capable d'argenter le verre ou la porcelaine, peut évidemment déposer du métal sur les parcelles d'argent réduit laissées par le fixateur. La lumière continuatrice n'agit, au contraire, que si l'épreuve n'a pas

été fixée[1]. Ceci établit de plus que les images produites par le noircissement direct du chlorure d'argent à la lumière sont d'une autre espèce que les images qui subsistent après fixage des premières. D'autres expériences, dont la description sera faite ultérieurement, confirment cette manière de voir.

Le rôle que jouent dans ce phénomène les diverses radiations du spectre est facile à déterminer. Il suffit d'employer un spectroscope photographique[2] et de recevoir le spectre d'une source (soleil, lampe Nernst, arc à mercure) sur une bande de papier sensible dont une moitié est légèrement voilée (voile faiblement visible, par exemple). La *fig.* 1 montre les résultats obtenus. Ces épreuves sont reproduites telles qu'elles étaient au sortir de l'appareil, c'est-à-dire sans développement, fixage, ou même lavage.

On voit immédiatement que, dans l'extrême violet, le bénéfice que donne le voile préalable est à peu près nul : il constitue une constante peu importante ajoutée à l'impression subséquente ; la différence des intensités sur la partie voilée et sur celle qui ne l'est pas étant invariable, le rapport de ces intensités tend rapidement vers l'unité. Pour cette région du spectre, le voile équivaut à une teinte donnée au papier ; il est simplement additif.

Dans le bleu, et plus encore dans le vert et le jaune, il en est tout autrement. Le moindre voile augmente dans une proportion énorme l'action de ces couleurs ; il la multiplie dans un rapport d'autant plus grand qu'on avance davantage vers le jaune orangé, qui, en l'absence du voile, serait pratiquement inactif. L'épreuve obtenue avec la lampe Nernst, source très pauvre en violet, est particulièrement frappante : sur papier à l'acide tartrique, le spectre est intense dans la région voilée, complètement absent sur l'autre moitié de l'épreuve.

L'emploi de la lampe à mercure rend ces effets encore plus apparents, à cause de la discontinuité de son spectre qui supprime les transitions. On a, en outre, l'avantage que, la lumière étant ici com-

[1] On peut le montrer en fixant une image de noircissement direct faible, puis ajoutant, après lavage, de l'azotate d'argent, ou même un précipité de chlorure d'argent avec excès d'azotate d'argent. L'image, bien que visible, est tout à fait insensible à l'action des rayons continuateurs.

[2] Pour les expériences de ce genre, j'ai fait construire par M. Pellin une chambre noire pouvant recevoir des plaques format vérascope (45×107) et s'adaptant à la place de la lunette d'observation d'un spectroscope à deux prismes. L'étendue totale du spectre est égale à la longueur de la plaque sensible. L'objectif de la lunette, dont le champ eût été insuffisant, est remplacé par un objectif simple d'Hermagis.

posée seulement de quelques radiations simples, l'éclat de chaque raie peut être très grand, bien que la lumière totale soit faible ; la diffusion par le système optique devient insignifiante, et on peut la réduire autant qu'on veut en prenant une fente étroite.

Avec cette source, et dans le cas d'un voile faible, mais visible, on observe sur papier à l'acide tartrique ce qui suit :

La raie indigo apparaît la première et cela sur la partie voilée seulement (au bout de vingt à vingt-cinq minutes). Quelques minutes après, la principale raie violette se dessine, d'abord sur la moitié voilée par effet de seuil, et presque aussitôt sur la moitié non voilée du papier (1).

Une moitié de la raie verte apparaît ensuite (trente-cinq à cinquante minutes), et c'est seulement après que se montre la seconde moitié de la raie indigo (deux heures), et enfin, au bout de plusieurs heures, une moitié de la raie jaune.

Au bout de trente heures, la région non voilée ne montre pas trace de la raie verte ou de la raie jaune.

L'hypothèse d'un accroissement de sensibilité par l'effet d'un léger voile obligerait à admettre que, pour le vert, cette sensibilité est devenue *au moins* 50 fois plus grande et, de plus, presque égale à celle qui correspond au violet, alors que, pour cette dernière couleur, elle n'aurait pas varié.

Si, au contraire, la continuation est un développement tout se simplifie : le violet est uniquement excitateur ; son action s'ajoute simplement à celle du voile ; c'est une prolongation de la pose ou une pose en deux temps et rien de plus. L'indigo est moins excitateur que le violet, mais renforce mieux que lui une impression préalable sur papier à l'acide tartrique. Sur ce même papier, le bleu est presque uniquement, mais énergiquement, révélateur. Le vert et le jaune, pratiquement inactiniques pour cette préparation, sont cependant capables de développer complètement une image.

Tous ces effets cessent entre C et D solaires, vers la raie orangée du lithium. Au delà de cette limite, il est *impossible* d'impressionner ou de *continuer* les papiers au chlorure d'argent.

---

(1) La raie violette apparaissant avant la raie indigo sur le papier non voilé, après elle sur le voile visible, il existe évidemment un voile tel que les deux raies se montrent en même temps. Suivant qu'on aura dépassé ce voile ou qu'on sera resté en deçà, ce sera l'une ou l'autre des raies en question qui apparaîtra la première.

Si on intervertit l'ordre des radiations, et qu'on fasse agir par exemple l'indigo avant le violet sur papier à l'acide tartrique, le noircissement est, malgré l'actinisme élevé de l'indigo, beaucoup moins intense que pour l'ordre inverse, chaque couleur agissant, bien entendu, pendant le même temps dans l'une et l'autre expérience. La différence est encore plus grande pour le bleu, le vert et le jaune. Avec les papiers à l'acide citrique, la dissymétrie ne se manifeste qu'à partir du bleu.

Rien de semblable ne s'observe dans le noircissement direct du gélatino-bromure d'argent : l'ordre des actions est indifférent.

L'expérience, répétée avec du chlorure d'argent sans azotate. sans acide citrique ou tartrique, montre qu'il ne subsiste plus alors que d'insignifiants effets de seuil aussi bien à l'une qu'à l'autre extrémité du spectre. D'autre part, le noircissement augmente beaucoup moins vite en fonction du temps qu'avec les papiers à azotate d'argent, bien que la sensibilité initiale soit peu différente; ce fait est aisé à vérifier en exposant au soleil une plaque au gélatino-chlorure d'argent ; même au bout de plusieurs heures, la teinte obtenue n'est que grisâtre.

Par contre, la sensibilité au vert et au jaune est plus forte qu'avec les papiers à l'acide tartrique.



Fig. 2.

Papier à l'acide tartrique impressionné sous un cliché stéréoscopique. Une moitié de l'image de droite a été réservée comme témoin de la valeur de l'impression. L'image de gauche et la seconde moitié de l'image de droite ont été exposées au jour ensemble, l'une sous des verres verts, l'autre sous des verres violets (le cliché étant supprimé).

La différence des actions produites par le vert et le violet est encore mise en évidence par l'expérience dont le résultat est représenté *fig.* 2. Une moitié de l'épreuve stéréoscopique, soumise à la lumière verte, s'est développée sans se voiler. Une partie de l'autre

moitié, exposée pendant le même temps aux rayons violets, s'est voilée sans se développer, et tout s'est passé pour elle comme si, au moyen d'encre de Chine, on avait recouvert cette partie de l'épreuve d'une teinte uniforme.

On voit facilement quel parti on peut tirer de ces effets pour accentuer les contrastes d'une épreuve photographique et obtenir sur papier à noircissement direct un positif plus vigoureux que le cliché. Prenant un papier au citrate d'argent (ou mieux un papier contenant un peu d'acide tartrique), on produira d'abord une image très faible, telle que, sous les grands noirs du cliché, il n'y ait pas d'impression sensible ; cela fait, mais cette fois sans retirer le cliché, on exposera le châssis-presse au soleil sous un verre vert doublé d'un faible verre jaune. L'image se renforcera, mais surtout par continuation.

Ce renforcement sera proportionnel à l'intensité des diverses parties de l'image et à la quantité de lumière continuatrice transmise par les régions correspondantes du cliché qui recouvre cette image. Or ces deux grandeurs sont proportionnelles à la transparence des diverses plages du cliché. Ce sera donc du carré de cette transparence que dépendront les valeurs relatives des noirs et des blancs, d'où accentuation considérable des contrastes [1]. On a vu d'ailleurs par l'expérience rapportée plus haut (*fig.* 2) que l'action *uniforme* du vert jaune donne déjà une image satisfaisante ; si cette action, au lieu d'être uniforme, se fait au travers du cliché, les contrastes seront nécessairement exagérés.

C'est dans cet ordre d'idées qu'il convient de chercher l'explication de l'artifice employé par les photographes pour le tirage des clichés faibles, et consistant à les couvrir d'un verre jaune ou vert ; si on employait un verre violet [2], on aurait précisément un résultat inverse, et cela quel que soit l'affaiblissement de la lumière par ce verre et le ralentissement consécutif du tirage.

Le processus de noircissement des papiers à noircissement direct est maintenant facile à analyser. L'expérience montre que, sur ces papiers, la venue de l'image, lente au début de l'exposition, subit bientôt une sorte d'accélération : ce phénomène est dû à l'interven-

---

(1) Ce sera exactement comme si on pouvait développer une épreuve en faisant agir le révélateur non pas uniformément, mais avec une activité plus grande sur les plages fortement impressionnées.

(2) Ou mieux un dispositif ne laissant passer que le violet sans indigo ni bleu.

tion des rayons qui viennent continuer ou développer l'impression déjà produite (jaune, vert, bleu et même indigo pour les papiers à l'acide tartrique).

Soit, en effet, N le noircissement produit au bout d'un temps t, n celui que donneraient les rayons violets seuls et qui est à peu près proportionnel au temps, on a :

$$n = Kt \text{ (1)};$$

pendant un temps dt, n augmente de Kdt ; d'autre part, les rayons continuateurs produisent dans le même temps une réduction proportionnelle à l'impression déjà reçue n et au temps dt. Soit $K'ndt$ cette action, le noircissement total dN est donc :

$$dN = dn + K'ndt,$$

ou :

$$dN = Kdt + KK'tdt;$$

le noircissement étant nul au temps zéro, on a :

$$N = Kt + \frac{KK'}{2} t^2.$$

C'est l'équation d'une parabole passant par l'origine, la tangente en ce point étant la droite $N = Kt$, dont l'inclinaison représente la sensibilité initiale. L'accélération est ainsi expliquée et on voit qu'elle n'existe pas avec les préparations telles que le gélatino-bromure d'argent, pour lesquelles K' est nul. Elle disparaîtra encore si l'on fait le tirage en lumière violette, ce qui supprime la continuation, et les épreuves sont alors grises.

Il est remarquable de voir des rayons d'actinisme médiocre ou presque nul jouer dans certains cas, en présence de certaines substances, le rôle d'un véritable révélateur, et développer complètement une image en moins de temps qu'ils n'en mettraient à produire un voile sensible. Il est encore plus singulier que cette propriété disparaisse quand on arrive à la région d'actinisme maximum, c'est-à-dire dans l'extrême violet.

(*A suivre.*)

---

(1) Cette loi n'est exacte qu'en première approximation. En réalité, le noircissement croît moins rapidement, le chlorure réduit faisant écran pour la lumière incidente. Le calcul n'est toutefois pas différent en admettant que l'impression suive une loi représentée par une branche de parabole tournant sa concavité vers l'axe des temps.

SUR L'ACTION DE LA TORSION SUR L'AIMANTATION;

Par M. Ch. MAURAIN.

J'ai étudié récemment [1] l'action des oscillations électriques sur l'aimantation et montré comment cette action, qui paraît au premier abord s'exercer de façons très diverses, peut être interprétée d'une manière simple par la considération de la courbe normale d'aimantation qu'on peut obtenir par l'action d'oscillations électriques assez intenses.

Dans le mémoire actuel, je me propose de montrer comment la considération d'une courbe normale d'aimantation analogue, qu'on peut obtenir par l'action de cycles de torsion, permet de même d'interpréter les actions de la torsion sur l'aimantation dans les différentes circonstances, et de donner un exposé assez simple des principaux faits. Mes expériences étaient terminées quand a paru un mémoire de Bouasse et Berthier [2] sur le même sujet, rapportant des expériences faites évidemment avant les miennes, mais dont je n'avais eu aucune connaissance; ces phycisiens n'ont pas envisagé le sujet au même point de vue que moi, et ce mémoire ne fera pas double emploi avec le leur, que je citerai souvent, ainsi qu'un autre travail récent important de Piola et Tieri [3].

Courbe normale d'aimantation obtenue par l'action de cycles de torsion. — Soit une tige de fer soumise à l'action d'un champ magnétisant qu'on peut faire varier à volonté; si, le champ magnétisant étant maintenu à une valeur fixe, on soumet la tige à des cycles de torsion symétriques d'une certaine amplitude, l'aimantation se fixe très sensiblement à une valeur limite après un certain nombre de cycles de torsion; or, si l'amplitude des cycles de torsion utilisés est assez grande, cette valeur limite de l'aimantation est fixe pour un champ magnétisant donné, c'est-à-dire la même, quelle que soit la valeur initiale de l'aimantation. Si donc on représente la variation de cette valeur limite de l'aimantation en fonction du champ magnétisant, on obtient une courbe unique, que j'appellerai la courbe nor-

---

(1) *J. de Phys.*, 4e série, t. VI, p. 5; janvier 1907.

(2) H. Bouasse et Berthier, *Ann. de Chimie et de Physique*, 8e série, t. X, p. 199; février 1907.

(3) F. Piola et L. Tieri, *Rendiconti d. R. Accad. dei Lincei*, t. XV, p. 566, 1er sem. 1906, et t. XV, p. 231, 2e sem. 1906.

male d'aimantation obtenue par l'action des cycles de torsion considérés.

Ainsi, l'action de cycles de torsion d'amplitude suffisante est capable de réduire complètement l'hystérésis magnétique, et la courbe normale précédente est analogue aux courbes normales d'aimantation qui peuvent être obtenues en réduisant l'hystérésis par d'autres procédés (action d'un champ magnétique longitudinal ou circulaire d'amplitude décroissante, produit par un courant alternatif ou par des oscillations électriques, action de chocs) (1).

La courbe normale obtenue par l'action répétée de cycles de torsion n'est pas complètement indépendante de l'amplitude des cycles de torsion utilisés; celle qu'on obtient par l'action de cycles de torsion d'une certaine amplitude est très légèrement plus basse que celle qu'on obtient par l'action de cycles de torsion d'amplitude moindre; ces écarts sont très faibles tant qu'on ne produit pas de cycles de torsion capables d'altérer d'une manière appréciable les propriétés magnétiques de la tige, et les traits qui représenteraient des courbes normales correspondant à des torsions différentes seraient à peu près confondus sur le graphique. Dans ce qui suit, je parlerai donc de la courbe normale d'aimantation obtenue par l'action de cycles de torsion, comme si elle était entièrement définie, sauf à revenir, aux endroits convenables, sur les conséquences de cette légère indétermination.

Par exemple, pour une tige de fer doux de $1^{mm},5$ de diamètre et 53 centimètres de longueur, la courbe normale obtenue par l'action de cycles de torsion répétés est représentée en Σ dans la *fig.* 1 ou la *fig.* 2, où sont représentés aussi, en trait plein, des cycles d'aimantation ordinaires de la même tige. Les champs magnétisants H sont indiqués en gauss, avec une échelle différente pour les deux figures, et l'aimantation I en unités arbitraires (méthode magnétométrique unipolaire).

Bouasse et Berthier ont bien obtenu une telle courbe, mais ils l'ont déterminée à partir des points d'un cycle d'hystérésis à grande amplitude; les deux extrémités du cycle correspondent alors à des conditions voisines de la saturation magnétique et, par suite, sont très voisines des points correspondants de la courbe normale, qui tend aussi vers la saturation; dans les figures jointes à leur mémoire,

(1) *J. de Phys.*, 4e série, t. III, p. 417; 1904.

ces auteurs font passer la courbe dont il s'agit par les extrémités

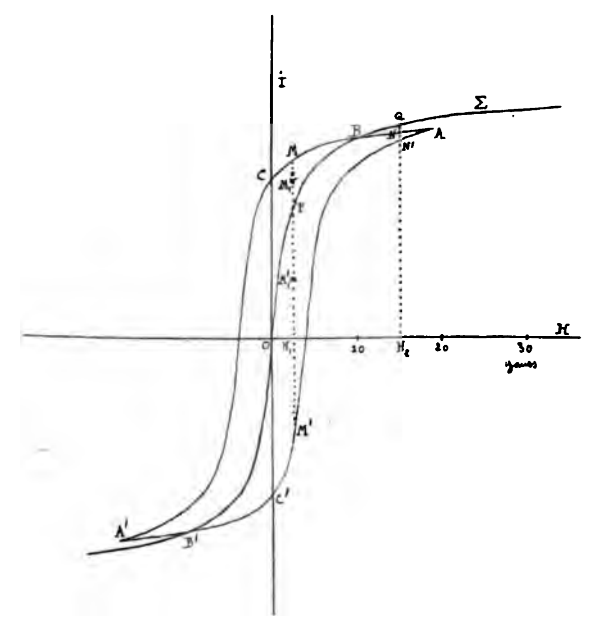


Fig. 1.

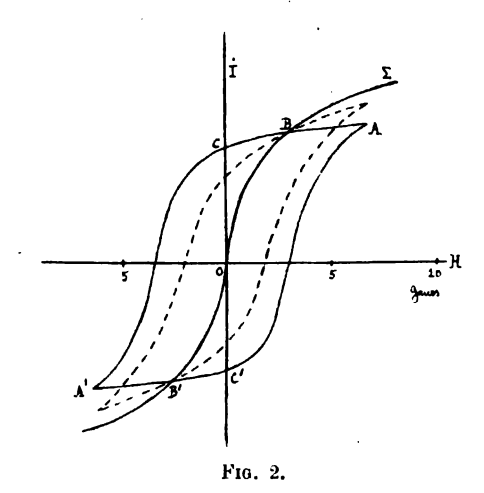


Fig. 2.

du cycle d'hystérésis ; ils indiquent cependant qu'elle passe un peu au-dessus.

Pour des cycles d'hystérésis moins larges, les extrémités sont notablement au-dessous de la courbe normale, qui est indépendante des cycles d'hystérésis à partir desquels on l'obtient, et la courbe hystérétique coupe la courbe normale en des points B et B′ (*fig.* 1 et 2).

Action de cycles de torsion d'amplitude quelconque. — Supposons que, maintenant un champ magnétique fixe, on soumette la tige de fer à des cycles de torsion; leur action est de rapprocher le point représentatif de l'aimantation initiale du point correspondant de la courbe normale, c'est-à-dire du point de même abscisse (de même champ magnétisant).

En particulier, s'il s'agit de cycles de torsion d'amplitude trop faible pour réduire complètement l'hystérésis magnétique après un nombre suffisant de cycles, le point représentatif se fixe en un certain point limite sans atteindre la courbe normale, et son déplacement total est d'autant plus grand que l'amplitude des cycles de torsion est plus grande.

On voit que, suivant la position du point représentatif initial par rapport à la courbe normale, le point représentatif peut être relevé ou abaissé par l'action d'un ou de plusieurs cycles de torsion, et l'aimantation peut être augmentée ou diminuée en valeur absolue, ou encore changée de signe. Par exemple, supposons qu'on parte de points du cycle d'hystérésis représenté *fig.* 1; pour une valeur du champ magnétisant H_1 inférieure à l'abscisse de B, le point initial est M ou M′; l'action répétée de cycles de torsion de faible amplitude amène le point représentatif de M en M_1, ou de M′ en M'_1; les points limites M_1 et M'_1 sont d'autant plus rapprochés l'un de l'autre que l'amplitude des cycles de torsion est plus grande; on pourra trouver dans le mémoire de Bouasse et Berthier des courbes représentant leur déplacement en fonction de cette amplitude.

Dans le cas précédent, l'un des points initiaux a été élevé, l'autre abaissé; mais, pour une valeur du champ magnétisant H_2 supérieure à l'abscisse de B, les deux points initiaux possibles sur le cycle N et N′ sont tous deux au-dessous de la courbe normale; ils sont alors l'un et l'autre relevés par l'action de cycles de torsion.

On pourrait ajouter que l'action de cycles de torsion est nulle quand le point représentatif initial est sur la courbe normale, par exemple aux points B et B′ des *fig.* 1 et 2; cependant ceci n'est pas entièrement exact, parce que, comme je l'ai fait remarquer plus haut,

la courbe normale dépend un peu de l'amplitude des cycles de torsion. L'énoncé entièrement correct serait le suivant : étant donnés un cycle d'hystérésis et la courbe normale obtenue au moyen de cycles de torsion d'amplitude $\pm \theta$, l'action d'un cycle de torsion $\pm \theta$ (ou de plusieurs) en un point du cycle d'hystérésis est positive (relèvement du point représentatif) si le point est au-dessous de la courbe normale, négative (abaissement) si le point est au-dessus de la courbe normale, et nulle si le point est sur la courbe normale. Mais cet énoncé est encore sensiblement exact pour un cycle de torsion d'amplitude quelconque.

Courbes intermédiaires entre un cycle d'hystérésis et la courbe normale. — Reprenons les deux points limites M_1 et M'_1 obtenus par l'action répétée de cycles de torsion d'amplitude trop faible pour réduire complètement l'hystérésis ; si on détermine, pour une amplitude donnée des cycles de torsion, les points limites correspondants en partant de différents points d'un même cycle d'hystérésis, ces points M_1, M'_1 se placent sur deux courbes dont chacune est intermédiaire entre la courbe normale et la branche correspondante de la courbe d'hystérésis ; telles sont les courbes pointillées de la *fig.* 2 ; elles passent par les points B et B′ où le cycle d'hystérésis coupe la courbe normale et où l'action de cycles de torsion s'annule en changeant de signe.

On pourra trouver des courbes analogues dans le mémoire de Piola et Tieri, qui ont été, je crois, les premiers à remarquer que l'action de cycles de torsion est tantôt de diminuer, mais tantôt aussi d'augmenter l'aimantation ; on en trouvera également dans le mémoire de Bouasse et Berthier ; mais, ces auteurs opérant, comme je l'ai dit plus haut, sur un cycle d'hystérésis à grande amplitude, les points extrêmes de ces courbes sont peu différents des points extrêmes du cycle d'hystérésis, et, sur les figures jointes au mémoire, sont confondus avec ceux-ci.

Enfin, on peut obtenir des courbes intermédiaires analogues en faisant agir, aux différents points d'un cycle d'hystérésis magnétique, des cycles de torsion d'amplitude quelconque, en nombre insuffisant pour amener le point représentatif en un point limite ; ces courbes sont alors le lieu géométrique de points analogues à M_1 et M'_1, mais qui ne sont pas des points limites.

Comparaison des courbes normales obtenues par l'action de cycles de torsion et par l'action d'un champ magnétique alternatif décrois-

sant. — On sait qu'on peut réduire complètement l'hystérésis magnétique en superposant à l'action du champ magnétisant ordinaire celle d'un champ magnétique alternatif de même direction, d'amplitude initiale suffisante, et d'intensité décroissant graduellement jusqu'à zéro. On obtient ainsi une courbe normale d'aimantation, et on peut d'ailleurs appliquer à ce procédé de réduction de l'hystérésis des considérations analogues à une partie des précédentes.

J'ai comparé dans un travail antérieur [1] les courbes normales obtenues par différents procédés de réduction de l'hystérésis, et montré qu'en général, bien qu'étant de même forme et assez voisines, elles ne coïncident pas. J'ai comparé de même ici les courbes normales obtenues par l'action de cycles de torsion ou d'un champ magnétique alternatif décroissant (courant urbain à 48 périodes). On peut dire qu'elles coïncident très sensiblement sur le graphique. Cependant, dans cette comparaison se manifeste la légère indétermination, signalée plus haut, de la courbe normale correspondant à la torsion : la courbe normale obtenue par l'action d'un champ alternatif décroissant est, elle, bien déterminée ; par exemple, pour le champ magnétisant $H = 5^{\text{gauss}},74$, son ordonnée est mesurée par 63,5 ; or, si, partant de ce point, on fait agir des cycles de torsion d'amplitude $\pm 60°$, le point représentatif monte un peu et se fixe à 64 ; si on fait agir, à partir du même point initial 63,5, des cycles de torsion d'amplitude $\pm 120°$, le point représentatif descend au contraire un peu et se fixe à 62,7. Ces écarts sont, comme on voit, très faibles.

Action cyclique de la torsion en un point de la courbe normale. — Lorsqu'on commence à effectuer des cycles de torsion, le champ magnétisant restant constant, le point représentatif de l'aimantation décrit, en fonction de la torsion, des courbes d'abord non fermées, puis où la forme cyclique se dessine en se précisant de plus en plus, jusqu'à ce que le cycle aimantation-torsion soit bien fixé. A partir de ce moment, de nouveaux cycles de torsion font décrire au point représentatif une courbe fermée déterminée. La forme de ces cycles aimantation-torsion varie naturellement avec la valeur du champ magnétisant et la position du point limite auxquels ils correspondent. On pourra en trouver de nombreux exemples dans les traités classiques et dans les mémoires de Piola et Tieri ou de Bouasse et Berthier. Ces derniers physiciens ont en particulier cherché comment

[1] *J. de Phys.*, 4e série, t. III, p. 417 ; 1904.

varie l'amplitude de l'aimantation dans des cycles aimantation-torsion correspondant aux points d'une des courbes que j'ai désignées plus

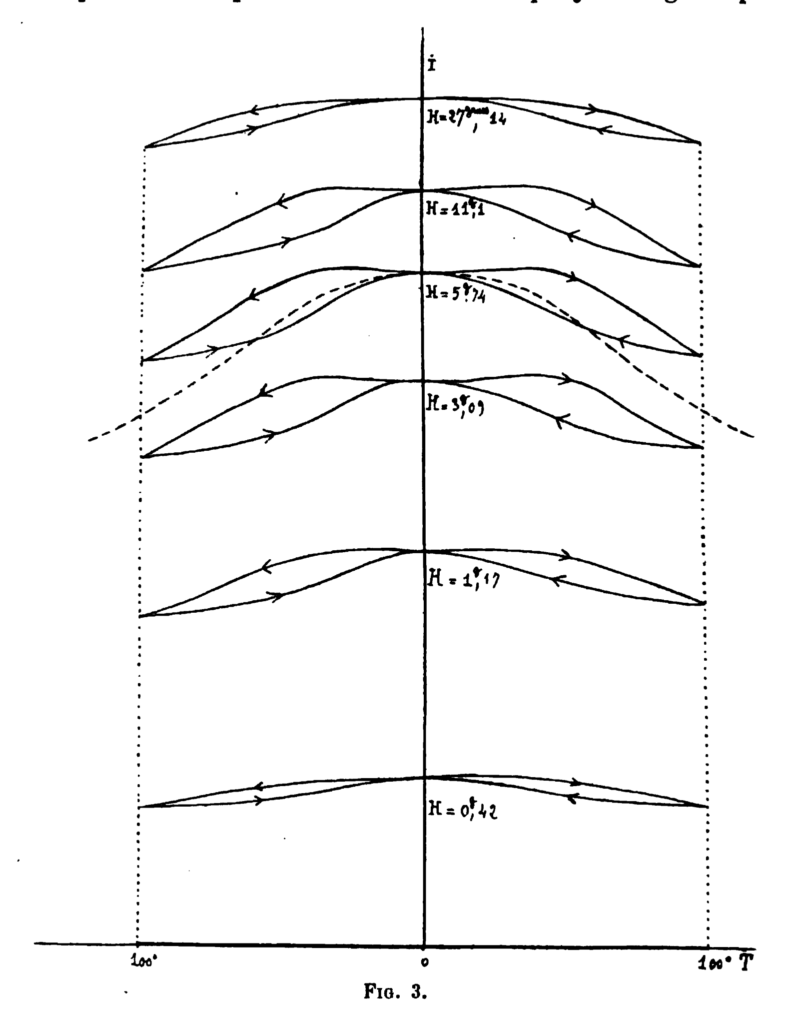


FIG. 3.

haut par le nom de courbes intermédiaires; cette variation est assez complexe, ce qui provient, je crois, de ce fait qu'aux points initiaux l'hystérésis magnétique n'est pas complètement réduite.

J'ai obtenu des résultats plus simples en déterminant la forme des cycles aimantation-torsion en différents points de la courbe normale; la seule variable est alors la valeur du champ magnétisant,

ou, si on veut, la valeur de l'aimantation, puisqu'un seul point de la courbe normale correspond à chaque valeur du champ magnétisant. Pour amener rapidement le point représentatif sur la courbe normale correspondant à la torsion, j'utilisais la quasi-coïncidence de cette courbe avec la courbe normale obtenue par champ alternatif décroissant; je faisais agir d'abord un champ alternatif décroissant, ce qui ne comporte qu'une manœuvre de rhéostat; j'effectuais ensuite quelques cycles de torsion de l'amplitude que je me proposais d'employer ensuite (±100°), et qui fixaient l'aimantation à une valeur d'ailleurs extrêmement peu différente de la première.

La *fig.* 3 représente de tels cycles; ils sont tracés avec la même échelle pour les ordonnées, c'est-à-dire sont directement comparables en grandeur et en position; les abscisses représentent les torsions totales en degrés; chaque courbe correspond au champ magnétisant indiqué en regard sur la figure : pour un champ magnétisant nul ou une aimantation nulle, l'action de la torsion est

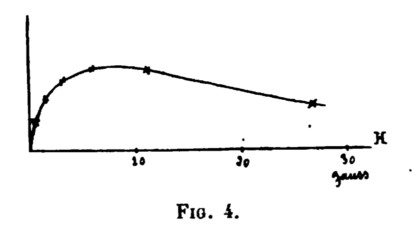


Fig. 4.

insensible, ce qui était assez évident *a priori* (la composante verticale du champ terrestre était compensée par un faible courant de sens convenable); puis l'amplitude des cycles aimantation-torsion augmente avec le champ magnétisant ou l'aimantation, passe par un maximum, décroît et tend vers zéro à mesure que l'aimantation approche de la saturation. Tous les cycles ont, d'ailleurs, des formes analogues. La *fig.* 4 représente la variation de l'amplitude de ces cycles avec le champ magnétisant.

Réduction de l'hystérésis dans l'action de la torsion. — Nous venons de voir qu'un cycle de torsion agissant sur l'aimantation en un point limite donne lieu à une courbe fermée aimantation-torsion, le champ magnétique restant constant. Mais si, pour chaque valeur de la torsion, dans un tel cycle, on superpose à l'action du champ magnétisant constant celle d'un champ magnétique alternatif décroissant, *on réduit l'hystérésis dans l'action de la torsion;* cette

réduction peut être complète, si l'amplitude initiale du champ alternatif est suffisante, c'est-à-dire qu'on obtient alors, pour une même valeur de la torsion, la même valeur finale de l'aimantation, à torsion croissante ou décroissante, et l'aimantation est représentée en fonction de la torsion par une simple courbe. J'ai déterminé une courbe de ce genre pour un des points de la courbe normale correspondant au champ magnétisant $H = 5^{gauss},74$, c'est-à-dire que cette courbe unique remplace la courbe cyclique, qui a très sensiblement le même point de départ. C'est la courbe pointillée de la *fig.* 3.

Si on fait agir un champ alternatif d'amplitude faible, la réduction de l'hystérésis dans l'action de la torsion est incomplète, et le point représentatif subit seulement un certain déplacement; toute autre action réductrice de l'hystérésis magnétique produirait sans doute des effets analogues, et c'est dans cette catégorie de phénomènes que rentre le détecteur magnéto-élastique de Sella, dans lequel l'action réductrice est celle d'un champ magnétique oscillant produit par des oscillations électriques ([1]).

En résumé, je pense avoir montré, dans ce mémoire et dans celui que j'ai cité plus haut, l'intérêt de la considération des courbes normales d'aimantation pour le groupement et l'interprétation de phénomènes très variés; elles permettent d'expliquer pourquoi, dans certains cas, l'aimantation est augmentée par une action donnée, et dans d'autres cas diminuée; elles permettent aussi de séparer les deux sortes d'effets que peut produire une même action, la torsion par exemple, effets irréversibles ou réducteurs de l'hystérésis et effets cycliques, en étudiant ceux-ci en des points où l'hystérésis magnétique en fonction du champ magnétisant est complètement éliminée. Je montrerai prochainement que des considérations du même genre peuvent être appliquées à l'action de tensions longitudinales. L'hystérésis intervient constamment pour compliquer les phénomènes; on simplifie leur étude en cherchant d'abord ce qui se passe quand on la supprime.

([1]) A. Sella, *Rendiconti d. R. Accad. dei Lincei*, t. XII, p. 182 et 340; 1903; — *J. de Phys.*, 4e série, t. IV, p. 309; 1905.

RECHERCHES SUR LA TEMPÉRATURE EFFECTIVE DU SOLEIL ;

Par M. G. MILLOCHAU (1).

La connaissance de la température du Soleil et surtout celle des variations de la quantité de chaleur émise par cet astre sont de la plus haute importance; c'est un problème que l'action absorbante de l'atmosphère terrestre rend difficile à résoudre et qui occupe depuis longtemps les astronomes et les physiciens.

L'historique complet de l'actinométrie fournirait matière à un volume et rien que la liste des savants qui se sont illustrés dans cette science serait trop longue; aussi nous contenterons-nous de citer seulement les principaux points de cette histoire.

Newton, dont le génie a donné une si forte impulsion à la science, semble être le premier que tenta la recherche de la connaissance de la température de l'astre du jour. Il exposa un thermomètre au soleil, puis à l'ombre, et obtint une première mesure de la radiation calorifique solaire.

Lambert (1756) fit des expériences analogues à celles de Newton, mais ce fut de Saussure, en 1774, qui construisit l'instrument qui contenait les premiers principes de l'actinomètre.

Son appareil se composait d'une boîte en liège noircie à l'intérieur et fermée par des verres du côté qu'on tournait vers le Soleil; un thermomètre mesurait la chaleur de cette enceinte.

Leslie, en 1814, essaya d'employer aux mesures actinométriques son thermomètre différentiel composé d'une boule noircie et d'une boule incolore.

J. Herschel imagina d'étudier l'échauffement dans un temps donné d'un thermomètre placé au soleil et le refroidissement de ce même thermomètre placé à l'ombre, avant et après cette mesure, créant ainsi la méthode dynamique.

Pouillet (1837) fut un de ceux qui travaillèrent le plus cette question : il imagina deux pyrhéliomètres, l'un composé d'un thermomètre placé dans une double enceinte noircie à l'intérieur et percée d'un trou pour le passage des rayons solaires, l'autre formé d'une sorte de calorimètre en argent, plein d'eau, et dont on mesurait l'échauffement.

---

(1) Communication faite à la Société française de Physique ; séance du 1er février 1907.

Enfin, Violle, Crova, Ångström établirent les actinomètres qui sont maintenant généralement employés.

En 1845, Henry (de Princeton) s'avisa d'étudier la radiation des divers points du disque solaire, et notamment des taches, en projetant sur un écran percé d'un petit trou une image agrandie du Soleil, la portion du faisceau lumineux passant à travers le trou étant reçue sur une pile thermo-électrique.

Secchi reprit plus tard ces recherches.

W.-E. Wilson et Gray, en 1894, employèrent le même procédé, en substituant à la pile thermo-électrique un radio-micromètre de Boys.

Ils recevaient, sur l'une des soudures du couple thermo-électrique de cet instrument, le faisceau de rayons solaires envoyé par un miroir plan argenté à la surface, et ramenaient l'équipage à la position zéro en envoyant sur l'autre soudure le faisceau calorifique provenant d'une lame de platine chauffée par un courant électrique.

W.-E. Wilson reprit, en 1902, la même expérience, en substituant au platine un four formé par un tube de porcelaine chauffé au gaz.

Wilson donne trois valeurs pour la température effective du Soleil :

5 573° absolus pour celle d'un radiateur intégral qui, substitué au Soleil, produirait le même effet, en employant les nombres de Rosetti pour corriger cette température de l'action absorbante de l'atmosphère terrestre ;

6 201° absolus pour un radiateur intégral remplaçant le noyau solaire et subissant une absorption due à l'atmosphère de cet astre ;

6 863° absolus pour le même radiateur, en admettant en plus, comme perte totale produite par la même atmosphère, le résultat donné par Wilson et Rambaut.

On voit donc combien il est nécessaire de nettement définir ce qu'on entend par température du Soleil, sous peine de discuter sur des nombres très divers, non comparables, puisqu'ils proviennent de définitions différentes de cette température.

Avant de passer à l'exposé de la méthode actinométrique, il est peut-être bon de rappeler quelques principes de physique sur l'émission.

Les physiciens appellent corps noir un corps qui émet le maximum de radiations possible pour la température à laquelle il est porté ; ce même corps absorbe le maximum des radiations qu'il reçoit.

Une enceinte fermée, un four par exemple, dont l'intérieur est porté à une certaine température, est un corps noir théoriquement parfait, et, si on perce dans cette enceinte un petit trou, les radiations émises par ce trou correspondront à celles qu'émet un corps noir parfait à la température de l'enceinte.

Si la température est élevée, ce corps noir est en même temps un corps très lumineux ; c'est pourquoi M. Ch.-Ed. Guillaume a proposé de remplacer cette dénomination, qui prête à l'équivoque, par celle plus logique de radiateur intégral.

Stefan a établi que l'énergie de la radiation émise par un pareil radiateur est proportionnelle à la quatrième puissance de la *température absolue* (1). Cette loi a été vérifiée pour toutes les températures que l'on a pu atteindre.

Les mesures de la radiation solaire peuvent être exécutées de deux manières :

1° Par la méthode statique, qui consiste à mesurer la température d'un corps noir exposé au faisceau solaire lorsque ce corps a atteint l'équilibre thermique. C'est ce qu'on peut appeler mesurer la température du faisceau ;

2° Par la méthode dynamique, qu'on pourrait appeler aussi calorimétrique, qui, jusqu'à présent, est celle qui a donné les meilleurs résultats.

Dans cette méthode, on mesure l'échauffement d'un corps noir de masse m dans un temps t, lorsque cette masse est échauffée par l'intermédiaire d'une surface s exposée au faisceau solaire.

L'échauffement produit par ce faisceau pendant une minute sur une surface de 1 centimètre carré, mesuré en petites calories, a été dénommé par les physiciens *constante solaire* (généralement désignée par le symbole A), lorsque cette mesure est corrigée de l'action de l'atmosphère terrestre.

Ce nom de *constante solaire* est assez mal choisi, car il est presque certain que cette constante varie, et c'est même l'étude de cette variation probable qui serait la plus intéressante.

L'atmosphère terrestre absorbe une grande partie de la chaleur émise par le Soleil, et son absorption est variable suivant son état hygrométrique ; aussi est-il très difficile d'en corriger l'action, et de nombreuses divergences se sont produites dans les corrections faites

(1) Cette température est égale à la température vulgaire augmentée de 273°.

par les divers auteurs et, par conséquent, dans les divers nombres donnés comme valeur de la constante solaire.

M. Hansky, en 1905, dans une note sur les observations actinométriques faites par lui au sommet du mont Blanc, donne le tableau suivant des valeurs attribuées par divers auteurs à A :

Pouillet	1c,793	Langley	3c,068
Violle	2 ,54	Savelieff	3 ,47
Crova	2 ,83	Ångström	4 ,00

Lui-même conclut de la discussion de ses résultats au nombre 3cal,29. Il a observé, le 4 septembre 1900, directement, 2cal,02 au sommet du mont Blanc.

On voit donc la difficulté qu'il y a de tenir compte de l'effet de l'atmosphère terrestre, et la nécessité d'exécuter les recherches actinométriques aux grandes altitudes.

On a essayé de déduire de la constante solaire la température du Soleil, en cherchant, par l'application de la loi de Stefan, quelle serait la température d'un radiateur intégral produisant le même effet sur la Terre.

Il est curieux de remarquer que, malgré les divergences des nombres donnés pour A, les valeurs que l'on trouve pour cette température sont comprises entre deux limites assez rapprochées, 5 400° et 6 200°.

J. Scheiner, dans son ouvrage *Strahlung und Temperatur der Sonne* [1], donne le tableau suivant des nombres obtenus en appliquant ce calcul aux résultats donnés par divers auteurs :

Pouillet	5 600°	Soret	5 500°
Secchi	5 400°	Langley	6 000°
Violle	6 200°		

En 1902, M. Féry, étudiant les pouvoirs émissifs de divers corps, imaginait un nouveau pyromètre qu'il appliquait peu après, industriellement, à la mesure de la température des fours.

Ce pyromètre est basé sur le principe suivant :

Si on concentre sur la soudure d'un couple thermo-électrique ayant une très faible masse le faisceau provenant d'un radiateur intégral, à température constante, de manière que la soudure voie ce corps toujours sous le même angle, la différence de potentiel aux

(1) Leipzig, 1899.

bornes de la pile reste constante quelle que soit la distance du corps, tant que son image couvre la soudure.

Cette différence de potentiel, que l'on peut mesurer avec un galvanomètre, est liée à la température du radiateur par la loi de Stefan, cette température étant la racine quatrième de cette différence de potentiel multipliée par un coefficient qui est la constante de l'instrument et que l'on détermine par un étalonnage fait en visant un radiateur intégral à température connue, par exemple un four électrique dont on mesure la température par une autre méthode(1).

Le premier appareil de M. Féry était une lunette avec objectif de fluorine, substance qui n'absorbe, comme on le sait, que les rayons de très grande longueur d'onde. La pile était formée par deux fils en croix (constantan et fer) soudés en leur milieu et formant réticule, les deux autres extrémités de chaque fil soudées à deux bagues de cuivre séparées et isolées formant les deux pôles de la pile ; de petits écrans métalliques masquaient les bras de la croix du réticule, ne laissant à découvert qu'une partie centrale, sur laquelle était soudé un petit disque destiné à augmenter la sensibilité.

Un oculaire visait à la fois le réticule et l'image du corps chaud à observer, et l'on pouvait ainsi placer convenablement cette image.

M. Féry substitua ensuite un miroir concave argenté ou doré à l'objectif de fluorine, les miroirs argentés n'absorbant pas les rayons de grande longueur d'onde.

C'est alors qu'il pensa qu'on pouvait utiliser un pareil instrument à la mesure de la température du Soleil et qu'il me demanda d'être son collaborateur pour cette recherche.

Nous modifiâmes le dispositif du pyromètre pour cette nouvelle destination de la manière suivante :

Un miroir de verre argenté, ayant 103 millimètres de diamètre et 800 millimètres de distance focale, fut monté sur un tube de cuivre dont l'autre extrémité pouvait être fermée par un bouchon composé de deux cercles, l'un fixe, l'autre tournant sur le premier, tous deux percés d'ouvertures en forme de secteurs de l'angle de 90°. Ce bouchon forme ainsi un diaphragme en forme de papillon avec lequel on peut faire varier le faisceau reçu par l'instrument de zéro à la

(1) Le point de fusion de certains métaux peu oxydables a été déterminé avec une grande précision par divers savants et est généralement utilisé pour ces mesures.

moitié de la surface du miroir, et mesurer la proportion utilisée au moyen d'une division graduée tracée sur l'un des cercles.

Au foyer du miroir est placé un couple thermo-électrique identique à ceux employés pour les télescopes pyrométriques industriels Féry, c'est-à-dire composés de deux fils en croix, l'un de fer, l'autre de constantan, soudés à leur point de croisement.

Derrière la pile est un prisme à réflexion totale renvoyant le faisceau venant du miroir dans un oculaire muni d'une bonnette noire mobile.

On observe dans ce télescope comme dans un télescope de Newton, et l'on voit dans l'oculaire la pile formant réticule et l'image de l'objet céleste observé.

L'oculaire peut être mis au point sur le réticule, et une coulisse mue par une crémaillère permet d'amener ce réticule dans le plan focal du miroir.

Le courant produit est mesuré par lecture directe d'un galvanomètre à bobine mobile donnant les millivolts à un centième près.

Si l'on pointe ce télescope sur le Soleil, on mesure donc la température moyenne de la partie de l'image de cet astre découpée par le petit disque qui recouvre la soudure chaude du couple thermo-électrique; on peut donc étudier avec cet instrument la loi de variation de la température effective ([1]) des diverses portions de la surface solaire.

La Société du mont Blanc et M. Janssen ayant mis généreusement à notre disposition leur observatoire et les ressources nécessaires pour faire cette expérience au sommet du mont Blanc, nous adoptâmes le programme suivant, divisé en deux parties :

1° *Étude de la température apparente du centre de l'image solaire aux diverses heures de la journée et à des altitudes diverses pour étudier l'action atmosphérique terrestre.* Les stations choisies furent : Meudon (altitude, 150 mètres); Chamonix (1 000 mètres); les Grands-Mulets (3050 mètres), et, enfin, l'observatoire Janssen du sommet du mont Blanc (4810 mètres);

2° *Étude de l'émission calorifique des divers points de la surface solaire.* Pour cette recherche, la méthode employée a été empruntée à celle décrite en 1868 par M. Janssen, et qui lui a servi pour l'ob-

---

([1]) Expression de M. Le Chatelier pour indiquer la température qu'aurait le Soleil s'il se comportait comme un radiateur integral.

servation des protubérances, sous le nom de *méthode chronométrique*.

Elle consiste à laisser le télescope immobile, l'image se déplaçant sur le réticule par l'action du mouvement diurne, et à noter, à des temps marqués successifs, les déviations du galvanomètre.

Le résultat est traduit ensuite par une courbe obtenue en prenant pour abscisses les positions du réticule sur le globe solaire et pour ordonnées les déviations du galvanomètre.

Après une série d'observations à Chamonix, je partis le 20 juillet pour l'observatoire des Grands-Mulets, où il fut fait séjour jusqu'au 23 juillet, jour où nous montâmes au sommet, par le passage dit du Corridor. Dans la dernière partie de l'ascension, nous fûmes assaillis par un orage et arrivâmes à l'observatoire juste à point pour y recevoir deux coups de foudre qui, fort heureusement, ne nous produisirent que des effets d'électrisation plutôt désagréables.

Une série de mauvais temps s'étant produite, le pyrhéliomètre ne put être monté par les porteurs que le 29 juillet, et les observations furent immédiatement commencées.

Les meilleures conditions atmosphériques furent réalisées le 2 août.

Dès le matin, de nombreux cirrus couvraient le Soleil ; mais, vers sept heures, le ciel commença à s'éclaircir et resta d'une pureté remarquable jusqu'à la nuit.

L'hygromètre enregistreur, qui indiquait le matin une grande sécheresse, remonta jusqu'à deux heures, puis subit de faibles variations jusqu'à six heures, où il commença à baisser.

La courbe journalière obtenue ce jour-là, en mesurant d'heure en heure la radiation du centre solaire, est très régulière et extrêmement intéressante (*fig.* 2).

Le 4 août 1906, après treize jours de séjour à l'observatoire Janssen, nous quittions le sommet du mont Blanc pour redescendre à Chamonix.

Les 21 et 26 septembre, une série de mesures fut faite à Meudon; puis l'instrument fut transporté au laboratoire de l'École de Physique et Chimie, où M. Féry en pratiqua l'étalonnage.

Cet étalonnage fut fait en pointant le télescope avec pleine ouverture du miroir sur un four électrique à résistance de platine porté à 1 673° absolus.

La constante de l'instrument, toutes corrections faites, fut trouvée

être de 705, c'est-à-dire que la température T d'un radiateur intégral produisant la déviation δ, exprimée en microvolts, pour la pleine ouverture du diaphragme (1), sera, d'après la loi de Stefan,

$$T = 705 \sqrt[4]{\delta}.$$

En visant le cratère d'un arc électrique dont la température a été admise de 3 773°, la même constante a été trouvée égale à 715.

Pour les observations solaires, le diaphragme limitant le faisceau reçu par le miroir était disposé pour que la déviation du galvanomètre soit de 1 millivolt environ, lorsqu'on pointait sur le centre du Soleil. Dans ces conditions, la soudure du couple thermo-électrique ne dépassait pas de plus de 25° la température ambiante, et les déviations du galvanomètre étaient rigoureusement proportionnelles à la surface du diaphragme, comme l'avaient montré des expériences préalables.

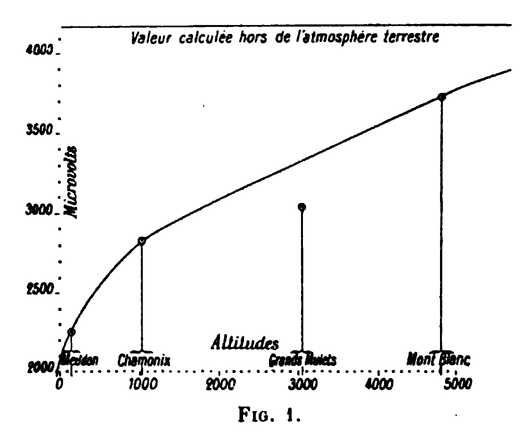


FIG. 1.

Courbe représentative de l'action atmosphérique terrestre.

Les observations ont montré que la station des Grands-Mulets semble peu favorable aux recherches de ce genre, malgré son altitude. Comme elle est située sur les flancs du mont Blanc, les remous de l'atmosphère y sont particulièrement gênants, et les résultats qui y ont été obtenus montrent une action très irrégulière de l'absorption de cette atmosphère.

(1) Une déviation de 1 millivolt représente un déplacement de 6 centimètres sur le cadran du galvanomètre.

La moyenne des valeurs trouvées pour le centre du Soleil, vers midi, aux diverses stations, a été (*fig.* 1) :

Meudon.............	altitude 150 mètres	2 250 microvolts
Chamonix..........	— 1 030 —	2 830 —
Grands-Mulets.......	— 3 050 —	3 030 —
Sommet............	— 4 810 —	3 700 —

Les mesures obtenues au sommet du mont Blanc, le 2 août, ont été les suivantes (*fig.* 2) :

T	Microvolts au centre (δ)	T	Microvolts au centre (δ)
8h 10	3 680	15h 27	3 720
8 48	3 720	16 40	3 560
9 56	3 760	17 20	3 320
11 05	3 760	18 20	2 800
12 13	3 760	19 02	1 640
14 10	3 800		

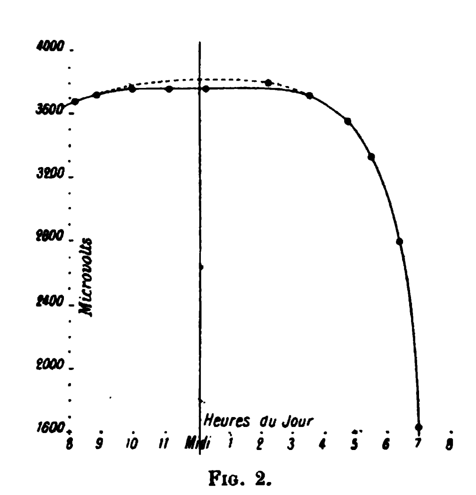


Fig. 2.

Sommet du mont Blanc, courbe journalière du 2 août 1906 (mesures prises au centre de l'image du Soleil).

Ces mesures peuvent servir à une estimation de l'effet atmosphérique. En effet, si on appelle I_0 l'intensité de la radiation en dehors de l'atmosphère, et I l'intensité après passage dans cette atmosphère, la relation entre I et I_0 est $I = I_0 e^{-Kx}$, où x est l'épaisseur du milieu traversé, et K une constante.

Si nous considérons la radiation zénithale et des radiations

obliques faisant successivement des angles α et β avec cette radiation, on aura pour les épaisseurs x_1 et x_2 traversées les valeurs :

$$x_1 = \frac{x}{\cos\alpha} = Ax \qquad \text{et} \qquad x_2 = \frac{x}{\cos\beta} = Bx,$$

si l'on fait abstraction de la courbure de la Terre.

On aura donc les relations :

$$I_1 = I_0 e^{-Kx}, \quad I_2 = I_0 e^{-AKx}, \quad I_3 = I_0 e^{-BKx}, \quad \ldots, \text{etc.}$$

En combinant deux à deux ces équations, on peut éliminer Kx et calculer I_0.

Le tableau suivant a été obtenu avec les mesures du 2 août (α = distance zénithale) :

H	α	I_α en microvolts	H	α	I_α en microvolts
(1) 30°	36° 20′	3 800	(3) 60°	56° 12′	3 650
(2) 45°	45° 48′	3 750	(4) 75°	66° 58′	3 452

En combinant dans ce tableau (1) et (2), on trouve pour I_0 : 4 149 ; (1) et (3), 4 162 ; (1) et (4), 4 163 ; (2) et (3), 4 172 ; (2) et (4), 4 168 ; et, enfin, (3) et (4), 4 166.

On voit qu'en négligeant 4 149, provenant de deux mesures trop voisines du zénith, où une dépression visible dans la courbe (*fig.* 2), auprès de midi, en fausse les résultats, la moyenne des autres nombres conduit à I_0 = 4 166 microvolts à moins de 10 microvolts près pour l'intensité qu'aurait eue ce jour-là le rayonnement solaire en dehors de notre atmosphère.

En prenant pour constante instrumentale la valeur 705, trouvée par étalonnage sur le four électrique, la température effective de la partie centrale du disque solaire, c'est-à-dire celle qu'aurait un radiateur intégral produisant les mêmes effets, serait de :

$$T = 705 \sqrt[4]{4\,166} = 5\,663^\circ \text{ absolus,}$$

ou environ 5 400° vulgaires.

Les plus fortes déviations galvanométriques observées directement au sommet ont été de 3 800 microvolts, le 29 juillet, à 13h 48, et de 3 800 également, le 2 août, à 14h 10.

En essayant les mêmes calculs sur les résultats trouvés à Chamonix le 13 août, journée où le ciel fut d'une remarquable pureté, on

constate que I_0 ainsi calculé croît rapidement au fur et à mesure que croît la distance zénithale employée ; l'atmosphère se modifie donc aux altitudes moyennes trop vite pour permettre l'application de la loi de Bouguer, ce qu'ont déjà constaté tous les physiciens qui se sont occupés d'actinométrie. Cette variation est due surtout aux changements qui se produisent dans l'état hygrométrique des diverses couches d'air.

Des observations faites à plus haute altitude que le mont Blanc, en ballon par exemple, pourraient donner des indications utiles sur la valeur relative des résultats qu'on peut obtenir à l'observatoire Janssen.

Nous avons dit qu'on pouvait étudier l'émission des divers points d'un diamètre solaire en laissant le télescope immobile et en notant à des temps successifs les déviations du galvanomètre, et que des mesures de ce genre avaient été faites aux diverses stations citées.

La masse de la soudure du couple n'étant que de 1 milligramme environ, l'indication est instantanée, et le galvanomètre indique fidèlement les variations d'intensité du flux de chaleur qui pénètre dans le télescope.

Cependant il y a lieu de tenir compte de ce fait que le petit disque qui recouvre la soudure cesse d'être couvert entièrement par l'image du Soleil 13 secondes avant la fin du passage et ne cesse de recevoir l'action que le même temps après ; il en est de même au commencement du passage.

Il s'ensuit que la courbe doit être corrigée de l'action de ce disque.

Nous nous proposons, dans de prochaines recherches, de réduire les dimensions de la soudure et de faire des mesures relatives sur l'action des divers points de la surface solaire, l'étalonnage du télescope n'ayant plus dans ce cas la même importance.

Si, prenant les mesures obtenues aux diverses stations par ce procédé, on multiplie les déviations trouvées par un coefficient tel qu'on ait le même nombre pour la déviation centrale, par exemple 1000 microvolts, et qu'on construise les courbes à la même échelle, on constate que toutes ces courbes sont superposables, ce qui démontre que l'absorption atmosphérique terrestre est proportionnelle à l'intensité de la radiation.

Dans les limites où la soudure est toujours couverte, la courbe

obtenue (*fig.* 3) est même superposable à celle construite avec les nombres donnés par W.-E. Wilson en 1894 (*fig.* 4), ce qui semble

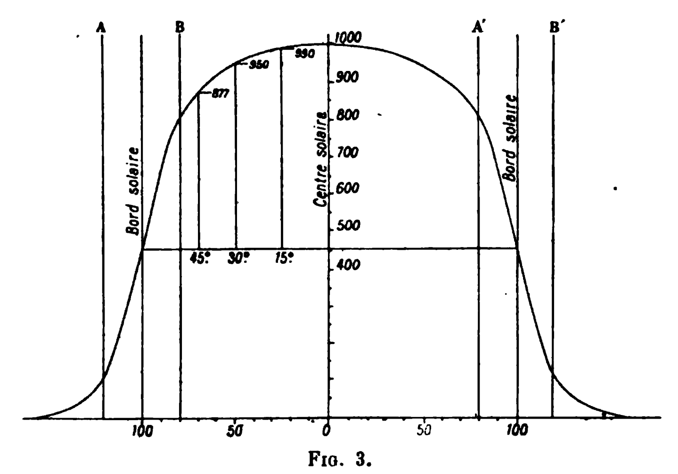


Fig. 3.
Courbe représentative de l'action calorifique des divers points d'un diamètre du disque solaire (Féry et Millochau, 1906). (A,B, A',B', tangentes au disque recouvrant la soudure lorsque le centre de ce disque est sur l'image du bord du Soleil.)

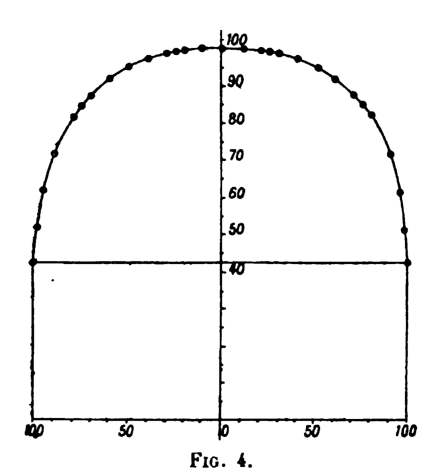


Fig. 4.
Courbe représentative de l'activité solaire aux divers points du disque (W.-E. Wilson, 1894).

montrer que les effets absorbants des pièces optiques de son appareil, très différent du nôtre, ne changent pas la valeur relative des mesures.

On pourrait aussi en conclure que l'émission solaire avait lieu dans les mêmes conditions en 1894 et en 1906.

Si l'on émet l'hypothèse, qui semble très vraisemblable dans l'état actuel de nos connaissances sur le Soleil, que cet astre est composé d'un noyau central chaud se comportant comme un radiateur intégral, et que ce noyau est recouvert d'une atmosphère absorbante, on peut déduire des nombres trouvés pour l'émission de divers points de la surface du Soleil une valeur approchée de l'action de l'atmosphère solaire et, par suite, de la température du noyau central lui-même.

En effet, il suffira d'appliquer la loi que nous avons déjà utilisée pour éliminer l'action de l'atmosphère terrestre.

Sur la courbe générale (*fig.* 3) que nous avons obtenue en ramenant toutes nos courbes à la même échelle (1 000 microvolts pour le centre du Soleil), nous relevons les valeurs suivantes :

Incidence	$\alpha = 0°$	1 000 microvolts
—	$\alpha = 30°$	950 —
—	$\alpha = 45°$	877 —

En combinant deux à deux ces mesures, nous trouvons pour I_0 : 1 393, 1 372 et 1 358, dont la moyenne est 1 374.

Il faut donc augmenter de 37 0/0 la déviation centrale pour avoir celle que donnerait le noyau solaire. Si nous admettons 4166 mètres pour cette déviation en dehors de l'atmosphère, nous aurons :

$$4\,166 \times 1{,}374 = 5\,724,$$

ce qui conduit pour la température effective intérieure du Soleil à 6 132° absolus.

Remarquons que la forme des courbes est indépendante de l'absorption de l'atmosphère terrestre et que la valeur 37 0/0 représente l'action de l'atmosphère solaire et peut être calculée à l'aide de mesures faites à une altitude quelconque. L'emploi du télescope pyrhéliométrique, si simple, donne donc les moyens d'étudier les variations possibles de l'effet de l'atmosphère solaire, quelle que soit l'altitude où se trouve l'observateur.

S'il est exact, comme on peut le supposer, que le noyau central du Soleil, masse considérable de matière, ne subit qu'un refroidissement lent qui ne pourrait être constaté qu'après une longue suite de siècles, et conserve une température sensiblement constante, la con-

naissance de la variation des effets de l'atmosphère solaire fera connaître la variation même de la radiation solaire([1]).

On peut d'ailleurs, comme nous l'avons déjà dit, tenter d'acquérir, par une série d'observations aux hautes altitudes, une connaissance plus exacte de l'action atmosphérique terrestre et chercher, par des mesures directes, à vérifier ou à combattre cette dernière hypothèse.

SUR LA NATURE DE LA PRESSION OSMOTIQUE

[Travail de l'Institut de Physique de Pise (Direct. A. Battelli)];

Par H. BATTELLI et A. STEFANINI.

1. On admet généralement que la pression osmotique est due aux chocs des molécules du corps dissous contre la membrane semi-perméable qui sépare la solution du dissolvant pur. L'hypothèse de van't Hoff, d'après laquelle les substances dissoutes se trouvent dans la solution dans un état analogue à l'état gazeux, et l'hypothèse d'Arrhenius sur la dissociation électrolytique, ont abouti à la théorie la plus originale des solutions. Cette théorie a donné lieu à d'importantes recherches et a trouvé des applications très étendues.

La théorie van't Hoff-Arrhenius a été confirmée par des expériences variées; néanmoins plusieurs auteurs l'ont repoussée. Nous avons déjà eu l'occasion d'exposer longuement ([2]) les principales preuves que l'on peut alléguer en faveur de cette théorie et les différentes objections qu'elle peut soulever.

Récemment Traube attaqua l'explication que van't Hoff avait donnée de la pression osmotique. En se basant sur de nombreuses expériences, Traube conclut que *plus la vitesse osmotique d'une substance soluble dans l'eau est élevée, plus cette substance abaisse la constante capillaire de l'eau. Au contraire, les substances qui ne peuvent pas traverser les membranes (c'est-à-dire les substances pour*

([1]) Wilson et Rambaut ont déjà émis cette même hypothèse en 1892 et proposé le même genre de recherches; ils n'ont pas encore, à ma connaissance, publié de résultats à ce sujet.

([2]) A. Battelli et A. Stefanini, *la Teoria della dissociazione elettrolitica*. Lucca-Baroni, 1899.

lesquelles les membranes sont semi-perméables) augmentent la constante capillaire de l'eau. Cette relation qui existe entre la capillarité et l'osmose amène Traube à admettre que c'est *la différence entre les tensions superficielles qui détermine la direction et la vitesse de l'osmose.* La pression osmotique est due à cette différence. D'autre part, Jaeger trouva que la pression osmotique est proportionnelle à la différence entre la tension superficielle de la solution et celle du dissolvant pur.

Ces conclusions furent repoussées par Monti, qui, en étudiant les solutions de quelques substances, observa qu'elles se comportent d'une manière opposée à ce qu'exigeraient les théories de Traube et de Jaeger.

2. Il nous a toutefois semblé que l'idée de Traube, qui attribue les phénomènes osmotiques à des différences de tensions superficielles (dans le sens le plus général, c'est-à-dire comprenant aussi bien la diosmose que l'osmose de van't Hoff), était juste. C'est pourquoi nous avons voulu rechercher s'il était possible, avec des modifications opportunes, de concilier l'idée de Traube avec les faits cités et avec tous les autres faits déjà bien établis.

3. Pour nous mettre dans les conditions dans lesquelles on peut appliquer les conclusions de Traube et de Jaeger, il fallait exclure le cas des membranes ordinaires et étudier ce qui arrive avec les membranes semi-perméables.

En effet, quand l'eau est séparée de l'alcool au moyen d'une membrane animale et que c'est l'eau qui va vers l'alcool, on pourrait trancher la difficulté présentée par Monti en observant que le fait se produit parce que la vessie de bœuf s'imbibe d'environ huit fois plus d'eau que d'alcool. Si on employait au contraire comme membrane de séparation le caoutchouc, qui s'imbibe d'alcool et non d'eau, ce serait l'alcool qui irait vers l'eau [1], comme le voudraient les conclusions de Moore et de Traube.

C'est pourquoi nous avons voulu étudier la manière de se comporter de l'alcool éthylique et de l'eau séparés par une membrane demi-perméable de ferrocyanure de nickel, sur laquelle l'alcool n'a aucune action.

Avec cette membrane, c'est aussi l'eau qui, dans le premier stade du phénomène, traverse la membrane pour pénétrer dans l'espace

---

(1) Dutrochet (*in* Wundt, *Physique médicale*, 1871, p. 126).

occupé par l'alcool. Ce fait serait contre la théorie de Moore et de Traube et confirmerait les objections de Monti.

4. L'observation et l'examen d'autres faits nous ont amené à modifier l'idée de Traube de manière à interpréter les phénomènes connus et à annuler les objections ci-dessus rapportées.

Nous pensons que c'est toujours la différence entre les tensions superficielles qui détermine le sens de l'osmose; mais nous ne croyons pas que le passage à travers la membrane doive toujours se produire depuis le liquide de tension superficielle moindre vers celui de tension plus élevée, comme le veut Traube.

A notre avis, *ce passage doit avoir lieu cas par cas dans le sens qui se prête le mieux pour égaliser les tensions superficielles des liquides qui se trouvent des deux côtés de la membrane.*

5. Cette nouvelle théorie des phénomènes osmotiques explique tous les faits connus.

a) En effet, dans le cas de l'alcool, si la membrane est absolument imperméable à l'alcool, c'est l'eau qui doit se rendre vers l'alcool ou vers la solution alcoolique, parce qu'une dilution plus élevée de la solution alcoolique tend à porter à l'égalité les tensions superficielles des deux liquides séparés par la membrane.

Si la membrane est perméable aussi à l'alcool, en même temps que l'eau ira vers l'alcool, l'alcool devra aller vers l'eau, parce que ces deux passages tendent à égaliser la tension superficielle des deux côtés de la membrane.

C'est ce que nous avons trouvé avec la membrane de ferrocyanure de nickel. Il s'établit au début dans l'alcool un excès de pression d'environ 2 centimètres de liquide; cet excès demeure stationnaire pendant environ vingt-quatre heures. Au bout de trois jours, *la pression interne est devenue égale à la pression externe;* on trouve de l'alcool à l'extérieur et *les deux liquides des deux côtés de la membrane ont une tension superficielle égale.*

D'après notre manière de voir, *l'intensité plus forte ou plus faible d'un courant vis-à-vis de l'autre doit dépendre des valeurs relatives de la variation que subit la constante capillaire d'un des deux liquides, lorsqu'un nombre* N *de ses molécules se mélange avec n molécules de l'autre.*

En d'autres termes, le passage du liquide, qui, à nombre égal de molécules, produit sur l'autre liquide une variation moindre de la tension superficielle, devra être plus rapide.

Quand il s'agit de l'alcool et de l'eau, nous avons trouvé que l'addition d'une molécule d'alcool à N molécules d'eau détermine dans la tension superficielle de l'eau un abaissement qui est plus considérable que l'augmentation observée dans la tension de l'alcool, lorsqu'on ajoute une molécule d'eau à N molécules d'alcool.

Ce résultat explique pourquoi c'est l'eau qui, au début, se rend en plus grande quantité vers l'alcool, en traversant la membrane ou le vase poreux dont nous nous sommes servis. Puisque l'échange des liquides doit se faire de manière à égaliser la tension superficielle des liquides de chaque côté de la membrane, il est nécessaire que les molécules d'eau viennent en plus grande quantité dans la cellule osmotique ou dans le vase pour diluer l'alcool. En élevant la tension superficielle de l'alcool, les molécules d'eau contre-balancent l'effet plus intense produit par un nombre moindre de molécules d'alcool sur l'abaissement de la tension de l'eau de l'autre côté de la membrane.

b) Les solutions de salycine ne peuvent pas traverser la membrane de ferrocyanure de cuivre (ou ne le font que très difficilement) ; elles ne peuvent donc pas se rendre vers l'eau pour en diminuer la tension superficielle. Il est, par conséquent, naturel que ce soit l'eau qui se rende vers la solution. Chaque dilution de la solution de salycine en augmente la tension superficielle et tend ainsi à égaliser — de la seule manière actuellement possible — la tension des deux côtés de la membrane.

c) Notre manière de voir, tout en expliquant les anomalies signalées par Monti, rend aussi compte des cas normaux.

Avec les solutions de corps qui augmentent la tension superficielle de l'eau, comme le chlorure de sodium, le nitrate de potassium, etc., il est clair que c'est l'eau qui doit pénétrer dans la cellule pour y établir la pression osmotique. En effet, si le corps dissous ne traverse pas la membrane, c'est seulement au moyen d'une dilution de la solution qu'on peut porter à l'égalité la tension superficielle des deux liquides. Toutefois l'arrivée de l'eau cessera quand la pression osmotique aura acquis une valeur suffisante pour lui faire obstacle.

D'après toutes les expériences connues, il n'y a aucune membrane qui soit absolument imperméable aux molécules des substances dissoutes dans l'eau. C'est ce que démontre entre autres le fait que l'épaisseur des membranes dites semi-perméables s'accroît d'autant plus que dure l'action des liquides membranogènes.

Si l'osmose se produit dans le sens le plus apte à égaliser les tensions superficielles des deux côtés de la membrane, il est naturel que le corps dissous passe — s'il le peut — en partie, dans l'eau pure. En effet ce passage, de même que le passage de l'eau dans la solution, tend à égaliser les tensions superficielles. Si pourtant les molécules des corps dissous ont de la difficulté à passer à travers la membrane, le passage de l'eau sera plus abondant, en supposant que l'eau puisse pénétrer librement à l'intérieur du vase, c'est-à-dire si le vase est ouvert.

6. Il faut donc attribuer la cause déterminante de la pression osmotique à la différence entre les tensions superficielles des deux liquides et non aux chocs des molécules du corps dissous contre les parois qui leur sont imperméables.

Étant donné l'importance capitale de ce résultat, nous avons voulu le confirmer d'une manière plus directe.

D'après van't Hoff, si une membrane semi-perméable sépare deux solutions, la pression osmotique ne doit s'établir dans la solution qu'à une concentration moléculaire supérieure.

D'après ce que nous avons exposé jusqu'ici, si une membrane semi-perméable sépare deux solutions de tension superficielle égale, il ne s'établira aucune différence de pression, bien que ces solutions ne soient pas équimoléculaires.

L'expérience a donné des résultats tout à fait conformes à nos conclusions.

En effet, avec un osmomètre à ferrocyanure de nickel, nous avons trouvé que *des solutions ayant une tension superficielle égale, placées des deux côtés de la membrane, sont toujours en équilibre osmotique, bien qu'elles ne soient pas équimoléculaires.*

Par exemple nous avons trouvé qu'une solution de $MgSO^4$ à 1,78 0/0 a la même tension superficielle qu'une solution de Na^2SO^4 à 1,11 0/0.

En plaçant une de ces solutions à l'intérieur et l'autre à l'extérieur de la cellule osmotique, il ne s'est établi aucune différence entre la pression interne et la pression externe.

On pourrait objecter que, lorsqu'il s'agit de solutions électrolytiques, une dissociation différente des deux corps dissous pourrait rendre compte du fait.

Mais nous avons obtenu le même résultat avec des solutions de sucre et de mannite. De telles solutions ont la même tension super-

ficielle, mais ne sont pas équimoléculaires; cependant, en plaçant une de ces solutions à l'intérieur et l'autre à l'extérieur de la cellule, *nous avons toujours trouvé qu'elles étaient en équilibre osmotique.*

7. Notre manière de voir rend aussi compte des faits observés par Oker-Blom [1], lorsqu'une membrane de ferrocyanure de cuivre séparait une solution de $CuSO^4$ d'une solution de NaCl de concentration moléculaire beaucoup plus élevée.

Au début, la tension superficielle de la solution de NaCl étant plus élevée que celle de l'autre solution, ce sera le NaCl qui passera de l'autre côté de la membrane. En même temps l'eau passera en sens inverse pour venir diluer la solution plus concentrée, parce que ces deux passages auront pour effet de diminuer la différence entre les tensions superficielles des deux côtés de la membrane. Mais, à un moment donné, l'eau ne devra plus se rendre du $CuSO^4$ au NaCl. En effet, par suite des modifications dans les concentrations, si la soustraction d'eau du côté où se trouve la solution de $CuSO^4$ se prolongeait davantage, il se produirait dans la tension superficielle de la solution mélangée de NaCl et de $CuSO^4$ une augmentation supérieure à la diminution que l'addition de la même quantité d'eau déterminerait dans la tension de la solution restante de NaCl. L'équilibre devrait donc se maintenir à partir de ce moment. Mais, comme le NaCl peut passer à travers la membrane, sa présence n'a plus aucun effet, et l'action du $CuSO^4$ se manifeste seule. Ce dernier sel ne pouvant pas traverser la membrane, ce sera l'eau qui entrera dans la solution de $CuSO^4$ pour en diminuer la tension superficielle; c'est ce que nous avons déjà vu se produire pour d'autres cas analogues.

Le passage de l'eau devrait durer indéfiniment, parce que ce n'est qu'avec une dilution infinie que la solution devrait acquérir la tension superficielle de l'eau. On comprend qu'à un certain moment la pression osmotique s'opposera à ce passage de l'eau.

8. Tous les résultats dont nous avons rendu compte dans cette note contredisent la théorie de van't Hoff, qui attribue la pression osmotique aux chocs moléculaires du corps dissous, supposé à l'état gazeux dans la solution, contre les parois qui lui sont imperméables.

D'après cette théorie, si la membrane sépare deux solutions qui ne sont pas équimoléculaires, les chocs des deux côtés de la mem-

---

(1) *Zeits. f. phys. Chem.*, 37, p. 744; 1901.

brane ne produiront pas une pression égale. On devra donc observer un excès de pression dans la solution où la concentration moléculaire est la plus élevée.

Nous avons montré expérimentalement (5, *a*; 6) qu'un tel excès de pression ne se produit pas si les deux solutions — quoique non équimoléculaires — ont la même tension superficielle.

Déjà, depuis un certain temps, il s'était levé des doutes sérieux sur la validité des raisonnements au moyen desquels van't Hoff avait établi l'identité entre la pression osmotique et la pression des gaz, dans son récent *Traité de Thermodynamique.*

Weinstein [1] a démontré clairement combien les raisonnements théoriques qui servent à établir cette identité sont peu rigoureuses et certaines.

Il faut, en outre, observer que la pression osmotique, dans le sens où on la comprend dans les équations thermodynamiques qui aboutissent à la relation de van't Hoff, ne pourrait avoir une existence réelle que dans le cas où il existerait des membranes réellement semi-perméables. Or plusieurs auteurs, tels que Naccari [2], Walden, Vammann, Meerburg, et plus récemment Quincke [3], ont démontré que toutes les membranes dites demi-perméables se laissent plus ou moins traverser par une substance quelconque; l'existence d'une membrane semi-perméable selon l'idée de van't Hoff est donc toujours problématique.

Cependant un fait important vint à l'appui de la théorie de van't Hoff. Ce fut lorsque Nernst, admettant cette théorie de la pression, put établir la théorie osmotique de la pile, qui est une des plus belles et des plus fécondes parties de la physico-chimie. Ce fait a en effet une valeur très grande au point de vue de l'unité scientifique.

Il faut cependant rappeler que la formule de Nernst avait déjà été obtenue par Helmholtz au moyen de raisonnements purement thermodynamiques. Récemment Jaumann [4] a retrouvé cette même relation en partant des théories de Faraday et de Maxwell, en admettant que ce sont les tourbillons électriques qui sont la seule cause de toute force électromotrice.

(1) B. Weinstein, *Thermodynamik und Kinettik der Körper*. Braunschweig, 1903 (vol. II).
(2) *N. Cim.*, (4), 8, p. 259; 1898.
(3) *Drude's Ann.*, 7, p. 681; 1902.
(4) *Phil. Mag.*, (5), vol. IX, p. 214; 1905.

9. La critique récente que Kahlenberg (1) a faite aux théories de van't Hoff et d'Arrhenius est un argument à l'appui de nos déductions.

En effet Kahlenberg insiste sur la circonstance que la valeur de la pression osmotique dépend de la nature de la membrane employée. Il montre qu'avec quelques solutions la pression diminue en même temps que croît la dilution, jusqu'à devenir nulle pour une concentration d'environ 1/20 normale.

Kahlenberg explique cette annulation de la pression osmotique en admettant qu'avec l'augmentation de la dilution on arrive à un point où l'affinité entre la solution et le dissolvant nouvellement ajouté est équilibrée par l'affinité entre la membrane et le dissolvant.

Au contraire, d'après nous, puisque la membrane se laisse traverser par le corps dissous, il arrivera, si l'on dilue successivement la solution, que la tension superficielle se trouvera, à un moment donné, égale des deux côtés de la membrane.

10. Nous pouvons affirmer en concluant :

a) Les phénomènes osmotiques sont toujours déterminés par des différences de tensions superficielles;

b) La direction de l'osmose s'établit, dans tous les cas, dans le sens qui est le plus favorable pour égaliser les tensions superficielles des deux côtés de la séparation;

c) Des solutions de tension superficielle égale sont toujours en équilibre osmotique, même si elles ne sont pas équimoléculaires;

d) D'après tous ces faits, il semble assez improbable que la pression osmotique soit de nature purement cinétique.

ANNALEN DER PHYSIK;

T. XX, n° 7; 1906.

E. GEHRCKE et O. VON BAEYER. — Ueber die Anwendung der Interferenzpunkten an planparallelen Platten zur Analyse feinster Spektrallinien (Emploi des points d'interférence fournis par les lames à faces parallèles pour l'analyse des raies spectrales les plus fines). — P. 269-292 (Deux planches hors texte).

MM. Lummer et Gehrcke, examinant par une nouvelle méthode les spectres d'un certain nombre d'éléments, ont cru y découvrir

(1) *Drude's Ann.*, **3**, p. 578; 1900.

une complexité beaucoup plus grande qu'on ne l'admettait jusqu'alors. MM. Pérot et Fabry ont suggéré l'idée qu'un certain nombre des satellites signalés par MM. Lummer et Gehrcke devaient être de *fausses images* (1). L'application d'une méthode imaginée par M. Gehrcke (2) et qui permet de distinguer les fausses images des raies véritables conduit les auteurs à reconnaître le bien-fondé des critiques de MM. Pérot et Fabry, et la nécessité de corriger les résultats précédemment annoncés par l'un d'eux.

Les faisceaux fournis par une source rigoureusement simple, et qui interfèrent à la sortie de la lame à faces parallèles du spectroscope de Lummer et Gehrcke, tombent sur une seconde lame analogue, mais dont le plan est perpendiculaire à celui de la première. Il se développe un deuxième système d'interférences, et si les lames sont parfaites, c'est-à-dire bien planes et d'épaisseur rigoureusement uniforme, on doit voir dans le plan focal d'une lunette réglée pour

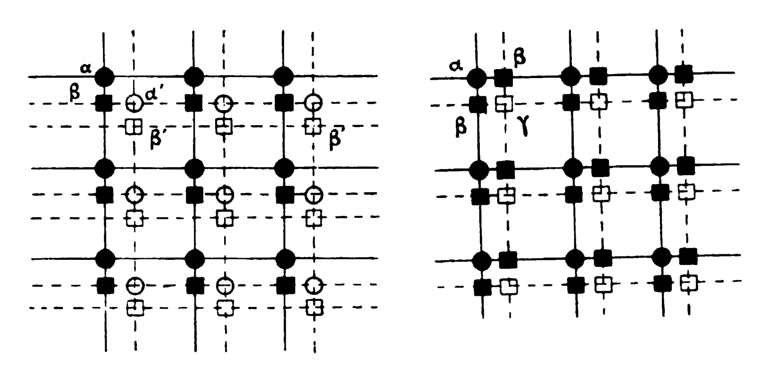


Fig. 1.

l'infini et recevant les faisceaux interférents un système régulier de *points d'interférence* α disposés aux intersections des franges brillantes des deux systèmes (*fig.* 1). Si l'une des lames donne une fausse image, on verra des points supplémentaires β intercalés entre les premiers sur les lignes de points parallèles aux franges de la lame imparfaite. Si la raie principale λ a un satellite λ' et si les deux plaques sont parfaites, on aura, en plus, un second quadrillage α' déplacé diagonalement par rapport au premier ; si l'une des

(1) *J. de Phys.*, 4e série, t. II, p. 527 ; 1903 ; — t. III, p. 28 et p. 345 ; 1904.
(2) *Comptes Rendus de la Société allemande de Physique*, 1905.

plaques est imparfaite, on aura dans ce cas, accompagnant chacun des systèmes réguliers, un système de fausses images. Donc : *des fausses images détermineront des points d'interférence le long des franges originelles, et les images vraies des points d'interférence situés en dehors de ces lignes.*

Si la différence de marche des rayons interférents était égale à un multiple entier de $(\lambda - \lambda')$, et seulement alors, un satellite pourrait tomber sur une frange; mais toute fausse image donnée par l'onde principale reviendrait alors à la même place avec les satellites.

Si les deux plaques sont imparfaites, une onde unique donnera un système quadruple; l'un des systèmes pourra être à la place où se trouveraient les points d'un satellite, mais il sera alors à l'intersection de deux systèmes de fausses images (γ).

En résumé, chacun des points d'interférence trouvés en dehors des franges principales provient sûrement d'un satellite, s'il n'est pas accompagné d'un point plus intense dans la direction des franges de l'onde principale.

La méthode, qui n'est qu'une application de la méthode des spectres croisés de Kundt, est utilisable avec tout autre système de spectroscope. Elle n'a contre elle que la faible intensité des phénomènes, due à ce que l'on n'utilise qu'une faible partie de la lumière sortant du collimateur; on est alors conduit à employer pour la photographie des poses extrêmement prolongées, même pour les raies qui se montrent dans le spectroscope avec un éclat aveuglant. On pourrait renforcer l'intensité en prenant, au lieu d'une lame pour chaque système d'interférences, une série de lames parallèles (trois par exemple).

Les auteurs ont examiné avec cet appareil les spectres du mercure, du cadmium, du zinc et du bismuth, en employant des lampes à amalgames, en quartz. Les mesures ont été faites au comparateur, sur les photographies.

Les résultats, dans l'ensemble, sont en accord satisfaisant avec ceux de Janicki et de Pérot et Fabry pour Hg; de Janicki, Fabry et Pérot, Hamy pour Cd. La raie 643,9 de ce métal a été trouvée simple. On n'a pas trouvé de satellites aux raies 636,2; 481,0; 472,2; 468,0 de Zn. Bi donne une lumière un peu plus verdâtre que celle de Hg. 472,2 a 5 satellites; 412,2 paraît triple.

On a examiné encore H, He, Ar, Na. Les raies de H, sauf H_α, n'ont pas de satellites; celles de He, sauf D_3, n'en ont pas non

plus ; de même celles d'Ar, Na, Zn sont simples. Cd, Hg, Tl, Bi ont des raies complexes. Il semble donc que ces sortes de raies ne se rencontrent que chez les éléments à poids atomique élevé ; on pourrait supposer que toutes les parties d'un atome égales et semblablement orientées émettent exactement les mêmes raies ; les satellites proviendraient de parties de l'atome dont l'orientation serait un peu différente.

B. WALTER. — Das Spektrum des von den Strahlen des Radiotellurs erzeugten Stickstofflichtes (Le spectre de la lumière de l'azote émis par les rayons du polonium). — P. 327-332 (Une planche hors texte).

L'auteur a photographié sur la même plaque, au moyen d'un spectrographe en quartz :

1° Le spectre de la lumière émise par du polonium très actif (1 464 heures de pose, soit 2 mois) ; avant l'exposition, la plaque de cuivre enduite de polonium, de 4 centimètres de diamètre, portée à 110 volts et placée à 15 millimètres d'une plaque de cuivre mise au sol, donnait un courant de $1{,}06 \times 10^{-8}$ ampères ;

2° Le spectre du bromure de radium (261 heures) ;

3° Les spectres de la lumière anodique et de la lumière cathodique d'un tube de Geissler en verre *Uviol* transparent aux radiations ultra-violettes, contenant de l'air sec à la pression de $1^{mm},06$ (ces spectres étaient les mêmes lorsqu'on remplaçait l'air par de l'azote extrait du nitrite d'ammonium).

Le rayonnement est compris entre 350 et 290 $\mu\mu$. Le spectre obtenu avec le bromure de radium concorde mieux avec celui de la lumière cathodique du tube à azote, et le spectre avec le polonium concorde mieux avec celui de la lumière anodique.

MATHIAS CANTOR. — Die Strahlung des schwarzen Körpers und das Dopplersche Prinzip (Le rayonnement du corps noir et le principe de Doppler). — P. 333-334.

Wien a déduit du principe de Doppler la loi du déplacement. L'auteur, en partant de l'équation d'Helmholtz entre l'énergie totale, l'énergie libre et la température d'un corps noir placé dans une enceinte, arrive aux lois de Stefan-Boltzmann et de Wien sans faire intervenir autre chose que la pression de radiation.

Inversement, il déduit des lois du rayonnement le principe de Doppler.

A. KALÄHNE. — Ueber Schalleeschwindigkeitsmessungen mit der Resonanzröhre (Sur la mesure de la vitesse du son avec le tube résonateur). — P. 398-406.

Le principe de la méthode est le suivant : une source sonore (diapason par exemple) est placée en avant d'un tube dont la longueur peut être réglée à volonté au moyen d'un piston mobile. Il y a maximum de résonance si le son produit est le son fondamental ou l'un des harmoniques du tuyau ; si l'on déplace le piston d'une quantité égale à un nombre entier de demi-longueurs d'onde, on aura encore le maximum de résonance. On peut mesurer la distance de deux maxima successifs avec une très grande précision, en prenant des précautions convenables. Il peut être utile d'utiliser des sons très aigus, les dimensions de l'appareil pouvant alors être notablement réduites. La disposition, essayée avec succès par l'auteur, est la suivante :

Un diapason à faible amortissement et de fréquence voisine de 4.000 est placé dans une grande caisse à parois lisses ; il est excité par le choc d'une sphère de plomb suspendue à l'intérieur de la caisse, et qu'un cordon traversant la paroi permet de soulever toujours à la même hauteur; le tuyau horizontal, fermé par un piston mobile sans frottement, est muni d'un ajutage latéral prolongé par un caoutchouc qui sert de tube acoustique ; il débouche en face d'une ouverture percée dans une des parois de la caisse. Celle-ci doit être assez grande pour qu'il puisse y avoir entre le diapason et la paroi, grâce aux réflexions des ondes, plusieurs surfaces nodales (on peut les repérer au moyen d'un tube acoustique pénétrant dans la boîte). Pour avoir une bonne résonance, il faut placer l'orifice du tube aussi près que possible de l'une de ces surfaces; la place la plus favorable pour l'ajutage est à $\frac{1}{4}$ de longueur d'onde de l'orifice du tuyau.

Il faut prendre un tube de caoutchouc pas très long et assez dur, tous les caoutchoucs mous étant *transparents* pour les ondes courtes.

Avec cette disposition, l'auteur a pu mesurer avec une approximation supérieure à 0,5 0/0 des demi-longueurs d'onde de 4 centimètres à peu près.

T. XX, n° 8; 1906.

Franz KOLÁČEK. — Ueber die Polarisation der Grenzlinien der totalen Reflexion (Polarisation des courbes limites de la réflexion totale). — P. 433-479.

Viola a montré (1) que l'on peut, en considérant l'azimut du nicol analyseur qui fait le plus nettement apparaître ou disparaître la courbe limite, décider si c'est le maximum de la courbe inférieure ou le minimum de la courbe supérieure du totalréfractomètre qui correspond à l'indice moyen, dans le cas des cristaux biréfringents.

L'auteur étudie théoriquement de la manière la plus générale les conditions exactes dont dépend l'apparition et la disparition nette de la courbe limite dans les deux cas suivants : réfraction dans un milieu isotrope d'un rayon de lumière polarisée rectilignement, venant d'un cristal homogène; réflexion sur la surface du cristal d'un rayon polarisé d'une manière quelconque et venant du milieu isotrope.

Ses formules, comparées aux mesures faites par Viola sur un cristal d'albite, montrent que l'indice moyen correspond au maximum de la courbe inférieure. Elles lui permettent également de calculer, dans le cas des uniaxes, l'azimut de l'analyseur pour lequel disparaît la courbe limite inférieure (réflexion totale de l'onde ordinaire pour les cristaux positifs et de l'onde extraordinaire pour les cristaux négatifs). Des mesures anciennes de Norrenberg sur le spath sont bien d'accord avec la théorie.

R. KUCH et T. RETSCHINSKY. — Photometrische und spektralphotometrische Messungen am Quecksilberlichtbogen bei hohem Dampfdruck (Mesures photométriques et spectrophotométriques sur l'arc au mercure à forte pression de vapeur). — P. 563-583 (Une planche hors texte) (Communiqué par le laboratoire de la maison W.-C. Heræus).

La lampe étudiée est en quartz; les dimensions des réservoirs anodique et cathodique sont sensiblement proportionnées aux quantités de chaleur dégagées à l'anode et à la cathode, afin que l'activité de la vaporisation y soit sensiblement la même; le réglage se fait automatiquement au moyen d'un tube incliné et rétréci prolongeant le réservoir cathodique, et que le mercure remplit jusqu'à l'étrangle-

(1) *Zeitschr. f. Kristallogr.*, XXXI, p. 40; 1899.

ment. La chaleur dégagée à la surface du mercure est dissipée d'autant plus vite et plus complètement que cette surface est plus large et plus voisine de la masse contenue dans le réservoir cathodique (grâce au mélange du mercure chaud avec le mercure plus froid du réservoir). Si la dissipation de la chaleur devient à un moment donné trop considérable, le mercure monte dans le tube de réglage et la chaleur se dissipe moins facilement. Si les dimensions sont bien établies, la lampe peut brûler autant de temps qu'on le veut. On l'amorce en la mettant en court-circuit.

La différence de potentiel aux électrodes ayant varié de 36 volts à 250 [1], l'intensité du courant a varié de $2^{amp},78$ à $4^{amp},4$, et la pression de la vapeur de 2 millimètres à $1^{m},50$. Avec une charge de 600 à 700 watts, correspondant à une pression de vapeur de 80 centimètres environ, les parois du tube étaient portées au rouge sombre; la vapeur de mercure n'est donc pas saturante.

La consommation de la lampe, évaluée en watts par bougie Hefner, commence par croître avec la puissance absorbée, passe par un maximum pour une puissance voisine de 100 watts, et diminue ensuite très rapidement jusque vers 180 watts, où elle est devenue inférieure à $0^{w},2$, puis beaucoup plus lentement. Pour l'intensité moyenne sphérique, avec 304 volts et $3^{amp},85$, la consommation a été de $0^{w},185$ par bougie.

L'intensité du rayonnement ultra-violet croît quand on augmente la charge de la lampe, mais dans une proportion plus forte que celle du rayonnement visible. La consommation, évaluée en watts par unité (arbitraire) d'intensité, passe aussi par un maximum, mais pour une valeur un peu plus grande de la puissance absorbée (vers 175 watts).

La couleur de la lumière émise passe graduellement au jaune quand on augmente la charge de la lampe. Au spectre ordinaire de la lampe d'Arons, qui correspond aux faibles charges, s'ajoute à un certain moment un spectre continu dont l'intensité croît avec la charge, en même temps que les intensités relatives des groupes de raies du spectre ordinaire éprouvent des variations notables.

L'intensité du premier triplet de la deuxième série secondaire ($\lambda = 5461, 4359, 4047$ U. A.) croît dans le rapport de 1 à 7 environ entre 100 et 400 watts ; celle des deux raies $\lambda = 4916$ et $\lambda = 5679$, de 1 à 12

---

(1) Avec des parois capables de résister à une pression de 4 atmosphères, on a pu atteindre 400 volts. L'intensité du courant est d'autant plus grande que les électrodes sont mieux refroidies.

entre 300 et 350 watts, et enfin celle des raies $\lambda = 6908$, 6234, 5790, 4960, 4348 et 4078 croît de 1 à 32 entre 100 et 400 watts ; de plus, ces raies perdent leur netteté sous les fortes charges. Dans le spectre continu, l'intensité des ondes courtes croît plus vite que celle des ondes longues.

H. RUBENS. — **Emissionsvermögen und Temperatur des Auer-Strumpfes bei verschiedenen Cergehalt** (Pouvoir émissif et température du manchon Auer pour différentes teneurs en cérium). — P. 593-600.

Le pouvoir émissif des manchons à la cérite étant grandement influencé par la température, on a dû le déterminer à la température normale d'incandescence. Or, dans le spectre visible, le pouvoir de réflexion diffuse diminue quand on élève la teneur en cérium ou la température, et la transparence diminue d'une manière correspondante. On est donc fondé à conclure de la diminution du pouvoir de réflexion diffuse à une augmentation de pouvoir émissif.

Un condenseur entre les lentilles duquel était placée une cuve pleine d'eau projetait sur la surface du manchon étudié (sans cheminée) l'image très brillante du cratère d'un arc de 30 ampères ; on mesurait avec un pyromètre optique, dans différentes directions, l'éclat de cette image en lumière rouge et en lumière bleue : 1° pour le manchon froid et éclairé (H_1) ; 2° pour le manchon incandescent et non éclairé (H_2) ; 3° pour le manchon à incandescence et non éclairé (H_3) ; le rapport des pouvoirs de réflexion diffuse pour le manchon froid et le manchon incandescent est alors $\frac{H_1}{H_2 - H_3}$. On en déduit des valeurs *approchées* du pouvoir émissif en comparant à froid l'éclat diffus des fils du manchon à celui d'un fil de gypse opaque, et tenant compte de la transparence du manchon. Ces résultats n'ont d'ailleurs d'intérêt qu'au point de vue qualitatif, à cause des différences de composition des divers manchons que l'on trouve dans le commerce.

Dans le rouge, le manchon à la thorine pure et le manchon normal (Degea de la Société allemande Auer) à 0,8 0/0 de cérite ont un pouvoir réflecteur un peu plus grand à chaud qu'à froid. Pour les manchons plus riches en cérite, c'est l'inverse. Dans le bleu, le manchon en thorine a sensiblement le même pouvoir réflecteur à chaud et à froid ; mais la présence de la cérite détermine un notable affaiblissement de ce pouvoir dans le bleu pour le manchon normal.

Pour les manchons plus riches en cérite (2, 3 et 5 0/0), la variation de composition n'a pas l'effet qu'on pourrait croire, parce que le pouvoir émissif est influencé en sens contraire par l'accroissement de la richesse en cérium et la diminution de la température d'incandescence qui en résulte. Dans le rouge, le pouvoir émissif augmente aussi avec la température ; mais, aux températures élevées, cette augmentation est masquée par l'influence de la composition.

En même temps que les pouvoirs émissifs, l'auteur a déterminé la *température noire* des manchons dans le rouge et le bleu, et a calculé d'après ces données leur température vraie. L'accord des deux nombres trouvés est une confirmation de la valeur des résultats.

Composition des manchons.	ThO......	1,00	0,992	0,98	0,97	0,95
	Ce^2O^3....	0,00	0,008	0,02	0,03	0,05
Température noire.	Rouge $\lambda = 0{,}65\mu$.	—	1319°	1303°	1293°	1285°
	Bleu $\lambda = 0{,}46\mu$.	—	1524°	1460°	1420°	1375°
Pouvoir émissif.	Rouge....	0,08	0,18	0,22	0,26	0,37
	Bleu.....	0,22	0,70	0,71	0,74	0,66
Température vraie.	Rouge....	—	1556°	1491°	1457°	1401°
	Bleu.....	—	1561°	1503°	1448°	1399°

La valeur de la température nous montre que l'effet lumineux du manchon Degea dépasse sensiblement dans le rouge celui des manchons plus riches en cérite, et le dépasse beaucoup dans le bleu. Cependant une proportion de cérite supérieure à 0,8 0/0 n'est pas forcément désavantageuse, parce que le pouvoir émissif est encore influencé par la densité du tissu et l'épaisseur des fils ; à chaque tissu doit correspondre une teneur en cérite qui donne l'optimum de rendement lumineux. Une diminution d'épaisseur des fils exige probablement un peu plus de cérium pour donner le même pouvoir émissif.

S. MIKOLA. — Ueber eine neue Methode zur Erzeugung von Schwingungsfiguren und absoluten Bestimmung der Schwingungszahlen (Nouvelle méthode pour obtenir des figures de vibration et pour déterminer les fréquences en valeur absolue). — P. 619-626.

Au moyen d'une lentille, on projette un point du corps vibrant (corde, petite tige de bois fixée sur un ventre de vibration d'un dia-

pason, d'une cloche ou d'une plaque, fil d'acier fixé à une branche d'un diapason, pour les figures de Melde) sur un cylindre tournant dont la surface est recouverte de bandes alternativement noires et blanches, suivant les génératrices.

Le produit $N = a \times f$ du nombre des bandes blanches par le nombre f de tours du cylindre par seconde est appelé la *fréquence* des bandes blanches. On voit facilement que, si $N = n$ (fréquence du mouvement vibratoire étudié), on voit sur le cylindre une ligne sinueuse se détacher en noir sur un fond gris.

Si $N = 2n$, on voit deux lignes décalées l'une par rapport à l'autre de une demi-période. On en voit trois pour $N = 3n$, etc. On pourra donc mesurer facilement n en munissant le cylindre d'un compteur de tours et réglant la vitesse pour obtenir une courbe fixe ou plusieurs courbes fixes ; s'il y en a k, on a $N = kn$. Si $N \neq kn$, les courbes se déforment.

La méthode se prête très bien à l'étude des vibrations complexes.

P. LUGOL.

E. LECHER. — Zur Theorie der Thermoelektrizität (Théorie de la thermoélectricité). — P. 480-502.

Pour que le principe de Carnot soit satisfait, il est nécessaire que la température d'inversion de la force électromotrice et la température à laquelle s'annule le phénomène de Peltier soient les mêmes.

Il est impossible, par des expériences faites sur des couples thermoélectriques en circuit fermé, de décider si le siège de la force électromotrice est uniquement aux soudures, ou si cette force électromotrice résulte de la chute de température le long des fils, ou si elle est due à ces deux causes à la fois.

F. FISCHER. — Untersuchungen über die Widerstandsänderung von Palladiumdrähten bei der Wasserstoffokklusion (Recherches sur la variation de résistance des fils de palladium provoquée par l'occlusion de l'hydrogène). — P. 503-526.

La résistance du fil de palladium augmente à mesure qu'il absorbe l'hydrogène, proportionnellement au volume absorbé entre 30 et 1000 volumes. De 0 à 30, l'augmentation est un peu plus rapide. Lorsque le fil est saturé d'hydrogène, sa résistance est devenue environ 1,69 fois plus grande.

Le fil s'allonge par suite de l'occlusion de l'hydrogène, proportionnellement au volume absorbé et des 0,00002539 de sa longueur par unité de volume de gaz absorbé (cette unité est le volume du métal). Sursaturé de gaz, le fil s'allonge davantage. Si on élimine l'hydrogène en se servant du fil comme anode, il se raccourcit, et, quand tout l'hydrogène a été chassé, le fil est plus court qu'au début, mais sa résistance a repris la même valeur.

J. LENNECK. — Der Quecksilberstrahlenunterbrecher als Umschalter (Interrupteur-turbine employé comme commutateur). — P. 584-586.

En plus du segment métallique relié à l'un des pôles du circuit, on en dispose un autre, relié à l'un des pôles du circuit dérivé, tandis que le tube central et le mercure communiquent avec le pôle commun aux deux dérivations.

W. HOLTZ. — Verschiedene Methoden zur Prüfung der Zimmerluftelektrizität (Diverses méthodes pour reconnaître l'électrisation de l'air). — P. 587-590.

Description de trois dispositifs destinés à remplacer les appareils à flamme ou à écoulement d'eau, qui dans certains cas peuvent produire eux-mêmes une électrisation.

W. HOLTZ. — Ein schönes Vorlesungsexperiment über Kraftlinien (Jolie expérience de cours sur les lignes de force). — P. 591-592.

On étend une demi-feuille de papier faux argent sur une table près de la machine à influence. Aux pôles de celle-ci, on fixe deux tiges de cuivre qu'on recourbe de manière que leurs extrémités libres, limées en pointe, reposent sur la ligne médiane du papier. On fait fonctionner la machine, en lui laissant les petits condensateurs et faisant éclater les étincelles entre les électrodes et ces condensateurs. On obtient sur le papier les lignes de force en traits lumineux.

J. KOCH. — Ueber die Energieentwickelung und den scheinbaren Widerstand des elektrischen Funkens (Energie développée dans l'étincelle électrique : résistance apparente de l'étincelle). — P. 601-606.

Suivant les définitions qu'on adopte pour la résistance moyenne de l'étincelle, on trouve des nombres très variables.

Si on prend comme définition la relation d'Ohm :

$$R = \frac{V}{i},$$

il faut admettre que cette résistance varie avec i, par suite pendant la durée de la décharge ; Koch a trouvé comme limites extrêmes, pour une étincelle de 2 millimètres et une résistance de 855 000 ohms dans le circuit :

$$R_{max} = 1\,280\,000 \text{ ohms},$$
$$R_{min} = 69\,000.$$

Lindemann évalue la résistance de l'étincelle d'après l'énergie développée dans cette étincelle : il trouve de 1 à 3 ohms.

Si on applique cette définition à l'étincelle de 2 millimètres et au circuit de 855 000 ohms, comme ci-dessus, on calcule, d'après les mesures de Heydweiller :

$$R = 89\,000 \text{ ohms environ},$$

ce qui s'accorde avec les nombres de Koch.

Pour une étincelle de 2 millimètres et une résistance extérieure de 11,9 mégohms, on trouve :

$$R = 11{,}6 \text{ még. (Heydweiller)};$$
$$R_{max} = 13{,}5,$$
$$R_{min} = 6{,}9 \text{ (Koch)}.$$

La résistance d'une étincelle en décharge continue à travers un circuit très résistant est donc très grande, beaucoup plus grande que la résistance moyenne calculée pour le cas des décharges oscillantes dans un circuit de faible résistance.

A. BECKER. — Die Radioaktivität von Asche und Lava des letzten Vesuvausbruches (Radioactivité de la cendre et de la lave de la dernière éruption du Vésuve). — P. 634-638.

Cette radioactivité est très faible, inférieure à celle de beaucoup de terres végétales. La haute température qui règne à l'intérieur des

volcans n'est donc pas liée à une accumulation de substances radioactives.

W. KAUFMANN. — Nachtrag zu der Abhandlung : Ueber die Konstitution des Elektrons (Complément au mémoire : Sur la constitution de l'électron). — P. 639-640.

M. LAMOTTE.

T. XX, n° 9 ; 1906.

HANS LEHMANN. — Bemerkung zur Abhandlung des Herrn Pfaundler : « Ueber die dunkeln Streifen, welche sich auf den nach Lippmanns Verfahren hergestellten Photographien sich überdeckender Spektren zeigen (Zenkersche Streifen) » [Remarque sur le travail de M. Pfaundler : « Sur les franges sombres qui se montrent sur les photographies de spectres superposés obtenues par le procédé Lippmann (franges de Zenker) »]. — P. 723-732 (Une planche hors texte) (1).

L'auteur n'accepte en aucune façon les conclusions de la communication, une étude approfondie du procédé Lippmann l'ayant convaincu que c'est actuellement le plus facile et le plus simple qui permette d'obtenir sûrement des reproductions très brillantes et très fidèles d'objets colorés (portraits ou paysages). La théorie de la neutralisation de couleurs par interférence n'est pas soutenable, car des ondes de fréquence différente n'interfèrent pas. Si l'on veut se rendre compte de la nature des franges, il faut considérer non la *forme* du mouvement lumineux dans la couche sensible, mais l'intensité de la lumière, et il faut superposer non pas des petits mouvements, mais les effets photochimiques des deux composantes de la couleur de mélange; on obtient ainsi la courbe de répartition du précipité photographique. On constate alors qu'une section de la couche présente des variations périodiques des maximums d'intensité *comparables à des battements, et qui donnent naissance aux « franges de Zenker »*. Il y a maximum de réflexion aux ventres de la période des battements, minimum de réflexion aux nœuds, *ce qui peut faire considérer le système de battements tout entier comme un système d'ondes stationnaires*. La planche jointe au mémoire reproduit une microphotographie, grossie 10300 fois, qui représente une

(1) Cf. le mémoire cité, *Ann. d. Phys.*, t. XV, p. 371 ; 1904 ; — *J. de Phys.*, 4e série, t. IV, p. 449 ; 1905 ; — et H. LEHMANN, *Beiträge zur Theorie und Praxis der direkten Farbenphotographie mittels stehender Lichtwellen nach Lippmanns Methode* ; Freiburg i. B., 1906 (Trömers Universitäts Buchhandlung).

section de la plaque sensible développée, et montre nettement la variation périodique de l'intensité des franges ; les distances relevées sur la photographie sont tout à fait concordantes avec celles que l'on peut calculer par une méthode indiquée dans le traité de l'auteur, tandis que l'accord obtenu par M. Pfaundler est tout à fait fortuit et dû seulement à la distance assez grande des limites qu'on assigne à l'épaisseur de la couche sensible.

S. NAKAMURA. — Ueber die Wirkung einer permanenten mechanischen Ausdehnung auf die optischen Konstanten einiger Metalle (Action d'une dilatation mécanique permanente sur les propriétés optiques de quelques métaux). — P. 807-832.

Les constantes optiques ont été déterminées par la méthode de la réflexion et sur des miroirs découpés dans des bandes de métal ; la même bande, après avoir été soigneusement recuite, fournissait deux miroirs, dont l'un servait d'étalon (pour pouvoir admettre sans trop d'invraisemblance que sa surface ne conservait aucune tension, on le polissait à l'émeri fin et à la potée d'étain), et l'autre était soumis à une traction permanente. Les mesures se rapportent à la lumière du sodium.

Résultats : $\frac{\Delta l}{l}$ représente la dilatation, n l'indice de réfraction, $\varkappa$ l'indice d'absorption, $k = n\varkappa$ le coefficient d'absorption ; l'indice 0 se rapporte au métal normal, les indices $\parallel$ et $\perp$ aux directions parallèle et perpendiculaire à la traction.

	$\frac{\Delta l}{l}$	n_0	$n_\parallel$	$n_\perp$
Cuivre....		0,7083		
—	0,026		0,6982	0,7073
—	—		0,6913	0,6952
Argent....		0,2934		
—	0,0027		0,2431	0,3915
Acier		2,373		
— D....	0,013		2,399	2,444
— D....	—		2,390	2,424
— A....	0,021		2,413	2,423
— C....	0,055		2,139	2,161
— B....	0,108		2,485	2,490

	k_0	$k_{\parallel}$	$k_{\perp}$	$\varkappa_0$	$\varkappa_{\parallel}$	$\varkappa_{\perp}$
Cuivre...	1,990			2,815		
— ...		1,830	1,817		2,621	2,569
— ...		1,824	1,789		2,638	2,574
Argent..	3,368			14,48		
— ..		3,627	3,535		14,92	9,03
Acier....	3,337		1,395			
— D..		3,052	2,959		1,272	1,212
— D..		3,056	2,953		1,279	1,219
— A..		3,328	3,332		1,379	1,375
— C...		3,077	3,076		1,438	1,423
— B..		3,317	3,298		1,335	1,325

Le miroir C est le seul des miroirs d'acier pour lequel n_0 soit supérieur aux indices modifiés ; il semble que ce soit un accident.

On a toujours trouvé :

$$n_{\parallel} < n_{\perp}.$$

Sauf une exception :

$$k_{\parallel} > k_{\perp}.$$

Pour le cuivre :

$$n_{\parallel} < n_{\perp} < n_0, \qquad k_{\perp} < k_{\parallel} < k_0, \qquad \varkappa_{\perp} < \varkappa_{\parallel} < \varkappa_0.$$

Pour l'acier :

$$n_0 < n_{\parallel} < n_{\perp}, \qquad k_0 > k_{\parallel} > k_{\perp}, \qquad \varkappa_0 > \varkappa_{\parallel} < \varkappa_{\perp}.$$

Pour l'argent seul, les constantes normales sont intermédiaires entre les constantes modifiées, et, malgré la faible tension employée, l'altération est beaucoup plus grande qu'avec les autres métaux, qui cependant étaient beaucoup plus déformés.

On ne peut apercevoir aucune relation numérique nette entre la grandeur de la dilatation et la modification des constantes.

K. v. MOSENGEIL. — Phosphoreszenz von Stickstoff und von Natrium (Phosphorescence de l'azote et du sodium). — P. 833-836.

Après avoir fait passer la décharge d'un condensateur dans un tube plein d'azote pur (pression variant de quelques millimètres à quelques centimètres), Lewis observa une lueur longtemps persistante. Du sodium introduit dans le tube fait disparaître cette lueur ;

mais, si on l'introduit dans un récipient latéral relié au tube par un ajutage à robinet, la lueur persiste ; elle persiste également si, au lieu d'employer le sodium, on absorbe les traces possibles d'oxygène en pulvérisant une cathode de platine ; l'oxygène n'est donc pour rien dans le phénomène. Par contre, le sodium peut lui-même, dans un tube à azote, donner lieu à une phosphorescence persistante, observable quand on ouvre le robinet ci-dessus indiqué, et qui s'exalte si on chauffe le tube.

P. Lugol.

E. KOHL. — Ueber den Unipolareffekt einer leitenden magnetisierten Kugel (Sur l'effet unipolaire d'une sphère conductrice aimantée). — P. 641-677.

L'auteur fait la théorie de l'induction unipolaire en partant des hypothèses qu'il a développées dans un mémoire précédent.

Il conclut que la différence essentielle entre l'induction unipolaire et l'induction électromagnétique ordinaire, c'est que la première est définie par un gradient de potentiel électrostatique, la deuxième par la variation du flux de force à travers une surface en mouvement.

E. WARBURG et E. LEITHAUSER. — Ueber die Darstellung des Ozons aus Sauerstoff und atmosphärischer Luft durch stille Gleichstromentladung aus metallischen Elektroden (Ozonisation de l'oxygène et de l'air atmosphérique par l'effluve continue entre électrodes métalliques). — P. 734-742, 3e mémoire.

L'effluve peut s'obtenir aussi bien avec des électrodes sphériques ou pointues. Dans le premier cas, le rendement en ozone est plus grand que dans le second.

On produit la décharge entre une électrode sphérique ou aiguë reliée à la source et une électrode de plus grandes dimensions reliée au sol.

Le rendement par ampère-heure décroît quand la concentration en ozone augmente, et est une fonction linéaire de cette concentration.

Le potentiel de la petite électrode croît avec la concentration de l'ozone, plus dans l'air atmosphérique que dans l'hydrogène, plus quand la petite électrode est négative.

Le rendement industriel (par kilowatt-heure) varie comme le rendement électrique ; tous deux diminuent quand la concentration croît, plus vite si la petite électrode est positive que si elle est négative ; dans ce dernier cas, ils diminuent d'autant moins vite que la densité du courant est plus faible.

En maintenant la concentration à 8 ou 9 grammes par mètre cube, la petite électrode étant négative et la densité de courant faible, on peut obtenir 30 grammes d'ozone par kilowatt-heure.

E. WARBURG et E. LEITHAUSER. — Ueber die Oxydation des Stickstoffs bei der Wirkung der stillen Entladung auf die atmosphärische Luft (Oxydation de l'azote dans l'action de l'effluve sur l'air atmosphérique). — P. 743-749, 4e mémoire.

La quantité d'azote oxydée par ampère-heure varie peu avec l'intensité du courant, quand la petite électrode est positive, et ne dépend pas non plus de l'état hygrométrique de l'air : elle correspond à environ 10 litres d'oxyde azotique AzO.

Si la température s'élève, l'oxydation de l'azote augmente d'abord, puis diminue en même temps que l'ozonisation.

L'air renfermant la quantité de peroxyde d'azote qui correspond à 1 centimètre cube d'AzO dans 1 500 centimètres cubes n'est plus ozonisé par l'effluve.

En présence de l'ozone, les vapeurs nitreuses sont aisément absorbées par une dissolution étendue de soude.

E. WARBURG et G. LEITHAUSER. — Ueber den Einfluss der Feuchtigkeit und der Temperatur auf die Ozonisierung des Sauerstoffs und der atmosphärischen Luft (Influence de l'état hygrométrique et de la température sur l'ozonisation de l'oxygène et de l'air atmosphérique). — P. 751-758.

Dans l'air humide, l'effluve a une grande tendance à se transformer en étincelle, et dans l'oxygène il faut, pour maintenir l'effluve, remplacer l'électrode en boule par un fil de platine aplati en biseau.

Le rendement est très diminué par l'humidité, plus dans l'air que dans l'oxygène; une élévation de la température jusqu'à 80° sous pression constante n'affecte que peu le rendement dans l'oxygène, mais l'abaisse d'une manière notable dans l'air.

B. STRASSER et J. ZENNECK. — Ueber phasewechselnde Oberschwingungen (Oscillations harmoniques à phase variable). — P. 759-766.

On sait que, pour analyser un courant alternatif, c'est-à-dire reconnaître les harmoniques qui accompagnent la période fondamentale, on fait agir ce courant sur un circuit résonateur dont on peut faire

varier la période. Ce circuit renferme un appareil mesurant l'intensité du courant ou la force électromotrice.

Quand la fréquence propre du résonateur atteint une valeur voisine de n, l'indication de l'instrument augmente d'une manière notable, devient maximum quand la fréquence est égale à n et décroît ensuite : on dit que le courant étudié renferme l'oscillation de fréquence n.

Si on remplace l'instrument de mesure par un tube de Braun et un miroir tournant, on peut suivre la variation du courant, en observant la courbe que paraît décrire la tache lumineuse sur l'écran du tube.

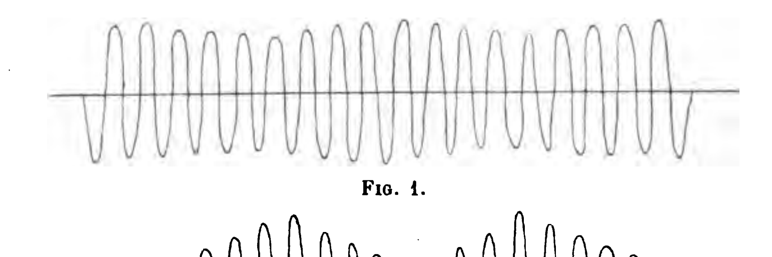


Fig. 1.

Fig. 2.

Lorsque la fréquence propre du résonateur approche de celle de l'oscillation fondamentale ou d'un harmonique, cette courbe prend la forme d'une sinusoïde régulière, dont l'amplitude croît peu à peu et devient maximum quand il y a résonance.

Mais il existe un autre groupe d'harmoniques qui se comportent différemment.

Au moment de la résonance, la courbe présente la forme de la *fig.* 1, et, s'il y a dissonance, la forme de la *fig.* 2. Ces harmoniques subissent donc un changement de phase de 180° à chaque demi-période de l'oscillation fondamentale. Quand il y a dissonance, l'oscillation réelle résulte de la superposition de l'oscillation forcée de fréquence n et de l'oscillation propre de fréquence n_1 ; on peut la regarder comme ayant une fréquence n, mais une phase variant progressivement. Si $\frac{n_1 - n}{n}$ est tel qu'au bout d'une demi-période de l'oscillation fondamentale cette phase ait varié de 180°, il y aura de

nouveau concordance entre les deux oscillations, sans qu'à aucun moment leur différence de phase ait été 180°.

L'amplitude ne sera jamais nulle et pourra atteindre un maximum plus grand que dans le cas de la résonance.

W. ROGOWSKI. — Theorie der Resonanz phasewechselnder Schwingungen (Théorie de la résonance des vibrations à phase variable). — P. 766-782.

Le développement en série de Fourier, exact au point de vue mathématique, ne donne pas, au point de vue physique, une représentation satisfaisante des phénomènes. L'auteur admet que le phénomène est représenté par l'équation :

$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{c} = \pm E_0 \sin nt,$$

dont l'intégrale est, pour un intervalle déterminé d'ordre λ,

$$Q = e^{-\frac{2L}{R}t} [A_\gamma \sin \gamma t + B_\gamma \cos \gamma t] \pm D \sin (nt + \varphi);$$

on convient de prendre le signe + si λ est impair, le signe — si λ est pair. Il y a donc changement de phase de 180° à la fin de chaque intervalle.

Les constantes du premier intervalle sont déterminées par la condition qu'au début du premier intervalle φ et i soient nuls; les constantes du second, de manière que les deux formules du premier et du second intervalle donnent les mêmes valeurs de φ et de i pour l'époque qui marque la fin du premier et le commencement du second, et ainsi de suite.

On retrouve ainsi les résultats fournis par l'expérience.

A. GARBASSO. — Zur Geschichte der multiplen Resonanz (Sur l'histoire de la résonance multiple). — P. 845-847.

L'auteur cite les fragments de lettres de Hertz dans lesquelles Hertz montre qu'il est loisible de représenter le phénomène comme une onde de période unique amortie ou une superposition d'ondes diverses non amorties.

M. Lamotte.

L. JANICKI. — Feinere Zerlegung der Spektrallinien von Quecksilber, Kadmium, Natrium, Zink, Thallium und Wasserstoff (Décomposition des raies spectrales du mercure, du cadmium, du sodium, du zinc, du thallium et de l'hydrogène). — Thèse, Université de Halle-Wittenberg, 1905.

L'auteur a utilisé dans ses recherches un réseau en échelle de Rowland. Il pu dédoubler plusieurs raies des spectres des métaux cités. Il compare la position de ces raies à celles qu'ont indiquées dans diverses communications MM. Michelson, Fabry et Pérot, Barnes, etc.

A. GALLOTTI.

E. WIEDEMANN, STELZNER et NIEDERSCHULTE. — Ueber Dampfdrucke, besonders solche von festen Körpern (Sur les pressions de vapeurs, et spécialement celles des corps solides). — *Verhandl. der Deut. Phys. Gesellsch.*, VII, 7, p. 159, 1905.

La détermination des pressions de vapeurs aux basses températures a été faite par M. G. Niederschulte par la méthode du mélange de la vapeur du solide étudié avec un courant gazeux; un courant d'air à température connue passe dans un tube en U renfermant la substance : on déduit la tension de vapeur de la perte de poids du tube et du volume d'air passé.

Pour les hautes températures, M. K. Stelzner a utilisé deux tubes communiquant par un tube étroit. L'un, vertical, contient la substance étudiée et un thermomètre; l'autre, horizontal, peut être amené à une température inférieure. Quand la sublimation se produit dans ce tube, on détermine la température et la pression correspondante.

Les observations ont porté surtout sur les composés halogénés du mercure, dont les vapeurs offrent un grand intérêt au point de vue de la production de la lumière. Pour l'iode, l'iodure de mercure, le bromure de mercure, les chlorures mercureux et mercurique, les deux méthodes donnent des résultats se raccordant très bien et qui peuvent se représenter par une fonction exponentielle.

Des expériences faites sur l'anthracène, l'acide benzoïque, donnent de moins bons résultats.

A. GALLOTTI.

TABLE DES MATIÈRES.

MAI 1907.

Tours. — Imprimerie Deslis Frères.

Le Gérant : J. Deslis.

Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, G. LIPPMANN, E. MASCART,

L. POINCARÉ,

ET

MM. B. BRUNHES, M. LAMOTTE et G. SAGNAC,
adjoints à la rédaction,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

QUATRIÈME SÉRIE.

TOME VI. — JUIN 1907.

(Clos le 15 Mai.)

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

97, BOULEVARD ARAGO (14e).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. **Lucien Poincaré**, 130, rue [illegible], à Paris, 5e.

Tout ce qui concerne l'administration (demandes d'abonnements, réclamations, etc.) doit être adressé à M. **Sandoz**, boulevard Arago, 97, à Paris, 14e.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 17 francs pour la France ou 18 francs pour les pays étrangers désignés, au nom de M. Sandoz, secrétaire du Journal, 97, boulevard Arago, à Paris, 14e. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8° de 40 à 60 feuilles, avec figures dans le texte. Les volumes de la première série, 1872-1881, se vendent séparément 20 francs (sauf l'année 1873 épuisée). Les vingt derniers volumes, 1882-1901, se vendent séparément.................. 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier

Prix pour un an (12 numéros) :

France.. 17 fr.
Etranger.. 18 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Sandoz, boulevard Arago, 97, Paris (14e).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Lucien Poincaré, 130, rue de Rennes, Paris, 6e.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Sandoz, boulevard Arago, 97, Paris (14e).

TABLE DES MATIÈRES (*suite*).

JUIN 1907.

MESURE DU PHÉNOMÈNE DE ZEEMAN POUR LES TROIS RAIES BLEUES DU ZINC;

Par MM. P. WEISS et A. COTTON (1).

Les raies du zinc que nous avons étudiées sont les trois raies bleues bien connues dont les longueurs d'onde en unités d'Angström ont, d'après Kayser et Runge, les valeurs :

$$\lambda = 4810{,}71, \qquad \lambda' = 4722{,}26, \qquad \lambda'' = 4680{,}33.$$

A chacune de ces raies correspond, comme on sait, une série secondaire.

Nous nous sommes proposé de mesurer les écarts entre les composantes de ces raies modifiées par le champ magnétique. Nous avons limité nos mesures aux composantes polarisées parallèlement aux lignes de force, c'est-à-dire formées par des vibrations de Fresnel normales à ces lignes. Mais nous avons déterminé avec soin les valeurs absolues des champs employés. Voici, en effet, le programme que nous nous étions tracé :

1° Nous voulions chercher d'abord si l'écart entre les composantes varie proportionnellement à l'intensité du champ. En effet Reese (2) avait trouvé que, pour la raie 4810 et la raie 4722, cet écart ne variait pas proportionnellement au champ, tandis que la raie 4680, qui donne un *triplet pur*, obéit à cette loi simple généralement admise. Kent (3), qui avait repris ses mesures, arrivait à la même conclusion : c'est surtout la raie 4680, qui lui semblait, comme à Reese, devenir un triplet diffus, pour laquelle l'écart entre les composantes paraissait croître moins rapidement que ne l'indiquerait la proportionnalité au champ, les écarts qu'il trouvait étant de l'ordre de 30 0/0 dans les champs intenses. Ce résultat singulier, Reese et Kent le retrouvaient aussi pour d'autres raies (appartenant au fer) qui donnaient, elles aussi, des triplets diffus.

Plus tard, différents physiciens ont montré que les composantes de ces triplets diffus étaient elles-mêmes résolubles, que chacune d'elles donne, dans des conditions convenables, trois composantes

(1) Communication faite à la Société française de Physique, Séance du 19 avril 1907.
(2) Reese, *Astrophysical Journal*, t. XII, p. 120-135; 1900.
(3) Kent, *Astrophysical Journal*, t. XIII, p. 289-320; 1901.

distinctes. Runge et Paschen, dans leurs beaux travaux [1] sur les relations du phénomène de Zeeman avec les séries de raies, ont vérifié ce mode de division, et ont trouvé, comme on sait, des relations simples entre les positions des diverses composantes.

D'après eux, la loi exprimant la variation de l'écart entre deux de ces composantes avec l'intensité du champ est la même pour ces raies que pour toutes les autres. Mais cette loi elle-même, ils ne se sont pas proposé de la préciser. En effet Runge et Paschen n'ont pas fait eux-mêmes de mesures des champs magnétiques ; ils les ont calculés en utilisant le phénomène de Zeeman lui-même et en se servant des résultats moyens des mesures passablement discordantes faites par leurs devanciers.

Il y avait donc intérêt à compléter leur travail en vérifiant la proportionnalité au champ. C'est le but que se proposait Färber, qui, dans sa thèse [2], a étudié en particulier les raies 4722, 4680 du zinc et les raies correspondantes (4800, 4678) du cadmium. Il a trouvé que la proportionnalité du champ se vérifiait bien pour ces raies, surtout pour celles qui donnent un triplet pur plus facile à mesurer.

Mais il n'a employé que des champs ne dépassant guère 20 000 unités, notablement inférieurs à ceux de Reese et Kent, et n'a pas examiné précisément les raies pour lesquelles ces observateurs avaient signalé des écarts très marqués avec la loi en question. Nous nous sommes proposé de combler cette lacune, et d'étudier avec une attention particulière la raie 4810 du zinc (qui est plus facile à photographier que la raie verte du cadmium qui lui correspond).

2° Pour résoudre la question de la proportionnalité aux champs, il aurait suffi de mesurer leurs intensités en valeur relative. Néanmoins, nous avons jugé utile de les déterminer en gauss : les mesures absolues du phénomène de Zeeman sont en effet peu nombreuses et ne concordent guère. Le résultat obtenu par Färber, que Runge et Paschen considèrent comme le plus probable, n'a été jusqu'à présent confirmé ou infirmé par aucune détermination soignée.

Production et mesure des champs employés. — Dans les mesures

---

(1) RUNGE et PASCHEN, *Anhang zu der Abhandlungen d. Ak. d. Wiss.*, Berlin, 1902; *Sitzungsber d. Berl. Ak. d. W.*, XIX, p. 380-386 ; 1902; et XXXII, p. 720-730; 1902. — Cf. *Physikal. Zeitschrift*, t. III, p. 441 ; 1902.

(2) FÄRBER, *Inaug. Dissert.*, Tübingen, 1902 ; — cf. *Annalen der Physik*, t. IX, p. 886; 1902.

faites sur le phénomène de Zeeman, les désaccords entre les résultats obtenus tiennent pour une part prépondérante à l'incertitude des mesures de champs. C'est pourquoi, avant de parler de la partie spectroscopique de notre travail, nous indiquerons d'abord comment ont été produits et mesurés les champs employés.

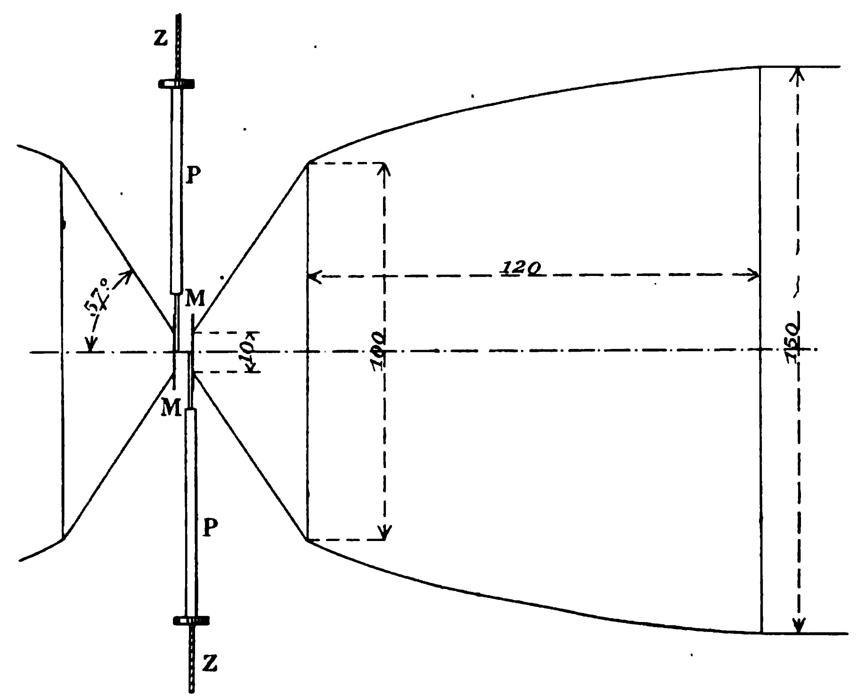


Fig. 1.

Ces champs étaient obtenus au moyen d'un électro-aimant de grandes dimensions et de construction nouvelle, que l'un de nous a décrit dernièrement [1]. La *fig.* 1 donne la disposition et les dimensions des pièces polaires. L'étincelle jaillissait entre les deux fils de zinc Z que l'on pouvait faire avancer ou reculer perpendiculairement au champ au moyen d'un filetage, de façon à mettre leurs extrémités sur l'axe du champ. Ces fils étaient protégés en dehors du champ par des tubes de porcelaine P, et isolés des pièces polaires par des lames de mica M.

---

[1] P. Weiss (Voir ce volume, p. 353).

Des expériences préalables ayant montré que l'acier extra-doux formant le circuit de l'électro-aimant a des phénomènes résiduels extrêmement faibles lorsque — comme dans le cas présent — le circuit magnétique est ouvert, on pouvait se servir du courant d'excitation pour repérer les champs. En particulier, pour les nombres d'ampère-tours toujours très élevés qui ont été employés dans ces expériences, l'erreur provenant de variations de l'histoire antérieure de l'électro-aimant est tout à fait insensible.

Ces champs ont donc pu être rétablis après les expériences et mesurés à loisir. Cette mesure se décompose en deux parties, la comparaison du champ au point où jaillissait l'étincelle avec un champ uniforme plus étendu, et la mesure de ce dernier.

Mesure du champ de comparaison. — Le champ de comparaison était obtenu dans un électro-aimant plus petit dont les pièces polaires sont représentées dans la *fig.* 2. Ce champ, égal à 19 680 gauss, était du même ordre de grandeur que ceux qu'il fallait mesurer.

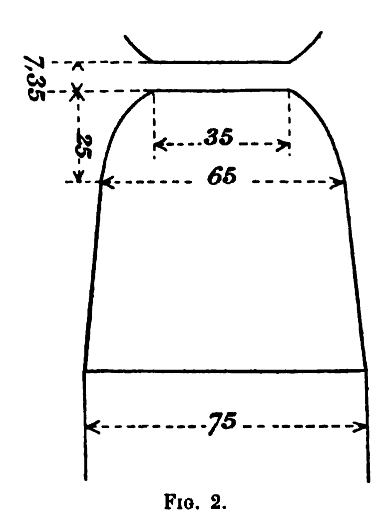


Fig. 2.

Son uniformité était telle que le champ moyen sur un diamètre de 2 centimètres n'est inférieur que de 0,0015 de sa valeur au champ sur l'axe : cela a été établi par des mesures balistiques faites avec une petite bobine induite de 120 tours et de $1^{mm},83$ de diamètre moyen, obtenue en enroulant sur une carcasse d'ivoire aussi mince que possible du fil de cuivre de $0^{mm},04$. Cette bobine

permet de faire la topographie exacte du champ par des mesures balistiques répétées.

Le champ moyen sur un diamètre de 2 centimètres a été mesuré à l'aide de notre balance électromagnétique [1]. Le modèle qui a servi a été exécuté avec grand soin par M. W.-G. Weber, constructeur à Zürich ; il est représenté sur la *fig.* 3. L'arc ABCD parcouru par le courant servant à la mesure, et dont l'extrémité inférieure AB sera placée dans l'entrefer normalement aux lignes de force, a été taillé dans une lame de magnalium en donnant au tour un mouvement de va-et-vient s'arrêtant lorsque l'outil atteint les régions AB et CD. Cet arc a été mesuré avec un palmer de précision de Brown et Sharpe avec lequel on a obtenu les résultats indiqués sur la *fig.* 4.

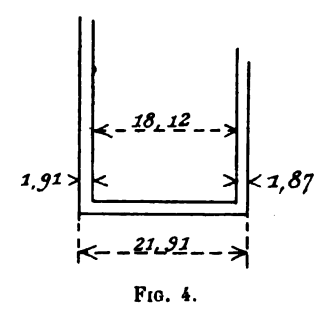


Fig. 4.

On voit que la somme des épaisseurs des deux côtés de l'arc et de sa largeur intérieure est égale à $18{,}12 + 1{,}91 + 1{,}87 = 21^{mm}{,}90$. La largeur extérieure, mesurée directement, et trouvée égale à $21^{mm}{,}91$, n'en diffère que de $0^{mm}{,}01$: cette dernière mesure paraissant un peu moins sûre, on a pris comme longueur de l'élément de courant soumis à l'action du champ $l = 18{,}12 + \frac{2}{1}(1{,}91 + 1{,}87) = 20^{mm}{,}01$.

Cette valeur concorde à $\frac{1}{2\,000}$ près avec celle qui avait été indiquée au constructeur. La comparaison de la largeur de l'arc en divers points a donné une concordance analogue.

Les deux bras de levier du fléau ont été mesurés au cathétomètre, ils ne sont pas tout à fait égaux ; celui du plateau a $250^{mm}{,}2$, celui

(1) Pour le principe de l'appareil et le mode d'emploi, voir : A. Cotton, *l'Eclairage électrique*, XXIV, p. 257 ; 1900 (Résumé dans le *Journal de Physique*, 3e série, IX, p. 383 ; 1900).

de l'élément de courant $249^{mm},0$. On a tenu compte de la valeur de leur rapport, égal à 1,0048. Le centrage de l'arc ABCD sur l'arête du couteau a été contrôlé de même par des mesures au cathétomètre.

Le courant i a été mesuré avec un ampèremètre Siemens et Halske de précision, à faible coefficient de température, étalonné au potentiomètre au moyen d'un ohm légal et d'un élément Weston. L'ohm légal a été contrôlé par comparaison avec une boîte étalon de Carpentier en ohms internationaux, d'acquisition récente, et trouvé exact. L'élément Weston, fourni avec un certificat de la Reichsanstalt, a été comparé avec un étalon Clark et a été trouvé d'accord avec lui à 0,0001 volt près.

Avant de lancer le courant dans l'arc ABCD, on établissait l'équilibre de la balance, l'électro étant excité, pour éliminer l'action, d'ailleurs très faible, exercée par le champ sur la balance seule. On avait eu soin de placer d'avance dans le plateau une masse suffisante pour pouvoir faire des observations en inversant le courant circulant dans la balance ou celui excitant l'électro-aimant. Cet équilibre était obtenu à l'aide du contrepoids mobile P (*fig.* 3) placé sur l'autre bras du fléau et de l'écrou de réglage.

Pour faire alors la mesure proprement dite, on ajoutait ou on retranchait dans le plateau des masses m fixes (généralement 20 grammes et 40 grammes), et on faisait varier les courants i correspondants (environ 5 et 10 ampères) de façon à retrouver l'équilibre. La valeur de g à Zürich est 980,6. On a ajouté à la valeur calculée pour le champ 42 unités, valeur du champ à l'extrémité CD de l'arc ABCD.

Voici un exemple de mesure du champ avec la balance :

Courant de l'électro	Courant de la balance	Masse
+ $10^{amp},01$	+ $10^{amp},075$	+ 40 grammes
— »	— 10 ,070	»
— »	+ 10 ,075	— 40 grammes
+ »	— 10 ,070	»

La valeur trouvée ainsi pour le champ de comparaison est $H = 19\,700$. Ce résultat a été contrôlé par une méthode toute différente [1]. Une bobine de 2 centimètres de diamètre, dont l'aire équivalente était connue à 1 millième près par des mesures directes, a servi à comparer par la méthode balistique le champ à mesurer au

(1) Voir P. Weiss, *loc. cit.*

Journal de Physique théorique et appliquée (4e Série, t. VI; 1907).

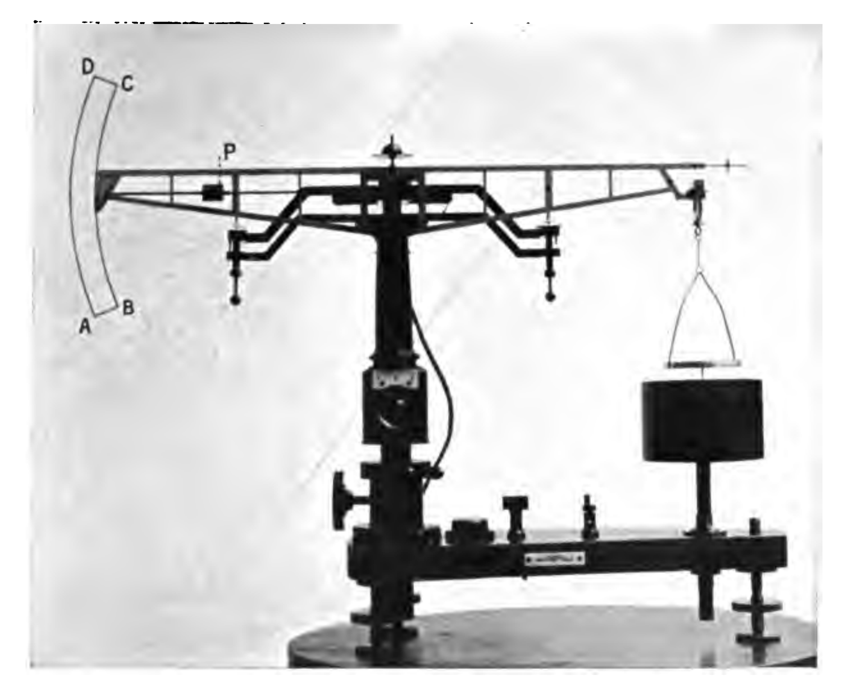


Fig. 3.



Fig. 5.

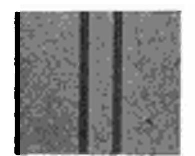


Fig. 6.

champ donné par un solénoïde dont la section était connue à $\frac{1}{2000}$ près et le nombre de tours par centimètre à $\frac{1}{1000}$ près. La valeur ainsi obtenue : H = 19660, ne diffère de la valeur obtenue avec la balance que de 40 unités, soit 2 millièmes. On a adopté finalement pour le champ de comparaison la valeur :

$$H = 19680.$$

Mesure des champs utilisés. — On s'est servi du balistique pour déterminer, en partant du champ de comparaison, les champs du gros électro-aimant. La bobine induite était la même petite bobine de $1^{mm},83$ de diamètre moyen qui a déjà servi à étudier le degré d'uniformité du champ de comparaison. Elle était fixée à l'extrémité d'un levier qui permettait de l'introduire brusquement au centre du champ ou de la retirer. Le galvanomètre était du type Deprez-d'Arsonval à entrefer de révolution, de sorte que les arcs décrits par la bobine sont proportionnels aux quantités d'électricité (1).

Les déviations étaient lues sur une échelle divisée placée à 4 mètres. Chaque impulsion n'était guère affectée que d'une erreur de lecture de un à deux dixièmes de millimètre; le zéro était suffisamment fixe pour qu'on puisse faire la différence des lectures correspondant aux impulsions de signe contraire et doubler ainsi la précision relative.

L'amortissement était supérieur à la valeur critique : dans ces conditions, l'influence de la température sur les lectures était fortement réduite : d'ailleurs, la moitié de la résistance du circuit était en manganine.

On a trouvé ainsi, pour une distance de $4^{mm},45$ entre les pièces polaires :

---

(1) Une étude du galvanomètre avait montré que les déviations δ' corrigées de manière à être proportionnelles aux quantités d'électricité étaient reliées aux déviations observées δ par la formule :

$$\delta' = \delta - 0,1\left(\frac{\delta}{100}\right)^3.$$

Comme les δ ont toujours été inférieurs à 50 millimètres, cette correction a été négligée.

4 ampères :		
Première mesure	25 590	
Deuxième mesure	25 560	
Moyenne		25 575
10 ampères	32 810	
15 ampères	34 450	
16 ampères :		
Première mesure	34 670	
Deuxième mesure	34 700	
Moyenne		34 685
17 ampères	34 840	
20 ampères :		
Première mesure	35 310	
Deuxième mesure	35 360	
Moyenne		35 335
25 ampères	35 980	

Il résulte de ces nombres que, lorsque au voisinage de 16 ampères le courant d'excitation varie de 10 0/0, le champ ne varie que de 1 0/0. C'est là une circonstance favorable à un repérage exact des champs par les courants d'excitation. Cet avantage du voisinage de la saturation se retrouvait dans l'électro-aimant donnant le champ de comparaison.

La concordance des deux séries, ainsi que celle d'un grand nombre d'observations analogues faites à l'occasion de l'étude des propriétés de l'électro-aimant, montre que l'erreur dans la comparaison des champs n'est pas supérieure à $\frac{1}{400}$. L'erreur sur la mesure en valeur absolue du champ de comparaison ne dépasse pas non plus cette valeur : ces erreurs peuvent s'ajouter, mais même alors elles affectent la valeur du champ de moins de 0,5 0/0.

Photographie des raies. — Le réseau de Rowland employé est un réseau concave (rayon de courbure, $3^{m},144$) de 86 millimètres de largeur et de 14 438 traits au pouce (environ 570 au millimètre). On l'a installé en déterminant d'abord optiquement le centre de courbure C, puis le milieu O de la distance CR du centre au réseau. Une tige OC à coulisse, de longueur égale à la moitié du rayon de courbure, pouvant tourner autour d'un pivot placé en O, a facilité la mise en place de la fente F et de la chambre noire. La distance de la fente au réseau était environ $2^{m},21$.

Ce réseau rachète ses dimensions relativement restreintes par la propriété précieuse de donner, sous une orientation convenable,

des spectres du troisième et même du quatrième ordre plus intenses que ceux du premier et du second ordre : d'un côté de la normale, le premier spectre notamment était très pâle et à peine visible. Nous avons surtout utilisé le troisième spectre pour les raies 4810 et 4722 ; mais nous avons en même temps photographié les raies 4722 et 4680 dans le spectre du quatrième ordre.

La fente était une fente de précision à double mouvement symétrique et munie d'un tambour micrométrique ; on l'a disposée verticalement, de même que les traits du réseau, en s'aidant d'un fil à plomb. Une fois l'installation faite, on a cherché à rendre les raies photographiées (sans champ magnétique) aussi fines et aussi nettes que possible en agissant d'abord sur le circuit de décharge, puis sur la largeur de la fente, et en faisant plusieurs clichés successifs.

Une grande bobine de Ruhmkorff munie d'un interrupteur genre Foucault actionné par un moteur, excitée par un courant d'environ 8 ampères, chargeait le condensateur relié aux deux fils de zinc. La distance explosive n'étant guère que 2 millimètres, nous avons pu employer un groupe de 5 condensateurs de Modzelewski, associés en parallèle, de telle sorte que la capacité atteignait 0,083 microfarad environ. Le circuit de décharge de ce condensateur comprenait une self-induction : nous avons eu l'occasion de vérifier l'importance des remarques de Hemsalech(¹) à ce sujet. Parmi les bobines de self-induction que nous avons essayées, celle qui nous a donné les meilleurs résultats était formée par le secondaire, noyé dans l'huile, d'un transformateur de Tesla. Färber s'était déjà servi dans ce but d'un tel instrument ; celui que nous avons employé avait une self-induction de 0,00144 henry et une résistance de 29 ohms. Dans ces conditions, on avait des raies bien nettes et d'un bel aspect, se rétrécissant en même temps que la fente. On a donné presque toujours à cette dernière une largeur voisine de $0^{mm},03$.

La distance $4^{mm},45$ entre les pièces polaires ne permettait pas, comme on l'a vu, de dépasser 36 000 gauss. Pour aller plus loin, il eût fallu réduire l'entrefer. Mais cela aurait conduit à diminuer encore la distance explosive. Or, avec une étincelle très courte, on a de grandes difficultés, surtout, semble-t-il, lorsque le champ est établi, à faire en sorte que les raies métalliques gardent le même

(¹) Hemsalech, *C. R.*, t. CXXXII, p. 959 ; — *J. de Phys.*, 3ᵉ série, t. VIII, p. 653 ; 1899 ; et t. IX, p. 437 ; 1900.

éclat pendant un temps suffisant. Les pointes s'échauffent et s'oxydent, elles tendent à se rapprocher et à se souder ; en même temps un spectre continu gagne de plus en plus d'intensité au détriment des raies métalliques qu'une pose même prolongée ne fait pas apparaître sur les clichés. Déjà avec la distance adoptée, ces difficultés se faisaient sentir pour quelques clichés obtenus avec des valeurs élevées du courant magnétisant ;il fallait, après chaque pose, nettoyer les pointes de zinc et les règles à nouveau.

Les photographies ont été faites sur des plaques Lumière, marque Σ, avec des poses de trois minutes environ lorsque le champ magnétique n'intervenait pas, et vingt minutes lorsque, l'électro étant excité, la lumière se répartissait en un certain nombre de composantes. Un analyseur se trouvait en avant de la lentille qui projetait une image de l'étincelle sur la fente, il laissait passer les vibrations (de Fresnel) normales aux lignes de force du champ.

Nous avons obtenu ainsi 9 clichés : 7 se rapportent à des champs intenses (de 35 860 à 34580), et 2 à un champ plus faible (25 470). Sur ces 9 clichés, 6 faits dans le troisième spectre comprenaient les raies 4810 et 4722 ; les 3 autres, faits dans le quatrième spectre, se rapportaient aux raies 4722 et 4680.

Les *fig.* 5 et 6 sont des reproductions agrandies 6 fois environ des clichés faits dans le troisième spectre. Sur la *fig.* 5, on voit que la raie 4810 donne six composantes, trois de chaque côté, et que ces composantes décroissent très rapidement d'intensité à mesure qu'on s'écarte du milieu où se trouvait la raie primitive. Nous appellerons Δ_1 l'écart, évalué en centièmes de millimètre, entre les deux composantes les plus intenses et les plus rapprochées de la raie primitive, Δ_2 l'écart entre les deux composantes suivantes, et Δ_3 l'écart entre les composantes extrêmes, qui sont les plus faibles. — Sur la *fig.* 6, qui se rapporte à la raie 4722, on voit quatre composantes. Nous appellerons Δ'_1 l'écart entre les deux composantes les plus voisines du centre, et Δ'_2 l'écart entre les deux composantes extrêmes. Enfin la raie 4680, qui donnerait sans appareil de polarisation un triplet pur, a donné sur les clichés obtenus dans le quatrième spectre les deux composantes extérieures de ce triplet ; nous appellerons Δ'' leur distance.

Mesures des clichés. — Les mesures de clichés ont été faites par les deux observateurs successivement d'une façon tout à fait indépendante. On s'est servi de la machine à diviser pour mesurer l'écart

entre les raies donnant l'échelle de chaque cliché, c'est-à-dire la longueur occupée sur la plaque par une unité d'Angström. Pour mesurer les quantités désignées précédemment par Δ, on a essayé divers appareils ; un microscope muni d'une platine à vis micrométrique de Zeiss s'est trouvé d'un emploi très commode : il était muni d'un objectif très faible et d'un réticule formé par un trait de diamant *très fin* tracé sur une glace ; on pouvait alors, en déplaçant le cliché avec la vis, le faisceau éclairant restant invariable, amener successivement chacune des composantes à être bissectée par la ligne très fine constituant le réticule, sans que celui-ci masquât une portion sensible de la largeur de l'image. Les mesures étaient facilitées par l'absence de temps perdu et la douceur du mouvement de la vis (1).

Pour chaque raie mesurée, on a eu soin de répéter les observations après avoir fait glisser le cliché suivant la direction de la longueur de la raie ; pour chaque position du cliché, on se bornait généralement à quatre lectures des positions de chaque composante. En effet, bien que le grossissement employé fût faible, le grain des plaques était visible ; il était donc évidemment préférable de changer la région étudiée plutôt que de multiplier le nombre des pointés faits sur une région donnée.

Ce n'est qu'après l'achèvement de ces deux séries de mesures entièrement indépendantes qu'on a comparé leurs résultats et cherché quelles réponses elles apportaient aux questions posées.

Rappelons d'abord les règles trouvées par Runge et Paschen relativement aux distances entre les diverses composantes.

Pour la raie 4810, donnant 6 composantes vibrant perpendiculairement aux lignes de force, on a les relations :

$$\Delta_3 = \frac{4}{3}\Delta_1 = 2\Delta_2.$$

Pour la raie 4722, on a :

$$\Delta'_2 = \frac{4}{3}\Delta'_1.$$

Ces premières relations peuvent être vérifiées sans mesure de

(1) Cette vis a été comparée à celle de la machine à diviser et on a fait la petite correction qui en résultait.

champ et sans calculer les intervalles des composantes en fraction de longueur d'onde, en examinant simplement les distances mesurées sur chaque raie.

En second lieu, si on suppose que les trois raies ont été étudiées dans le même champ, et si on représente les positions des diverses composantes dans l'échelle des fréquences, Runge et Paschen trouvent que les écarts entre les composantes relatives aux trois raies ont entre eux les relations simples représentées par la *fig.* 7 [1].

Enfin, Runge et Paschen trouvent que, si le champ varie, la *fig.* 7 a des dimensions qui varient, mais continue à représenter les relations entre les modifications éprouvées par les trois raies.

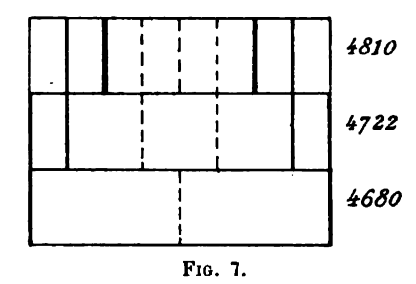


Fig. 7.

Si l'on admet de plus que les écarts des composantes varient proportionnellement à l'intensité du champ, on voit que, si l'on calcule les quantités K suivantes :

$$K_3 = \frac{\delta_3(\lambda)}{H\lambda^2}, \qquad K_2 = \frac{4}{3}\,\frac{\delta_2(\lambda)}{H\lambda^2}, \qquad K_1 = 2\,\frac{\delta_1(\lambda)}{H\lambda^2},$$

$$K'_2 = \frac{\delta'_2(\lambda)}{H(\lambda')^2}, \qquad K'_1 = \frac{4}{3}\,\frac{\delta'_1(\lambda)}{H(\lambda')^2}, \qquad K'' = \frac{\delta''(\lambda)}{H(\lambda'')^2},$$

les valeurs trouvées pour toutes ces quantités K doivent être constantes si les relations de Runge et Paschen se vérifient, ainsi que la proportionnalité au champ.

Examinons d'abord la raie 4810, que nous avions plus spécialement en vue.

C'est pour cette raie, étudiée dans le troisième spectre, que l'on a eu à mesurer les intervalles Δ les plus petits. Pour qu'on puisse avoir

(1) Sur cette figure on a représenté en pointillé les composantes vibrant parallèlement au champ.

une idée de l'ordre de grandeur de ces distances mesurées, et des écarts que présentent les valeurs isolées des coefficients K, nous reproduirons ici les valeurs trouvées par l'un de nous avec les cinq champs intenses employés (compris entre 34 685 et 35 980). Les distances D qui figurent dans le tableau sont les distances entre les raies 4810 et 4722 dont les longueurs d'onde diffèrent de 88,45 unités d'Angström. Ces distances et les intervalles Δ sont évalués en centièmes de millimètre. Les valeurs de K sont données en prenant les unités C. G. S., elles doivent toutes être multipliées par 10^{-4}.

Numéro de la plaque	D	H	Δ_1	Δ_2	Δ_3	K_3	K_2	K_1
5	4 700	34 685	40,16	60,12	79,12	1,855	1,880	1,884
6	4 701	35 100	40,68	60,42	80,16	1,856	1,865	1,884
8	4 701	35 300	40,70	60,74	81,64	1,881	1,866	1,875
7	4 701	35 335	40,96	(1)	(1)	(1)	(1)	1,861
11	4 698	35 980	41,57	62,64	83,64	1,891	1,888	1,880

Si l'on prend les valeurs moyennes des coefficients K, on trouve :

$$K_3 = 1,871, \qquad K_2 = 1,875, \qquad K_1 = 1,882.$$

L'autre observateur trouve de même, de son côté :

$$K_3 = 1,879, \qquad K_2 = 1,874, \qquad K_1 = 1,873,$$

valeurs qui coïncident bien avec les précédentes. Les moyennes :

$$K_3 = 1,875, \qquad K_2 = 1,875, \qquad K_1 = 1,877,$$

ne diffèrent que de quelques millièmes. Les règles de Runge et Paschen se vérifient donc très bien et on trouve, pour la valeur de K, 1,876.

La même raie étudiée dans un champ notablement plus faible (25 575), donne pour cette constante la valeur 1,881 qui concorde avec la valeur précédente. L'accord est meilleur qu'on n'aurait pu l'espérer : non seulement la détermination des champs peut entraîner une erreur de $\frac{1}{200}$, mais surtout il est plus difficile de pointer exactement les composantes, qui dans ce champ plus faible commencent à empiéter un peu les unes sur les autres.

(1) Sur le cliché 7, les composantes centrales, les plus intenses, sont nette , mais les composantes extérieures sont invisibles au microscope.

L'effet Zeeman pour cette raie varie donc proportionnellement à l'intensité du champ. On peut s'expliquer le résultat contraire qu'avaient trouvé Reese et Kent. Ces physiciens, ne connaissant pas la véritable nature de ces *triplets diffus*, n'avaient pas mesuré séparément les diverses composantes, mais seulement la distance entre les groupes formés par leur superposition. Or ces composantes, comme on l'a vu (*fig.* 5), ont des intensités qui décroissent rapidement à partir de celles qui sont les plus voisines du centre. L'intervalle moyen mesuré devait donc être trop petit, l'erreur allant en s'accentuant à mesure que, l'intensité du champ augmentant, les groupes mesurés devenaient de plus en plus diffus, et devait être plus importante sur les clichés les plus pâles.

Nous avons fait moins de mesures sur les raies 4722 et 4680. La première a été étudiée à la fois dans le troisième et dans le quatrième spectre. Trois bons clichés obtenus dans des champs intenses ont donné les résultats suivants :

$$K'_2 = 1,866, \qquad K'_1 = 1,880, \qquad \text{moyenne } 1,873.$$

La seconde, 4680, a donné, à la suite de la mesure de deux clichés faits dans le quatrième spectre avec des champs de 35 980 et 25 575, la valeur $K'' = 1,867$.

Les valeurs K, K', K'', ainsi trouvées, concordent donc à moins de 1 0/0 près, et nos résultats sont tout à fait d'accord avec les relations trouvées par Runge entre ces trois raies. La valeur déduite de l'ensemble des mesures (¹) (celles sur la raie 4810 étant les plus nombreuses) s'est trouvée la même, à moins d'un millième près pour les deux observateurs :

$$K = \frac{\delta(\lambda)}{H\lambda^2} = 1,875\ 10^{-4}.$$

La concordance entre les deux séries de mesures indépendantes montre bien que les écarts des observations individuelles des clichés s'éliminaient dans les moyennes. Les valeurs extrêmes observées

(¹) Nous n'avons pas tenu compte, dans le calcul de cette moyenne définitive, des mesures faites sur les raies 4810 et 4722 dans le champ plus faible de 25 575, qui comportent moins de précision. Elles n'auraient pas modifié sensiblement le résultat, puisque l'ensemble des mesures faites dans ce champ plus faible sur les trois raies donne $K = 1,870$, ce qui est en bon accord avec la valeur finalement adoptée.

pour K n'ont d'ailleurs guère différé que de un centième de la valeur finale admise. Mais, comme ce sont les mêmes clichés qui ont été successivement étudiés par les deux observateurs, et que les mesures absolues des champs magnétiques peuvent, de leur côté, comporter une erreur de $\frac{1}{200}$, nous indiquerons donc seulement que l'erreur relative sur la valeur trouvée pour K doit être certainement inférieure à 1 0/0.

Comparaison avec le résultat de Färber. — La valeur ainsi trouvée diffère de plus de 3 0/0 de celle 1,813 obtenue par Färber et qui paraît être généralement admise. Il nous paraît impossible qu'une erreur de cette importance se soit reproduite systématiquement dans nos mesures. C'est dans le procédé employé par Färber pour la mesure des champs magnétiques que se trouve, croyons-nous, la raison du désaccord.

Färber emploie un électro-aimant dont les pièces polaires ont un profil concave vers l'extérieur, à l'inverse de celui qui a été représenté sur la *fig.* 1. Ces pièces sont terminées par des faces circulaires de 9 millimètres de diamètre et sont distantes de 7 millimètres. Les champs obtenus (champs faibles voisins de 10 000 gauss et champs intenses voisins de 20 000) ont été d'abord mesurés en utilisant aussi la balance magnétique, sous la forme simplifiée consistant à mesurer l'action subie par un élément de courant horizontal. A cet effet on suspend verticalement à une balance ordinaire une latte en bois à côtés bien parallèles autour de laquelle est enroulée une bande de cuivre ou d'étain.

Ces mesures du champ servent à étalonner une spirale de bismuth avec laquelle seront mesurés les champs de chaque expérience spectroscopique.

La résistance du bismuth est variable avec la température, et suivant des lois différentes quand le métal est placé, ou non, dans le champ magnétique. Ces lois sont aussi différentes d'un échantillon à l'autre ([1]). Il faut tenir compte de ces variations. C'est ce qu'a fait Färber par une méthode, exacte en principe, qui consiste à ramener aussi bien la résistance dans le champ magnétique que la résistance en dehors du champ à une même température, 20°. Cette der-

---

([1]) Righi, *Ricerche sperimentali sul fenomena di Hall particolarmente nel bismuto* (Bologna, *Accad. Sc. Mem.* **5**, p. 103, 126 ; 1883); — Henderson, *Wied. Ann.*, **53**, p. 917 ; 1894.

nière résistance est mesurée une fois pour toutes, il suffit donc de déterminer la variation de la résistance dans le champ magnétique pour les deux champs employés, 10 000 et 20 000 gauss.

Pour 20 000 gauss, Färber donne un tableau de valeurs de la résistance à diverses températures. La représentation graphique de ce tableau montre que les déterminations de Färber sont trop irrégulières pour en déduire avec certitude un coefficient de température, alors que la grandeur des variations, voisines de 1 0/0 de la résistance par degré, en eût exigé une détermination très soignée.

Le champ étant sensiblement proportionnel à l'*excédent* de la résistance dans le champ sur la résistance en dehors du champ, et cet excédent étant à peu près égal à la résistance en dehors du champ, il s'ensuit qu'une erreur de 1 degré sur la température de la spirale a pour conséquence une erreur de 2 0/0 sur le champ. Une erreur de 1°,5 suffit donc pour rendre compte de la différence entre les résultats de Färber et les nôtres. Or il est extrêmement difficile de connaître la température d'un objet de faible capacité calorifique placé entre les pièces polaires toujours plus ou moins échauffées par le courant magnétisant, et Färber ne dit pas qu'il ait pris des précautions spéciales à cet égard.

Pour les champs voisins de 10 000 gauss, Färber se contente d'affirmer « que la correction de température n'était pas nécessaire ». Ceci aussi semble difficile à admettre.

Donc, non seulement les résultats de Färber ne peuvent être considérés comme faisant objection aux nôtres, mais encore la discussion qui précède montre quelle médiocre confiance mérite la spirale de bismuth pour la mesure des champs magnétiques. On pourrait, il est vrai, perfectionner son emploi en se servant de sa résistance en l'absence du champ pour indiquer sa température et en utilisant cette détermination au moyen de coefficients de température déterminés au préalable pour toutes les valeurs du champ. Mais la méthode perd alors toute la simplicité qui est son principal avantage.

Conclusions. — L'effet Zeeman pour les raies bleues du zinc est conforme aux règles de Runge et Paschen et varie proportionnellement à l'intensité du champ.

La valeur de la constante $K = \frac{\delta(\lambda)}{H\lambda^2}$ qui caractérise la grandeur du changement magnétique pour ces raies, et par conséquent pour toutes

les raies de la deuxième série secondaire non seulement du zinc, mais aussi du cadmium, du magnésium, etc..., est $1,875 . 10^{-4}$ avec une erreur relative inférieure à 1 0/0.

La quantité désignée ici par $\delta(\lambda)$ représente, en particulier, l'écart entre les deux composantes latérales de la raie 4680, qui donne dans le champ magnétique un triplet pur. Si l'on applique à ce triplet la théorie élémentaire de Lorentz, on en déduit, pour le rapport de la charge d'un électron à sa masse, les diverses quantités étant évaluées en unités électromagnétiques, et v étant la vitesse de la lumière :

$$\frac{e}{m} = 2\pi v \mathrm{K} = 3{,}534 \times 10^7,$$

avec la même erreur relative.

Le nombre trouvé ainsi est du même ordre de grandeur, mais ne paraît avoir aucune relation simple avec la valeur déduite de l'étude des rayons cathodiques. Kaufmann (1) et Guye (2), tenant compte de la vitesse de ces rayons, déduisent en effet des expériences de Kaufmann, Simon, Seitz, dont les résultats concordent à moins de 1 0/0 près, la valeur $1{,}878 \times 10^7$.

SUR LES ACTIONS CHIMIQUES DE LA LUMIÈRE (*suite*);

Par M. P. VILLARD (3).

PHÉNOMÈNES DE DESTRUCTION.

Les phénomènes de destruction, découverts par Ed. Becquerel, ont une généralité beaucoup plus grande que les effets continuateurs; ils n'exigent pas, comme ces derniers, la présence d'un sel d'argent soluble et peuvent, par suite, être observés avec toutes les préparations photographiques et même avec d'autres substances.

Le cas le plus simple et le plus frappant est celui du platinocyanure de baryum. On sait que ce sel, soumis à l'action des rayons X,

(1) Kaufmann, *Annalen der Physik*, 19. p. 549; 1906.
(2) Guye, *Archives de Genève ;* mars et avril 1906.
(3) Voir ce volume, p. 369.

brunit progressivement et perd en grande partie ses propriétés fluorescentes ; or il suffit de l'exposer ensuite à la lumière pour faire disparaître la teinte brune et rétablir le sel dans son état primitif; l'expérience peut être répétée un grand nombre de fois avec le même écran et donne constamment le même résultat. Quelle que soit la transformation physique ou chimique qui s'est produite, il est manifeste que l'action de la lumière a été exactement inverse de celle des rayons X.

Les radiations lumineuses qui produisent la régénération du platinocyanure de baryum forment dans le spectre trois groupes distincts situés respectivement dans le vert, le jaune et le rouge.

Si on renversait l'ordre de l'expérience, la lumière agissant la première ne produirait rien, et les rayons X venant après bruniraient le sel. Les rayons X et la lumière ne sont pas interchangeables.

Dans cette expérience, comme dans tous les phénomènes de destruction, le retour à l'état initial est d'autant plus rapide, ou exige une quantité de radiations d'autant moins grande que l'impression primitive était plus faible.

On obtient des résultats tout à fait analogues en prenant une plaque photographique (plaque Jougla) au gélatino-bromure d'argent et la traitant successivement par les rayons X et par la lumière. Le phénomène est toutefois moins simple si on emploie la lumière blanche, attendu que celle-ci peut impressionner la plaque sans le concours préalable des rayons X, ce qui n'avait pas lieu pour le platinocyanure de baryum. Néanmoins, si la plaque a été exposée pendant une à deux minutes à des rayons X intenses (pose relativement faible, car il faudrait dix à quinze minutes pour obtenir un commencement de solarisation), puis traitée par la lumière (une minute à 40 centimètres d'un bec Auer), on constate que cette plaque est redevenue capable de donner une radiographie négative ordinaire, avec un temps de pose peu différent de celui qu'exigerait une plaque non traitée. Le gélatino-bromure voilé par les rayons X a donc été ramené par la lumière à un état qui, pour les rayons X, est peu différent de l'état initial. Bien entendu, la plaque restaurée pour les rayons X ne l'est pas pour la lumière et ne peut plus donner une photographie.

Si on inverse l'ordre dans lequel on fait agir les radiations, la destruction n'a plus lieu; les rayons X ajoutent leur action à celle de la

lumière, mais ne la détruisent pas ; avec les temps de pose convenant à l'expérience précédente, on aurait non pas une bonne radiographie, mais une épreuve entièrement noire.

Pour analyser le phénomène, il convient de prendre une série de plaques semblables qu'on expose respectivement aux rayons X pendant des temps croissant depuis zéro jusqu'à cinq minutes, et qu'on traite toutes ensemble par une même lumière croissant d'un bord à l'autre de la plaque de zéro à cinq minutes, par exemple à 30 centimètres d'un bec Auer. Les résultats du développement sont les suivants :

Pour la première plaque (pas de rayons X), le noircissement part de zéro, croît jusqu'à un maximum M (pour une minute de pose environ), puis redescend par effet de solarisation.

Sur les plaques suivantes, le noircissement ne part pas de zéro; sur le bord non exposé à la lumière il a la valeur qui correspond à l'action des rayons X seuls, je l'appellerai le *noir initial*. En avançant vers le côté le plus éclairé de la plaque, le noircissement augmente encore, mais le maximum est atteint plus tôt, et il est inférieur à M. La descente ultérieure est ensuite plus accentuée qu'en l'absence des rayons X.

A mesure qu'on avance dans la série des plaques, le noir initial augmente, le maximum est atteint de plus en plus vite et baisse de plus en plus.

Pour une certaine exposition aux rayons X (une minute environ), le maximum se confond avec le noir initial ; le noircissement ne fait ensuite que descendre sous l'action de la lumière et tombe presque à zéro. Pour cette pose (pose stricte), toute exposition à la lumière, si courte qu'elle soit, ne fait qu'amoindrir le noircissement. Si on dépasse un peu cette exposition stricte aux rayons X, les résultats sont encore bien plus nets, le noir initial est plus intense, et une plaque ainsi traitée, puis utilisée dans un appareil photographique ordinaire et développée par les méthodes usuelles [1], fournit une image positive directe détaillée et vigoureuse. Dans cette image, les noirs sont produits par les rayons X et les blancs par la lumière ; si l'exposition aux rayons X a dépassé la pose stricte indiquée plus haut, toutes les parties de l'image seront positives, car, si faible qu'ait été l'action de la lumière (détails dans les grandes ombres du sujet), cette action aura éclairci

---

[1] L'hydroquinone paraît préférable pour obtenir des noirs intenses.

le noir dû aux rayons X. Les blancs s'obtiendront très purs, presque aussi transparents que ceux d'un positif pour projection, si l'exposition à la lumière a été assez longue pour que l'impression produite par les rayons X soit totalement détruite dans les plages représentant, par exemple, des nuages blancs, des glaciers ou simplement le ciel. Comme on le verra plus loin, toutes les radiations spectrales sont actives dans cette expérience, et l'épreuve est à peu près orthochromatique.

L'exposition à la lumière doit toutefois être très longue, ce qui exclut la photographie instantanée. Dans les conditions où on aurait, par ce procédé ordinaire, une bonne épreuve en $\frac{1}{10}$ de seconde, il faut poser au moins une minute, c'est-à-dire 600 fois plus.

Supposons enfin qu'on dépasse beaucoup la pose stricte et qu'au lieu de deux minutes d'exposition aux rayons X on arrive à quinze minutes ou vingt minutes, il y a un commencement de solarisation de la plaque ; ce que j'ai appelé le noir initial est moindre que pour des expositions plus courtes ; mais l'action affaiblissante de la lumière reste la même.



Fig. 1. — Positifs directs obtenus l'un avec le concours des rayons X, l'autre par simple solarisation.

Spectre solaire photographié sur plaque Jougla dont la partie supérieure a été seule exposée aux rayons X (3 minutes).

Temps de pose (commun aux deux images) dans le spectrographe : 4 minutes.

Le voile de la partie inférieure de la plaque est dû à la lumière diffusée par le système optique pendant la pose.

On voit à gauche les raies H et K. A droite, le spectre supérieur se termine à A (difficilement visible sur le cliché original).

Ces effets, évidemment complexes dans le cas de la lumière blanche, ressemblent à la solarisation. Ce dernier phénomène étant inexpliqué, on ne peut savoir s'il n'existe rien de commun entre lui

et ce qu'on observe dans les expériences précédentes, mais on peut affirmer qu'il n'y a pas identité : une plaque voilée par la lumière jusqu'au début de la solarisation, puis exposée dans un appareil photographique, donnerait bien un positif, mais l'image serait grise et elle ne serait positive dans toutes ses parties que si le voile préalable a atteint le commencement de la solarisation. Avec les rayons X, ce voile en est fort loin, la meilleure exposition étant le dixième environ de ce qu'il faudrait pour qu'il en fût ainsi.

En second lieu, il serait indifférent de voiler la plaque avant ou après son passage dans la chambre photographique, la quantité totale de lumière reçue par une région de la plaque étant évidemment la même dans les deux cas. Or, si on essaye de faire agir les rayons X après l'exposition derrière l'objectif, on obtient, au lieu d'une bonne épreuve, un voile intense presque uniforme. L'hypothèse d'un effet de solarisation ne rendrait pas non plus compte de ce fait que la plaque, traitée par les rayons X, puis par la lumière, redevient capable de s'impressionner par ces rayons, cette nouvelle impression pouvant encore être effacée par la lumière, tout comme la première.



Fig. 2. — Epreuve représentant indifféremment le résultat de l'une ou l'autre des expériences suivantes, une seule reproduction ayant été faite pour cause d'identité :

1° Plaque Jougla traitée par les rayons X (4 minutes).
Exposition au spectre en trois poses : 20 secondes, 2 minutes, 10 minutes.
2° Traitement par les rayons X (4 minutes).
Exposition à la lumière d'une lampe Nernst : 30 secondes.
Nouveau traitement par les rayons X : 4 minutes.
Exposition au spectre (trois poses) : 20 secondes, 2 minutes, 10 minutes.

Enfin, une différence fondamentale est fournie par ce fait que plus l'exposition aux rayons X a été longue (pourvu qu'elle soit inférieure à 15 minutes), plus il faut de lumière pour revenir au blanc. Avec la solarisation, ce serait exactement le contraire : plus on se

serait approché de la pose solarisante, moins il resterait à faire pour l'atteindre.

Ces phénomènes, joints à l'impossibilité de renverser l'ordre des choses sans transformer complètement les résultats, montrent qu'il y a dans l'action de la lumière agissant après les rayons X quelque chose d'entièrement différent des effets photographiques ordinaires.

L'emploi d'un spectroscope photographique permet d'analyser ces phénomènes de destruction.

Dans la région du maximum de sensibilité de la plaque (vers G solaire), l'effet produit sur la plaque röntgénisée est le même qu'avec la lumière blanche. Plus la dose de rayons X est forte, plus il faut de lumière pour détruire leur action ; mais un minimum de rayons X est nécessaire pour que les effets destructeurs apparaissent dans toute leur netteté. Cette complication disparaît à mesure qu'on s'éloigne du maximum de sensibilité de la plaque.



Fig. 3. — Expérience montrant que plus l'impression produite par les rayons X est faible, plus le retour au blanc est facile.

La partie supérieure de la plaque (Jougla) a été traitée par les rayons X pendant 4 minutes, la partie inférieure pendant 1 minute.

Exposition commune dans le spectrographe : 4 minutes (résultat analogue de 1 minute à 10 minutes).

Dans le violet extrême, on peut se contenter d'une moindre exposition aux rayons X et on obtient plus aisément des blancs parfaits. Dans l'extrême rouge et l'infra-rouge[1], les résultats deviennent d'une simplicité absolue. La plus faible dose de rayons X capable d'être décelée par le révélateur suffit pour observer le phénomène, et le retour au blanc est d'autant plus rapide que le voile préalable était moindre. Dans ces conditions, la photographie de l'extrême

(1) Il ne faut pas employer les plaques à l'iodobromure d'argent, qui sont sensibles au rouge extrême du spectre.

rouge (au delà de B solaire) et de l'infra-rouge jusqu'à 1 μ environ (prisme de flint) peut se faire avec le temps de pose qui, pour le même spectre, donnerait, en photographie ordinaire, un bon négatif dans le violet extrême, vers K solaire. On est alors singulièrement loin des poses qui avoisinent la solarisation.



Fig. 4. — Partie peu réfrangible du spectre; exposition aux rayons X (1 minute).

Exposition dans le spectrographe, derrière un verre jaune, 30 secondes pour la partie supérieure du spectre, 10 minutes pour la partie inférieure.

(Ces temps de pose peuvent être réduits de moitié pour un cliché non destiné à la reproduction en similigravure.)

Les raies du spectre sont indiquées au-dessous de l'image. La comparaison avec les figures précédentes montre qu'en réduisant l'exposition aux rayons X on réduit aussi le temps de pose nécessaire à l'obtention du positif; la raie A, très visible ici, n'était pas atteinte dans les figures 2 et 3.

Les propriétés destructives de l'infra-rouge permettent de détruire l'impression par les rayons X, même au travers de trois feuilles de fort papier noir. La lumière d'un bec Auer suffit pour cela, une exposition de quelques heures étant toutefois nécessaire, vu l'opacité du papier pour les radiations même infra-rouges. Dans les mêmes conditions, une plaque non traitée ne donne naturellement rien (*fig.* 5).

On réalise des effets analogues en voilant une plaque quelconque par la lumière ordinaire et la traitant ensuite par le rouge extrême et l'infra-rouge. On retrouve alors, sur le gélatino-bromure ou chlorure d'argent, les résultats obtenus par Ed. Becquerel sur d'autres préparations. Plus le voile préalable est faible, moins il faut de lumière rouge pour l'effacer. Ces expériences se font sans difficulté dans un spectroscope; il convient seulement, à cause de la diffusion notable produite par les lentilles et les prismes, d'atténuer le violet et le bleu au moyen d'un verre jaune. Avec une lampe Nernst de 60 bougies et une fente de 1 à 2 millimètres, dix à quinze minutes

suffisent pour effacer, sur gélatino-bromure, un voile un peu infé-



Fig. 5. — Expérience de destruction au travers de trois feuilles de fort papier noir.

Ombre d'une roue d'engrenage projetée par un bec Auer sur plaque Jougla dont la partie supérieure a été exposée 30 secondes aux rayons X.

Durée de l'exposition devant le bec Auer : 2 heures. Aucune trace d'impression sur la partie non traitée de la plaque.

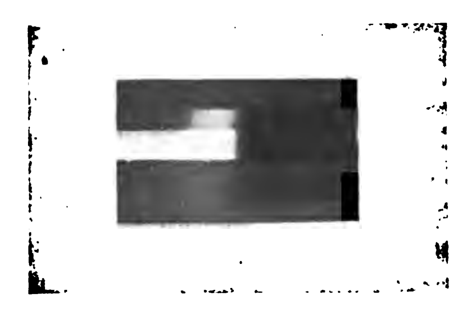


Fig. 6. — Expérience montrant que l'ordre dans lequel on fait agir les radiations n'est pas indifférent.

Le tiers supérieur de la plaque (gélatino-chlorure d'argent) a été exposé aux rayons rouges *après* voile par la lumière ordinaire, la partie inférieure *avant* un voile identique. Le tiers moyen n'a pas été voilé. Les temps de pose respectifs sont les mêmes pour les deux groupes de radiations employées.

Nota. — Autour de l'épreuve a été reproduit un fond blanc pour montrer que la similigravure ne peut traduire le blanc pur que par du gris qui est l'image de la trame. Cette remarque est, par suite, applicable à toutes les figures de cet article et de l'article précédent.

rieur à la pose photographique normale que tout le monde sait

apprécier. Pour le gélatino-chlorure, une heure environ est nécessaire [1].

Si on inverse l'ordre dans lequel on fait agir les radiations, c'est-à-dire si on fait succéder le bleu ou le violet au rouge, tout se passe comme si la plaque n'avait pas été exposée à la lumière rouge (*fig.* 6).

Le traitement par la lumière rouge ramène la plaque à son état initial.

L'emploi du gélatino-chlorure dit pour tons chauds, presque insensible au jaune, permet de le vérifier même sans spectroscope. On

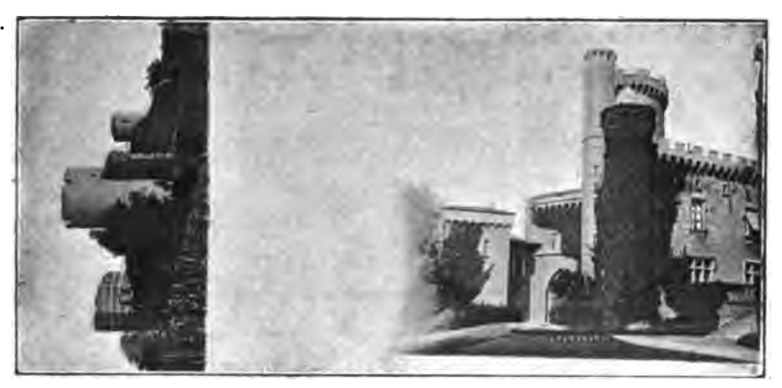


Fig. 7. — Destruction d'une image latente et restauration de la sensibilité par le rouge.

Une plaque Perron (gélatino-chlorure pour tons chauds) a été exposée sous un cliché stéréoscopique pendant le temps normal.

L'épreuve de droite a été conservée comme témoin, l'épreuve de gauche effacée par exposition au soleil sous des verres jaunes.

Sur une partie de cette région de la plaque, une nouvelle image a été imprimée avec le temps de pose normal. Le tout a été ensuite développé.

Le dégradé du bord gauche de l'épreuve de droite est dû à la diffusion des rayons destructeurs dans l'émulsion et représente les phases successives de la destruction.

peut par exemple faire sur une plaque de ce genre une épreuve stéréoscopique ; puis, l'une des images étant conservée comme témoin, l'autre est, avant développement bien entendu, exposée au soleil pendant quatre heures sous des verres jaunes bien choisis. Au bout

---

(1) Pour ces expériences, le gélatino-chlorure d'argent est plus commode que le gélatino-bromure ; il est à peine sensible au jaune et au vert, et il suffit de mettre un verre jaune devant la fente pour éviter toute impression parasite gênante. Avec le gélatino-bromure, il faut arrêter le vert et même le jaune.

de ce temps, la plaque est apte à recevoir une nouvelle image, et sa sensibilité est presque rigoureusement la même qu'avant l'expérience, comme on peut aisément s'en assurer par un essai comparatif fait avec une autre plaque de la même boîte.

Les phénomènes de protection, déjà signalés par Ed. Becquerel et qui ne sont qu'une variante des précédents, s'observent sans difficulté dans le spectroscope photographique. Il suffit de laisser une plaque exposée dans l'appareil pendant un temps quelconque. L'inévitable lumière diffusée par le système optique, et qu'il faut même atténuer par un verre jaune faible, voile plus ou moins, suivant la durée de l'expérience, toute la surface de la plaque; mais, dans la région occupée par le rouge et l'infra-rouge, la préparation reste intacte, les rayons destructeurs effaçant le voile à mesure qu'il se produit.

Le succès de l'expérience dépend non du temps de pose, mais de la proportion réalisée entre les deux radiations antagonistes.

Les papiers pour noircissement direct se prêtent aussi à ces expériences; si on les développe, on rentre dans le cas des plaques, et il est plus intéressant de ne pas faire intervenir le révélateur; on constate alors par exemple les effets suivants : si le voile produit par la lumière est assez faible pour être juste visible, la lumière rouge le fait disparaître par blanchissement direct (1). L'expérience est facile à faire avec un bon verre rouge doublé d'un verre jaune pour arrêter le bleu que laissent passer presque tous les verres rouges, ou mieux avec un filtre à sélénium vitreux (2). Le spectroscope convient également, mais la durée de l'expérience devient inacceptable.

Une image faible ainsi *visiblement* effacée ne donne pas prise aux révélateurs physiques ou chimiques (acide gallique et azotate d'argent, ou hydroquinone) ni aux rayons continuateurs, elle est réellement supprimée.

Ce blanchissement direct ne se produit pas avec du chlorure d'argent seul.

(1) Pour les papiers à noircissement direct, le développement n'existant pas, ou plus exactement se faisant à mesure que la lumière agit, la question de retour au blanc par solarisation ne se pose évidemment pas. On n'a d'ailleurs jamais vu du papier sensible blanchir par excès d'insolation.

(2) On fond un fragment de sélénium sur une lame de mica, et on l'écrase rapidement avec une autre lame pressée par un corps froid; ce filtre arrête tout ce qui est plus réfrangible que C solaire. Une lampe à mercure regardée au travers du sélénium paraît rouge et la supériorité sur le verre rouge apparaît immédiatement.

L'action destructive du rouge se manifeste plus nettement lorsqu'on essaye de *continuer* une image faible en la traitant par un mélange de rouge et de jaune. Il convient d'opérer par comparaison en prenant un papier qu'on impressionne sous un cliché stéréoscopique jusqu'à commencement de visibilité des grands noirs. Le cliché étant alors supprimé, une des deux images est exposée au soleil sous verres jaunes et *verts*, l'autre sous verres jaunes et verre *rouge* faible. Par un choix convenable de ces filtres, on arrive aisément à ce que, dans les deux images, les noirs montent avec la même vitesse. L'expérience terminée, on constate que sous les verres jaunes et verts tous les détails sont venus, tandis que l'épreuve exposée aux rayons jaunes et rouges, bien qu'aussi intense dans les noirs, est heurtée et sans détails dans les blancs (effet de neige), c'est-à-dire dans les parties qui correspondaient aux fortes opacités du cliché. Autrement dit, toutes les impressions faibles ont disparu au lieu de se développer par continuation. L'explication de ce fait est fort simple : la destruction est d'autant plus rapide que l'impression à détruire est plus faible ; l'inverse a lieu pour la continuation. Il résulte de là que les grands noirs de l'image (impressions fortes) seront à peine attaqués par le rouge pendant le temps nécessaire à leur renforcement complet ; au contraire, les impressions faibles auront été effacées bien avant que les rayons continuateurs n'aient pu les développer d'une manière appréciable (1).

Les effets de protection s'observent sans peine avec les papiers à noircissement direct.

Il suffit de recevoir un spectre sur une feuille sensible (chlorure et azotate d'argent additionné d'acide citrique ou tartrique pour en assurer la conservation). Le spectre s'imprime d'abord, limité à

(1) Dans cette expérience et dans la plupart des autres, l'usage de véritables images photographiques se montre infiniment supérieur à la méthode des expositions par échelons que j'avais employée en 1898 à propos des rayons X, et qui semble au premier abord plus géométrique. Avec cette méthode on laisse échapper une foule de phénomènes qui apparaissent très franchement sur une image. D'insignifiantes différences font que l'épreuve est voilée ou manque de soleil, produisent les effets dits de neige ou de charbon, et se manifestent ainsi à première vue sans qu'il y ait lieu de faire une mesure photométrique. La raison en est que les impressions variées qui produisent l'image, bien que n'étant pas classées par ordre, ne sont pas pour cela distribuées au hasard ; elles figurent des objets parfaitement connus, et le moindre défaut de ressemblance, inappréciable aux mesures, apparait immédiatement, et l'interprétation n'en est jamais difficile.

l'orangé, puis la lumière diffusée voile peu à peu tout le reste de la feuille. Si cette lumière diffusée n'est pas trop intense, on observe que la région rouge et infra-rouge du spectre reste indéfiniment blanche et se détache de plus en plus sur le fond qui s'assombrit progressivement. On conçoit que la proportion de rayons actiniques, que la diffusion par les prismes a mélangés au rouge, ne doit pas dépasser une certaine valeur : on est dans de bonnes conditions avec une forte lampe Nernst ; aucun verre absorbant n'est alors nécessaire. La *fig.* 8 montre le résultat obtenu avec une exposition de trente jours [1].



Fig. 8. — Effet de protection produit par les rayons destructeurs sur un papier pour noircissement laissé pendant trente jours dans un spectrographe éclairé par une lampe Nernst (pas de développement).

Ainsi une radiation convenablement choisie peut détruire l'impression produite par une autre, et l'inverse n'a pas lieu [2]. Les rayons destructeurs ne sont pas les mêmes pour toutes les substances sensibles : pour le platinocyanure de baryum, par exemple, ils sont autres que pour le chlorure d'argent. Enfin la destruction est d'autant plus rapide que l'impression à détruire est moindre, et la sensibilité est généralement restaurée.

(1) Les rayons solaires, filtrés par de bons verres rouges et jaunes, protègent également le papier contre l'altération spontanée qu'il subit d'ordinaire avec le temps, même dans une boîte bien close.

(2) Une comparaison donnera une image exacte de ce phénomène ; on peut avec un grattoir effacer une tache d'encre sur une feuille de papier ; mais il est évident que le résultat ne sera pas le même si on inverse l'ordre des opérations.

APPENDICE.

Il m'a paru intéressant pour les lecteurs du *Journal de Physique* de reproduire les quelques lignes dans lesquelles Ed. Becquerel résume ses travaux sur les rayons continuateurs et destructeurs (*la Lumière, ses causes, ses effets*, Paris, Firmin-Didot, 1868, p. 94) :

« En résumé..... on reconnaît dans l'action du rayonnement les trois effets suivants :

« 1° Effet produit dans le spectre solaire depuis le bleu jusqu'au delà du violet sur tous les papiers, verres collodionnés ou lames d'argent recouvertes d'iodure, de chlorure ou de bromure de ce métal, et, dans le cas de la lame d'argent bromée, effet pouvant aller, du côté le moins refrangible, jusqu'à l'orangé ; les limites d'action ont été indiquées plus haut ;

« 2° Effet de continuation sur les papiers et les surfaces enduites d'iodure, de chlorure ou de bromure avec excès d'azotate d'argent, ainsi que sur les plaques iodées, puis chlorées, depuis la raie B dans le rouge jusque près du bleu, lorsque ces surfaces ont été préalablement impressionnées. Sur les plaques d'argent iodées et bromées, on n'observe aucun effet de ce genre, ainsi que sur le chlorure et le bromure d'argent précipités isolément et lavés ;

« 3° Effet des rayons rouges extrêmes et infra-rouges pour rendre les surfaces d'argent iodées et iodées-bromées, préalablement insolées, incapables de condenser la vapeur de mercure et les placer dans des conditions semblables à celles où elles étaient avant l'insolation. Cet effet est analogue à celui que l'on observe lorsque ces mêmes rayons rouges extrêmes retardent ou s'opposent à la coloration des papiers sensitifs à la lumière diffuse. »

REMARQUE SUR LA NOTE DE M. PAGNINI RELATIVE A UNE NOUVELLE MÉTHODE POUR LA DÉTERMINATION DE L'INTENSITÉ DE LA PESANTEUR ;

Par M. Ch.-Ed. GUILLAUME.

Le procédé que préconise M. Pagnini consiste à comparer la durée d'oscillation d'un pendule ordinaire à celle d'un pendule de torsion ; elle est simple et séduisante, et paraît susceptible d'une assez grande précision.

L'auteur, cependant, semble faire quelques confusions, sur lesquelles il me paraît utile d'insister.

« Dans l'appareil Sterneck, dit-il, la difficulté la plus grande, surtout lorsqu'on doit faire des observations en campagne, loin des observatoires ou des stations télégraphiques, est celle qu'il y a à se procurer la valeur exacte du temps. »

Cette remarque est parfaitement justifiée si l'appareil Sterneck ou tout autre matériel classique possède, comme garde-temps, une horloge, soumise, comme le pendule à gravité, à l'action perturbatrice des variations de la pesanteur. Il est alors nécessaire de déterminer la marche de l'horloge en tout endroit où elle est employée, soit par des observations astronomiques directes, soit en utilisant des signaux donnés par un observatoire. Mais on est soustrait à cette obligation si l'appareil de mesure du temps est un chronomètre à balancier ramené par l'élasticité d'un ressort spiral. Ce chronomètre ne diffère, en principe, du pendule de torsion proposé par M. Pagnini que par le fait que le mouvement du balancier est d'une part entretenu, d'autre part enregistré. Il en résulte à la fois des inconvénients et des avantages. Les premiers consistent dans le prix élevé de l'instrument et dans les causes perturbatrices qu'apporte le mécanisme. Les seconds se rattachent à la durée indéfinie du fonctionnement et à l'énumération automatique des oscillations.

Or, la question de prix mise à part, on reconnaîtra que les inconvénients de l'emploi d'un chronomètre de marine se réduisent à bien peu de chose lorsqu'on saura que, dans les plus récents concours des observatoires, une forte majorité de ces instruments n'ont présenté que des écarts diurnes moyens inférieurs au dixième de seconde, rapportés à leur marche moyenne pendant une période sensiblement isotherme ; et que la compensation, dans tout l'intervalle des températures pratiques, est obtenue à quelques dixièmes de seconde près par jour.

Si, d'autre part, on connaît les variations à courte période signalées par M. Brillouin et l'action de la pression pour le chronomètre que l'on emploie, on pourra, sans aucun doute, se fier à ses indications dans des limites qui n'atteignent pas le cent-millième pour des observations d'une suffisante durée. Des mesures au chronomètre de marine sont fréquentes en campagne. Un grand nombre de ces instruments sont munis, pour de semblables expériences, d'un dispositif d'enregistrement électrique.

Le deuxième point de la note de M. Pagnini sur lequel je voudrais attirer l'attention est l'emploi qu'il a fait d'un fil d'invar dans son pendule de torsion. L'acier à 36 0/0 de nickel possède, il est vrai, la propriété extrêmement précieuse de n'éprouver, du fait de la température, que de faibles variations de *volume*. Mais il n'en résulte nullement que son *module d'élasticité* soit constant. Ainsi que je l'ai indiqué [1] à la suite d'expériences faites en commun avec M. Paul Perret, interprétées dans le sens du principe des états correspondants, la variation thermique du module d'élasticité de flexion possède, dans les aciers au nickel, une allure extrêmement curieuse. Pour chacun de ces alliages, le module s'abaisse d'abord lorsque la température monte, puis se relève dans un intervalle limité, et baisse ensuite, après avoir passé par un maximum assez brusque. L'intervalle de variation anomale dépend de la teneur de l'alliage en fer et en nickel. Pour l'invar proprement dit, cette variation positive commence au-dessous de 0° et se prolonge jusqu'au delà de 150°. Mais la région anomale s'élève, dans l'échelle des températures, en même temps que la teneur en nickel, de telle sorte que, si nous la représentons, à la température ordinaire, en fonction de la teneur, la variation se présente sous la forme suivante : jusqu'à 28 0/0 de nickel environ, la variation est négative ; de 28 à 44 0/0, elle est positive ; au delà de cette teneur, et jusqu'au nickel pur, elle reprend son sens normal, négatif.

A ces indications, que je puis me borner à rappeler sommairement, puisque je les ai publiées en détail, j'ajouterai les suivantes, encore inédites. Le *module de torsion* des aciers au nickel présente les mêmes anomalies que le module de flexion. Mais la position de la région anomale, à la température ordinaire, en fonction de la teneur, est un peu déplacée vers la droite, au moins à sa première intersection avec l'axe des teneurs. C'est, en effet, seulement à partir de 30 0/0 de nickel environ que l'on rencontre les alliages à variation positive du module. Pour une teneur non encore exactement déterminée, mais très voisine de 30 0/0 de nickel, les aciers fournissent des fils de suspension à module de torsion invariable, au moins en première approximation, et c'est dans ces teneurs, ou dans la région opposée, à 45 0/0 de nickel, qu'on devra

---

(1) CH.-ED. GUILLAUME, *les Applications des aciers au nickel* (Gauthier-Villars, 1903).

chercher les fils assurant à un pendule de torsion une durée d'oscillation indépendante de la température.

D'ailleurs, chacune des deux régions présente des avantages et des inconvénients. Dans la première, la variation, pour un alliage donné, est une fonction de la température affectée d'un terme quadratique important; de plus, la position du maximum est une fonction rapide de la teneur, et de petits écarts de dosage de l'alliage éloignent de l'élasticité constante. Dans la deuxième région, où ces deux défauts existent à un bien moindre degré, la limite élastique des alliages est assez basse, et les suspensions qui en sont faites exigent quelques précautions dans leur maniement.

Quant à l'invar proprement dit, il occupe sensiblement le maximum de l'anomalie, pour la flexion comme pour la torsion. Ses variations, positives à température ascendante, sont à peu près les 3/2 des variations négatives de l'acier, comme l'ont déjà indiqué MM. Ch.-Eug. Guye et Fornaro.

On ne sera donc pas surpris que M. Pagnini n'ait obtenu, en l'employant, que d'assez médiocres résultats.

ANNALEN DER PHYSIK;

T. XX, n° 10.

E. TAKE. — Magnetische und dilatometrische Untersuchung der Umwandlungen Heuslerscher ferromagnetisierbarer Manganlegierungen (Etude magnétique et dilatométrique des transformations des alliages de manganèse paramagnétiques de Heusler). — P. 849-900.

MÉTHODE EXPÉRIMENTALE. — Les mesures magnétiques sont effectuées à l'aide de l'appareil d'Hopkinson (méthode du joug).

Dans ce dispositif, comme on le sait, la force magnétomotrice est constante, mais l'intensité du champ magnétisant ne l'est pas, à cause des variations de la réluctance du circuit magnétique. Mais, à la température critique, la réluctance de l'échantillon est pratiquement infinie et, par suite, on peut obtenir cette température sans effectuer de correction. Il n'en est plus de même quand on veut mesurer les variations de la perméabilité.

Pour réaliser les mesures à des températures variables, le joug et

les bobines magnétisantes sont enfermés dans une étuve à doubles parois, dont l'intervalle est rempli d'huile de paraffine. La température ne peut être portée au-dessus de 210°, parce que les guipages de soie des bobines commencent à se carboniser. Pendant la chauffe et pendant le refroidissement, on fait des observations au galvanomètre balistique de 10° en 10°.

Les mesures ont été aussi effectuées à des températures inférieures à la température ordinaire, entre + 20° et — 189°.

Tous les échantillons sont tournés en cylindres longs de $6^{cm},5$ sur un diamètre de $0^{cm},71$, soit une section de $0^{cm^2},396$; pour les essais dilatométriques, leurs extrémités sont tournées en cône de 80° d'ouverture.

La force magnétomotrice est la même dans toutes les expériences et égale à $34^{cm},1$ $cm^{\frac{1}{2}}$ $gr^{\frac{1}{2}}$ sec^{-1}.

L'intensité moyenne du champ (en supposant la perméabilité de l'échantillon égale à 1) est 8,6 gauss.

Le dilatomètre est formé d'un socle de cuivre horizontal sur lequel repose l'échantillon par son extrémité inférieure, tandis que sur l'extrémité supérieure s'appuie le petit bras d'un levier : la rotation de la grande branche de ce levier est observée à l'aide d'une lunette et d'une échelle divisée. Le dispositif permet d'apprécier encore une variation de longueur de 1/1550 de millimètre. Il faut tenir compte de la dilatation du support et du levier ; cette correction ne présente pas de difficulté, la dilatation de ces pièces de cuivre étant tout à fait régulière.

Relativement à la marche de la température, les expériences peuvent être conduites de deux manières.

Ou bien on attend, pour faire une observation, que la température soit devenue stationnaire, ou bien, ce qui paraît préférable quand on veut déterminer les températures d'inversion, on fait varier lentement la température, suivant une loi uniforme autant que possible, sans attendre l'état stationnaire. Ce dernier procédé a le léger inconvénient, que la marche du thermomètre est toujours en retard sur celle de la température ; mais, par contre, il permet de déceler les plus faibles irrégularités dans la dilatation.

Alliages de préparation récente. — Sur sept alliages étudiés, quatre ne renferment que de l'aluminium et du manganèse avec des traces de fer, les trois autres contiennent de plus une certaine proportion de plomb.

Le tableau A et les courbes de la *fig.* 1 résument les résultats obtenus dans l'étude magnétique de ces alliages. Voici, en outre, quelques détails sur chacun d'eux :

TABLEAU A.

Alliage	Composition des alliages					Rapports atomiques Mn : Al	Proportion maximum possible de Al : Mn	Excès en 0/0 de Al ou de Mn	Température d'inversion magnétique immédiatement après la coulée H = 8,6 gauss	Structure de l'alliage à la fin des traitements thermiques
	Al	Mn	Cu	Fe	Pb					
M_8	11,8	19,6	68,0	0,4	1,5	3 : 3,66	29,3	2,1Al	120°	grain fin avec tendance à grossir.
$\mathfrak{M}_8$	10,97	22,2	64,0	0,6	4,18	3 : 3,01	33,1	0,03Al	250°	grain fin.
P_6	9,1	17,9	68,1	0,2	5,39	3 : 3,09	26,7	0,3Al	75°	grain extrêmement fin.
2	9,7	18,1	71,2	0,1	»	3 : 3,26	27,0	0,8Al	225°	feuilletée.
36	9,8	26,1	63,3	0,67	»	3 : 3,28	29,7	6,2Mn	209°	cassure conchoïde, tout à fait uniforme comme celle de l'acier naturel, éclatant très facilement.
1	12.3	22,1	65,4	0,4	»	3 : 3,39	33,0	1,4Al	240°	grain fin.
71	14,9	25,2	37,8	1,3	»	3 : 3,60	37,6	2,5Al	260-270°	uniforme avec légère tendance à un fin grenu.

Alliage M_8. — Cet alliage n'a pas été vieilli.

Quand on le chauffe, la perméabilité décroît immédiatement (courbe I), jusqu'à la température critique 120°. L'alliage a perdu ses propriétés magnétiques et reste dans cet état quand on élève davantage la température.

Si on le laisse se refroidir à partir de 130°, il redevient magnétique vers 115°, et la perméabilité croît à mesure que la température s'abaisse. Mais il se produit un vieillissement, en ce sens que la perméabilité ne reprend pas sa valeur primitive, mais conserve une valeur plus grande, quand l'échantillon est revenu à la température ordinaire. Cet état est instable, car plusieurs mesures successives donnent des valeurs différentes de l'induction :

Un deuxième et un troisième cycle de température (courbes II et III) fournissent des résultats analogues ; mais la température d'inversion ne reste pas constante, elle s'élève à 140° dans le second cycle et garde cette valeur dans le troisième ; il se manifeste à la fin une légère diminution de la perméabilité.

L'hystérésis de température est peu marquée et ne dépasse pas 5°.

Mais l'alliage se comporte tout différemment dans le quatrième cycle (courbe IV).

La perméabilité croît, au début, beaucoup plus lentement que dans

les précédents, et la température d'inversion s'élève jusqu'à 205°-210°. Après le refroidissement, la perméabilité a beaucoup diminué et tombe au-dessous de sa valeur initiale.

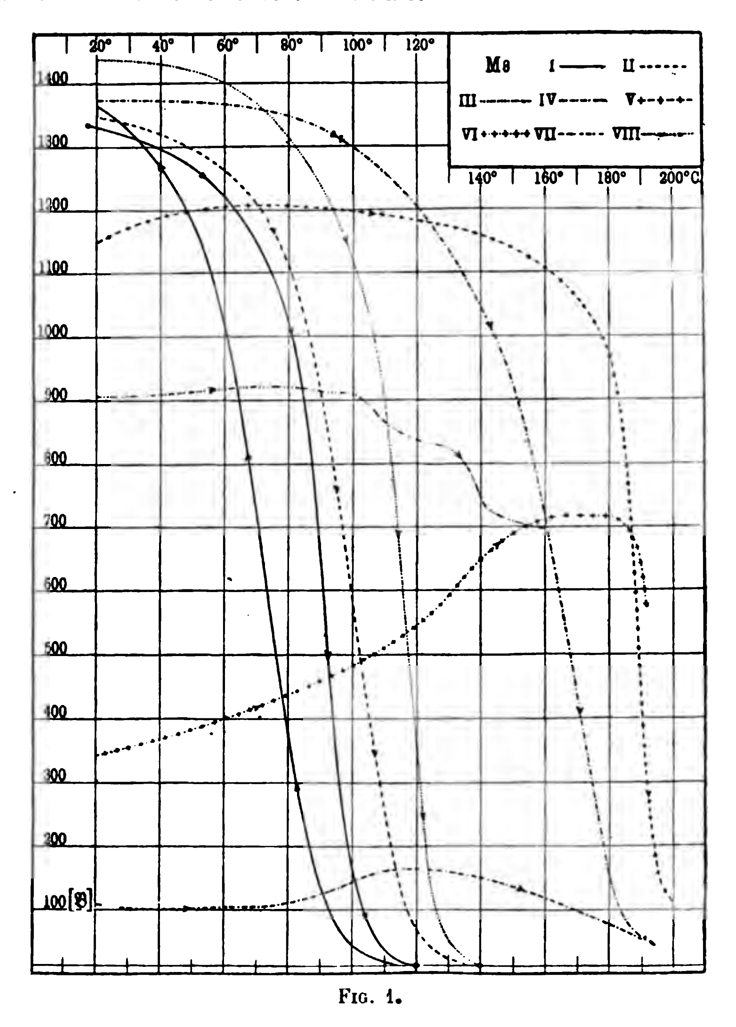


Fig. 1.

Un cinquième cycle provoque une nouvelle ascension de la température d'inversion, de 20° ou 30° (courbe V). Cette température n'a pu être atteinte; mais, dans l'étude dilatométrique de l'échantillon, elle se révèle par une anomalie de la dilatation aux environs de 240°.

Dans le sixième cycle (courbe VI), la perméabilité croît régulièrement avec la température jusqu'à 160°, où elle atteint 210 0/0 de sa valeur initiale, puis tombe brusquement à partir de 190°.

La courbe VII a été obtenue après avoir recuit l'échantillon, pendant quarante-huit heures, à 184°; la perméabilité a diminué et la température d'inversion est revenue aux environs de 210°.

Il est difficile d'expliquer la brusque élévation de la température d'inversion de 140° à 210° au cours du quatrième cycle; il faudrait rapprocher sans doute ce phénomène de ceux que provoque la présence du plomb.

Alliage $\mathfrak{M}_8$. — Cet alliage possède à peu près la même composition que le précédent; mais il a été chauffé cinquante heures à 110°. D'après l'allure de la courbe I (*fig.* 2), l'état de l'alliage

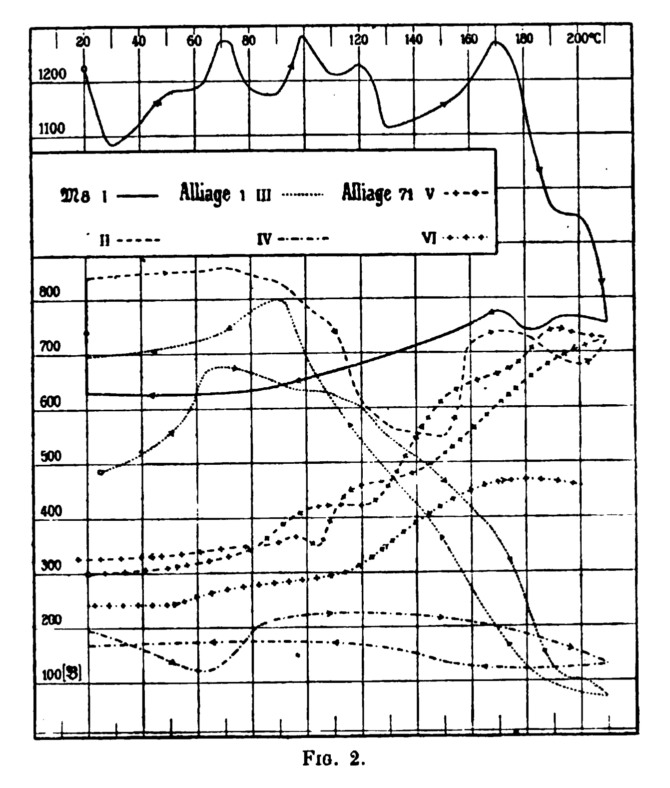


Fig. 2.

paraît très instable, et la température d'inversion serait aux environs de 250°. Ramené à la température ordinaire, il reste dans un

état instable, car chaque expérience donne des valeurs croissantes de l'induction. Une deuxième série de mesures (courbe II) indique une transformation entre 130° et 150°, ce que confirment les expériences dilatométriques.

Alliage P_6. — Cet alliage renferme du plomb. Au premier cycle, la température d'inversion est 75° (courbe I, *fig.* 3). L'alliage étant à 17°,5, il est plongé brusquement dans la glace. La perméabilité reste la même. Si on le refroidit lentement de 20° à 0°,

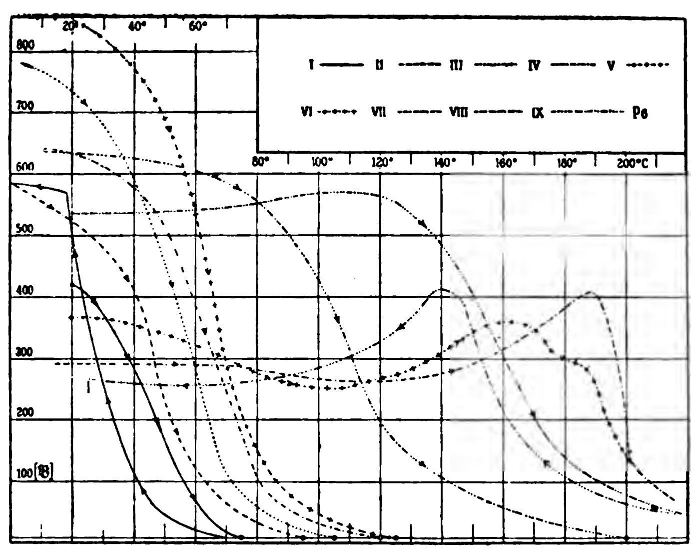


Fig. 3.

la perméabilité croît (courbes II et III) ; dans ces deux cycles, la température d'inversion devient 95° et 105°. L'étude dilatométrique décèle une légère anomalie vers 120°, l'étude magnétique (courbe IV) donne 120° pour la température d'inversion. La courbe V a été obtenue après avoir chauffé l'échantillon trois fois à 140° : la température critique n'a pas sensiblement varié. Les courbes VI et VII se rapportent au métal chauffé à 210° : la perméabilité a subi une diminution notable et la température critique s'élève de 110° ou 120°, atteignant 240°. En chauffant au-dessus de cette température, on provoque une augmentation de perméabilité et une contraction permanente ; mais la température critique retombe à 200° ; elle remonte à 240° à la suite d'une nouvelle chauffe (courbe IX).

Alliage 2. — Immédiatement après la coulée, la température critique de cet alliage, qui ne renferme pas de plomb, est de 125° (courbe I, *fig*. 4). Au cours de huit cycles successifs (II à VII), elle s'élève progressivement à 204°. L'hystérésis de température est

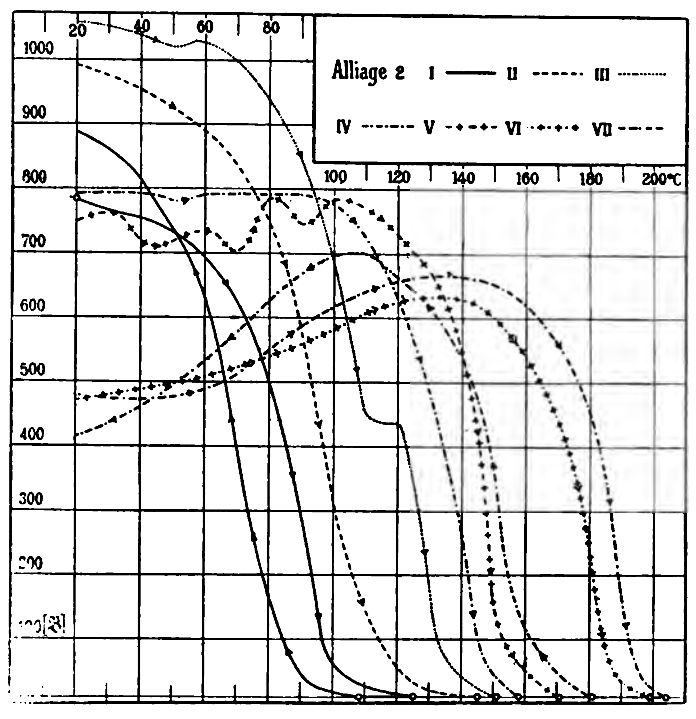


Fig. 4.

plus marquée que dans les alliages précédents ; les variations de la perméabilité sont peu importantes ; elle diminue dans les trois premières séries, augmente dans les suivantes.

Alliage 36, *ne contenant pas de plomb*. — La perméabilité reste à peu près constante quand la température croît, jusque vers 160°, puis diminue lentement jusqu'à 190° et rapidement entre 190° et 208° (courbe I, *fig*. 5); cette dernière température est celle de l'inversion. Après refroidissement, la perméabilité est devenue presque double : l'hystérésis de température, très prononcée, atteint 28°.

Un deuxième cycle (courbe II) fait monter la température d'inversion à 216° et provoque une diminution de la susceptibilité. Deux

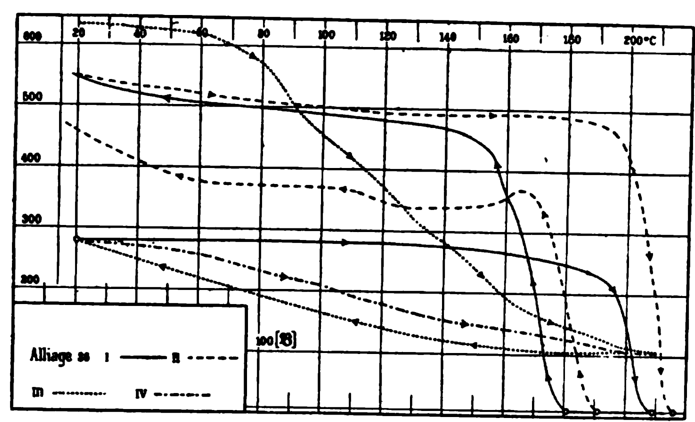

20
40
60
80
100
120
140
160
180
200°C
600
500
400
300
200
100[B]
Alliage 36 I —— II - - - -
III .... IV -·-·-·-

Fig. 5.

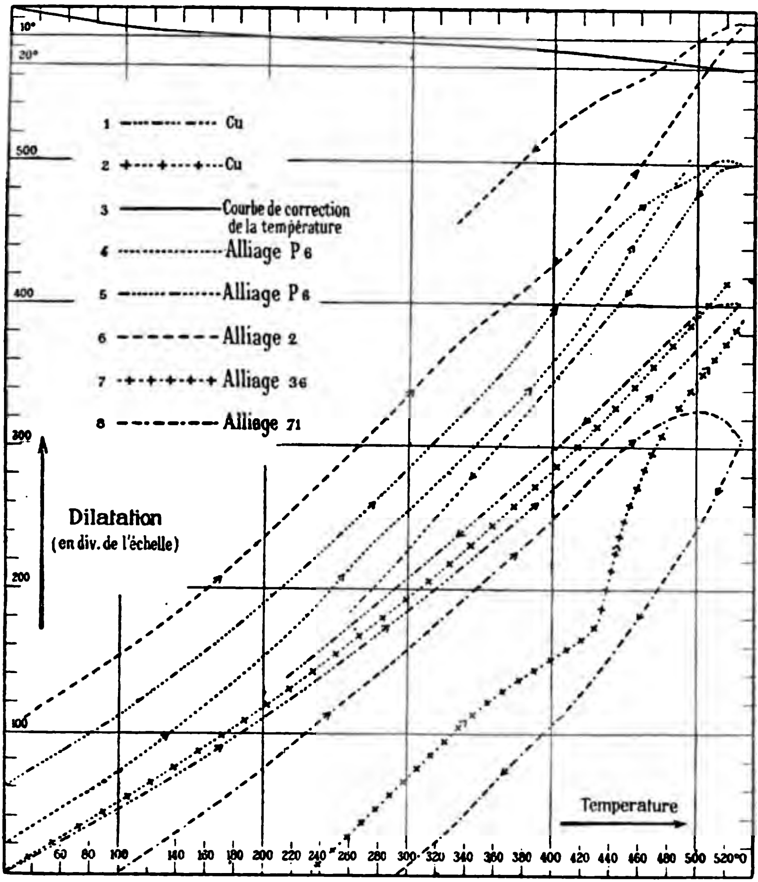

10°
20°
500
400
300
200
100
1 Cu
2 Cu
3 Courbe de correction de la température
4 Alliage P 6
5 Alliage P 6
6 Alliage 2
7 Alliage 36
8 Alliage 71
Dilatation (en div. de l'échelle)
Temperature
60 80 100 140 160 180 200 220 240 260 280 300 320 340 360 380 400 420 440 460 480 500 520°C

Fig. 6.

expériences dilatométriques, poussées jusqu'à 250° (courbe V, *fig.* 6), relèvent la perméabilité. Deux recuits, l'un de cinquante heures à 184°, l'autre de quarante-huit heures à 110°, font diminuer de nouveau la perméabilité et amènent l'alliage dans un état très instable. — Au bout de quelques jours, après avoir parcouru deux ou trois cycles de températures jusqu'à 210°, l'alliage a repris sa perméabilité initiale : la température d'inversion semble comprise entre 210 et 230° (courbes III et IV).

Alliage 1. — Le premier cycle (courbe III, *fig.* 2) n'a pu être étendu qu'à 210°; l'alliage était encore faiblement magnétique; la température d'inversion semble être aux environs de 240°. L'échantillon porté à 285°, dans une expérience dilatométrique, perd une partie de sa perméabilité : la dilatation présente une anomalie vers 260°, et un nouveau cycle de température (courbe IV) montre que la température d'inversion est encore bien au-dessus de 200°.

Alliage 71. — Les courbes V et VI de la *fig.* 2 se rapportent à l'alliage étudié aussitôt après la coulée : la perméabilité augmente jusqu'aux températures les plus élevées. Porté dans le dilatomètre jusqu'à 360°, l'alliage subit une contraction permanente et une perméabilité de 69 0/0.

Températures très basses. — Quand les alliages ont été amenés à la température de l'air liquide et sont revenus à la température ordinaire, ils se trouvent dans un état plus stable.

TABLEAU B.

	Induction avant la chauffe	Après la chauffe à 520° — Accroissement de l'induction en centièmes de l'induction à 20°	Après la chauffe à 520° — Variation permanente de la longueur (en centièmes)	Après la chauffe à 520° — Variation permanente du poids spécifique (en centièmes)	Induction après la chauffe	
M_8	170	+ 14,1	— 0,0615	+ 0,185	194	après la première chauffe.
	194	+ 369,1	— 0,077	+ 0,23*1*	910	— deuxième —
$\mathfrak{M}_8$	374	— 28,3	— 0,32*3*	+ 0,96*9*	268	
P_6	622	— 98,5	+ 0,15*4*	— 0,46*2*	9,5	après la première chauffe.
	9,5	+ 868,4	— 0,215	+ 0,646	92	— deuxième —
2	789	— 97,6	+ 0,20	— 0,10	19,2	
36	198	— 94,6	+ 0,415	— 1,24*6*	10,6	
1	259	— 42,9	— 0,04*6*	+ 0,13*8*	148	
71	68,1	— 77,5	— 0,35*4*	+ 1,061	15,3	les chiffres en italique sont incertains.

Expériences dilatométriques. — L'alliage M_8 éprouve une légère contraction entre 110° et 120°, et vers 140° : la dilatation est, à part cela, régulière jusqu'à 520°. Après refroidissement, il subsiste une contraction de volume permanente (0,07 0/0 environ) et un accroissement de perméabilité (369 0/0).

L'alliage $\mathfrak{M}_8$ subit une contraction permanente (0,32 0/0) et une diminution de perméabilité (28,3 0/0). P_6 présente une dilatation à peu près régulière jusque vers 400° ; puis, de 400 à 480°, une dilatation anormale. Après refroidissement, l'alliage est fort peu magnétique et a subi une dilatation permanente de 0,15 0/0 (courbe 4, *fig.* 6). Une seconde chauffe à 520° a des effets différents : contraction permanente de 0,21 0/0 et accroissement de perméabilité de 869 0/0 : contraction anormale à partir de 420° (courbe 5).

Alliage 2. — Contraction de 320 à 390°, dilatation anormale de 430 à 520° ; pendant le refroidissement, dilatation anormale entre 480 et 440° : l'alliage refroidi n'est presque plus magnétique et a subi une dilatation permanente de 0,20 0/0 (courbe 6).

Alliage 36. — Contraction anormale de 330 à 420°, dilatation anormale notable jusqu'à 470° : après refroidissement, l'alliage n'est plus magnétique et a subi une dilatation permanente de 0,41 0/0 (courbe 7).

Alliage 1. — Contraction permanente de 0,04 0/0, diminution de perméabilité : légère contraction vers 260° et contraction plus marquée entre 440° et 480°.

Alliage 71. — Contraction très faible entre 250° et 280° ; puis, à partir de 430°, contraction anormale : refroidi, l'alliage n'est presque plus magnétique et a subi une contraction permanente de 0,35 0/0 (courbe 8).

Expériences aux basses températures. — Les alliages, refroidis lentement jusqu'à la température d'ébullition de l'air, n'éprouvent pas en général de modification importante, même quand l'action du champ magnétique est maintenue pendant toute la durée du refroidissement.

Alliages de préparation ancienne. — Deux de ces alliages (34 et 45) présentent une dilatation tout à fait régulière.

L'alliage 33, chauffé une première fois jusqu'à 410° (courbe 7 à une flèche, *fig.* 7), subit entre 290° et 315° une contraction anormale notable et, au delà, une faible contraction ; pendant le refroidissement, il se contracte entre 350° et 310°. Dans un deuxième cycle (courbe 7 à

deux flèches), étendu jusqu'à 515°, la dilatation est régulière jus-

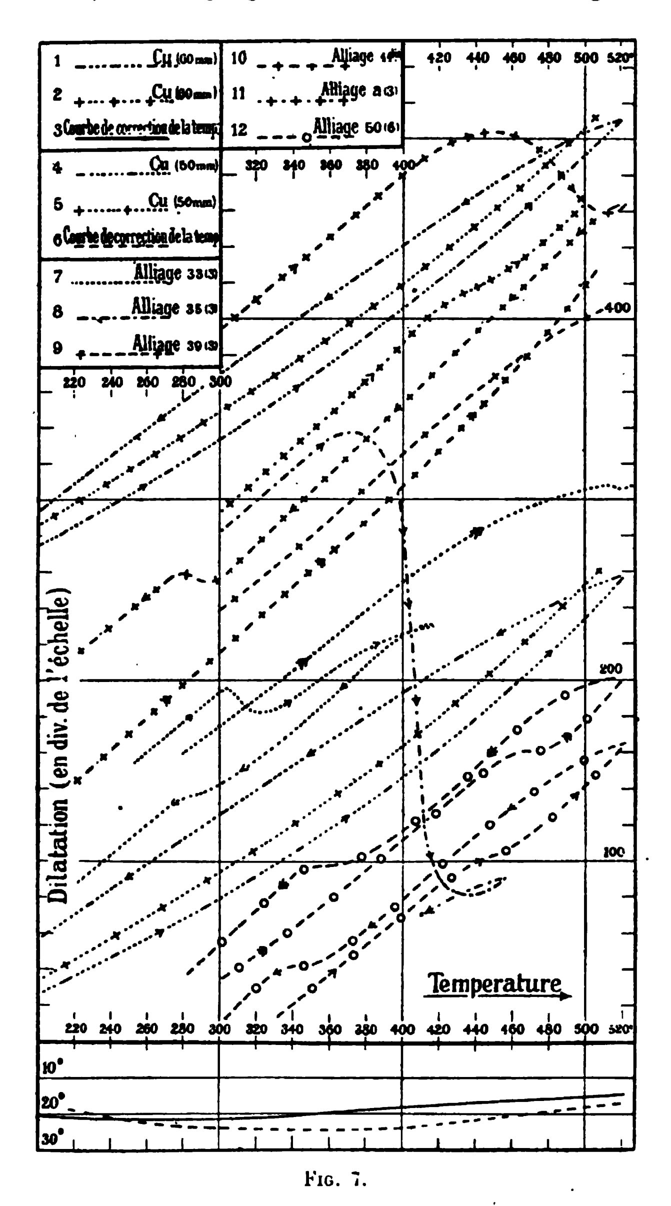


Fig. 7.

qu'à 375°, une légère contraction se poursuit de 375 à 515°.

TABLEAU C.

Alliage	Longueur en millimètres	Composition Al	Composition Mn	Histoire de l'alliage	Perméabilité pour H = 150 gauss avant les mesures dilatométriques	Etude dilatométrique jusqu'à 500°
23	49,5	14,5	5,0	non vieilli : échantillon datant du 27 février 1899.		températures stationnaires dilatation régulière
30	52,0	28,3	5,8	chauffé à T_e (60 heures à 140°, finalement à 150).	1.625	id.
33	60,5	24,4	13,8	chauffé après solidification deux jours dans le toluène bouillant.	4.900	dilatation régulière
34	50,8	28,1	3,6		non magnétique	T_e = 350-430°
35	60,2	27,7	5,7		un peu plus magnétique que 34.	
39	60,2	27,4	11,1	T_{a1} (9 heures à 180°, 1 heure jusqu'à 212°), T_{a1} chauffé jusqu'à T_e (60 heures à 140-150°).	4.425	T_e = 400-515°
44bis	60,2	25,26	13,0	non vieilli : anormal	2.850	T_e = 410-515° T_a = 330-300°
45	50,2	13,5	6,7	d'abord à T_{a1}, puis à T_e		dilatation régulière
a	60,2	26,0	0	chauffé à T_e	non mesurable	T_e = 410-450°
b	49,5	27,6	0	id.	id.	températures stationnaires dilatation régulière
50	50,2	23,0	20Sb	chauffé à T_{a1}		T_e = 410-450° T_a = 410-380°

T_c et T_a désignent les températures auxquelles se produit la dilatation anormale : T_e, quand la température croît ; T_a, quand la température décroît.

L'alliage 35 (courbe 8) éprouve une contraction anormale entre 350 et 430°, égale aux 5/4 de la dilatation subie entre 50° et 350° : pendant le refroidissement, la contraction est régulière. Revenu à la température ordinaire, l'alliage s'est contracté d'une manière permanente et son poids spécifique a augmenté de 4,2 0/0.

Alliage 39 (courbe 9). — Légère contraction de 400 à 515° : refroidissement régulier.

Alliage 44 (courbe 10, flèche simple). — Anomalie marquée entre 410 et 515° ; pendant le refroidissement, dilatation entre 330 et 300°. Pendant le second cycle (courbe 10, flèche double), la dilatation est régulière jusqu'à 515°.

Alliage a (courbe 11). — Très légère anomalie entre 410 et 450°.

Ces alliages et quelques autres analogues, refroidis lentement jusqu'à — 165°, puis rapidement à — 189°, n'ont éprouvé, une fois ramenés à la température ordinaire, aucune variation de perméabilité, sauf une augmentation de 50 0/0 constatée sur l'alliage 33.

Les alliages de manganèse avec l'étain, l'antimoine et le bismuth

ne sont que très faiblement magnétiques ; leur étude dilatométrique a donné les résultats résumés dans le tableau ci-dessous :

TABLEAU D.

Composition approximative	Après une heure de chauffe à 515°, modifications permanentes	
	Dilatation linéaire	Diminution du poids spécifique
$SnMn^2$	0,33 0/0	0,98 0/0
$SnMn^3$	0,00	0,00
$SnMn^4$	0,64	1,93
$SnMn^6$	0,48	1,45
$SbMn^2$	0,15	0,44
$SbMn^4$	....	....
$BiMn^4$	1,65	4,98

EBERHARD KEMPKEN. — Experimentaluntersuchungen zur Konstitution permanenter Magnete (Recherches expérimentales sur la constitution des aimants permanents).

La force magnétomotrice reste constante quand on fait varier le champ de 170 0/0 en modifiant la résistance magnétique du circuit : mais le flux de force n'est pas constant.

M. LAMOTTE.

OTTO SCHÖNROCK. — Ueber die Breite der Spektrallinien nach dem Dopplerschen Prinzip (Sur la largeur des raies spectrales, d'après le principe de Doppler). — P. 995-1016.

Les molécules d'un gaz étant, d'après la théorie cinétique, animées de vitesses considérables, on devra, d'après le principe de Doppler, trouver dans un même rayon visuel tout un domaine de vibrations, même si tous les centres ont la même fréquence définie par la longueur d'onde λ_0 dans l'air. Mais ce principe n'est pas seul à intervenir, à cause des chocs qui se produisent entre les particules et des forces électriques en jeu. En utilisant la loi de distribution des vitesses de Maxwell, lord Rayleigh (1) a donné la valeur de l'intensité des vibrations voisines de λ_0 en fonction de la vitesse moyenne d'une

(1) *Phil. Mag.*, 5e série, t. XVII, p. 298 ; 1889.

molécule et de la différence de fréquence entre λ_0 et la radiation considérée. Cette intensité, maximum pour λ_0, décroît très vite et symétriquement de part et d'autre. Michelson (1) a appelé *demi-largeur* d'une raie la différence $\delta = \lambda_1 - \lambda_0$, λ_1 représentant la longueur d'onde pour laquelle l'intensité est réduite à la moitié de sa valeur ; il a établi une relation entre δ et la visibilité des interférences produites par deux faisceaux d'égale intensité et de différence de marche connue (conditions de son interféromètre) ; des mesures de visibilité, en prenant comme sources des tubes de Geissler contenant les substances à étudier et chauffés au besoin au moyen d'un bec Bunsen, lui ont alors permis de déterminer δ.

D'autre part, on peut calculer théoriquement la demi-largeur en appliquant la théorie cinétique à un gaz parfait, et l'on arrive ainsi à la relation :

$$\delta = A\lambda_0 \sqrt{\frac{T}{m}}, \tag{1}$$

où A est un nombre ; T, la température absolue ; m, la masse moléculaire du gaz.

Les résultats des expériences de Michelson sont suffisamment d'accord avec cette formule pour Zn, Hg, Cd, Tl, monoatomiques, mais ne le sont plus pour H, O, Na, diatomiques ; la concordance se rétablit si l'on substitue à m la masse atomique, ce qui semble indiquer que le support des centres d'émission est l'atome, et non la molécule. La relation modifiée a aussi donné des résultats satisfaisants pour Li, Mg, Fe, Ni, Ca, Cu, Pd, Ag, Au, Bi, étudiés encore par Michelson.

Cette équation a été également utilisée au calcul de la température absolue des centres d'émission, en partant de la demi-largeur observée ; les résultats paraissent acceptables.

Les mêmes principes appliqués à des expériences de Gehrcke (2) sur l'hydrogène, dans lesquelles la lumière était excitée par des oscillations électriques, ont donné des résultats acceptables, bien que ce mode d'excitation donne lieu à des élargissements de raies qui, interprétés par le principe de Doppler seul, conduiraient à des températures extraordinairement élevées.

---

(1) *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXXIV, p. 280 ; 1892 ; — *Astrophys. Journ.*, t. II, p. 251 ; 1895.

(2) *Verhandl. d. Deutschen Physikal. Gesellschaft*, t. VI, p. 344 ; 1904.

Erich REGENER. — Ueber die chemische Wirkung kurzwelliger Strahlung auf gasförmige Körper (Action chimique des radiations de faible longueur d'onde sur les corps gazeux). — P. 1033-1046 (Diss. inaug. de Berlin, 1905).

I. Warburg a suggéré que l'action ozonisante de la décharge silencieuse doit être d'ordre photochimique ou photocathodique ([1]), et Lenard ([2]) a mis en évidence l'action ozonisante de cette lumière. L'auteur recherche d'abord si elle n'exercerait pas une action destructive sur l'ozone.

L'ozonateur était formé d'un tube de quartz ouvert aux deux bouts, autour duquel était soudée une gaine également en quartz et munie d'un tube capillaire servant de manomètre à acide sulfurique; l'appareil était, pendant les expériences, entouré d'eau à température constante; on déduisait la teneur en ozone de l'ascension de l'acide sulfurique dans le tube. — La lumière ultra-violette était fournie par une étincelle soufflée éclatant entre deux pointes introduites dans l'intérieur du tube de quartz. La méthode consistait à ozoniser l'oxygène contenu dans la gaine en appliquant des électrodes convenables dans le tube et autour de la gaine, puis à faire éclater l'étincelle pendant un temps mesuré et à noter l'augmentation de volume du gaz.

On a aussi étudié l'action de la lumière sur l'oxygène pur.

Les radiations ultra-violettes exercent une action destructive d'autant plus marquée que l'ozone est plus concentré, tandis que leur action ozonisante décroît quand la concentration croît; quand ces actions antagonistes s'équilibrent, le pourcentage reste constant.

La longueur d'onde des radiations destructives est inférieure à 300 $\mu\mu$, car le verre les arrête [Meyer ([3]) a constaté l'existence d'une bande d'absorption de l'ozone pour $\lambda = 257$ $\mu\mu$]. Les radiations productrices d'ozone ont des ondes plus courtes, puisque l'absorption par l'oxygène ne commence qu'à 193 $\mu\mu$; et, de fait, l'auteur constate que la lumière ultra-violette qui a traversé une plaque de spath (absorbant les radiations au-dessous de 200 $\mu\mu$) n'a aucune action ozonisante. La concentration d'équilibre diminue quand la température s'élève, ce qui s'explique par la destruction spontanée de l'ozone.

([1]) Voir *J. de Phys.*, 4e série, t. II, p. 309 et 318; 1903; — t. III, p. 712 et 713; 1904.
([2]) *Ann. der Phys.*, t. I, p. 486; 1900.
([3]) *J. de Phys.*, 4e série, t. III, p. 220 et 335; 1904.

II. L'auteur, dans une deuxième partie, a constaté que les radiations ultra-violettes décomposent AzH^3, Az^2O et AzO.

La production constante de radiations ultra-violettes dans la décharge silencieuse conduit donc à leur attribuer, au moins en partie, les actions chimiques si variées réalisées par l'effluve.

W. ZERNOV. — Ueber absolute Messungen der Schalbintensitat (Sur les mesures absolues d'intensité du son). — P. 131-140.

Les méthodes proposées jusqu'ici sont : 1° celle du disque de Rayleigh (1), et la mesure de la pression des ondes [Rayleigh, Altberg (2)] qui peuvent donner des mesures absolues, quelle que soit la forme du mouvement vibratoire; 2° la méthode réfractométrique de Tœpler et Boltzmann, perfectionnée par Raps (3), et le manomètre à vibrations de Wien (4), qui ne s'appliquent, sous leur forme actuelle, qu'à l'étude de vibrations sinusoïdales. Le présent travail a pour objet la comparaison de la méthode de Wien et de la mesure de la pression de l'onde.

Le manomètre et l'appareil à mesurer la pression étaient installés côte à côte sur deux ouvertures circulaires pratiquées dans le fond supérieur d'un tuyau de 16 centimètres de diamètre excité par un diapason muni de sa caisse de résonance, dont l'ouverture faisait face à celle du tuyau ; le diapason, de 512 vibrations simples, était excité par un interrupteur à mercure à turbine, synchronisé par un diapason à curseur de 256 vibrations simples. Les petits miroirs, liés à la membrane du manomètre de Wien et à la plaque mobile de l'appareil mesureur de la pression (5), envoyaient dans deux lunettes voisines les rayons émis par le filament d'une lampe à incandescence ; les mesures se faisaient rapidement.

---

(1) Rayleigh, *Phil. Mag.*, t. XIV, p. 186; 1882; — *Scient. Papers*, t. II, p. 132; — W. König, *Wied. Ann.*, t. XLIII, p. 43; 1891.

(2) Rayleigh, *Phil. Mag.*, 6e série, t. X, p. 364; 1905; — Altberg, *J. de Phys.*, 4e série, t. II, p. 810; 1903.

(3) Tœpler et Boltzmann, *Pogg. Ann.*, t. XCLI, p. 321, 1870; — Raps, *Wied. Ann.*, t. L, p. 193; 1893.

(4) M. Wien, *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 835; 1889; — A.-G. Webster, *Phys. Rev.*, t. XVI, p. 248; 1903.

(5) Cette plaque, dans le plan même du fond, était soutenue par trois fils tendus et séparée du fond par une rainure de 0mm,5 de large obturée par de l'huile à machine très fluide ; en se déplaçant, elle faisait basculer un petit miroir dont l'inclinaison servait de mesure à la pression.

La densité d'énergie du mouvement vibratoire pouvait être déduite, d'une part, de la force de pression exercée sur la plaque mobile, et, d'autre part, de la pression d'eau capable de donner au rayon lumineux réfléchi sur le miroir du manomètre un déplacement angulaire correspondant à l'élargissement de l'image par la vibration; les formules nécessaires ont été données par lord Rayleigh (*loc. cit.*, p. 366) et par Tœpler et Boltzmann (*loc. cit.*, p. 343 et 444).

Conclusion : les forces de pression des ondes et les variations de la pression contre une paroi réfléchissante donnent des résultats concordants à 2 0/0 près.

P. Lugol.

T. XXI, n° 11 ; 1906.

H. SCHNELL. — Untersuchungen am Funkeninduktor mit Quecksilberunterbrecher (Expériences sur la bobine d'induction). — P. 1-23.

Les courbes de courant enregistrées par un oscillographe ont confirmé les théories d'Oberbeck et de Max Wien.

Sans condensateur, le courant primaire diminue progressivement; avec le condensateur de capacité suffisante, il se produit des oscillations.

Dans le secondaire, quand l'étincelle est courte (étincelle à auréole), le courant est de sens constant : l'intensité croît rapidement jusqu'à son maximum et subit ensuite des variations périodiques. A mesure qu'on allonge l'étincelle, le minimum des oscillations s'approche de plus en plus de zéro ; il atteint cette valeur et l'étincelle change de caractère (étincelle bleue); puis l'intensité oscille jusqu'au-dessous du zéro.

Ces changements s'expliquent par les variations de l'amortissement.

Lorsque le secondaire est ouvert, il se produit dans le primaire, après la rupture du courant, une oscillation de longue période et une autre de période plus courte, et dans le secondaire également deux autres synchrones, des précédentes. L'une correspond à la période propre du primaire, l'autre à celle du secondaire.

W. JAEGER. — Ueber das Drehspulengalvanometer (Étude du galvanomètre à cadre mobile). — P. 64-86.

En adoptant les notations suivantes :

S = la déviation en valeur absolue par unité C. G. S. d'intensité;

P = la déviation par unité C. G. S. de différence de potentiel;

D = le moment du couple directeur;

K = le moment d'inertie du cadre;

Λ_0 = le décrément logarithmique des oscillations en circuit ouvert;

T = π et τ = la période d'oscillation simple de l'équipage non amorti;

r = la résistance extérieure;

r_i = la résistance intérieure du galvanomètre;

ces caractéristiques de l'instrument sont liées par les relations :

$$S = \sqrt{\frac{2Tr}{D}} \cdot \frac{\alpha}{\beta} = \sqrt{\frac{2T^3 r}{K}} \cdot \frac{\alpha}{\beta},$$

$$P = \sqrt{\frac{2T}{rD}} \cdot \alpha\beta = \sqrt{\frac{2T^3}{rK}} \cdot \alpha\beta,$$

où :

$$\alpha = \sqrt{1 - \sqrt{\frac{\Lambda_0^2}{\pi^2 + \Lambda_0^2}}}. \qquad \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{r_i}{r}}}.$$

Par suite, pour une même valeur du couple directeur D, S est proportionnel à $\sqrt{r}\tau^2$ et P à $\frac{\tau^2}{\sqrt{r}}$.

La sensibilité maximum pour D = 0,5 était, en appelant φ la déviation pour un microvolt sur l'échelle placée à une distance égale à 2000 divisions :

14,3 $\sqrt{\tau}$ pour le galvanomètre à cadre mobile;
1,6τ^2 pour le galvanomètre à aimant mobile.

La sensibilité balistique $\int e dt$ en volts-seconde :

$$E = \frac{eT}{P} = 0,865 \frac{\tau}{P},$$

τ étant exprimé en secondes, et P rapporté au volt.

La sensibilité S ne suffit pas pour caractériser un galvanomètre à cadre mobile, parce qu'une grande sensibilité est liée souvent à une grande valeur de la résistance extérieure, ce qui rend l'instrument inutilisable pour un grand nombre d'applications.

E. ANGERER. — Bolometrische Untersuchungen über die Energie der X Strahlen (Etude de l'énergie des rayons X à l'aide du bolomètre). — P. 87-117.

Les rayons X sont reçus sur un bolomètre double B_1 formant l'une des branches d'un réseau de Wheatstone dont la branche adjacente est formée par un bolomètre identique, B_2. Ce dernier est protégé contre le rayonnement par un écran de plomb. On compense l'effet de l'échauffement du bolomètre B_1 en faisant passer dans le bolomètre B_2 les courants de décharge d'un condensateur. Le choix de cette forme de courant a pour but d'obtenir un dégagement de chaleur intermittent analogue à celui que produisent les rayons X. La durée d'émission de ces rayons par l'anticathode varie entre 1/10000 et 1/125000 de seconde, et deux émissions sont séparées par un intervalle de temps environ cent fois plus grand. En admettant que l'énergie émise se transforme instantanément en chaleur lors de l'absorption, la perte due au rayonnement du bolomètre sera plus grande que si l'émission était continue. Cette différence se traduit déjà par une différence de 7 0/0 entre le coefficient de conductibilité extérieure mesuré à l'aide de courants sinusoïdaux et ce coefficient mesuré à l'aide de courants continus.

On fait varier l'intensité moyenne du courant et, par suite, l'effet calorifique en modifiant la capacité du condensateur ; l'intensité moyenne est proportionnelle à cette capacité.

En même temps on a mesuré la charge des rayons par la méthode de Curie et Sagnac.

D'après les dimensions du bolomètre et en admettant que les rayons X sont émis uniformément par un point de l'anticathode dans tout l'espace antérieur, le bolomètre recueille environ 1/36 du rayonnement total.

La quantité totale d'énergie envoyée par chaque émission serait de :

0,0675 calorie-milligramme.

La durée de l'émission a été approximativement mesurée en impressionnant une pellicule fixée à un disque tournant rapidement par

les rayons qui traversaient une fente : elle est d'environ $5 . 10^{-7}$ seconde. Une émission continue fournirait donc par seconde :

0,135 petite calorie.

En enfermant le tube de Crookes dans un calorimètre, on peut mesurer la quantité d'énergie électrique qui s'y trouve transformée en chaleur. Le rendement du tube, c'est-à-dire la fraction de cette énergie qui se retrouve dans le rayonnement, est très faible : 1 à 2 dix-millièmes; il augmente un peu quand on fait croître l'intensité du courant.

Pour déterminer la charge à laquelle les rayons peuvent communiquer à une lame isolée, on la compense par l'électrisation produite par un quartz piézo-électrique. Cette charge est proportionnelle à la quantité d'énergie mesurée par le bolomètre.

Très souvent, il se produit lors d'une interruption du courant primaire dans la bobine deux émissions de rayons X séparées par un intervalle de temps mesurable.

G. MELANDER. — Ueber der Erregung statischer elektrischer Ladungen durch Wärme und Bestrahlung (Sur la production de charges électrostatiques par la chaleur et les radiations). — P. 118-122.

Des morceaux de paraffine, de caoutchouc, de cire à cacheter, exposés au soleil, ont pris une forte charge négative : un disque d'ébonite, une charge négative aussi, mais plus faible. Un bâton de verre s'est électrisé positivement, aussi bien sur la moitié polie que sur la moitié dépolie.

L'auteur pense que la charge négative du sol pourrait s'expliquer par un effet de ce genre.

P. DRUDE. — Beinflussung einer Gegenkapazität durch Annäherung an Erde oder an dere Leiter (Influence du voisinage du sol ou d'autres conducteurs sur la capacité de compensation). — P. 123-130.

Dans un travail précédent (1), Drude indiquait comment on peut calculer une capacité propre à compenser celle de l'antenne. Quelques objections ont été formulées contre ses conclusions :

(1) *J. de Phys.*, 4e série, t. II, p. 844; 1903.

notamment que la résonance entre le primaire et le secondaire pouvait être altérée quand la hauteur de cette capacité au-dessus du sol varie.

Pour répondre à ces objections, Drude avait entrepris des expériences qui ont été interrompues par sa mort. Il déterminait la résonance entre un circuit primaire et un circuit secondaire muni d'une double antenne conique dont la moitié inférieure était à quelques centimètres du sol. Or les conditions de résonance étaient les mêmes, que l'indicateur fût relié à la partie supérieure ou à la partie inférieure de l'antenne. La mise au sol de l'antenne provoquait seulement un affaissement des oscillations.

Si la partie inférieure de l'antenne est formée par une plaque métallique d'assez grandes dimensions (40×40^{cm}), et qu'on approche de celle-ci une autre plaque reliée au sol, la distribution de la force électrique devient dissymétrique.

R. THOLDTE. — Ueber die durch einen mechanischen Einfluss herbeigeführte Leitungsfähigkeit des Kohärers (Conductibilité du cohéreur provoquée par une action mécanique). — P. 155-170.

Le cohéreur se trouve dans un circuit où la force électromotrice est inférieure à la force de potentiel critique. Il est formé de deux tiges d'aluminium s'appuyant légèrement l'une sur l'autre : l'une est portée par un ressort et, à l'aide d'une vis micrométrique, on peut régler la pression.

Le cohéreur devient conducteur sous l'influence des vibrations mécaniques produites par un choc contre les supports ou par un diapason appuyé sur la table; les vibrations transmises par l'air n'exercent aucune action. Selon l'intensité du courant, il faut un choc plus ou moins fort pour produire la conductibilité maximum, et celle-ci peut résister ensuite à une série de nouvelles secousses. Lorsque l'expérience a été répétée plusieurs fois, le cohéreur devient moins sensible : il se fatigue, acquiert moins aisément la conductibilité et la perd moins facilement.

Lorsque les surfaces en contact ont été dégraissées à l'éther, le cohéreur est conducteur et conserve la même conductibilité, quelle que soit l'intensité du courant.

Si on examine au microscope la surface des contacts, après une expérience, on observe une tache brune très peu adhérente, que le

cohéreur ait été rendu conducteur par des vibrations mécaniques ou des ondes électriques. Cette tache a l'aspect du charbon en couche très mince. M. Thöldte pense que cette tache provient de la carbonisation de la couche de matières grasses adhérentes à la surface du métal, provoquée par de petites décharges locales, et attribue à cette carbonisation la conductibilité acquise par le cohéreur.

M. LAMOTTE.

T. XXI. — N° 12.

M. TŒPLER. — Zur Kenntniss der Gesetze der Gleitfunkenbildung (Étude des lois de formation des étincelles traînantes). — P. 193-223.

Aux deux pôles d'une machine à influence de seize plateaux sont reliées les armatures internes de deux condensateurs C_1, C_2, d'une capacité de 8.10^4 centimètres environ. En dérivation sur les conducteurs se trouve un exploseur à boules P.

Les armatures externes sont réunies par une résistance d'eau distillée W d'environ 3.10^6 ohms. G est une lame de verre sur la face inférieure de laquelle est collée une lame de clinquant : P_1 et P_2 sont les pôles de l'étincelle. Quelle que soit la lame de verre employée, la bande de clinquant a toujours la même largeur, 2 centimètres.

Pendant que les condensateurs se chargent lentement par le jeu de la machine, il ne peut se produire de différence de potentiel appréciable entre P_1 et P_2.

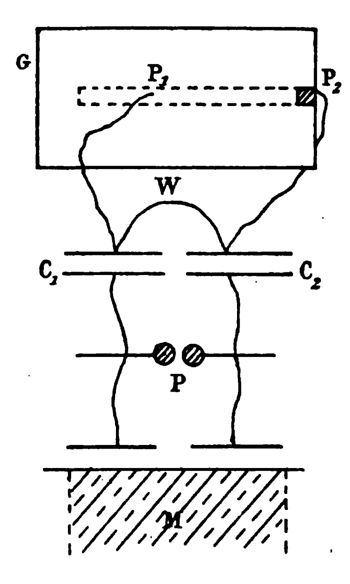
Si une étincelle éclate en P, brusquement il s'établit entre ces pôles une différence de potentiel à peu près égale en valeur absolue à celle qui existait immédiatement avant l'explosion entre les boules de l'exploseur, mais en sens contraire. La longueur de l'étincelle P donne une mesure de cette différence de potentiel. Il en résulte que la lame de verre se charge à partir de P_1 autour de ce pôle : de P_1 partent deux aigrettes planes, l'une dirigée vers P_2, l'autre en sens contraire. Quand l'aigrette traînante P_1P_2 atteint P_2, il éclate une étincelle bruyante et éblouissante par laquelle se déchargent les batteries C_1, C_2.

Les étincelles seront dites positives quand P_1 est l'anode, négatives quand P_2 est la cathode.

La longueur maximum des étincelles positives croît d'abord len-

tement, puis tout d'un coup la variation devient plus rapide : la courbe présente un point anguleux. Ce point anguleux ne se retrouve pas dans les courbes relatives aux étincelles négatives.

En moyenne, les étincelles positives sont plus longues sur une lame de verre mince, les étincelles négatives plus longues sur une lame épaisse.



L'aigrette traînante positive a un seul tronc : l'aigrette négative a un tronc ramifié ; en général, les aigrettes à tronc unique sont plus longues que les autres.

En saupoudrant légèrement la lame de verre d'un mélange de soufre et de minium, on ne modifie pas la longueur de l'étincelle ou de l'aigrette, et on obtient des figures de Lichtenberg, qui permettent de suivre leur développement.

L'observation de ces figures confirme ce que fait prévoir l'allure des courbes signalée ci-dessus : suivant la grandeur de la différence de potentiel P, il se produit deux formes de décharge.

Lorsque P est faible et établie brusquement, la figure de Lichtenberg autour de P_1 a la forme d'un ovale d'autant plus allongé dans la direction P_1P_2 que P est plus grand; c'est l'aigrette ordinaire.

Lorsque P devient plus grand, on obtient l'aigrette traînante, et

c'est seulement pour les grandes valeurs de P que les ramifications latérales apparaissent.

Dans l'air, la longueur et la largeur de l'aigrette varient à peu près proportionnellement à la différence de potentiel et ne dépendent guère de l'épaisseur de la lame. La longueur de l'étincelle ou de l'aigrette traînantes est proportionnelle à la quatrième puissance de la différence de potentiel ; le facteur de proportionnalité dépend de la capacité de la lame par unité de surface.

Le rapport de la surface chargée par le tronc de l'aigrette traînante partant du pôle P_1 au carré de la longueur de l'aigrette décroît quand cette dernière augmente, mais ne dépend guère de la lame.

On peut obtenir une figure de Lichtenberg qui représente l'état de l'aigrette à une phase quelconque de sa formation en supprimant l'afflux d'électricité à ce moment. A cet effet, on choisit pour la distance P_1P_2 une longueur inférieure à la longueur maximum d'étincelle qui correspond à la différence de potentiel employée. De P_1 part une aigrette dirigée dans les deux sens, l'une vers P_2, l'autre du côté opposé : quand la première atteint P_2, les condensateurs se déchargent par une bruyante étincelle, ce qui arrête le développement de l'aigrette rétrograde. Les contours sont aussi nets que dans l'aigrette non interrompue, mais les détails intérieurs sont déformés.

En éclairant l'onde sonore produite par l'étincelle P au moyen de l'étincelle traînante qui se produit un instant après, on peut mesurer cette onde par la méthode des stries et de la vitesse connue du son, déduire la durée des aigrettes directe et rétrograde. Cette durée totale est presque toujours inférieure à 10^{-5} seconde.

La vitesse d'accroissement d'une aigrette traînante est constante à très peu près jusqu'à ce qu'elle ait atteint sa longueur maximum ; elle décroît ensuite très vite : sa valeur dépend, d'ailleurs, de la différence de potentiel et de la lame de verre ; elle est de l'ordre de 1 centimètre en 10^{-7} seconde.

Dans le tronc de l'aigrette, pendant sa formation, le produit de la résistance r par la quantité d'électricité écoulée est constant :

$$Er = 0{,}8\ 10^{-3} \text{ ohm-coulomb.}$$

Cette constante paraît indépendante de l'épaisseur de la lame et de la différence de potentiel, des aspérités du verre, de l'eau ou des poussières qui le recouvrent.

Il est donc fort probable que la décharge lumineuse est entièrement localisée dans l'air.

G. HOFFMANN. — Diffusion von Thorium X (Diffusion du thorium X). P. 239-269.

Deux dissolutions de nitrate de thorium, de concentrations différentes, sont superposées dans un cristallisoir. Pour assurer la séparation nette des deux liquides, on leur a ajouté une certaine quantité de gélatine. Un courant d'air humide passe au-dessus de la dissolution et entraîne une quantité d'émanation proportionnelle à la concentration du thorium X dans la couche superficielle. On mesure l'ionisation de cet air en compensant le courant de saturation qui le traverse sous une force électromotrice donnée par l'électrisation transportée par des gouttes liquides se succédant régulièrement.

La valeur trouvée pour le coefficient de diffusion du thorium X à 10° est :

$$K = 0,504 \pm 0,015.$$

W. HOLTZ. — Erscheinungen, wenn man Ströme durch schwimmende Goldflitter schickt (Phénomènes observés quand on fait passer un courant dans des feuilles d'or flottantes). — P. 390-392.

Quelques feuilles d'or sont agitées dans l'eau d'une capsule jusqu'à ce qu'elles soient réduites en menus fragments. La capsule a environ 6 centimètres de diamètre et la hauteur du liquide est de 2 centimètres. Dans l'eau on plonge deux électrodes reliées à une batterie d'accumulateurs de 70 volts : ces électrodes sont écartées de 3 à 4 centimètres et plongent de 2 ou 3 millimètres.

Les feuilles d'or sont bientôt en partie brûlées, parce qu'elles se rassemblent entre les électrodes et forment des ponts conducteurs. Puis ce phénomène, d'ailleurs de très courte durée, cesse quand il s'est formé un espace libre autour de l'anode, tandis que les fragments d'or peuvent rester en contact avec la cathode et former une électrode de large surface. Si on les écarte avec les doigts, ils ne tardent pas à se réunir de nouveau.

Dans l'alcool, tous les fragments tombent d'abord au fond : il faut remuer pour les mettre en suspension ; ils brûlent encore en

partie, mais ils restent aussi en contact avec l'anode comme avec la cathode, en moins grand nombre cependant.

Parfois il se forme un filament, dont l'une des extrémités vient s'attacher à l'électrode, tandis que l'autre communique avec les fragments rassemblés au fond et par eux avec l'autre électrode. Ce filament est parcouru par un courant relativement intense, car il est dévié par un aimant. Ces filaments se forment plus aisément à l'anode qu'à la cathode.

N° 13.

W. EINTHOVEN. — Weitere Mitteilungen über das Saitengalvanometer. Analyse der Saitengalvanometrischen Kurven. Masse und Spannung des Quarzfadens und Widerstand gegen Fadenbewegung [Le galvanomètre à corde (*suite*). Analyse des courbes. Masse et tension du fil de quartz : amortissement]. — P. 483-515 et 665-701 (1).

Longue étude des mouvements du fil de quartz qui constitue le galvanomètre et des courbes obtenues en photographiant ces mouvements.

A. EINSTEIN. — Ueber eine Methode zur Bestimmung des Verhältnisses der transversalen und longitudinalen Masse des Elektrons (Methode pour déterminer le rapport de la masse longitudinale et de la masse transversale de l'électron). — P. 583-587.

Lorsque les électrons ne sont soumis à aucune autre force que les forces électrostatiques, et que leur vitesse initiale est nulle, la trajectoire reste la même et seule la vitesse devient n fois plus grande quand on suppose toutes les forces électrostatiques multipliées par n^2. La trajectoire n'est modifiée que si la vitesse des électrons est telle que le rapport de la masse longitudinale à la masse transversale diffère notablement de 1. En choisissant un dispositif tel que les rayons cathodiques suivent une trajectoire fortement courbée, une légère différence du rapport des masses avec l'unité aurait déjà une influence appréciable sur la forme de la trajectoire.

(1) Cf. *J. de Phys.*, 4e série, III, p. 369 et 865 ; 1904 ; IV, p. 704 ; 1905.

Cl. SCHAEFER et M. LANGWITZ. — Ueber die bei Reflexion elektrischer Wellen an Hertzschen Gittern auftretenden Phasenverluste (Perte de phase dans la réflexion des ondes électriques sur les réseaux de Hertz). — P. 587-594.

Des ondes électriques planes se réfléchissent sur un miroir formé de deux moitiés dont l'une peut se déplacer parallèlement à elle-même. Il est ainsi possible de donner une différence de marche aux ondes réfléchies sur les deux moitiés du miroir.

L'intensité de ces ondes présente des maximums et des minimums quand on fait varier la distance des deux miroirs. De cette distance, de l'angle d'incidence et de l'écart entre les maximums et les minimums, on peut déduire la longueur d'onde.

En remplaçant l'un des réflecteurs par un réseau et répétant l'expérience, on peut vérifier si la différence de phase provoquée par la réflexion est la même.

Toutes les expériences ont mis en évidence une perte de phase : mais la grandeur de cette perte de phase α n'est pas liée au rayon r des fils et à leur écartement a par la formule théorique de J.-J. Thomson :

$$\alpha = -\frac{2\alpha}{\pi} \log \text{nép} \; 2 \sin \frac{\pi r}{a}.$$

Cette formule se vérifie seulement quant au sens dans lequel α varie avec a.

J. GRECHT. — Strahlungsenergie von Radium (Energie rayonnée par le radium). — P. 595-601.

La chaleur dégagée par le radium augmente de 10 0/0 quand il est enfermé dans une enveloppe de plomb de $2^{mm},9$ d'épaisseur, et n'augmente plus quand on fait croître cette épaisseur. On a donc retenu dans le plomb toute l'énergie absorbable. La quantité de chaleur fournie en une heure par 1 gramme de radium est de 122 cal.-gr. Si on suppose que la vitesse des rayons β est $2,5 \, . \, 10^{10} \, \frac{\text{cm.}}{\text{sec.}}$, la masse de ces particules sera :

$$\frac{2 \times 12,2 \times 4,18 \, . \, 10^7}{(2,5 \, . \, 10^{10})^2} = 1,6 \; 10 \; \frac{\text{gramme}}{\text{heure}}.$$

N° 14.

H.-W. SCHMIDT. — Ueber den Zerfall von Radium A, B und C (Décomposition des radiums A, B et C). — P. 609-665.

La matière active est répandue en couche extrêmement mince sur une feuille de cuivre ou d'aluminium. Ces feuilles sont disposées à la place du couvercle sur l'appareil de déperdition et on peut interposer entre la matière active et l'électroscope des filtres d'aluminium d'épaisseur variable (0,003, 0,095, 0,507, 1,010 et 2^{mm},028). On mesure ainsi l'ionisation provoquée par les rayons dans l'air qu'ils traversent. Il est probable que cette ionisation est proportionnelle à l'énergie absorbée par l'air : mais, sauf pour les rayons α, nous ne savons pas jusqu'ici comment cette énergie est liée à l'énergie totale. D'autre part, les conditions expérimentales ne sont pas aussi simples que dans les mesures de l'absorption optique, parce que les rayons traversent le filtre dans toutes les directions et, par suite, des épaisseurs très variables.

Il faut tenir compte également des transformations rapides de la matière active par lesquelles l'activité diminue. De plus, cette matière est formée de trois éléments, RaA, RaB, RaC, dont les proportions relatives varient, suivant une loi compliquée, avec le temps pendant lequel la substance a été exposée à l'action de l'émanation et avec le temps écoulé depuis la fin de cette activation. On peut isoler ces trois éléments ; mais RaA et RaB se transforment avec une telle rapidité qu'on n'obtiendrait quand même jamais sans le rayonnement propre à RaA et à RaB. Cette difficulté n'existe pas avec RaC, parce que le radium D qui résulte de sa transformation se décompose assez lentement pour qu'il n'y ait pas à tenir compte de son émission.

Émission α et β du radium C. — Le radium C est précipité sur une lame de cuivre par le procédé de von Lerch. Cette lame est plongée dans la dissolution obtenue en faisant bouillir dans l'acide chlorhydrique un fil de platine activé par un séjour de trois heures dans un vase au fond duquel était une solution d'un sel de radium : ce fil était maintenu à un potentiel de — 4000 volts. La lame de cuivre était plongée dans cette dissolution refroidie quarante minutes après la fin de l'activation et y restait dix minutes.

Les mesures de déperdition avec les filtres de différentes épaisseurs sont rapportées à une mesure faite avec un filtre d'épaisseur constante (filtre étalon).

Pour tenir compte de la variation d'activité pendant la durée des expériences, on fait à plusieurs reprises une mesure avec le filtre normal : pour les époques intermédiaires, on détermine l'activité par une interpolation graphique. La déperdition varie en fonction du temps suivant une exponentielle simple.

Comme les intensités du rayonnement varient de 1 à 10 000, on ne peut employer toujours la même feuille comme filtre normal. On en prend plusieurs d'épaisseurs différentes et on raccorde par des expériences faites dans les mêmes conditions sur deux filtres dont les épaisseurs se suivent.

Quand on augmente peu à peu l'épaisseur du filtre en superposant un nombre croissant de feuilles d'aluminium, la courbe de l'intensité présente un point anguleux pour une valeur déterminée de l'épaisseur : c'est que tous les rayons α sont alors arrêtés. Tous ont, en effet, le même pouvoir ionisant et le même pouvoir pénétrant. Il ne reste plus alors que les rayons β, dont on peut déterminer l'absorption.

Mais ce n'est que par extrapolation qu'on peut en déduire leurs propriétés avec les filtres de moindre épaisseur, et une telle extrapolation est toujours arbitraire. Mais c'est ici le seul moyen que nous ayons de déterminer l'action des rayons α, en déduisant de l'action totale celle des rayons β, calculée par cette extrapolation.

Émission simultanée de Ra B *et de* Ra C. — Dans ce cas, la forme de la courbe d'extinction dépend de l'épaisseur du filtre et la méthode du filtre étalon n'est plus applicable. Le corps activé porte trois éléments radioactifs dont l'intensité de radiation est fonction non seulement de l'épaisseur du filtre, mais de la durée de l'activation et de celle de l'observation. On peut, par le calcul, déterminer la part afférente à chacun d'eux. On trouve qu'au bout de trente minutes le radium A a disparu (à un millième près), et pratiquement on n'a plus à en tenir compte.

Le rapport entre les intensités de Ra B et de Ra C ne devient constant qu'au bout d'un temps très long.

On retrouve sur les courbes représentant l'intensité en fonction de l'épaisseur des filtres le point anguleux correspondant à l'absorption complète des rayons α du Ra C.

L'intensité passe par un maximum au bout d'un temps d'autant plus long que l'épaisseur du filtre est plus grande. Les résultats des expériences s'accordent avec ceux de la théorie fondée sur les deux hypothèses que seul le Ra A se dépose sur le corps activé et que Ra A se transforme successivement en Ra B et Ra C.

Rayons α de Ra C *et de* Ra A. — L'influence des rayons α de Ra A se fait sentir seulement quand le filtre est de très faible épaisseur. Les rayons α, aussi bien ceux de Ra A que ceux de Ra C, perdent leur effet ionisant quand ils ont traversé une épaisseur d'aluminium de $0^{mm},0255$ ou de $0^{mm},0372$.

Déviation magnétique des rayons de Ra B. — Les rayons de Ra B subissent sous l'influence du champ magnétique une déviation plus grande que celle des rayons de Ra C : ils ont donc une vitesse plus faible. D'après le sens de cette déviation, ils sont formés de corpuscules d'électricité négative.

Absorption des rayons β et γ. — Les rayons β de Ra C sont absorbés par les filtres dont l'épaisseur dépasse 1 millimètre suivant une loi exponentielle simple : au-dessous de cette limite, le coefficient d'absorption augmente. A partir d'une certaine épaisseur, les rayons de Ra B sont aussi absorbés suivant une loi exponentielle, mais ils sont très peu pénétrants : il y a lieu d'admettre que ce sont des rayons β.

L'ensemble des observations s'explique en admettant que les rayons du Ra B et les rayons β du Ra C sont constitués par des groupe de rayons, trois pour le premier, deux pour le second, dont chacun est absorbé suivant une loi exponentielle simple.

Les formules qui représenteraient l'absorption seraient, pour les rayons de Ra B :

$$I_B = 1.100e^{-890d} + 88e^{-80d} + 2,5e^{-13 \cdot 1d},$$

et pour les rayons β de Ra C :

$$(I_c)_\beta = 49e^{-53d} + 25e^{-13 \cdot 1d}.$$

Ceux des rayons de Ra B qui possèdent le coefficient d'absorption 80 sont des rayons β qui, d'après la grandeur de leur déviation magnétique, ont une vitesse moindre que les rayons β du Ra C. Les autres sont sans doute aussi des rayons β.

La loi exponentielle à laquelle obéit l'absorption des rayons β ne peut s'expliquer par une même perte de vitesse subie par un ensemble

de rayons homogènes. Une explication plus satisfaisante consiste a supposer qu'une épaisseur de matière déterminée anéantit toujours une même proportion du rayonnement, laissant passer le reste sans altération.

Le RaB n'émet pas de rayons γ pénétrants, du moins en quantité appréciable dans les expériences actuelles.

F. KRÜGER. — Oszillatorische Entladung polarisierter Zellen (Décharge oscillante des voltamètres polarisés). — P. 701-753.

Si on laisse de côté les électrodes qui se recouvrent d'oxyde ou d'autre matière peu conductrice, on peut distinguer trois groupes de voltamètres d'après la manière dont ils se comportent vis-à-vis d'un courant alternatif :

1° La capacité de polarisation est indépendante de la fréquence et ne produit aucune différence de phase : on peut l'expliquer par l'existence d'une couche double à la surface de séparation de l'électrode et de l'électrolyte, ou par l'accumulation superficielle du sel métallique dissous sur l'électrode ;

2° La capacité de polarisation dépend de la variation de concentration et de la diffusion du sel dissous dont le cation est le métal de l'électrode. Si la diffusion joue le rôle prépondérant, la capacité est inversement proportionnelle à la racine carrée de la fréquence et la différence de phase est de 45°. L'influence de la couche double est négligeable vis-à-vis de celle de la diffusion ;

3° Si le sel est peu dissocié et la concentration très grande, la variation de concentration du sel, quand le courant est faible, ne produit qu'une polarisation inappréciable : mais la polarisation devient sensible si la dissociation de la partie non dissociée est trop lente vis-à-vis de la fréquence du courant pour empêcher une variation de la concentration des ions. La capacité est alors inverse de la fréquence et de la différence de phase.

En appliquant à chacun de ces cas limités la théorie des oscillations, on trouve que :

Si la polarisation n'est due qu'à la diffusion ou à la variation de concentration, le courant de charge (ou de décharge) est formé d'un courant apériodique auquel se superpose une oscillation. Cette oscillation doit exister toujours, si grande que soit la résistance du

circuit : mais elle s'amortit trop rapidement pour être décelée par nos procédés actuels. Pratiquement le courant est donc apériodique.

Lorsque la polarisation résulte de la présence de la couche double ou de l'accroissement de la densité superficielle du sel sur l'électrode, les équations du courant sont identiques à celles du courant dans les circuits de condensateur ordinaires et les oscillations doivent se produire dans les mêmes conditions que pour ces derniers.

Si la diffusion et la couche double interviennent simultanément, l'équation complète de la décharge comprend trois termes : l'un apériodique, les deux autres oscillants. Quand l'influence de la diffusion est prépondérante, la décharge est pratiquement apériodique, les autres termes s'amortissant en un temps très court. Si l'influence de la couche double l'emporte, il se produit deux oscillations dont l'une s'amortit assez vite pour être négligée. La décharge, oscillante quand la self-induction du circuit est faible, tend à devenir apériodique quand la self-induction augmente. L'accroissement de self-induction, en allongeant la période, favorise l'action de la diffusion sur l'amortissement.

Les expériences vérifient ces prévisions théoriques.

Des électrodes en mercure dans l'acide sulfurique saturé de sulfate mercureux réalisent les conditions où la polarisation ne résulte que de la diffusion.

Des électrodes de mercure dans le sulfure de sodium saturé de sulfure de mercure se polarisent indépendamment de la diffusion.

L'influence de la diffusion est très réduite aussi avec les électrodes de platine plongées dans l'acide chlorhydrique : les courbes de décharge sont aussi régulières que celles obtenues avec un circuit métallique. Les électrodes de palladium fournissent des résultats analogues.

Les courbes de décharge ont été obtenues par points à l'aide d'un pendule interrupteur de Helmholtz.

P. DRUDE. — Ueber elektrische Schwingungen (Sur les oscillations électriques). P. 832-845.

Rapport préparé par l'auteur pour la réunion des naturalistes et médecins allemands de 1906, publié d'après ses notes.

G. van DIJK. — Das elektrochemische Alquivalent des Silbers (Équivalent électrochimique de l'argent). — P. 845-847.

Dans les voltamètres où l'anode est enveloppée de papier à filtrer, le dépôt d'argent est, pour la même quantité d'électricité, plus grand quand l'électrolyse est de longue durée.

N° 15.

R. POHL. — Ueber Zersetzung von Ammoniak und Bildung von Ozon durch stille Entladung (Décomposition de l'ammoniaque et formation de l'ozone par la décharge silencieuse). — P. 879-901.

Ni l'une ni l'autre de ces réactions n'obéissent à la loi de Faraday : les quantités d'électricité correspondant soit à la décomposition de l'ammoniaque, soit à l'ozonisation de l'oxygène sont souvent beaucoup plus faibles que ne l'exige la loi de l'électrolyse.

Elles dépendent des conditions expérimentales et varient entre 1950 et 6000 coulombs par molécule d'ammoniaque, entre 360 et 1000 coulombs par molécule d'oxygène transformée en ozone. Le rendement, ou quantité d'ammoniaque ou d'oxygène transformée par le courant, augmente avec la pression et avec la vitesse d'accroissement du potentiel ; il diminue quand croissent l'humidité du gaz, le potentiel et la densité du courant.

Le rendement industriel, c'est-à-dire la quantité d'ammoniaque ou d'oxygène transformée par une dépense d'un cheval-heure, est toujours plus grand quand le potentiel est faible, la pression élevée et la surface de l'ozoniseur grande. Il passe par un maximum très accusé pour un potentiel assez bas, 6500 volts environ.

Chr. JENSEN. — Durch Radium-bez. Röntgenstrahlen hervorgernfene Münzabbildungen (Images de médailles par les rayons du radium et les rayons de Röntgen). — P. 901-902 (1).

Les pièces de monnaie sont placées sur une plaque sensible et exposées aux radiations du bromure de radium. On obtient sur le négatif l'image en noir sur fond clair de l'empreinte de la pièce du

(1) Cf. Petri, *J. de Phys.*, 4e série, t. IV, p. 785 ; 1905.

côté qui est en contact avec la couche sensible. Pour rechercher l'influence possible des différences d'épaisseur et de forme, l'auteur a fait des expériences comparatives avec des blocs de métal ; ces blocs présentent une cavité cylindrique du côté par lequel ils reposent sur la plaque, et de l'autre une saillie dont l'épaisseur compense celle de la cavité. Sur le négatif, la cavité se dessine en sombre.

Les phénomènes paraissent dus aux différences des chemins que parcourent dans le métal les rayons primaires du radium et les rayons secondaires du métal.

K.-E. GUTHE. — Eine Neubestimmung elektrischer Einheiten im absoluten Masse (Détermination nouvelle des unités électriques du système absolu). — P. 913-929.

L'intensité d'un courant est mesurée à l'aide d'un électro-dynamomètre absolu, avec fil de torsion : on compare la différence de potentiel produite entre les bornes d'une résistance étalon à la force électromotrice d'une pile étalon, au moyen d'un potentiomètre.

La détermination de cette force électromotrice est donc affectée de l'erreur qui atteint la valeur de l'ohm absolu.

Les résultats sont les suivants :

Elément Weston au cadmium	sulfate de cadmium préparé par	voie électrolytique 1v,01847 à 20°
		— chimique.... 1 ,01877 —
Elément Lat. Clark	sulfate mercureux	— électrolytique 1 ,43300 à 15°

G. SCHULZE. — Ueber das Verhalten von Aluminium-Anoden (Propriétés des anodes en aluminium). — P. 929-954.

Ces expériences ont été effectuées avec un courant continu et une densité de courant constante sur l'anode : le voltamètre est maintenu à une température comprise entre — 2° et + 5°, intervalle dans lequel le phénomène est pratiquement indépendant de la température. On mesure la capacité de l'anode recouverte de la couche qui s'est formée dans l'électrolyse à l'état humide et à l'état sec.

La force électromotrice de polarisation augmente d'abord à peu près proportionnellement au temps : puis la courbe présente un coude prononcé et devient asymptote à une valeur limite. Il se produit alors un flux très vif d'étincelles entre l'électrolyse et l'aluminium, à travers la couche solide qui recouvre le métal.

Lorsque la densité du courant est faible, la chute de potentiel dans le voltamètre est proportionnelle à cette densité : si celle-ci est plus grande, la chute de potentiel devient indépendante de sa valeur. Ces propriétés rappellent celles des gaz traversés par un courant non autonome ou autonome.

Il est donc vraisemblable que le phénomène est provoqué par la formation non pas de la croûte solide, mais d'une couche diélectrique beaucoup plus mince, formée sans doute de gaz.

La chute de potentiel et l'épaisseur de cette couche active tendent vers une valeur limite caractéristique de l'électrolyte, tandis que l'épaisseur de la croûte croît constamment avec la quantité d'électricité qui a traversé le voltamètre. L'épaisseur de la couche active et la chute de potentiel augmentent, dans quelques électrolytes, après la suppression du courant, tandis que la croûte solide est insoluble dans ces électrolytes.

La loi qui relie la chute de potentiel à l'épaisseur de la couche active est la même, quel que soit l'électrolyte employé.

Il semble donc que la croûte solide n'a d'autre rôle que de favoriser la formation de la couche gazeuse, mais il reste à expliquer pourquoi l'épaisseur de cette dernière atteint une valeur limite caractéristique de l'électrolyte, ainsi que la chute de potentiel.

Edna Carter. — Ueber das Verhältnis der Energie der Röntgenstrahlen zur Energie der erzeugenden Kathodenstrahlen (Rapport entre l'énergie des rayons de Röntgen et l'énergie des rayons cathodiques qui les produisent). — P. 955-972.

Pour mesurer la quantité de chaleur apportée par les rayons cathodiques à l'anticathode, celle-ci forme le fond d'un tube de verre qui sert de calorimètre. La différence de potentiel entre les électrodes du tube de Crookes est évaluée d'après les longueurs d'étincelle obtenues sur deux exploseurs à boules placés en dérivation sur le tube.

L'énergie des rayons de Röntgen est mesurée par la quantité de chaleur qu'ils cèdent à un bolomètre.

Les rayons secondaires sont produits par une lame de métal enfermée dans un tube de verre où le vide a été fait jusqu'à ce que la décharge ne puisse plus le traverser. La lame est reliée à l'une des paires de quadrants d'un électromètre de Dolezalek et avec un con-

densateur de 10 centimètres de capacité, l'autre paire de quadrants communique avec le sol.

Les déviations de l'électromètre, qui mesurent la quantité d'électricité produite dans le tube secondaire, sont proportionnelles à celles du bolomètre. Comme l'emploi de l'électromètre est plus simple, il a servi à la plupart des expériences, les mesures bolométriques servant de contrôle.

Le rapport de l'énergie des rayons de Röntgen à celle des rayons cathodiques est indépendant de l'intensité du courant primaire dans la bobine d'induction : il est indépendant de la nature et de la fréquence de l'interrupteur et est aussi le même quand on emploie la machine à influence. Il est proportionnel à la différence de potentiel entre les électrodes du tube de Crookes. Il varie avec la nature du métal qui forme l'anticathode et est, en général, plus grand avec les métaux de poids atomique plus élevé.

J. FRANCK. — Ueber die Beweglichkeit der Ladungsträger Spitzenentladung (Mobilité des véhicules électriques dans la décharge par les pointes). — P. 972-1001.

Dans la première série d'expériences, la décharge ne se fait pas, à proprement parler, par une pointe, mais entre la surface d'un cylindre de métal et celle d'un fil de platine très fin ($0^{mm},05$) tendu suivant l'axe de ce cylindre. Le potentiel varie alors le long d'un rayon du cylindre suivant une loi logarithmique.

On peut alors déterminer la vitesse des ions d'après la déformation de leur trajectoire provoquée par un courant d'air normal à cette trajectoire.

Dans un tube en ébonite (*fig.* 1) sont introduits neuf cylindres de cuivre, de façon que leur paroi intérieure forme avec celle du tube une même surface cylindrique. Ces cylindres sont isolés l'un de l'autre par des tubes d'ébonite et à chacun est soudé un fil qui traverse la paroi du tube. Dans le cylindre supérieur, sur l'axe, se trouve un anneau soutenu par deux tiges latérales, dans lequel glisse à frottement dur une tige de laiton : à cette dernière est soudé le fil de platine. Le fil est tendu par un contre poids qui peut être centré.

Tout le tube est noyé dans la paraffine pour éviter les dérivations

qui se produiraient sur la paroi extérieure par la rosée qui s'y dépose à la suite du refroidissement provoqué par le courant d'air.

On règle la vitesse du courant d'air de manière que le cylindre supérieur ne reçoive aucune charge.

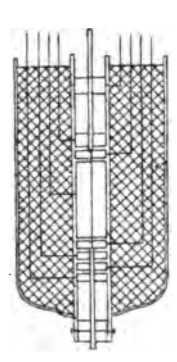


Fig. 1.

Le calcul comporte quelques corrections relatives à la diffusion, dont l'influence est très faible, à l'abaissement de la température, qui descend aux environs de — 10°. L'influence de l'électrisation par frottement et des charges des ions sur la répartition du potentiel est négligeable.

On peut objecter à cette méthode que les ions ne sont pas entièrement formés sur tout leur trajet, et c'est sans doute pour cette raison que les résultats ne sont pas du même ordre de grandeur que ceux des expériences antérieures. On est conduit ainsi à déterminer la vitesse des ions dans un champ autre que celui où ils ont pris naissance.

La méthode la plus simple, et sans doute la plus sûre, est celle de Rutherford. Elle consiste à déterminer l'amplitude des oscillations qu'effectue un ion sous l'action d'un champ alternatif d'intensité connue.

Pour l'appliquer à l'étude de la décharge par les pointes, il faut amener les ions au voisinage de l'une des armatures d'un condensateur à plateaux. La pointe est placée en face d'un plateau relié au sol et percé, juste vis-à-vis la pointe, d'un trou étroit.

Dans ces conditions, quelques-uns des ions produits par la décharge passent par le trou et peuvent venir céder leur charge à un second

plateau disposé à quelque distance en arrière du premier et relié à un électromètre.

Ce mouvement des ions, indépendant du champ, est provoqué par le vent électrique. On élimine cette perturbation en enfermant les deux plateaux et la pointe dans un vase en verre : l'effet du vent électrique se traduit au bout de quelque temps simplement par une différence de pression entre les deux faces du plateau percé. La *fig.* 2 montre la disposition de l'appareil.

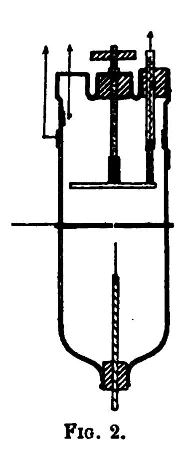


Fig. 2.

La pointe est reliée à l'un des pôles d'une batterie d'accumulateurs à haute tension, dont l'autre pôle est au sol; le plateau percé; à l'un des pôles d'un alternateur : un dispositif convenable assure l'invariabilité de la différence de potentiel entre le plateau et la pointe.

La moyenne des résultats s'accorde fort bien avec les nombres trouvés par Zeleny et Chattock.

Zeleny	Chattock	Franck
Ionisation par les rayons de Röntgen	Décharge par les pointes	
$V_+ = 1,36$	$V_+ = 1,32$	$V_+ = 1,34$
$V_- = 1,87$	$V_- = 1,80$	$V_- = 1,79$

En comparant les nombres trouvés par les deux méthodes, on peut calculer le trajet moyen des électrons dans les conditions de l'expérience. Ce calcul est fondé sur l'hypothèse que la déviation éprouvée par le véhicule, tant qu'il se déplace avec la vitesse des électrons, est négligeable vis-à-vis de celle qu'il subit comme ion.

On trouve ainsi, pour le trajet moyen de l'électron, dans la décharge

positive, dans l'air sec à la pression ordinaire, le champ étant d'environ 10000 volts, $5^{mm},5$; dans la décharge négative, le champ étant de 7000 $\frac{\text{volts}}{\text{cm}}$, $6^{mm},4$.

M. Lamotte.

THE AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE ;

T. XXII ; juillet-décembre 1906.

E. RUTHERFORD et B.-B. BOLTWOOD. — The relative proportion of radium and uranium in radioactive minerals (Proportion relative de radium et d'uranium dans les minéraux radioactifs). — P. 1-3.

Correction à apporter au mémoire des mêmes auteurs sur le même sujet[1] : la solution de bromure de radium pur employée n'avait pas la concentration admise. La nouvelle détermination est à l'abri de cette erreur : on trouve que $3,8 . 10^{-7}$ grammes de radium sont en équilibre radioactif avec 1 gramme d'uranium, ce qui correspond à $0^{gr},20$ de radium pur par tonne de pechblende riche (60 0/0 d'uranium). Ce nombre, à peu près la moitié de celui qui avait été donné par erreur, est en meilleure concordance avec le rendement obtenu dans l'extraction industrielle du radium.

A.-S. EVE. — The measurement of radium in minerals by the γ radiation (Dosage du radium contenu dans les minéraux à l'aide des rayons γ). — P. 4-7.

Même sujet. L'erreur commise par E. Rutherford et B.-B. Boltwood provenait de ce que les solutions titrées de bromure de radium, à moins qu'on n'ajoute un acide, donnent un dépôt adhérent au verre.

Cette fois-ci, l'accord des diverses méthodes est excellent : B.-B. Boltwood, en mesurant l'activité maximum de l'émanation extraite d'une solution, trouve $0^{mg},31$ de bromure de radium par kilogramme de l'échantillon de pechblende employé ; l'auteur, en mesurant l'activité des rayons γ émis par la pechblende elle-même, trouve

---

(1) *Amer. Journ. of Sc.*, t. XX, p. 55 ; — Voir *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 219 ; 1906.

$0^{mg},32$. Sa méthode est basée sur ce fait que le radium E, source de rayons β, n'émet que des rayons γ très faibles ou très absorbables : les rayons γ très pénétrants émis par la pechblende sont dus uniquement au radium C. Un écran de 1 centimètre d'épaisseur en plomb arrête les rayons γ très peu pénétrants de l'uranium et laisse passer ceux du radium C contenu dans la pechblende.

M. LEVIN. — On the absorption of the α rays from polonium (Absorption des rayons α du polonium). — P. 8-12.

W.-H. Bragg et K. Kleeman [1] ont montré que toutes les particules α émises par une substance radio active en couche très mince ont exactement la même vitesse, qui décroît ensuite proportionnellement à l'épaisseur traversée : il en résulte, par exemple, que chacune des feuilles d'aluminium d'épaisseurs identiques qu'on interpose diminue la vitesse de la même quantité. Il y a, dans ces conditions, pour chaque espèce de particules α, une « portée » (*range*) parfaitement définie dans chaque gaz par la distance à laquelle l'ionisation cesse. Rutherford [2] a confirmé ce résultat par la méthode électrique et par l'action phosphorescente des rayons α du radium C.

Mac Clung [3] a déterminé la portée des particules α du radium C, et O. Hahn [4] celle des particules α du thorium B et du thorium C. L'auteur, par la méthode de la scintillation et par la méthode électrique, trouve que le polonium est une source homogène de rayons α (tandis que, d'après Hahn, le thorium émet deux espèces de rayons α), et que les particules α du polonium sont projetées toutes avec la même vitesse. Leur portée dans l'air est $3^{cm},86$.

Comme comparaison, on a :

	Portée
Particule α du radium	$3^{cm},50$
Particule α du radium C	$7^{cm},06$

(1) *Phil. Mag.*, t. VIII, p. 719; 1904; — Voir *J. de Phys.*, 4e série, t. IV, p. 211; — *Id.*, t. X, p. 318 et 600; 1905; — Voir *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 118.
(2) *Phil. Mag.*, t. IX, p. 163; 1905; — Voir *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 73.
(3) *Phil. Mag.*, t. XI, p. 131; 1906; — Voir *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 839.
(4) *Phil. Mag.*, t. XI, p. 793; 1906; — Voir *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 850.

A.-S. EVE. — Relative activity of radium and thorium, measured by the gamma-radiation (Rapport entre les activités du radium et du thorium, mesurées à l'aide des rayons γ). — P. 477-480.

1° Le bromure de radium pur est $4,5 . 10^6$ fois plus actif que ThO^2; le radium pur est, par suite, $6,9 . 10^6$ fois plus actif que le thorium quand ils sont l'un et l'autre en équilibre radioactif, par exemple dans la thorianite. Les deux activités comparées sont celles des rayons γ du radium, dus uniquement au radium C, et des rayons γ du thorium, dus au thorium C; ce dernier, produit de désagrégation du radio-thorium [1], donne des rayons γ d'activité proportionnelle à la quantité de radio-thorium présente;

2° Le nitrate de thorium du commerce ne contient pas, par gramme de thorium, la moitié du radio-thorium qu'exige l'équilibre radioactif. Boltwood, à l'aide des rayons α, et Dadourian, en mesurant l'activité de l'émanation, étaient arrivés à la même conclusion [2]. La méthode qui consiste à utiliser les rayons γ donne le même résultat, et il y a accord numérique.

B.-B. BOLTWOOD. — Note on the production of radium by actinium (Note sur la production du radium par l'actinium). — P. 537-538.

L'actinium, qui se trouve dans les minéraux en quantité proportionnelle à leur teneur en uranium, serait, comme le radium, un produit de désagrégation de l'uranium, peut-être un des produits à transformation lente qu'il est nécessaire de supposer entre l'uranium et le radium. L'auteur indique un mode de séparation chimique de l'actinium contenu dans 1 kilogramme de carnotite.

La solution de chlorures actinifères a été, à cent quatre-vingt-treize jours d'intervalle, analysée par la méthode de l'émanation au point de vue de sa teneur en radium. L'enrichissement en radium correspondait à $1,6 . 10^{-8}$ gramme de radium par an. Ce résultat, comparé à la quantité connue de radium qui serait exigée pour l'équilibre radioactif avec les 200 grammes d'uranium que contient le kilogramme de carnotite, donne 3.300 années pour constante de temps (durée de réduc-

---

(1) Voir *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 851 ou 871; 1906.
(2) Voir *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 871; 1906.

tion à $\frac{1}{2}$ de l'activité) du radium. Ce résultat est voisin de la dernière évaluation de Rutherford [1], qui est 2.600 années.

C. BARUS. — Colloidal nuclei and ions in dust-free air saturated with alcohol vapor (Noyaux de condensation colloïdaux et ions dans l'air privé de poussières et saturé de vapeur d'alcool). — P. 136-142.

L'auteur emploie sa méthode habituelle (détente adiabatique de C.-T.-R. Wilson et observation des couronnes de diffraction) pour dénombrer les noyaux de condensation présents dans de l'air privé de poussières et saturé de vapeur d'alcool éthylique; il compare les résultats avec ceux qu'il a obtenus déjà pour l'air et le gaz carbonique saturés de vapeur d'eau; il se base sur une théorie déjà exposée [2], qui lui est personnelle et qui consiste à regarder les ions comme des agglomérations de noyaux colloïdaux préexistant à toute ionisation.

Quand la variation de pression, dans la détente, croît indéfiniment, il y a un type limite de couronnes.

La nucléation (nombre des noyaux) limite est la même, que l'air mélangé de vapeur d'alcool ait été röntgénisé ou non. Il en était de même d'ailleurs pour l'air saturé de vapeur d'eau. Mais les deux limites sont différentes : la nucléation limite de l'air contenant de la vapeur d'alcool est plus grande que celle de l'air humide.

A noter que la formule de Kelvin-Helmholtz-C.-T.-R. Wilson, qui sert au calcul du diamètre des noyaux, donne, à température égale et à détente égale, les mêmes valeurs pour ce diamètre dans les deux cas. Les diamètres décroissent quand la détente devient plus forte. Or, la condensation, avec l'alcool, commence à donner des couronnes pour une détente plus faible (15 centimètres de mercure) que pour la vapeur d'eau (26 centimètres), dans l'air dénué de poussières, non ionisé. Le diamètre des noyaux utiles est donc plus grand (10^{-7}) dans le premier cas que dans le second (4×10^{-8}). D'ailleurs, le nombre de noyaux colloïdaux captés par la vapeur d'alcool est 3,5 fois plus grand que par la vapeur d'eau dans des conditions identiques.

---

(1) *Phil. Mag.*, 6e série, t. XII, p. 367 ; 1906.

(2) *Amer. Journ. of Sc.*, t. XX, p. 453 ; 1905 ; — Voir *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 224 ; 1906.

C. BARUS. — Note on the actual drop of pressure in the fog chamber (Note sur la valeur réelle de la chute de pression dans la chambre de condensation). — P. 339-341.

Correction importante à la théorie de la détente dans l'appareil employé par l'auteur dans toutes ses recherches antérieures sur ce sujet. Les valeurs des pressions isothermes doivent toutes être augmentées de 6 à 8 centimètres de mercure ; les valeurs des détentes se rapprochent davantage de celles données par l'appareil connu de C.-T.-R. Wilson.

C. BARUS. — On a new method for standardizing the coronas of cloudy condensation (Nouvelle méthode pour étalonner les couronnes dues à la condensation sous forme de nuage). — P. 342-343.

Essai de représentation par une formule simple des résultats des expériences en ce qui concerne la vitesse de décroissance spontanée du nombre des noyaux efficaces produits dans la chambre de condensation par une ionisation antérieure.

A.-W. EWELL. — Conductivity of air in an intense electric field and the Siemens ozone generator (Conductibilité de l'air dans un champ électrique intense, à travers le générateur à ozone Siemens). — P. 368-378.

Ce générateur consiste en deux plateaux métalliques séparés par deux couches d'air et un plateau de verre ; à l'aide d'un transformateur on produit entre les deux électrodes des forces électromotrices alternatives considérables (f. é. m. eff. de 15000 à 40000 volts).

Le dispositif permet de mesurer le courant de conduction dû à l'ionisation de l'air, en tenant compte du courant de déplacement, facile à calculer, décalé de 90° par rapport à l'autre, et cela pour différentes épaisseurs de la couche d'air, ainsi que les diverses valeurs numériques relatives à l'ionisation produite. Quand le courant dû à l'ionisation croît, la f. é. m. nécessaire croît lentement jusqu'à un maximum, puis décroît, en tendant à devenir indépendante de l'épaisseur de la couche d'air.

Frank-D. ADAMS et Ernest G. COKER. — An investigation into the elastic constants of rocks, more especially with reference to cubic compressibility (Recherches sur les constantes élastiques des roches et en particulier pour la détermination de leur compressibilité cubique). — P. 95-123.

Ensemble très complet de mesures du module d'Young et du coefficient de Poisson d'un grand nombre d'échantillons de roches. Le module d'Young est mesuré directement à l'aide de l'appareil d'Ewing et le coefficient de Poisson déduit d'une mesure très précise des contractions latérales correspondant à chaque compression longitudinale des échantillons employés. L'extensomètre très sensible, de E.-G. Coker, qui a servi à cet effet, pourrait être employé pour toute recherche précise analogue. Les valeurs du coefficient de compressibilité cubique déduites de ces deux séries de mesures sont, par exemple, pour les granits, voisines de $3 \cdot 10^{11}$ en C.G.S. (Acier $18 \cdot 10^{11}$).

H. Bénard.

Ejcar HERTZSPRUNG. — Eine Annäherungs formel für die Abhängikeit Zwischen Beleuchtungshelligkeit und Vnterchiedsempfindlichkeit des Auges (Formule approchée pour la relation existant entre les variations d'éclairement et la sensibilité de l'œil à ces variations). — *Zeitschr. für wiss. Photographie*, III, 12, 1906.

L'auteur cherche à trouver une formule concordant avec les résultats des recherches de A. König (1) sur la question.

Ejuar HERTZSPRUNG. — Ueber die optische Starke des Strahlung der schwarzen Körpers und das minimale Lichtäquivalent (Sur la force optique du rayonnement du corps noir et l'équivalent lumineux). — *Zeitsch. für wiss. Photogr.*, IV, 1 et 2).

Considérations de l'auteur, d'après les observations de nombreux physiciens, au sujet de la relation existant entre l'énergie rayonnée et l'intensité optique pour diverses longueurs d'onde.

A. Gallotti.

---

(1) A. König, *Experimentelle Unterserchensgen über die psychophysische Fundamentalformel in bezug auf den Gesichtsinn* (*Sitzber. der Berl. Ak.*, 1889, 17 et 1889, 641).

MARKUS DUMERMUTH. — Uber die Widerstandsanderung des Eisens durch longitudinale Magnetierung verschiedener Art (Sur la variation de résistance du fer dans un champ magnétique longitudinal). — Inaugural-Dissertation de l'Université de Zurich ; Bâle, Birkhauser et Dubi, 1907.

La résistance électrique d'un fil de fer croît quand on aimante le fil longitudinalement. C'est cette augmentation de résistance que l'auteur a étudiée quantitativement. Le fil avait un quart de millimètre de diamètre, et était enroulé de manière à former la carcasse d'un anneau sur lequel étaient enroulées une bobine magnétisante et une bobine induite permettant de mesurer l'induction magnétique par la méthode balistique. Le champ magnétisant a varié jusqu'à 160 gauss.

Lorsque le champ magnétisant décrit un cycle de limites O et H, la résistance électrique décrit une courbe à deux branches distinctes, comme l'aimantation elle-même. Il en est de même lorsque le champ magnétique décrit un cycle symétrique, de limites $\pm$ H, et la courbe représentant, dans ce cas, les variations de la résistance, est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, c'est-à-dire que la variation de la résistance est indépendante du sens du champ magnétique. Elle est aussi indépendante de l'intensité du courant qui sert pour la mesure de la résistance.

L'accroissement de résistance est d'environ $\frac{1}{1000}$ dans un champ de 100 gauss, et croît constamment avec le champ; mais le rapport de l'accroissement de résistance au champ passe par un maximum qui correspond à environ 35 gauss à 0° et un peu moins à 18°. L'accroissement rémanent de la résistance suit bien les variations de l'aimantation rémanente; mais tandis que cette dernière est, pour le champ magnétisant le plus fort, environ les $\frac{3}{5}$ de l'aimantation induite, l'accroissement rémanent de la résistance n'est qu'environ $\frac{1}{8}$ de l'accroissement qui se manifeste pendant que le champ agit.

Ch. MAURAIN.

TABLE DES MATIÈRES

JUIN 1907.

(Voir la suite à la page 2.)

Tours. — Imprimerie DESLIS FRÈRES.

Le Gérant : J. DESLIS.

Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, G. LIPPMANN, E. MASCART,
L. POINCARÉ,

ET

MM. B. BRUNHES, M. LAMOTTE et G. SAGNAC,
adjoints à la rédaction,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

QUATRIÈME SÉRIE.

TOME VI. — JUILLET 1907.

(Clos le 15 Juin.)

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
97, BOULEVARD ARAGO (14e).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à **M. Lucien Poincaré**, 130, rue de Rennes, à Paris, 6e.

Tout ce qui concerne l'administration (demandes d'abonnements, réclamations, etc.) **doit être adressé à M. Sandoz**, boulevard Arago, 97, à Paris, 14e.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 17 francs pour la France ou 18 francs pour les pays ci-dessus désignés, au nom de **M. Sandoz**, *Secrétaire du Journal*, 7, boulevard Arago, à Paris, 14e. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

AVIS

Désireuse de publier le plus promptement possible des Analyses des Travaux étrangers, la Rédaction prie MM. les Auteurs de vouloir bien lui envoyer désormais deux exemplaires de leurs nouveaux Mémoires.

TRANSFORMATIONS IRRÉVERSIBLES. — ENTROPIE ;

Par M. A. PONSOT.

Soit une masse donnée d'un gaz, enfermée dans un vase, plongée dans une source de chaleur de température T.

1° Je considère une suite de modifications réversibles élémentaires constituant par leur ensemble une transformation réversible, dans laquelle le volume occupé par la masse gazeuse est diminué de V_0 à V_1 ; F_e désignant la force élastique du gaz correspondant au volume V, la force extérieure effectue dans cette transformation un travail égal à :

$$-\int_{V_0}^{V_1} F_e dV,$$

et la source extérieure reçoit une quantité de chaleur égale à :

$$-\int_{V_0}^{V_1} T \frac{dS}{dV} dV \qquad \text{ou} \qquad T(S_0 - S_1).$$

2° Le même changement de volume étant effectué sous une pression extérieure constante P, celle-ci effectue dans la transformation irréversible produite un travail égal à :

$$-\int_{V_0}^{V_1} PdV,$$

et la source reçoit une quantité de chaleur q_i telle que :

$$q_i - T(S_0 - S_1) = -\int_{V_0}^{V_1} (P - F_e)\, dV,$$

l'unité de chaleur étant équivalente à l'unité de travail.

Cette somme de travaux du deuxième membre de l'égalité est le *travail non compensé* d'un cycle de transformations qu'on pourrait faire décrire à la masse gazeuse en changeant le sens de la transformation réversible ci-dessus, et conservant la même transformation irréversible.

Sa grandeur est encore égale à :

$$(U_0 - TS_0 + PV_0) - (U_1 - TS_1 + PV_1).$$

Je vais montrer qu'il représente, dans des conditions déterminées, notamment en l'absence de tout phénomène électrique, l'*énergie cinétique* produite dans la transformation irréversible, et la *chaleur engendrée* aux dépens de cette énergie cinétique.

J'étendrai ces considérations à d'autres transformations irréversibles : elles me permettront d'en déduire des remarques au sujet de l'entropie.

Énergie cinétique et chaleur engendrée dans une transformation irréversible isothermique. — Supposons que, dans la transformation irréversible, le changement de volume soit effectué par une suite de modifications élémentaires, et qu'après chacune d'elles la température soit invariablement T. Dans une modification élémentaire où le volume croît de dV (négatif ici), la source reçoit une quantité de chaleur :

$$dq_i = - TdS - (P - F_e)\,dV.$$

Or $-(P - F_e)\,dV$ représente le travail moteur de la résultante des deux forces appliquées au piston et, par suite, l'énergie cinétique élémentaire qu'acquiert ce piston ainsi que les couches gazeuses de l'onde condensée infiniment petite formée en avant du piston pendant le mouvement de celui-ci en supposant qu'il n'y ait aucun frottement. Quand il y a frottement entre le piston et la paroi de même matière, pendant le mouvement du piston, et pour une même variation dV, l'énergie cinétique acquise par le piston et le gaz est inférieure au travail $-(P - F_e)\,dV$; la différence est le travail absorbé dans le frottement, ou mieux la partie du travail remplacée immédiatement par de l'énergie calorifique. J'admettrai, pour simplification du langage, que cette différence représente l'énergie cinétique disparue dans le frottement. Alors on peut dire que $-(P - F_c)\,dV$ représente toujours l'énergie cinétique de déplacement dans la modification élémentaire, et, par suite, la chaleur engendrée par cette énergie cinétique, quand elle disparaît entièrement.

Pour la transformation irréversible :

$$q_i = T(S_0 - S_1) - \int_{V_0}^{V_1} (P - F_e)\,dV\,;$$

le dernier terme du deuxième membre, le travail non compensé, représente donc l'énergie cinétique totale de déplacement dans la transformation irréversible considérée et la chaleur équivalente qui la remplace.

Lorsque la transformation irréversible est effectuée en une seule fois, il se forme, pendant le mouvement du piston et en avant de lui, une onde condensée d'étendue finie et croissante. Le vase ayant des dimensions suffisantes et une forme convenable, la pression croît depuis le front de l'onde jusqu'au piston, et la vitesse de déplacement de chaque tranche gazeuse croît avec le temps, de même que celle du piston, pendant la durée du mouvement de ce piston. L'accroissement de l'énergie cinétique des masses en mouvement représente, à chaque instant, le travail des forces agissant sur elles, et non pas simplement le travail des forces appliquées au piston.

Je suppose : 1° que l'échange de chaleur avec la source se fasse sur une étendue telle que la température reste invariablement T en tout temps et en tous les points du système ; 2° qu'il n'y ait pas de frottement contre la paroi du vase.

Lorsque le piston est arrêté subitement pour limiter le volume V_1, son énergie cinétique engendre une quantité équivalente d'énergie calorifique ; l'onde condensée se propage dans toute la masse gazeuse ; l'énergie cinétique qu'elle transporte s'accroît dans sa détente, quand elle augmente en étendue ; mais un tel mouvement de translation commun à des particules voisines et transmissible de proche en proche s'éteint peu à peu, et la force vive possédée par ces particules gazeuses dans ce mouvement se trouve remplacée par une quantité équivalente de chaleur.

Or, quelles que soient la masse du piston, sa section, grandeurs dont dépend le partage de l'énergie cinétique de déplacement entre le piston et la masse gazeuse de l'onde condensée, lorsque tout mouvement de déplacement a cessé, l'échange de chaleur avec la source est toujours le même, et le même que quand la transformation irréversible consiste dans une suite de modifications irréversibles élémentaires.

La conclusion est que, dans tous les cas, sous les deux conditions énoncées, le travail non compensé est égal à l'énergie cinétique produite dans la transformation irréversible et équivalent à la chaleur engendrée dans cette transformation par la disparition de cette énergie cinétique.

Si P croît de dP, $(V_0 - V_1)\, dP$ représente l'accroissement du travail non compensé, de l'énergie cinétique, et de la chaleur cédée à la source dans la transformation irréversible.

Les suppositions émises relativement à la constance et à l'uniformité de la température T pendant la transformation irréversible et à l'absence de frottement sont telles que cette transformation est irréalisable expérimentalement; mais, si la durée de la transformation croît par suite du frottement du piston contre la paroi, la constance et l'uniformité de la température peuvent être réalisées. Alors, l'énergie cinétique de la transformation disparaît en partie dans le frottement du piston; ce qui en reste disparaît ensuite dans la masse gazeuse; la chaleur engendrée équivalente n'a pas changé.

Dans le cas général, pendant la transformation, la température n'est ni constante ni uniforme; elle est, notamment dans l'onde condensée, plus élevée que dans les parties voisines, la force élastique du gaz y est aussi plus grande; l'énergie cinétique communiquée au piston et aux particules gazeuses sera donc plus petite; d'autre part, il y a dans le système, et avec la source, des échanges irréversibles de chaleur.

Il en résulte que, dans le cas général, le travail non compensé dans une transformation irréversible isothermique représente le maximum de l'énergie cinétique de cette transformation et de la chaleur engendrée dans la transformation par la disparition de cette énergie cinétique.

Toutes les transformations irréversibles isothermiques sont loin d'avoir la simplicité de celle qui vient d'être considérée, mais le raisonnement est applicable à toutes celles où on peut arrêter la transformation irréversible, et il est permis d'admettre que les conclusions énoncées peuvent être étendues à toutes.

Transformation irréversible isothermique sous volume constant. — Exemple simple. — Dans un vase cylindrique, un piston sépare deux masses gazeuses dont la force élastique à T est F_e et $\mathcal{F}_e$; soit $F_e > \mathcal{F}_e$. Dans un déplacement du piston effectué sans frottement, de manière que le volume V de l'une des masses (correspondant à F_e) croisse de dV, le volume total n'ayant pas varié, l'énergie cinétique élémentaire est :

$$(F_e - \mathcal{F}_e)\, dV.$$

Cette modification étant effectuée à température constante, la

source a reçu une quantité de chaleur :

$$dq_i = -dU = -TdS + (F_e - \mathfrak{F}_e)\, dV.$$

Pour une transformation finie,

$$q_i = U_0 - U_1 = T(S_0 - S_1) + \int_{V_0}^{V_1} (F_e - \mathfrak{F}_e)\, dV,$$

d'où :

$$\int_{V_0}^{V_1} (F_e - \mathfrak{F}_e) dV = (U_0 - TS_0) - (U_1 - TS_1).$$

Autre exemple. — Deux masses matérielles sont chargées d'électricité ; leurs actions mutuelles sont équilibrées par des forces appliquées à ces masses. Subitement, ces forces sont changées, alors une transformation irréversible se produit ; le travail non compensé a pour expression, T constant :

$$(U_0 - TS_0 + W_0) - (U_1 - TS_1 + W_1),$$

en admettant que le travail des forces extérieures ait un potentiel W.

Dans les deux exemples précédents, le travail non compensé représente le maximum de l'énergie cinétique et de la chaleur engendrée équivalente dans la transformation irréversible isothermique.

Variation de l'entropie d'un système dans une transformation irréversible isothermique. — q étant la chaleur (+ ou —) fournie par la source dans cette transformation, je désigne par q_e la chaleur engendrée dans cette transformation par la disparition de l'énergie cinétique produite dans une suite de modifications élémentaires, on a, d'après les égalités précédentes,

$$-q = q_i = T(S_0 - S_1) + q_e,$$

d'où :

$$S_1 - S_0 = \frac{1}{T}(q + q_e).$$

Dans une transformation irréversible et isothermique d'un système, l'accroissement de l'entropie de ce système est égal au quotient par la température absolue de la quantité de chaleur que ce système reçoit directement d'une source, augmentée de celle qui est engendrée en lui par la disparition de l'énergie cinétique maximum de cette transformation.

Énergie libre dans une transformation irréversible isothermique. — Par définition, j'appelle énergie libre dans une transformation irréversible isothermique d'un système, le travail que ce système peut fournir à un autre système, à l'aide de nouvelles liaisons mécaniques ou électriques, dans une transformation qui le fait passer isothermiquement et réversiblement du même état initial au même état final [1].

Dans ces conditions, cette dernière transformation opérée avec une vitesse nulle, sans énergie cinétique, fournit au système annexe le maximum de travail.

Dans la transformation précédente opérée sous volume constant, il suffit de relier le piston avec un système extérieur qui exercera sur le piston, à l'encontre de la force F_e, une traction par centimètre carré égale à $F_e - \mathfrak{F}_e$, ou inférieure d'un infiniment petit à cette valeur.

Le travail fourni à ce système extérieur est :

$$\int_{V_0}^{V_1} (F_e - \mathfrak{F}_e)\, dV.$$

Il a la même valeur que le travail non compensé. Je remarque que, dans cette transformation, la source ne reçoit que :

$$T(S_0 - S_1).$$

Transformations irréversibles adiabatiques. — *Énergie cinétique dans une transformation sous pression constante.* — Je considère le même système que précédemment, et une transformation irréversible adiabatique qui l'amène de l'état initial T, V_0, P à l'état final T_1, V_1 et P.

Soit d'abord cette transformation constituée par une suite de modifications élémentaires à la fin de chacune desquelles la force élastique et la température redeviennent uniformes. Dans une modification élémentaire, du volume V' au volume $V' + dV'$, la température T' est devenue $T' + dT'$ et la force élastique du gaz $F'_e + dF'_e$ $-(P - F'_e)\, dV'$ représente l'accroissement élémentaire de l'énergie

(1) C'est une partie de la diminution de l'énergie utilisable (Gouy) ou de la diminution de la puissance motrice des deux systèmes (Le Châtelier). Dans des cas particuliers, cette énergie libre a la même valeur que l'énergie libre de Helmholtz.

cinétique du piston et d'une onde condensée infiniment petite, comme dans une modification élémentaire à température constante.

Si, immédiatement après cette modification, le système avait été mis en communication avec une source de température T′, il aurait cédé une quantité de chaleur dq_i, le volume étant resté constant $V' + dV'$.

Soit S' l'entropie du système défini par $T'V'$,
$S' + dS'$ — — $T'V' + dV'$,
$S' + dS'_a$ — — $T' + dT'$ et $V' + dV'$,

dC_i, l'accroissement de l'énergie cinétique ; on a, comme à température constante et à un infiniment petit du deuxième ordre près :

$$dq_i = dC_i - T'dS' ;$$

d'autre part :

$$dq_i = T'(dS'_a - dS'),$$

d'où :

$$dC_i = T'dS'_a ;$$

par suite, dS'_a est toujours positif.

Dans l'ensemble des modifications élémentaires constituant la transformation spontanée :

$$C_i = -\int_{V_0}^{1} (P - F'_e)\, dV' = \int_{S_0}^{S_{1a}} TdS'_a.$$

L'état final du système étant le même, quelle que soit la manière dont la transformation irréversible adiabatique sera opérée, le travail de la force extérieure restant le même, l'intégrale précédente représente l'énergie cinétique de cette transformation opérée sans arrêt, pourvu que la température reste uniforme et en admettant l'absence de frottement. Et, si on admet un frottement, il suffit de considérer qu'il cause une destruction d'énergie cinétique de déplacement pour que cela soit encore vrai. Et l'intégrale représente encore la chaleur engendrée aux dépens de cette énergie cinétique.

Accroissement de l'entropie d'un système dans une transformation adiabatique irréversible. — On a :

$$S_{1a} - S_0 = \int_{T_0}^{T_1} \frac{dC_i}{T'}.$$

Il n'y a aucune ambiguïté dans le cas d'une suite de modifications élémentaires. Dans une transformation opérée sans arrêt, il faudrait pouvoir décomposer le système en masses élémentaires et former pour chacune d'elles $\int \frac{dq}{T'}$, dq étant la chaleur qu'une masse élémentaire reçoit par suite de la disparition de son énergie cinétique de déplacement, et T' étant sa température, qui doit être uniforme. Dans ce cas, on peut dire que l'accroissement de l'entropie provient uniquement de l'énergie cinétique de la matière dans la transformation irréversible.

Énergie libre dans une transformation adiabatique. — Si on relie le piston avec un système extérieur exerçant sur ce piston une traction par centimètre carré égale à $P - F'_e$ ou inférieure à cette valeur d'un infiniment petit, et ajoutant son effet à celui de la force F'_e, dans une modification élémentaire dV', le deuxième système reçoit un travail égal à $-(P - F'_e)\,dV'$ ou dC_i. Cette modification élémentaire amènera le premier système au même état final que sans cette liaison nouvelle, si une source lui fournit une quantité de chaleur égale à dC_i. On pourra donc ainsi, par des modifications élémentaires réversibles, amener ce premier système au même état final que par une transformation irréversible adiabatique, en lui faisant accomplir, dans un système supplémentaire un travail égal à $\int_{S_0}^{S_{1a}} T d'S'_a$ et en lui fournissant la chaleur équivalente.

Toutes les conclusions précédentes sont applicables aux transformations adiabatiques sous volume constant.

Transformations irréversibles a entropie constante. — Le même système partant du même état initial T, V_0, P subit une transformation irréversible à entropie constante, l'amenant au même volume V_1 ; cette condition exige que le système cède de la chaleur pendant cette transformation, sans cela son entropie aurait augmenté.

Comme précédemment, je considère une suite de modifications élémentaires isentropiques, du volume V_0 au volume V_1, la température et la force élastique étant uniformes à la fin de chacune d'elles. Dans l'une de ces modifications, le volume V'' croît de dV'', T'' de dT'' et F''_e de dF''_e.

$-(P - F''_e)\,dV''$ est l'énergie cinétique élémentaire dans cette transformation ; le système abandonne à l'extérieur la chaleur dq.

Si, sous volume constant, on lui restituait cette chaleur dq, on accroîtrait son entropie de $\frac{dq}{T''}$, et on l'amènerait ainsi au même état que si la modification avait été adiabatique, son entropie ayant augmenté de dS''_a, d'où :

$$dS''_a = \frac{dq}{T''}.$$

Mais — $(P - F''_e)\,dV''$ représente, à un infiniment petit du deuxième ordre près, l'accroissement de l'énergie cinétique dans la transformation adiabatique, d'où :

$$-(P - F''_e)\,dV'' = T''dS''_a = dq$$

et :

$$-\int_{V_0}^{V_1}(P - F''_e)\,dV'' = \int_{V_0}^{V_1} dq = -\int_{V_0}^{V_1} dU - \int_{V_0}^{V_1} PdV''.$$

Je retiens que, pour maintenir l'entropie constante après chaque modification élémentaire, il suffit d'enlever la chaleur équivalente à l'énergie cinétique produite dans cette modification élémentaire.

Je reviens à une transformation irréversible d'un système dont l'entropie resterait constante pendant toute la durée de la transformation. Une telle transformation est mal définie : en effet, si on désigne par dq la chaleur que perd, à la température T, une masse élémentaire m du système pendant un temps très court dt, la condition ci-dessus signifie que Σdq étendue à tout le système soit toujours 0 et on conçoit une infinité de manières pour satisfaire à cette condition. En admettant qu'on définisse bien une telle transformation par une condition supplémentaire, par exemple l'uniformité de la température, elle serait en tout cas impossible à réaliser expérimentalement.

Dans le système particulier étudié, si le volume varie toujours de V_0 à V_1, la pression extérieure P restant constante, si on part d'un état initial donné, on arrivera au même état final, en enlevant toujours la même quantité de chaleur au système ; il est donc possible de réaliser un état final du système tel que son entropie soit la même qu'à l'état initial, mais l'énergie cinétique produite dans la transformation et la chaleur engendrée par sa disparition dépendront de la manière arbitraire dont on aura enlevé au système la même quantité de chaleur.

Énergie libre dans une transformation irréversible isentropique. — Si on relie le piston avec un système exerçant sur ce piston une traction par centimètre carré égale à $P - F''_e$ ou inférieure à cette valeur d'un infiniment petit, cette traction ajoutant son effet à la force F''_e, dans une modification élémentaire dV'', le deuxième système reçoit un travail égal à $(P - F''_e)\,dV''$, et cette modification amène le système au même état final que sans cette liaison nouvelle, à la condition qu'on ne lui enlève pas de chaleur. La modification a été opérée réversiblement, adiabatiquement ou à entropie constante.

Si donc on considère deux états isentropiques d'un système, on pourra dire que l'énergie libre dans la transformation du système d'un état à l'autre est égale à la chaleur engendrée dans une suite de modifications isentropiques élémentaires telles qu'à la fin de chacune d'elles la température et la pression soient uniformes et qu'elles fassent passer le système d'un état à l'autre.

Elle a pour expression $-\int dU - \int P dV$.

Dans une transformation sous volume constant, son expression serait :

$$-\int dU.$$

Remarques au sujet des transformations irréversibles. — 1° *Inégalité de Clausius.* — On pourra aller de l'état initial 0 à l'état final 1 par une suite de modifications élémentaires quelconques, c'est-à-dire par un chemin quelconque. Dans chacune de ces modifications, la somme algébrique des travaux des forces extérieures $d\mathfrak{T}_e$ et des forces internes ou élastiques du système $d\mathfrak{T}$ (somme toujours positive dans une modification irréversible) représentera l'énergie cinétique élémentaire de cette modification. L'état final après chaque modification dépendra de la quantité de chaleur dq que le système aura reçue de l'extérieur.

On a :

$$dq = dU - d\mathfrak{T}_e;$$

dS étant défini par l'égalité :

$$TdS = dU + d\mathfrak{T},$$

on tire de ces deux égalités :

$$dS = \frac{dq}{T} + \frac{d\mathfrak{T}_e + d\mathfrak{T}}{T} = \frac{dq + dC_i}{T},$$

et dans la transformation entière :

$$S_1 - S_0 = \int_0^1 \frac{dq + dC_i}{T},$$

expression qui définit bien l'accroissement de l'entropie des corps faisant partie du système et qui montre les deux sources de cet accroissement.

Dans le cas de modifications toutes réversibles, dC_i est toujours nul; dq_r étant la chaleur absorbée dans une modification élémentaire, on a :

$$S_1 - S_0 = \int_0^1 \frac{dq_r}{T},$$

d'où, par comparaison avec l'expression précédente de $S_1 - S_0$:

$$\int_0^1 \frac{dq_r}{T} > \int_0^1 \frac{dq}{T}$$

et, par suite, dans un cycle de modifications spontanées irréversibles et de modifications réversibles, où dq_r change de signe :

$$\int_0^1 \frac{dq}{T} + \int_1^0 \frac{dq_r}{T} < 0.$$

C'est l'inégalité de Clausius.

Des expressions ci-dessus on tire :

$$dC = -dU + TdS + d\mathfrak{T}_e,$$

et pour la transformation entière :

$$C_i = -\int_0^1 dU + \int_0^1 TdS + \int_0^1 d\mathfrak{T}_e$$

et, dans le cas où le travail des forces extérieures est la diminution d'une fonction W :

$$C_i = -\int_0^1 dU + \int_0^1 TdS - \int_0^1 dW.$$

Et, enfin, dans le cas simple choisi comme exemple :

$$C_i = -\int_0^1 dU + \int_0^1 TdS - \int_0^1 PdV.$$

On remarquera que la valeur de C_i dépend de $\int_0^1 TdS$ et, par suite, dépend du chemin suivi, c'est-à-dire de la manière arbitraire avec laquelle on pourra passer de l'état initial à l'état final.

Ceci peut paraître invraisemblable dans le cas d'un corps soumis à une pression constante, laquelle effectue toujours le même travail d'un état initial à un état final donnés, l'échange de chaleur entre ce corps et l'extérieur étant toujours le même ; mais il faut remarquer que le travail de la force extérieure peut toujours être considéré comme la somme des travaux de deux autres forces, ses composantes, si on veut : l'une fait équilibre à la force élastique du corps, et son travail représente l'accroissement de l'énergie du corps, sans qu'on puisse être plus explicite au sujet de cette énergie, puisque, pour un travail positif, il peut y avoir élévation ou abaissement de température; le travail de l'autre force, toujours positif, engendre de l'énergie cinétique de déplacement et produit de la chaleur.

Comme la force élastique du corps, pour un même travail extérieur, une même déformation, dépend des conditions d'échange de chaleur entre le corps et l'extérieur, le travail de la deuxième force en dépend aussi et, par suite, l'énergie cinétique.

2° *Énergie libre.* — L'expression de l'énergie cinétique est aussi celle de l'énergie libre; sa grandeur dépend du chemin suivi.

Dans une modification élémentaire d'un système, si on veut que ce système produise dans un système supplémentaire un travail égal à dC_i, il faut établir la réversibilité; mais il est évident que, pour arriver au même état final, il faut fournir au premier système la chaleur équivalente à dC_i. Ce système reçoit donc en tout :

$$dC_i + dq = TdS.$$

Et on voit encore que cette énergie libre dépend du chemin suivi.

Arrivée d'un système en transformation à son état d'équilibre stable. — Soit un système en transformation spontanée. On définira les conditions dans lesquelles s'accomplit cette transformation, par exemple, elle sera à température constante, à entropie constante : ou adiabatique.

Cette transformation étant opérée par des modifications successives, chacune d'elles sera définie par la variation élémentaire d'une grandeur; dans les transformations étudiées, le volume est cette grandeur.

On voit que le volume subissant des variations de même signe, tant qu'une modification est spontanément réalisable dC_i est positif; quand il n'y a pas de frottement, le système est en équilibre si $dC_i = 0$, et, pour une variation dV non réalisable spontanément, dC_i est négatif: la fonction $-\int_0^1 dU + \int_0^1 TdS - \int_0^1 PdV$ a donc la plus grande valeur à l'équilibre.

$$\frac{dC_i}{dV} = -(P - F_e) \text{ change de signe à l'équilibre ;}$$

$$\frac{d^2C_i}{dV^2} \quad \text{ou} \quad \frac{dF_e}{dV} \text{ est négatif.}$$

Cette plus grande valeur est donc un maximum de cette fonction. Il est facile de voir qu'à température constante la condition d'équilibre ci-dessus équivaut à :

$$U - TS + PV \text{ minimum.}$$

C'est le potentiel thermodynamique du système. M. Duhem en a montré les nombreuses applications.

Adiabatiquement, la condition d'équilibre devient :

$$\int_0^e TdS \text{ maximum} \quad \text{ou} \quad S_e \text{ maximum.}$$

Isentropiquement, cette condition d'équilibre est :

$$-\int_0^e dU - \int_0^e PdV \text{ maximum,}$$

ce qui équivaut à :

$$U_e + PV_e \text{ minimum,} \quad \text{ou simplement} \quad U_e \text{ minimum}$$

quand le volume est invariable.

Application à une action chimique: combinaison de l'iode avec l'hydrogène. — Je vais auparavant considérer une modification spontanée simple.

Soit un vase divisé en deux compartiments A et B contenant le même gaz à deux pressions différentes : en A, P_a ; en B, P_b, et $P_a > P_b$. On ouvre pendant un instant extrêmement court la communication entre les deux vases, et une masse Δm du gaz passe de A en B. On suppose que la température et les pressions P_a et P_b sont restées constantes ; les deux pistons ont été déplacés, V_a et V_b ont varié.

Pour ramener le système à son état primitif, on isolera en B une masse Δm, on la comprimera de telle sorte que sa pression croisse de P_b à P_a. Une pression $P - P_b$ agissant à travers la masse du gaz en B effectuera dans cette compression un travail :

$$- dm \int_{v_b}^{v_a} (P - P_b)\, dv,$$

v étant le volume spécifique du gaz sous la pression P.

Ensuite on fera entrer cette masse, sans changer son volume, A ; une pression $P_a - P_b$ devant être ainsi ajoutée à la pression P_b effectuera un travail $(P_a - P_b)\, v_a dm$, pendant que les pressions P_a et P_b ramenant les volumes V_a et V_b à leur valeur initiale auront effectué des travaux égaux et de signes contraires à ceux de la modification irréversible.

Dans le cycle entier, la somme des travaux des forces extérieures est :

$$dm \int_{P_b}^{P_a} v dP.$$

C'est le travail non compensé, l'énergie cinétique élémentaire produite dans la modification irréversible, en supposant le frottement nul ; c'est la chaleur engendrée par la disparition de cette énergie cinétique, et enfin l'énergie de cette modification.

Soit $\varphi_a = \int_x^{P_a} v dP$ le potentiel thermodynamique de l'unité de masse du gaz en A, x étant une pression arbitraire aussi petite qu'on voudra,

$$\varphi_b = \int_x^{P_b} v dP ;$$

l'expression précédente peut être écrite $(\varphi_a - \varphi_b)\, dm$; c'est la diminution du potentiel thermodynamique total du système.

Soit maintenant deux masses équivalentes, m, de H et de I_0 dans deux vases distincts, B et C, à la même pression, à la même température T.

1° On établit entre ces deux vases une large communication : il y aura d'abord un premier phénomène irréversible de diffusion ; puis, si la température est suffisamment élevée, un deuxième phénomène irréversible de combinaison chimique.

La température étant restée constante ainsi que la pression, soit q la chaleur cédée au milieu ambiant : c'est la chaleur de la réaction à pression constante.

L'expérience apprend que la combinaison de l'iode et de l'hydrogène a été incomplète : l'hydrogène non combiné pourrait sortir du mélange à travers une paroi semi-perméable sous une tension maximum $\mathfrak{P}_1$, l'iode sous une pression $\mathfrak{P}_2$.

2° La même action chimique pourra être opérée de la manière suivante : le vase B sera à volonté mis en communication avec un vase B_1 de dimensions extrêmement grandes, de capacité invariable, contenant de l'hydrogène sous la pression $\mathfrak{P}_1$; de même C avec un vase C_1 contenant de la vapeur d'iode sous la pression $\mathfrak{P}_2$. Ces vases B_1 et C_1 seront, d'autre part, en communication par l'intermédiaire d'une paroi semi-perméable avec un vase A dans lequel existe déjà la combinaison incomplète d'iode et d'hydrogène en masses équivalentes, sous la pression P et à la température T.

De B et C, on laisse passer en B_1 et C_1 deux masses équivalentes d'iode et d'hydrogène; phénomène irréversible; ces masses Δm pénètrent réversiblement dans le vase A, où leur combinaison partielle s'effectue. On laisse passer successivement autant de masses Δm qu'on veut, soit m au total.

Si φ_b est le potentiel thermodynamique d'un équivalent d'hydrogène en B, φ_a celui d'un équivalent du même corps en B_1 et en A, φ_c et φ'_a se rapportant à l'iode, le travail non compensé est :

$$\int_0^m [(\varphi_b - \varphi_a) + (\varphi_c - \varphi'_a)]\, dm = C_i.$$

Il y a même masse d'acide iodhydrique formée que dans le premier cas, la chaleur cédée au milieu ambiant est encore q.

3° La même action chimique pourra être effectuée réversiblement si on détend les m équivalents d'hydrogène de la pression P à la

pression $\mathfrak{P}_1$, la vapeur d'iode de la pression P à la pression $\mathfrak{P}_2$, et si on les fait entrer dans A, toutes les pressions restant constantes.

Soit, dans ce cas, q_r la chaleur cédée au milieu ambiant de température invariable T ; dans ces opérations réversibles, le principe de l'équivalence donne :

$$q = q_r + C_i.$$

C_i est toujours positif; on ne connait pas la valeur de q_r, dont le signe et la grandeur comparée à celle de C_i déterminent le signe et la valeur de q.

Mais ce qu'il faut remarquer, c'est que C_i, la diminution du potentiel thermodynamique total, ainsi que l'indique le deuxième processus, ne se rapporte pas à l'action chimique proprement dite, mais au phénomène de diffusion qui la précède.

Dans le premier processus, C_i se rapporte en partie au phénomène de diffusion qui se produit d'abord, l'autre partie concerne un phénomène interne distinct de l'action chimique qui l'accompagne et dans lequel la tension des gaz H et I_0 va en décroissant.

Énergie cinétique dans les décharges électriques; accroissement de l'entropie. — Soit un conducteur A de très grandes dimensions et au potentiel 0, un autre B de très grandes dimensions et au potentiel V, un électrophore chargé d'électricité négative et son plateau conducteur [1]. Ce dernier, à quelque distance de l'électrophore, est en communication par un conducteur de capacité négligeable avec le conducteur A. Le tout dans une source calorifique de température T. En outre, isolée calorifiquement, une masse gazeuse très grande, dans une enceinte avec piston moteur sans frottement. Par des liaisons convenables, ce piston et le plateau de l'électrophore se font constamment équilibre : leurs déplacements sont donc réversibles.

Dans une première suite de modifications, le plateau possédant une charge positive suffisante est isolé de A, éloigné du gâteau de l'électrophore jusqu'à ce que son potentiel électrique devienne égal à V, mis en communication avec B, auquel il peut céder réversiblement une masse dm d'électricité. Il est ensuite isolé, rapproché du gâteau, remis en communication quand son potentiel est redevenu 0, puis ramené à sa position initiale.

---

(1) Voir *Unités électriques*, par M. Lippmann.

B est ensuite mis en communication électrique avec A pendant un temps dt suffisant, et par l'intermédiaire d'un conducteur de capacité négligeable, pour que la masse électrique dm s'écoule de B en A à travers ce conducteur.

On est revenu à l'état électrique initial. La source a reçu une quantité de chaleur dq équivalente au travail Vdm fourni adiabatiquement par la masse gazeuse.

Cette quantité de chaleur provient de l'énergie cinétique qu'aurait acquise la masse dm dans un conducteur sans résistance en tombant du potentiel V au potentiel 0, cette énergie cinétique ayant été détruite en grande partie dans le trajet de B à A par les résistances s'opposant à son déplacement.

L'accroissement final de l'entropie $= \frac{dq}{T} = \frac{dC_l}{T}$.

Première remarque. — Dans la décharge d'une masse finie d'électricité, B étant une source de potentiel V, si on considère une portion dl du conducteur intermédiaire, l'accroissement de l'entropie de cette portion pendant un temps dt est $\frac{dC_l}{T'}$, dC_l étant l'énergie cinétique qui y est détruite, ou la chaleur qui y est produite, pendant ce temps dt, T' la température de cette portion dl.

Il est facile de voir que, T' étant toujours plus grand que T, si on cherche l'accroissement de l'entropie dans toute la longueur du fil et pendant le temps t de la décharge, cet accroissement calculé est plus petit que $\frac{C_l}{T}$, si C_l est l'énergie cinétique disparue ou la chaleur dégagée dans le conducteur pendant la décharge.

Cela tient à ce qu'au phénomène irréversible de la décharge électrique a succédé un autre phénomène irréversible : cession de la chaleur dégagée dans le fil à la source de température T ; l'accroissement de l'entropie dans ce dernier phénomène va être étudié plus loin.

Deuxième remarque. — On conçoit le retour de la source et de la masse gazeuse par le processus suivant : une machine de Carnot prend à la source dq, lui enlève son accroissement d'entropie $\frac{dq}{T}$. En supposant qu'elle puisse fonctionner jusqu'au 0 absolu et revenir à l'état initial, elle aurait pu effectuer sur la masse gazeuse un travail égal à dq et la ramener à son état initial. L'énergie de tout le

système est donc demeurée invariable. Le seul résultat final est le transport de l'entropie créée dans les transformations irréversibles du système au 0 absolu, c'est-à-dire à un état calorifique infiniment éloigné.

Énergie cinétique dans une chute de chaleur ; accroissement de l'entropie. — Deux sources aux températures T et T_0 et une masse gazeuse isolée. Cette masse gazeuse produit le mouvement réversible d'une machine de Carnot.

$$T > T_0.$$

Celle-ci puise à la source T_0 une chaleur q_0, reçoit un travail $\mathfrak{E}$ et cède à la source T la chaleur q, telle que :

$$q - q_0 = \mathfrak{E}.$$

Si les deux sources sont mises en communication pendant un temps suffisant, la chaleur q abandonnée par la source T est reçue par la source T_0 ; l'accroissement de l'entropie dans cette transformation irréversible est :

$$\frac{q}{T_0} - \frac{q}{T} = \frac{q}{T} - \frac{q_0}{T_0} = \frac{1}{T_0}(q - q_0) = \frac{\mathfrak{E}}{T_0}.$$

$\mathfrak{E}$ peut être considéré comme représentant l'énergie cinétique de cette transformation irréversible.

Pour le comprendre, il suffit, à l'exemple de M. Lippmann [1], d'envisager le phénomène irréversible d'une autre manière : il y a eu chute d'une quantité invariable d'entropie $\frac{q}{T}$ ou $\frac{q_0}{T_0}$, et $\mathfrak{E}$ représentant l'énergie cinétique de cette chute est égal à la quantité d'entropie en mouvement multipliée par la grandeur de la chute représentée par la différence des températures $T - T_0$.

De même que, quand un corps tombe vers le sol, sa masse m ne change pas, — ce qui change, c'est la distance au sol, l'accélération terrestre, g, — l'énergie cinétique qu'elle acquiert en tombant d'un point A à un point B d'une hauteur h

$$= m \int_0^h g dh = m (V_a - V_b),$$

c'est-à-dire égale à sa masse multipliée par la différence de deux nombres définissant les positions A et B et, par suite, la chute.

(1) *Thermodynamique.*

Étude plus complète des transformations irréversibles. — On a vu que, dans une série de modifications élémentaires d'un corps, la variation de l'entropie de ce corps

$$= \int_0^1 \frac{dq + dC_i}{T},$$

l'échange de chaleur entre ce corps et d'autres étant effectué d'une manière arbitraire ; cette variation, pour aller d'un état initial 0 a un état final 1, étant indépendante de la manière dont se fait l'échange de chaleur, tandis que $\int_0^1 dC_i$ en dépend.

Je suppose que cet échange de chaleur se fasse avec un deuxième corps qui ne subit pas d'autre changement et forme avec le premier corps un système en transformation adiabatique. La force extérieure effectuant le même travail que précédemment, $\int_0^1 dq$ échangée ne dépend que de l'état initial et de l'état final.

Lorsque le premier corps cède au deuxième une quantité de chaleur dq, T étant la température du premier, T′ celle du deuxième, la variation de l'entropie du premier corps est encore :

$$\frac{dC_i - dq}{T},$$

celle du deuxième est $\frac{dq}{T'}$, celle du système dans la transformation entière :

$$\int_0^1 \left(\frac{dC_i - dq}{T} + \frac{dq}{T'}\right) dT = \int_0^1 \left(\frac{dC_i}{T} + \frac{dq}{T}\,\frac{T - T'}{T'}\right) dT.$$

Or, $\frac{dq}{T}$ (T — T′) représente l'énergie cinétique dC_i' d'une quantité d'entropie tombant de la température T du premier corps à la température T′ correspondante du deuxième.

La variation de l'entropie peut être représentée par :

$$\int_0^1 \frac{dC_i}{T}\, dT + \int_0^1 \frac{dC_i'}{T'}\, dT'.$$

Elle ne dépend pas du chemin suivi, tandis que $\int_0^1 dC_i + \int_0^1 dC'_i$ en dépend.

On n'a rien précisé au sujet de la température du deuxième corps, et rien n'empêche de donner comme condition supplémentaire que sa température initiale et sa température finale seront les mêmes que celles du premier corps.

Enfin, au lieu de deux corps, on peut en considérer un nombre quelconque de grandeur aussi petite qu'on voudra, afin que la température de chacun d'eux reste uniforme dans des transformations du système formé par leur ensemble.

Ceci se présente dans le cas réel d'un corps en transformation spontanée quand toutes sês parties ne sont ni à la même pression, ni à la même température.

dC_i étant la diminution de l'énergie cinétique matérielle d'une partie du corps à la température T, dC_i' étant l'énergie cinétique dans un échange de chaleur entre deux parties, T′ étant la tempérarature de la partie qui reçoit la chaleur, $\Sigma \frac{dC'_i}{T} + \frac{dC'_i}{T'}$ étendue à toutes les parties du corps en donne la variation d'entropie dans un élément de la transformation pendant un temps dt.

Cas particuliers. — L'expérience apprend que de l'énergie cinétique peut être détruite en produisant les mêmes effets qu'une force. Ainsi, un corps en mouvement peut, en poussant un piston, produire la compression d'un autre corps et lui communiquer de l'énergie cinétique. Si le corps en mouvement est électrisé positivement et dirigé vers un autre chargé positivement, l'énergie cinétique disparue sera remplacée en partie par de l'énergie électrique. Si le corps en mouvement frotte contre un autre, ils sont portés à des états électriques de signes contraires une partie de l'énergie cinétique du corps en mouvement est dépensée pour éloigner l'une de l'autre les parties en contact et se retrouve comme énergie électrique.

Il est vrai que, quand les corps chargés d'électricité perdent leurs charges et leur énergie électrique, celle-ci est remplacée en général et immédiatement par de l'énergie calorifique, dernier terme des transformations de l'énergie.

En conséquence, quand de l'énergie cinétique est détruite en un point de température T, la variation de l'entropie en ce point $\frac{dC_i}{T}$ est

telle que dC_i représente seulement la partie de cette énergie transformée en chaleur.

Analogie entre l'entropie et la masse électrique [1]. — Un corps électrisé a la propriété d'attirer les corps légers voisins de sa surface et, mis en communication par un conducteur avec un électroscope, les feuilles de celui-ci s'écartent, et d'autant plus que la propriété précédente est plus manifeste. La communication d'un corps électrisé avec le sol lui enlève sa propriété électrique en même temps qu'elle annule l'écartement des feuilles de l'électroscope.

Le plateau d'un électrophore étant à une faible distance d du gâteau de résine, on le met en communication avec le sol, un corps B_1 et un électroscope à une assez grande distance des corps précédents.

1° On fait cesser la communication avec le sol ; on augmente la distance d en déplaçant le plateau de l'électrophore ; les feuilles d'or divergent ; le plateau et B_1 manifestent une propriété électrique croissante ;

2° A une distance d' voulue, on fait cesser la communication du plateau et de B_1, et on ramène le plateau vers sa position première. Aussitôt que la divergence des feuilles de l'électroscope en communication avec le plateau devient nulle, on peut le mettre en communication avec le sol sans aucun changement ; puis, en maintenant cette communication, on le ramène exactement à sa position initiale.

Le corps B_1 reste électrisé : on peut définir la quantité d'électrisation de ce corps B_1 par le travail nécessaire pour produire ainsi réversiblement cette électrisation dans le cycle précédent. On dira que sa quantité d'électrisation est de $\mathcal{C}$ joules.

L'expérience apprendrait que, ce corps étant ainsi mis en communication lointaine avec un électroscope, la déviation des feuilles de cet instrument augmenterait avec la quantité d'électrisation du corps B_1, mais que, pour un même travail, ou une même quantité d'électrisation, cette déviation serait plus petite si le corps B_1 avait des dimensions plus grandes que précédemment.

En outre, que l'équilibre entre deux conducteurs électrisés mis en communication par un conducteur de volume négligeable existe, si l'un et l'autre, mis séparément en communication avec un électroscope chargé dont les feuilles ont une divergence convenable, ne font

---

[1] Analogie établie par M. Lippmann : *Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 381 ; 1881 ; et *C. R.*, t. LXXXI, p. 1425 ; 1876.

pas varier cette divergence, et cela, que leur quantité d'électrisation soit la même ou différente.

Dans le cas contraire, il n'y a pas équilibre : celui qui augmenterait le plus la déviation des feuilles de l'électroscope, ou la diminuerait le moins, perdrait une partie de son électrisation, tandis que l'électrisation de l'autre augmenterait.

Il y a donc lieu de considérer un *état électrique* défini par cette déviation, et on dira qu'un corps B_1 dans un état électrique donné étant mis en communication avec un corps B_2 dans un état électrique plus petit, le premier B_1 perd une partie de son électrisation, tandis que celle du deuxième B_2 augmente; jamais on n'observe l'inverse.

Considérons le cycle suivant : on amène le plateau de l'électrophore d'une position initiale à une autre position où il a le même état électrique que B_1 ; on le met en communication avec ce dernier. On rapproche le plateau du gâteau de résine pour enlever à B_1 une quantité d'électrisation e_1 si petite par rapport à celle qu'il possède que son état électrique ne varie pas sensiblement.

On fait cesser leur communication. On continue le mouvement du plateau jusqu'à ce que son état électrique soit le même que celui de B_2, et on le met en communication avec lui ; par un mouvement inverse, on accroît l'électrisation de B_2 d'une quantité e_2 sans que son état électrique varie sensiblement ; e_2 doit être tel que, si on fait cesser la communication, le plateau est, dans la position qu'il occupe, au même état électrique que s'il n'avait pas communiqué auparavant avec les deux corps B_1 et B_2. On le ramène à sa position initiale. Le plateau a effectué sur les forces extérieures un travail $e_1 - e_2$.

En admettant un postulat analogue à celui de Clausius, savoir qu'on ne peut pas transporter une quantité d'électrisation de B_2 à B_1 sans dépense de travail, on montrerait que les quantités e_1 et e_2 ne dépendent pas de la machine employée et, par suite, ne dépendent que des états électriques de B_1 et de B_2. Ces valeurs e_1 et e_2 peuvent donc représenter ces états électriques.

Soient deux nombres V_1 et V_2, tels que :

$$\frac{e_1}{V_1} = \frac{e_2}{V_2} = m;$$

les nombres V_1 et V_2 pourront aussi représenter ces états électriques; m est indéterminé.

C'est un fait d'expérience que, quand avec une machine on enlève

une quantité d'électrisation e_2 de B_2 pour augmenter celle d'un autre corps B_1 de e_1, si on les met en communication pendant un temps très court, de telle sorte que l'état électrique de l'un d'eux (repéré par l'électroscope) redevienne exactement ce qu'il était, l'autre reprend aussi exactement son état électrique primitif.

B_1 perdant une quantité d'électrisation e_1, B_2 gagne une quantité d'électrisation e_2 ; la différence est représentée par la chaleur dégagée.

Mais, dans ce processus irréversible, il y a une grandeur qui reste constante, c'est :

$$\frac{e_1}{V_1} = \frac{e_2}{V_2} = m.$$

Définissons les nombres V_1 et V_2 et des grandeurs M_1 et M_2 tels que, pour B_1 dont la quantité d'électrisation est de $\mathcal{E}_1$ joules :

$$\mathcal{E}_1 = \int_0^{M_1} V_1 dM_1 \quad \text{ou} \quad d\mathcal{E} = V_1 dM_1 \quad \text{ou} \quad e_1 = V_1 m.$$

V_1 a alors la signification suivante : le travail nécessaire pour accroître de l'unité une grandeur M_1 qui croît avec l'état électrique de B_1 ; pour B_2 :

$$\mathcal{E}_2 = \int_0^{M_2} V_2 dM_2 \quad \text{ou} \quad d\mathcal{E}_2 = V_2 dM_2 \quad \text{ou} \quad e_2 = V_2 m.$$

On peut dire que, dans le processus irréversible, M_1 a diminué de m et que M_2 a augmenté de m ; il y a passage, chute de m depuis l'état électrique V_1 à l'état électrique V_2 avec une production de chaleur équivalente au travail :

$$m (V_1 - V_2).$$

Les grandeurs M_1 et M_2 peuvent être désignées *quantités d'électricité*, *masses électriques ;* pour les évaluer, il faut choisir une unité convenable.

On peut envisager que, la chute d'une masse électrique se faisant avec vitesse, la chaleur engendrée représente la destruction de l'énergie cinétique que cette masse aurait pu acquérir par l'action des forces électriques agissant sur elle dans son trajet de B_2 à B_1, s'il n'y avait pas eu de résistance à son mouvement.

Pour conclure, en partant d'une quantité d'électrisation qui est une quantité d'énergie, comme la quantité de chaleur, on est arrivé

à la notion de masse électrique, comme on est arrivé à la notion d'entropie.

Il y a une différence essentielle à signaler ; dans une chute d'électricité, la masse électrique reste invariable ; tandis qu'une chute d'entropie est toujours suivie dans le corps qui la reçoit d'un accroissement de cette entropie.

A côté de cela, les analogies suivantes :

M étant la masse électrique d'un corps, V son potentiel électrique, pour augmenter cette masse de $d\text{M}$ par l'intermédiaire d'une machine et d'un corps au potentiel 0, il faut effectuer un travail $\text{V}dm$.

$\int_0^{\text{M}} \text{V}dm$ représente l'énergie électrique communiquée ainsi au corps.

S étant l'entropie d'un corps, T sa température absolue, pour accroître l'entropie de $d\text{S}$ avec une machine de Carnot en faisant cette hypothèse qu'on puisse la faire fonctionner au contact d'un corps au 0 des températures absolues, la machine doit recevoir un travail égal à $\text{T}d\text{S}$; l'énergie calorifique ou entropique du corps augmente d'autant.

$\int_0^{\text{S}} \text{T}d\text{S}$ représenterait l'énergie calorifique ou entropique cédée au corps depuis 0° des températures absolues.

La capacité entropique d'un corps $= \frac{d\text{S}}{d\text{T}}$, sa capacité électrique $= \frac{d\text{M}}{d\text{V}}$; cette dernière est constante et non la première, ce qui fait que l'énergie électrique du corps considéré seul est $\frac{1}{2}\,\text{MV}$; mais l'énergie calorifique de ce corps n'est pas $\frac{1}{2}\,\text{ST}$.

A charge électrique constante, si on déforme un corps, l'énergie électrique s'accroît du travail que les forces extérieures doivent effectuer à l'encontre des forces électriques pour produire cette déformation.

A entropie constante, si on déforme adiabatiquement un corps, l'énergie de ce corps s'accroît du travail que les forces extérieures ont accompli à l'encontre des forces élastiques du corps pour produire la déformation. On pourrait dire avec plus de raison : l'énergie entropique croît, puisque dans certains cas, alors que les forces

extérieures effectuent un travail positif, la température ou l'état calorifique diminue.

Je suis amené à conclure que la notion d'entropie peut être rendue concrète aussi facilement que la notion de masse électrique.

Hypothèses sur l'entropie. — On a vu que, dans les phénomènes mécaniques, chimiques et électriques, il y avait de la chaleur engendrée dans la destruction de l'énergie cinétique de déplacement, par exemple lorsque la vitesse d'une masse matérielle qui n'est sollicitée par aucune force diminue, ou lorsque le travail des forces agissant sur elle n'est pas représenté par un accroissement égal de son énergie cinétique. On a pu considérer de l'énergie cinétique dans une chute de chaleur en remplaçant cette image du phénomène par celle d'une chute d'entropie.

On a vu, d'autre part, que l'accroissement de l'entropie en un point d'un corps comprend l'entropie qui lui est cédée directement et $\int \frac{dC_i}{T}$, dC_i étant l'énergie cinétique remplacée en ce point de température T par de l'énergie calorifique.

On peut émettre les idées suivantes :

Tout corps renferme de l'entropie libre ; elle s'accroît dans toute destruction totale ou partielle de la force vive du mouvement de la matière, de l'électricité et même de l'entropie existante[1].

Lorsqu'en un point d'un corps de l'énergie cinétique est détruite, il y a un accroissement de cette entropie, création d'entropie libre pour recueillir l'énergie calorifique provenant de cette énergie cinétique.

La quantité d'entropie créée est égale à l'énergie calorifique apparue divisée par la température absolue au point considéré.

La cession d'entropie à un corps, corrélative de la cession de l'énergie calorifique qu'elle possède, élève la température de ce corps, quand il n'effectue aucun travail.

Quand on cède une quantité donnée d'entropie à un corps, la variation de température dépend du travail que le corps effectue simultanément.

Dans un changement adiabatique, effectué sans vitesse, du volume d'un corps, accompagné ou non d'un changement d'état physique ou d'une action chimique, il n'y a pas de variation de l'entropie libre

(1) Ainsi que du mouvement du milieu hypothétique éther.

de ce corps; la température varie par suite de la variation de la capacité entropique du corps, mais le signe de la variation de la température n'est pas toujours celui de la variation de l'énergie du corps. L'entropie libre et la matière d'un corps sont donc dans une dépendance étroite.

Deux corps sont en équilibre calorifique ou entropique, lorsque leur température est la même, sinon une quantité d'entropie quitte l'un d'eux avec l'énergie qu'elle possède et est reçue par l'autre; une partie de cette énergie est employée d'abord au mouvement de l'entropie et, à la fin du mouvement, se retrouve sous forme de chaleur; ce qui cause la création d'entropie libre pour recevoir cette énergie calorifique retrouvée.

Dans la propagation de la chaleur par rayonnement, on peut admettre que l'énergie vibratoire de l'éther du corps radiant se propage par l'éther, les corps environnants transparents, aux corps absorbants, où cette énergie cause un accroissement de l'entropie pour recueillir la chaleur provenant de cette énergie cinétique disparue.

Dans le corps radiant, l'éther conserve une énergie vibratoire en l'empruntant à l'énergie calorifique de l'entropie de ce corps, cette entropie diminuant dans cette transformation de l'énergie calorifique en énergie mécanique.

Ces hypothèses, qui sont en réalité une image des faits, rapprochent les phénomènes calorifiques des phénomènes électriques; elles auront peut-être le mérite de rendre concrète cette grandeur appelée entropie, jusqu'ici considérée seulement comme une expression mathématique.

LA THÉORIE DE NERNST ET L'ÉLECTROCAPILLARITÉ.

Par M. J. GUYOT.

Nous nous proposons de montrer, dans la première partie de ce travail, que la théorie osmotique des piles qu'a donnée Nernst [1]

[1] Cette théorie a fait l'objet d'une remarquable exposition due à M. Lucien Poincaré dans le tome II des *Rapports au Congrès international de Physique* de 1900 (p. 403 : *Quelques remarques sur la théorie de la pile voltaïque*), et d'une étude très documentée de M. Couette dans le *Journal de Physique*, 3e série, t. IX ; 1900 (*Sur la théorie osmotique des piles*, p. 200 et 269). — Voir aussi : Couette, *Journal de Physique*, 3e série, t. IX, p. 652 ; 1900 ; — Rothé, *Journal de Physique*, 3e série, t. IX, p. 543 ; 1900 ; et 3e série, t. X, p. 543 ; 1901.

est incompatible avec l'hypothèse dérivée de la théorie de la couche double d'Helmholtz et qui consiste à regarder comme nulle la différence de potentiel entre un électrolyte et le mercure au moment du maximum de tension superficielle.

M. Gouy [1], dans un important mémoire sur la fonction électrocapillaire, a montré que cette hypothèse, dérivée de la théorie des couches doubles, s'accorde mal avec les résultats de l'examen électrocapillaire d'un grand nombre de solutions salines et de mélanges d'électrolytes. Cependant cette hypothèse, qui a l'avantage de donner une interprétation très simple de certaines expériences, — notamment d'une expérience de M. Pellat [2] et d'une autre de M. Bernard Brunhes [3], — a conservé un intérêt didactique tel que, récemment encore, elle était invoquée par M. Rothé [4] comme une des prémisses d'un raisonnement dont la conclusion était précisément favorable à la théorie de Nernst.

Mais, au cours d'une étude d'ensemble sur les méthodes de mesure des différences de potentiel vraies entre deux solutions, nous nous sommes convaincu que la méthode fondée sur l'étude du maximum de la tension superficielle n'est certainement pas susceptible d'être justifiée en général, ou du moins qu'elle est inconciliable, en général, avec la théorie de Nernst, qui, sans avoir encore, ainsi que nous le montrerons, reçu de vérification absolument immédiate, embrasse un nombre croissant de faits.

Nous allons faire voir, par des exemples numériques empruntés notamment aux cas de mélanges d'électrolytes pour lesquels le calcul complet est possible, que cette hypothèse, qui consiste à regarder comme nulle la différence de potentiel $_{\mathrm{Hg}} \mid _{\mathrm{solution}}$ au maximum de la constante capillaire, est en contradiction avec la théorie de Nernst.

---

(1) Gouy, *Annales de Chimie et de Physique*, t. XXIX, 1903 : *Sur la fonction électrocapillaire.*

(2) *Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 374 ; 1887.

(3) *Comptes Rendus*, t. CXX, p. 613 ; 1895.

(4) *Journal de Physique*, 3e série, t. IX, p. 543 ; 1900.

I

LA DÉTERMINATION DU MAXIMUM DE TENSION SUPERFICIELLE ET LA MESURE DES DIFFÉRENCES DE POTENTIEL AU CONTACT.

Rappelons d'abord quelles sont les expériences susceptibles de donner la différence de potentiel vraie au contact de deux électrolytes, si on admet la théorie usuelle du maximum de tension superficielle.

1. *Expériences de MM. Bichat et Blondlot.* — La première méthode de mesure des différences de potentiel vraies au contact de deux solutions est due à MM. Bichat et Blondlot (1). On construit une pile du type

$$\mathrm{Hg} \mid L_1 \mid L_2 \mid \mathrm{Hg},$$

L_1 et L_2 désignant les deux solutions, et pour cela, dans un vase, on met du mercure et la solution L_1, dans un second vase du mercure et la solution L_2, et on réunit les deux vases par un siphon muni d'un diaphragme poreux et rempli de l'un ou l'autre des deux liquides. On mesure la force électromotrice E de la pile ainsi obtenue, et d'autre part les différences de potentiel au contact $\mathrm{Hg} \mid L_1$ et $\mathrm{Hg} \mid L_2$ en déterminant la force électromotrice qui correspond au maximum de tension superficielle du mercure capillaire, successivement au contact de L_1 et L_2. Comme

$$E = \mathrm{Hg} \mid L_1 + L_1 \mid L_2 + L_2 \mid \mathrm{Hg},$$

par différence on déduit $L_1 \mid L_2$.

MM. Bichat et Blondlot ont obtenu ainsi les résultats suivants :

$$\frac{1}{10}\,SO^4H^2 \,\Big|\, \frac{1}{26}\,SO^4Na^2 \qquad + 0^{volt},20;$$

$$\frac{1}{26}\,SO^4Na^2 \,\Big|\, \frac{3}{8}\,KOH \qquad - 0^{volt},475;$$

$$\frac{3}{8}\,KOH \,\Big|\, \frac{1}{10}\,SO^4Na^2 \qquad + 0^{volt},536.$$

(1) *Comptes Rendus*, t. C, p. 791.

Or nous avons calculé la première différence de potentiel par la formule [1] :

$$(1) \qquad \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{RT}{\varepsilon} \log \xi,$$

dans laquelle :

R est la constante des gaz et des solutions ;
T, la température absolue ;
ε, la charge de l'ion-gramme univalent (96 540 coulombs) ;
log ξ, le logarithme népérien de ξ.

---

[1] Nernst a expliqué par la diffusion en quantités inégales des ions positifs et négatifs, de part et d'autre de la surface de séparation, la production des différences de potentiel au contact de deux solutions électrolytiques. Si on admet, avec Planck, existence entre les deux solutions d'une couche de transition dans laquelle on aurait des ions qui proviennent de la dissociation des deux électrolytes, et si on intègre les équations de Nernst relatives à la diffusion des ions en un point de la couche de transition, on peut dans certains cas calculer la différence de potentiel au contact. C'est ce qu'a fait Planck pour deux solutions d'électrolytes binaires tels que KCl et NaCl (*Annalen der Physik*, 1890, t. XL, p. 560).

Mais, si on envisage le problème dans toute sa généralité, on trouve que le potentiel φ en un point d'abscisse x de la couche de transition est donné par l'équation :

$$(a) \qquad mx + p = C_1 e^{r_1\varphi} + C_2 e^{r_2\varphi} + C_3 e^{r_3\varphi},$$

où m, p, C_1, C_2, C_3, r_1, r_2, r_3 sont des constantes, et e la base des logarithmes népériens, — alors que l'intégration des équations de diffusion pour les électrolytes binaires conduit simplement à écrire :

$$mx + p = C_1 e^{r_1\varphi}.$$

La difficulté du problème, dans le cas général, tient donc à ce qu'on ne peut trouver une expression donnant φ, qui intervient dans trois exponentielles. Si on recherche les conditions nécessaires et suffisantes pour que le second membre de l'équation (a) se réduise au premier terme, on arrive à cette conclusion que les deux électrolytes doivent être du même type, c'est-à-dire que leurs deux ions positifs doivent être de même valence p', et leurs deux ions négatifs de même valence $\overline{p}'$. Ce résultat a été indiqué pour la première fois par Johnson (*Annalen der Physik*, 1904, t. XIV, p. 995) et nous l'avons retrouvé par un calcul complètement différent.

Il ne peut donc être question d'appliquer la théorie de Nernst aux contacts KOH | SO^4Na^2 étudiés par MM. Bichat et Blondlot.

En reprenant point par point le raisonnement de Planck dans le cas de deux électrolytes du même type, on arrive pour le calcul de la différence de potentiel au contact aux formules suivantes :

$$(b) \qquad \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{RT}{\varepsilon} \log \xi ;$$

$$(c) \qquad \frac{U_2 \xi^{p'} - U_1}{V_2 - V_1 \xi^{\overline{p}'}} = \frac{\overline{p}'}{p} \cdot \frac{\log \frac{c_2}{c_1} - \overline{p}' \log \xi}{\log \frac{c_2}{c_1} + p' \log \xi} \cdot \frac{\frac{c_2}{c_1} \xi^{p'} - 1}{\frac{c_2}{c_1} - \xi^{\overline{p}'}}.$$

c' et c'' désignant respectivement les concentrations des ions positifs de chacun

Cette quantité ξ est elle-même définie comme racine de l'équation :

$$(2) \qquad \frac{u_2 \frac{c_2}{c_1} \xi^{p'} - u_1}{v_2 \frac{c_2}{c_1} - v_1 \xi^{\overline{p}'}} = \frac{\log \frac{c_2}{c_1} - \overline{p}' \log \xi}{\log \frac{c_2}{c_1} + p' \log \xi} \cdot \frac{\frac{c_2}{c_1} \xi^{p'} - 1}{\frac{c_2}{c_1} - \xi^{\overline{p}'}},$$

où c_1 et c_2 sont les concentrations des solutions 1 et 2 ;

---

des deux électrolytes, au point x de la couche de transition; $\overline{c}'$, $\overline{c}''$, les concentrations respectives des ions négatifs au même point, les quantités U et V qui entrent dans l'équation (c) sont définies par les relations :

$$U = u_1 c' + u_2 c'',$$
$$V = v_1 \overline{c}' + v_2 \overline{c}'',$$

et aux deux extrémités de la couche de transition, c'est-à-dire dans les solutions 1 et 2, elles prennent les valeurs :

$$U_1 = u_1 c'_1 \qquad V_1 = v_1 \overline{c}'_1,$$
$$U_2 = u_2 c'_2 \qquad V_2 = v_2 \overline{c}'_2,$$

si $\overline{c}'_1$, $\overline{c}'_2$ sont les concentrations en anions des solutions 1 et 2 ; c'_1, c'_2, leurs concentrations en cations, alors que c_1 et c_2 expriment les concentrations totales en ions des deux solutions.

Comme il est facile de voir que

$$\frac{c'_2}{c'_1} = \frac{\overline{c}'_2}{\overline{c}'_1} = \frac{c_2}{c_1},$$

et d'autre part que:

$$\frac{\overline{c}'_1}{c'_1} = \frac{\overline{p}'}{p'},$$

l'équation (b) se laisse facilement transformer en l'équation (2) au moyen de laquelle nous avons fait le calcul de la différence de potentiel $SO^4H^2 \mid SO^4Na^2$.

Dans le cas où on a deux solutions inégalement concentrées d'un même électrolyte :

$$u_1 = u_2 = u, \qquad v_1 = v_2 = v,$$

et l'équation (2) s'écrit après simplification :

$$\frac{u}{v} = \frac{\log \frac{c_2}{c_1} - \overline{p}' \log \xi}{\log \frac{c_2}{c_1} + p' \log \xi},$$

d'où l'on tire :

$$\log \xi = \frac{u - v}{u\overline{p}' + vp'} \log \frac{c_1}{c_2},$$

et par suite :

$$(c) \qquad \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{RT}{\varepsilon} \frac{u - v}{up' + v\overline{p}'} \log \frac{c_1}{c_2}.$$

Or M. Couette a traité directement le problème dans le *Journal de Physique*, 3e série, t. IX, pp. 200, 269 ; 1900 (*Théorie osmotique des piles*), et il a obtenu la

u_1, u_2, les mobilités des ions positifs (c'est-à-dire leurs vitesses sous l'action d'une force égale à 1 dyne), p' leur valence commune; v_1, v_2, les mobilités des ions négatifs, et $\bar{p}'$ leur valence commune.

Nous avons trouvé ainsi que :

$$\frac{1}{10} SO^4H^2 \Big| \frac{1}{26} SO^4Na^2 = 0^v,0422 \qquad (\text{à } 18^o),$$

c'est-à-dire qu'il y a accord de signe, mais les valeurs calculées et observées ne sont pas du tout du même ordre de grandeur.

2. *Expérience de M. Couette.* — M. Couette (*Journal de Physique*, 1900) a cherché à mesurer la différence de potentiel au contact de deux solutions, normale et décinormale, d'acidé sulfurique.

Une électrode de cuivre mastiquée au fond d'un tube de verre est complètement recouverte d'une solution normale de sulfate de cuivre; au-dessus se trouve une solution normale L_2 d'acide sulfurique, puis une solution décinormale d'acide sulfurique. Une pointe d'électro-

---

formule :

$$(d) \qquad \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{RT}{\varepsilon}\left(\frac{1-n}{p'} - \frac{n}{\bar{p}'}\right) \log \frac{c_1}{c_2}.$$

Rapprochons les équations (c) et (d). On voit que :

$$\frac{u-v}{up' + v\bar{p}'} = \frac{1-n}{p'} - \frac{n}{\bar{p}'};$$

d'où l'on tire :

$$n = \frac{v\bar{p}'}{up' + v\bar{p}'}, \qquad 1 - n = \frac{up'}{up' + v\bar{p}'}$$

et

$$(e) \qquad \frac{n}{1-n} = \frac{v\bar{p}'}{up'},$$

qui seulement dans le cas où $p' = \bar{p}'$, c'est-à-dire dans le cas d'électrolytes binaires, se réduit à :

$$\frac{n}{1-n} = \frac{v}{u},$$

équation ordinaire du transport des ions.

Nous avons pu justifier directement l'équation (e); et, en reprenant d'autre part, dans le cas d'électrolytes quelconques, le raisonnement qui conduit à l'expression de la loi de Kohlrausch, nous sommes arrivés à cette règle générale que les mobilités des ions sont, dans le cas d'électrolyte du même type, respectivement égales, à une même constante près, aux quotients par la valence des nombres inscrits d'ordinaire dans les tableaux de mobilité (tableaux qu'on trouvera notamment dans les *Annales de Wiedemann*, t. L, 1893, p. 385).

C'est avec les mobilités ainsi obtenues que nous avons, au cours de cette étude, calculé les différences de potentiel au contact de deux solutions électrolytiques.

mètre capillaire est successivement plongée dans la région moyenne de L_1 et de L_2, et à chaque fois on détermine la force électromotrice e qu'il faut établir entre le mercure supérieur et le cuivre pour obtenir le maximum de tension superficielle du mercure capillaire. On trouve ainsi, la pointe plongeant dans L_1, que $e = 0^{volt},515$, et la pointe plongeant dans L_2 que $e = 0^{volt},570$. Si on admet que la couche double est nulle au maximum de constante capillaire, on a :

(1) 1re expérience : $Cu \mid Hg + L_1 \mid L_2 + L_2 \mid SO^4Cu + SO^4Cu \mid Cu = 0^v,515$,
(2) 2e expérience : $Cu \mid Hg \quad + L_2 \mid SO^4Cu + SO^4Cu \mid Cu = 0^v,570$,

d'où il résulte que :

$$L_1 \mid L_2 = -\ 0^v,055.$$

Or, si on calcule $L_1 \mid L_2$ dans la théorie de Nernst, on trouve :

$$L_1 \mid L_2 = -\ 0^v,042.$$

Il y a accord de signe entre les résultats du calcul et de l'expérience, mais les nombres, bien que du même ordre de grandeur, présentent encore une différence assez notable ($0^v,013$). Si on admet, ce qui est possible, que l'erreur commise sur chacune des sommes (1) et (2) atteint $0^v,005$, l'erreur sur la différence peut être de $0^v,01$. On pourrait donc justifier dans une certaine mesure l'écart $0^v,013$ entre les valeurs calculée et observée ; mais, si on tient compte du résultat des expériences de MM. Bichat et Blondlot, il semble difficile de conclure, à la suite d'une expérience qui n'est d'ailleurs qu'à demi favorable, à l'accord entre les résultats de la théorie de Nernst et de la méthode du maximum de tension superficielle.

3. *Expériences de M. Gouy* [1]. — M. Gouy s'est proposé depuis quelques années l'étude expérimentale, indépendamment de toute théorie, de la fonction électrocapillaire. L'appareil dont il s'est servi est un électromètre capillaire à réservoir mobile, déjà utilisé par l'auteur dans un travail antérieur, et dont MM. Limb et Chabaud ont fait un modèle courant de laboratoire ; la grande électrode est immergée dans un liquide différent de celui dans lequel on fait les mesures. A cet effet, la grande électrode est dans un tube à essai A contenant, au fond, du mercure où plonge un fil isolé.

Le mercure est saupoudré de calomel et recouvert d'une solution normale de chlorure de potassium, ou bien saupoudré de sulfate mer-

---

[1] *Annales de Chimie et de Physique*, 1903, t. XXIX : *Sur la fonction électrocapillaire*.

cureux et recouvert d'une solution normale d'acide sulfurique ou de sulfate disodique. Un siphon très fin fait communiquer le tube A avec le petit vase C où aboutit un autre siphon partant de l'auge B où plonge la pointe de l'électromètre. Ce vase B contient la solution soumise à l'étude. Dans le vase C où se mêlent les liquides venant de A et B, le niveau est maintenu, par un tube d'aspiration relié à une trompe, toujours un peu inférieur à celui de A et de B, de telle façon que les liquides restent purs sans mélange possible (*fig.* 1).

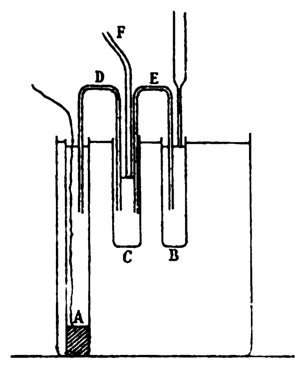


FIG. 1.

On établit entre les deux mercures, au moyen d'un potentiomètre, des différences de potentiel variables V, et on mesure les hauteurs *h* correspondantes de mercure maintenues dans le tube de l'électromètre. On peut ainsi construire une courbe électrocapillaire et déterminer la différence de potentiel qu'il faut établir entre les bornes de l'instrument pour obtenir le maximum de tension superficielle.

Soient : V', le potentiel du mercure capillaire; V'', celui du large mercure; L, la solution étudiée.

Si on admet la théorie de la couche double, au maximum de tension superficielle on a $Hg \mid L = o$, et alors :

$$V' = V'' + Hg \left| \frac{1}{1} KCl + \frac{1}{1} KCl \mid L, \right.$$

c'est-à-dire :

$$V = V' - V'' = Hg \left| \frac{1}{1} KCl + \frac{1}{1} KCl \mid L. \right.$$

Dans le cas où L est une solution normale de KCl, $\frac{1}{1} KCl \mid L = o$; on trouve ainsi que :

$$Hg \left| \frac{1}{1} KCl = -0^{v},56, \right.$$

de telle sorte que l'on a d'une manière générale :

$$V = -0^v,56 + \frac{1}{1}\,KCl \mid L,$$

c'est-à-dire :

$$L \left| \frac{1}{1}\,KCl = -0^v,56 - V. \right.$$

On pourra donc déduire de cette formule $L \left| \frac{1}{1} \right.$ KCl et voir s'il y a accord ou non entre ces résultats et les valeurs calculées de $L \left| \frac{1}{1} \right.$ KCl par la théorie de Nernst.

Le tableau suivant indique quelques résultats en ce qui concerne les électrolytes binaires :

Solutions L	Valeurs de V (M. Gouy)	Valeurs de $L \left\| \frac{1}{1} \right.$ KCl		Différences des résultats observés et calculés
		D'après l'électrocapillarité	D'après Nernst	
$\frac{1}{100}$ NaCl	— 0^v,52	— 0^v,04	+ 0^v,0033	— 0^v,043
$\frac{1}{10}$ NaCl	— 0 ,52	— 0 ,04	+ 0 ,0003	— 0 ,040
$\frac{1}{1}$ NaCl	— 0 ,56	0 ,00	— 0 ,0042	+ 0 ,004
$\frac{1}{1}$ LiCl	— 0 ,55	— 0 ,01	— 0 ,0063	— 0 ,004
$\frac{1}{100}$ HCl	— 0 ,52	— 0 ,04	+ 0 ,0058	— 0 ,046
$\frac{1}{10}$ HCl	— 0 ,53	— 0 ,03	+ 0 ,0106	— 0 ,041
$\frac{1}{1}$ HCl	— 0 ,60	+ 0 ,04	+ 0 ,0265	+ 0 ,014
$\frac{1}{100}$ KI	— 0 ,66	+ 0 ,10	+ 0 ,0025	+ 0 ,097
$\frac{1}{10}$ KI	— 0 ,72	+ 0 ,16	+ 0 ,0012	+ 0 ,159
$\frac{1}{1}$ KI	— 0 ,82	+ 0 ,26	0 ,0000	+ 0 ,260
$\frac{1}{1}$ KOH	— 0 ,45	— 0 ,11	— 0 ,0149	— 0 ,095

Si on en juge par l'expérience suivante, il semble que le désaccord se retrouve aussi chez les sels d'acides polybasiques :

Le large mercure étant recouvert de SO^4Hg^2 et d'une solution normale d'acide sulfurique, on étudie la fonction électrocapillaire d'une solution normale de SO^4Na^2. Des nombres de M. Gouy, on déduit aisément que le maximum de tension a lieu pour $V = -0^v,830$.

Donc, dans la théorie d'Helmholtz :

$$SO^4Na^2 \mid SO^4H^2 + SO^4H^2 \mid Hg = 0^v,830.$$

D'autre part, d'après les nombres de M. Rothé, on trouve par application de la même théorie :

$$SO^4H^2 \mid Hg = 0^v,892.$$

La méthode du maximum de tension superficielle donne donc :

$$\frac{1}{1} SO^4Na^2 \Big| \frac{1}{1} SO^4H^2 = -0^v,062.$$

Or, dans la théorie de Nernst on trouve — $0^v,030$, c'est-à-dire que la différence des valeurs calculée et observée est — $0^v,032$.

Il y a donc désaccord entre les résultats de la théorie de Nernst et les résultats de la méthode du maximum de tension superficielle. Nous allons donner de la grandeur de ce désaccord une évaluation numérique dans un cas particulier en utilisant les mesures de M. Gouy relatives aux mélanges d'électrolytes.

II

LES MÉLANGES D'ÉLECTROLYTES.

La grande électrode étant recouverte de la solution L_0 et le mercure capillaire plongeant dans une solution L_1 du corps A, on étudie la variation de tension superficielle du mercure avec la différence de potentiel V présentée par les deux mercures, et on construit la courbe C_1 en prenant pour ordonnées les hauteurs *h* du mercure qui mesurent les tensions et pour abscisses les valeurs absolues des différences de potentiel. On sait que cette courbe est parabolique et présente, à partir de l'axe des ordonnées, d'abord une branche ascendante, puis une branche descendante limitée au point où le mercure capillaire devient cathode.

Cela étant, on ajoute à la solution L_1 une quantité du corps B assez faible pour en faire par exemple une solution centinormale par rapport à B, quand L_1 est une solution normale par rapport à A. Désignons par L_2 la solution obtenue. Les corps A et B ont été choisis

de telle sorte que L_1, L_2 aient même réaction (acide, alcaline ou neutre). On répète l'expérience précédente avec L_2 au lieu de L_1, la grande électrode étant toujours recouverte par le liquide L_0, et on construit la courbe électrocapillaire C_2.

Si on compare les côurbes C_1 et C_2, les résultats sont les suivants :

1° Les branches descendantes de L_1 et L_2 coïncident sensiblement, mais les branches ascendantes s'écartent de quantités parfois considérables ;

2° Le maximum de L_2 comparé à celui de L_1 est reporté du côté de la branche descendante d'une quantité qui atteint souvent plusieurs dixièmes de volt.

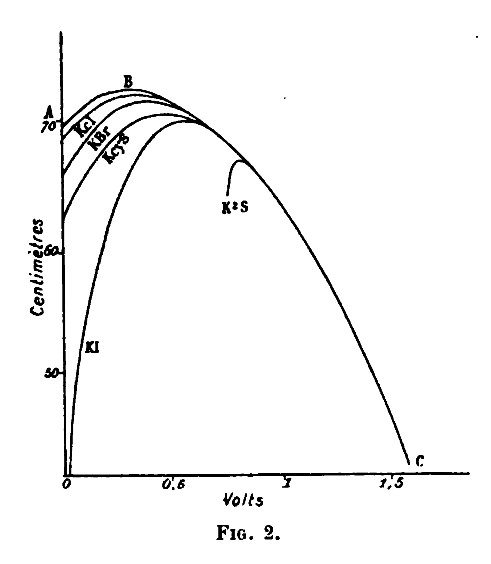


Fig. 2.

Voici en effet les résultats d'expériences de M. Gouy [1] ; ces résultats sont indiqués par les courbes ci-contre (*fig.* 2) obtenues dans les conditions suivantes :

L_0 est une solution de KOH à 10 0/0;
L_1 est la même solution (courbe ABC);
L_2, la même solution avec 1 0/0 des sels indiqués par la figure.

Conséquences. — Quelles conséquences résultent de ces faits

(1) *Comptes Rendus*, 1er février 1892 ; — *Annales de Chimie et de Physique*, 7e série, t. XXIX, p. 232 ; 1903.

expérimentaux? La pointe capillaire plongeant dans la solution L_1, on a :

$$V_1 = V' - V'' = Hg \mid L_0 + L_0 \mid L_1 + L_1 \mid Hg;$$

si on répète l'expérience avec la solution L_2, on a de même :

$$V_2 = Hg \mid L_0 + L_0 \mid L_2 + L_2 \mid Hg.$$

1° Supposons, comme l'indique la théorie d'Helmholtz, que $L_1 \mid Hg$ et $L_2 \mid Hg$ soient nuls au moment du maximum de tension superficielle. Δ_1 et Δ_2 représentant alors les valeurs respectives de V_1 et V_2, on a :

$$\Delta_2 - \Delta_1 = L_0 \mid L_2 - L_0 \mid L_1,$$

et, comme $\Delta_2 - \Delta_1$ atteint souvent plusieurs dixièmes de volt, il en résulte que la différence $L_0 \mid L_2 - L_0 \mid L_1$ peut être elle-même de plusieurs dixièmes de volt.

Or L_1 et L_2 renferment à très peu de chose près les mêmes ions, puisque L_2 n'est autre chose que la solution L_1 dans laquelle on a ajouté une très faible quantité du corps B. Que l'on mette au contact L_0 et L_1 ou bien L_0 et L_2, dans les deux cas il diffusera surtout dans L_0 des ions qui proviennent de la dissociation électrolytique du corps A et, par suite, dans les deux cas on aura à peu près le même équilibre de diffusion, donc la même différence de potentiel au contact. Il résulte donc de la théorie de Nernst que la différence $L_0 \mid L_2 - L_0 \mid L_1$ doit être nulle ou très faible, c'est-à-dire que nous aboutissons à une conclusion qui est en opposition très nette avec la précédente.

Exemple : L_0 et L_1 sont formées par une solution à 10 0/0 de KOH, L_2 est la même solution avec 1 0/0 de KI. On a $L_0 \mid L_1 = o$. Calculons $L_0 \mid L_2$.

Entre les deux solutions L_0 et L_2 s'établit une couche de transition renfermant les ions des deux électrolytes. On peut donc appliquer directement les résultats du calcul de Planck, de telle sorte que la différence de potentiel cherchée est donnée par les deux équations :

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{RT}{\varepsilon} \log \xi,$$

$$\frac{\xi U_2 - U_1}{V_2 - V_1 \xi} = \frac{\log \frac{c_2}{c_1} - \log \xi}{\log \frac{c_2}{c_1} + \log \xi} \cdot \frac{\frac{c_2}{c_1} \xi - 1}{\frac{c_2}{c_1} - \xi}.$$

La concentration en potasse des deux solutions est $c_1 = 1,78$; la concentration de L_2 en iodure :

$$c'_1 = \frac{1}{15}.$$

On a donc :

$$c_1 = 1,78, \qquad c_2 = c_1 + c'_1 = 1,846.$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} U_1 &= u'c_1 &&= 64 \times 1,78, \\ U_2 &= u'c_1 + u''c'_1 &&= 64 \times 1,8467, \\ V_1 &= v'c_1 &&= 182 \times 1,78, \\ V_2 &= v'c_1 + v''c'_1 &&= 182 \times 1,78 + 69 \times \frac{1}{15}; \end{aligned}$$

on en déduit :

$$\xi = 1,00066$$

et

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 0,16 \times 10^{-4} \text{ volt.}$$

D'après la théorie de Nernst, $L_0 \mid L_2$ serait donc de l'ordre de 10^{-5} volt et, par suite, il en est de même de la différence

$$L_0 \mid L_2 - L_0 \mid L_1.$$

Or, si on détermine cette différence par la différence $\Delta_2 - \Delta_1$, comme le veut la théorie d'Helmholtz, on trouve, en se reportant à la figure précédente, que

$$L_0 \mid L_2 - L_0 \mid L_1 = 0^v,26 \text{ ou } 0^v,27,$$

c'est-à-dire un résultat 10^4 fois plus grand que le précédent.

2° Si on admet la théorie de Nernst, on a sensiblement, comme nous venons de le voir :

$$L_0 \mid L_2 = L_0 \mid L_1,$$

et par suite :

$$\Delta_2 - \Delta_1 = L_2 \mid Hg - L_1 \mid Hg.$$

Si la solution L_1 vérifie la relation d'Helmholtz, au maximum de tension superficielle

$$L_1 \mid Hg = 0, \qquad \text{et alors} \qquad \Delta_2 - \Delta_1 = L_2 \mid Hg = 0^v,26,$$

dans l'exemple précédent.

Donc, en admettant la théorie de Nernst, l'équation d'Helmholtz, vraie pour la première solution, ne peut l'être en même temps pour la seconde, de telle sorte que la théorie usuelle de l'électrocapillarité se trouve, pour ainsi dire, en contradiction avec elle-même; ou plutôt, on peut conclure que la théorie usuelle de l'électrocapillarité et la théorie de Nernst sont contradictoires.

On aurait donc d'après cela, non pas

$$\Delta_1 = \mathrm{Hg} \mid \mathrm{L}_0 + \mathrm{L}_0 \mid \mathrm{L}_1,$$

mais

$$\Delta_1 = \mathrm{Hg} \mid \mathrm{L}_0 + \mathrm{L}_0 \mid \mathrm{L}_1 + c,$$

c étant une quantité parfaitement déterminée, qui mesure la différence de potentiel au contact capillaire lors du maximum de tension superficielle.

De là les conséquences suivantes :

1° Si L_0 et L_1 sont identiques (cas de l'électromètre capillaire) :

$$\Delta_1 = \mathrm{Hg} \mid \mathrm{L} + c,$$

c'est-à-dire que la différence de potentiel présentée par les deux mercures représenterait à une constante près seulement la différence de potentiel au contact du large mercure. Ce résultat a été formulé par M. Gouy dès 1892(1).

2° La grande électrode étant recouverte d'une solution normale de KCl et la pointe plongeant dans une solution L d'un électrolyte, on a au maximum de tension superficielle :

$$\Delta_1 = \mathrm{Hg},\, \mathrm{Hg^2Cl^2} \,\Big|\, \frac{1}{1}\,\mathrm{KCl} + \frac{1}{1}\,\mathrm{KCl} \mid \mathrm{L} + c_{\mathrm{L}}.$$

Si L est aussi une solution normale de KCl, l'expérience montre que

$$\Delta_1 = -\,0^{\mathrm{v}},56.$$

On a donc :

$$-\,0^{\mathrm{v}},56 = \mathrm{Hg},\, \mathrm{Hg^2Cl^2} \,\Big|\, \frac{1}{1}\,\mathrm{KCl} + c_{\mathrm{KCl}}.$$

D'où par soustraction :

$$c_{\mathrm{KCl}} - c_{\mathrm{L}} = -\,\Delta - 0^{\mathrm{v}},56 - \mathrm{L} \,\Big|\, \frac{1}{1}\,\mathrm{KCl}.$$

(1) *Comptes Rendus*, 1er février 1892.

Le terme $L \left| \frac{1}{1} KCl \right.$ est connu, puisque nous admettons par hypothèse la théorie de Nernst : nous avons vu, d'autre part, que $-\Delta - 0^v,56$ représenterait, dans l'hypothèse d'Helmholtz, la différence de potentiel $L \left| \frac{1}{1} KCl \right.$; $c_{KCl} - c_L$ serait donc la « différence des résultats observés et calculés » dans le tableau de la page 538.

On voit par l'examen de ce tableau (¹) que la différence $c_{KCl} - c_L$ et par suite c_L dépendraient, pour un même électrolyte, de la concentration, et que, pour des électrolytes différents de même concentration, les valeurs de c_L différeraient fort peu quand on considère des sels d'un même acide, alors qu'elles différeraient notablement quand on considère des sels du même métal (²).

III

LA THÉORIE DE NERNST ET LES CHAÎNES LIQUIDES.

Puisqu'on ne peut fonder sur l'électrocapillarité une méthode de mesure des différences de potentiel au contact de deux électrolytes, la théorie de Nernst n'est pas susceptible de vérification directe.

Mais, comme une force électromotrice est une somme de différences de potentiel au contact, il est intéressant de rechercher dans quelle mesure l'étude des forces électromotrices des chaînes liquides peut apporter une confirmation expérimentale à cette théorie.

1° *Le calcul de la force électromotrice.* — Si on représente par le schéma

$$M \mid L_1 \mid L_2 \mid \dots \mid L_n \mid M$$

une chaîne à température uniforme dans laquelle $L_1, L_2, \dots, L_n$ sont des solutions d'électrolytes, M, M des électrodes identiques, on sait que la force électromotrice de la chaîne est

$$\begin{aligned} E &= M \mid L_1 + L_1 \mid L_2 + L_2 \mid L_3 + \dots + L_n \mid M \\ &= (M \mid L_1 + L_n \mid M) + (L_1 \mid L_2 + L_2 \mid L_3 + \dots + L_{n-1} \mid L_n). \end{aligned}$$

(¹) Voir les valeurs de Δ données par M. Gouy (*Sur la fonction électrocapillaire : Annales de Chimie et de Physique*, 1903, t. XXIX).

(²) Cas des électrolytes actifs (dont la tension superficielle maxima est supérieure à celle de l'eau).

On ne sait pas mesurer la différence de potentiel vraie entre une électrode et une solution, mais la question a fait l'objet de travaux théoriques et Nernst[1] a indiqué comment, en s'appuyant sur la notion de pression de dissolution, on peut calculer la différence de potentiel entre un métal et une solution d'un de ses sels.

P désignant la pression de dissolution du métal, ϖ la pression osmotique des cations en solution, p leur valence, on trouve que la différence de potentiel cherchée est donnée par la formule :

$$e = \frac{RT}{\varepsilon p} \log \frac{P}{\varpi}.$$

Ces considérations s'appliquent, d'ailleurs, non seulement aux électrodes métalliques qui peuvent livrer des cations à la solution au contact (électrodes de première espèce), mais encore aux électrodes capables de livrer des anions (électrodes de deuxième espèce), comme c'est le cas pour le mercure saupoudré de sel mercureux en contact avec une solution saline du même acide : et on trouve alors que

$$e = -\frac{RT}{\varepsilon p} \log \frac{P'}{\varpi'}$$

(P′, pression de dissolution de l'anion; ϖ', sa pression osmotique dans la solution).

Nous supposerons donc que, dans la chaîne précédente, les électrodes M étant, par exemple, de seconde espèce, L_1 et L_n renferment toutes deux l'anion qui est envoyé en solution par l'électrode. Dans ces conditions, si on admet la théorie des électrodes :

$$M \mid L_1 + L_n \mid M = -\frac{RT}{\varepsilon p} \log \frac{P}{\varpi_1} + \frac{RT}{\varepsilon p} \log \frac{P}{\varpi_n}$$
$$= \frac{RT}{\varepsilon p} \log \frac{\varpi_1}{\varpi_n},$$

et, par suite, si on admet la théorie de Nernst, en désignant par $\mathcal{E}$ la valeur de la somme $L_1 \mid L_2 + L_2 \mid L_3 + \ldots + L_{n-1} \mid L_n$, calculée d'après cette théorie, on doit avoir :

(1) $$E = \mathcal{E} + \frac{RT}{\varepsilon p} \log \frac{\varpi_1}{\varpi_n}.$$

---

[1] *Journal de Physique*, 3e série, t. IX, p. 200 et 269 ; 1900 ; — Couette, *Théorie osmotique des piles.*

2° *Résultats.* — L'expérience montre qu'il y a un accord satisfaisant entre les valeurs calculées et observées de E [1]. Cela prouve que la formule (1) est exacte, mais il n'en résulte pas que l'on a nécessairement :

$$L_1 \mid L_2 + L_2 \mid L_3 + \ldots + L_{n-1} \mid L_n = \mathcal{E},$$

car, si on avait, d'une part :

$$L_1 \mid L_2 + L_2 \mid L_3 + \ldots + L_{n-1} \mid L_n = \mathcal{E} + K,$$

et d'autre part :

$$M \mid L_1 + L_n \mid M = \frac{RT}{\varepsilon p} \log \frac{\varpi_1}{\varpi_n} - K,$$

l'équation (1) serait encore vérifiée.

Si donc on veut prouver que l'on a bien

$$L_1 \mid L_2 + L_2 \mid L_3 + \ldots + L_{n-1} \mid L_n = \mathcal{E},$$

conformément à la théorie de Nernst, il faut encore montrer que

$$(2) \qquad K = 0 \qquad \text{ou} \qquad M \mid L_1 + L_n \mid M = \frac{RT}{\varepsilon p} \log \frac{\varpi_1}{\varpi_n}.$$

Diverses expériences ont été tentées dans ce but, et le *Journal de Physique*, notamment [2], a publié les résultats obtenus par M. Rothé, que nous allons rappeler brièvement.

3° *Expériences de M. Rothé.* — I. Supposons que nous ayons déterminé expérimentalement par l'électromètre capillaire la différence de potentiel $M \mid L_1$; si $K = 0$, il sera facile d'en déduire $M \mid L_n$ par la formule :

$$(2\ bis) \qquad M \mid L_n = M \mid L_1 - \frac{RT}{\varepsilon p} \log \frac{\varpi_1}{\varpi_n}.$$

M. Rothé a fait le calcul pour des solutions L_n d'acide sulfurique et d'acide chlorhydrique, les valeurs de $M \mid L_1$ étant les nombres suivants déterminés par la méthode du maximum de tension superficielle :

0v,892 pour SO^4H^2 de densité 1,0337 ;
0 ,568 » HCl » 1,017.

(1) Voir Negbaur, *Annalen der Physik*, t. XLIV, p. 737 ; 1891.
(2) Voir 1900 et 1901.

Il a, d'autre part, déterminé expérimentalement $M \mid L_n$ par l'électromètre capillaire. Il y a accord entre les valeurs calculées et observées [1].

II. Si $\varpi_1 = \varpi_n$:

$$M \mid L_1 = M \mid L_n,$$

d'où l'on conclut que la différence de potentiel entre une électrode de mercure saupoudrée d'un sel mercureux et une solution d'un sel du même acide ne change pas si on remplace dans cette solution le sel considéré par un sel différent du même acide, pourvu que la concentration par rapport à l'anion reste la même.

On aurait donc, d'après cela :

$$Hg, Hg^2Cl^2 \left| \frac{1}{1} KCl = Hg, Hg^2Cl^2 \right| \frac{1}{1} NaCl.$$

M. Rothé a mesuré ces deux différences de potentiel au contact par la méthode du maximum de tension superficielle, en remplaçant successivement l'acide sulfurique d'un électromètre capillaire par une solution normale de KCl et par une solution normale de NaCl; dans les deux cas, il a trouvé que le maximum correspondait à $0^v,560$ [2].

4° *Discussion.* — Que conclure des expériences de M. Rothé ?

I. Admettons que la force électromotrice correspondant au maximum de constante capillaire représente la différence de potentiel au contact du large mercure. Il résulte alors des expériences de M. Rothé que l'on a, — tout au moins pour les solutions étudiées :

$$(3) \qquad 1^\circ \; M \mid L_1 = M \mid L_n,$$

L_1 et L_n étant deux solutions de sels différents, également concentrées par rapport au même anion ;

$$(2) \qquad 2^\circ \; M \mid L_1 + L_n \mid M = \frac{RT}{\varepsilon p} \log \frac{\varpi_1}{\varpi_n}.$$

Mais en est-il toujours de même ? Peut-on par exemple regarder la relation (3) comme générale pour ce seul motif que deux solutions sulfuriques quelconques ou deux solutions chlorhydriques la vérifient?

---

(1) *Journal de Physique*, 3e série, t. X, p. 546 ; 1901.
(2) *Journal de Physique*, 3e série, t. IX, p. 543 ; 1900.

Si on considère une solution normale d'acide sulfurique $\left(\frac{1}{2}\right.$ molécule-gramme par litre$\left.\right)$, il résulte d'expériences de M. Rothé (¹) que, si on admet la théorie d'Helmholtz, on a :

$$Hg, SO^4Hg^2 \left| \frac{1}{1} SO^4H^2 = -0^v,892. \right.$$

D'autre part, des nombres donnés par M. Gouy (²), on peut déduire :

$$Hg, SO^4Hg^2 \left| \frac{1}{1} SO^4Na^2 = -0^v,842. \right.$$

Ainsi, bien que les deux solutions d'acide sulfurique et de sulfate disodique aient même concentration, l'électromètre capillaire ne donne pas :

$$Hg, SO^4Hg^2 \left| \frac{1}{1} SO^4H^2 = Hg, SO^4Hg^2 \right| \frac{1}{1} SO^4Na^2,$$

tandis qu'il conduit à écrire :

$$Hg, Hg^2Cl^2 \left| \frac{1}{1} KCl = Hg, Hg^2Cl^2 \right| \frac{1}{1} NaCl.$$

Et si on tient compte de ce fait que la fraction δ des molécules dissociées est plus grande dans la solution sulfurique normale que dans la solution normale de sulfate disodique, on voit que l'équation (2) n'est pas non plus vérifiée, puisque :

$$Hg, SO^4Hg^2 \left| \frac{1}{1} SO^4H^2 - Hg, SO^4Hg^2 \right| \frac{1}{1} SO^4Na^2 = -0^v,050,$$

alors que $\frac{RT}{\varepsilon p} \log \frac{\delta_{SO^4H^2}}{\delta_{SO^4Na^2}}$ est positif.

Si donc on admet la théorie d'Helmholtz relative à l'électrocapillarité, les relations (2) et (3) ne sont pas générales, et par suite on n'a pas nécessairement :

$$(4) \qquad L_1 \mid L_2 + L_2 \mid L_3 + \ldots + L_{n-1} \mid L_n = \mathcal{E},$$

c'est-à-dire que la théorie de Nernst se trouve en défaut.

(¹) Rothé, thèse *Sur la polarisation des électrodes*, Paris, 1903.

(²) Gouy, *Sur la fonction électrocapillaire* (*Annales de Chimie et de Physique*, 1906, t. VIII, p. 293).

II. Admettons, au contraire, que la théorie de Nernst soit la vraie. Comment interpréter alors les expériences de M. Rothé, qui, à première vue, semblent bien séduisantes ?

L'équation (4) étant vérifiée par hypothèse, on a :

$$M \mid L_1 + L_n \mid M = \frac{RT}{\varepsilon p} \log \frac{\varpi_1}{\varpi_n},$$

et, d'autre part, en désignant par V et V′ les forces électromotrices qui correspondent au maximum de constante capillaire :

$$M \mid L_1 = V + c;$$
$$M \mid L_n = V' + c',$$

c et c' étant deux constantes inconnues qui peuvent être égales ou différentes.

Par suite :

$$(5) \qquad V - V' + c - c' = \frac{RT}{\varepsilon p} \log \frac{\varpi_1}{\varpi_n},$$

qui, dans le cas de deux solutions également concentrées en anions, c'est-à-dire de $\varpi_1 = \varpi_n$, se réduit à :

$$V - V' + c - c' = 0.$$

Si donc l'expérience démontre que :

$$V - V' = \frac{RT}{\varepsilon p} \log \frac{\varpi_1}{\varpi_n}$$

(cas des solutions chlorhydriques ou des solutions sulfuriques inégalement concentrées), ou que

$$V = V'$$

(cas des solutions normales de KCl et NaCl), c'est simplement que l'on a $c = c'$, sans qu'il soit nécessaire que $c = 0$, $c' = 0$.

L'examen du tableau de la page 538 démontre par ailleurs que, pour des solutions diluées de HCl (centi ou décinormales), c possède à peu près la même valeur, puisque :

$$c_{KCl} - c_{\frac{1}{100} HCl} = -0^v{,}046 ;$$
$$c_{KCl} - c_{\frac{1}{10} HCl} = -0^v{,}041 ;$$

d'où résulte que :

$$c_{\frac{1}{10}\,\mathrm{HCl}} - c_{\frac{1}{100}\,\mathrm{HCl}} = 0^{\mathrm{v}},005\,;$$

et, d'autre part, si on considère les solutions normales de KCl et NaCl, on voit que

$$c_{\frac{1}{1}\,\mathrm{KCl}} - c_{\frac{1}{1}\,\mathrm{NaCl}} = 0^{\mathrm{v}},004.$$

Or les tableaux de M. Gouy donnent seulement à 1/100 de volt près les différences de potentiel correspondant aux maxima de tension superficielle; par suite, les différences $0^{\mathrm{v}},005$, $0^{\mathrm{v}},004$ peuvent être attribuées aux erreurs d'expérience, et les expériences de M. Gouy conduisent aux mêmes conclusions que celles de M. Rothé.

Conclusion. — Les expériences de M. Rothé ne permettent pas de tirer des conclusions certaines relativement à la théorie des électrodes, parce que l'électromètre capillaire ne donne pas de façon certaine la différence de potentiel vraie au contact du large mercure. Par suite, si l'accord, fourni par les chaînes liquides à extrémités différentes, entre des forces électromotrices calculées et observées, est intéressant, il n'appuie en aucune façon la théorie de Nernst concernant les différences de potentiel au contact. Seules les *chaînes liquides à extrémités identiques* — dont la force électromotrice est indépendante de toute considération relative aux électrodes — pourront ajouter à la confirmation expérimentale que cette théorie reçoit déjà par ailleurs de l'étude des phénomènes de diffusion.

C'est pourquoi il nous a paru intéressant de chercher : 1° à mesurer à nouveau la force électromotrice de chaînes liquides à extrémités identiques, dans quelques cas où les solutions ne renferment que des ions monovalents ; 2° à étudier de même quelques chaînes dont les électrolytes renferment des ions bivalents, et à comparer les résultats obtenus avec ceux que donne le calcul complet et correct sommairement indiqué en note (p. 533). L'exposé des résultats obtenus et leur discussion feront l'objet d'un second mémoire [1].

[1] Travail exécuté au Laboratoire de Physique de la Faculté des Sciences de Clermont-Ferrand.

ÉLECTROMÈTRE A TORSION;

Par M. E. SALMON.

L'appareil se compose (*fig.* 1 et 2) de deux plateaux métalliques, parallèles et verticaux, disposés dans une cage en verre; A, percé d'une ouverture circulaire, sert d'anneau de garde, et B, muni d'un manche en verre, peut subir des déplacements parallèles mesurés avec un sphéromètre S couché horizontalement. Un léger disque circulaire *b*, en aluminium, s'engage exactement dans l'ouverture du plateau A. Ce disque est supporté par une aiguille en forme de croix dont les branches sont maintenues horizontales par le contrepoids, et qui est suspendue par un fil d'argent que l'on peut tordre avec la garniture métallique d'une balance de Coulomb.

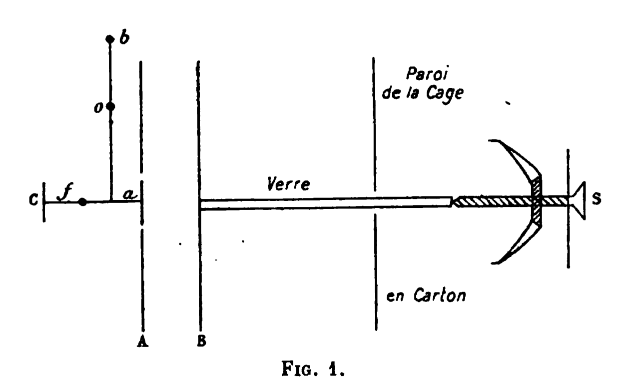


Fig. 1.

La course du disque est limitée par des fils de cocon tendus sur la surface interne du plateau A et par un fil de platine *f* qui vient heurter un plateau de verre C avec coïncidence de l'extrémité du fil avec son image.

L'anneau de garde A communique directement avec le sol. D'autre part, un fil de platine, enroulé sur l'aiguille, s'applique sur le disque et soutient un autre fil de platine vertical qui plonge dans un godet *b* contenant de l'eau acidulée reliée au sol.

Les potentiels de l'anneau de garde et du disque sont donc toujours nuls ; B est porté au potentiel V que l'on veut mesurer.

Formule de l'appareil. — La formule de l'appareil est celle de

l'électromètre absolu :

$$V = e\sqrt{\frac{8\alpha F}{S}}.$$

La force de torsion F, à l'extrémité de l'aiguille, est proportionnelle à α, et l'on peut écrire pour les mesures relatives :

$$V = Ae\sqrt{\alpha}.$$

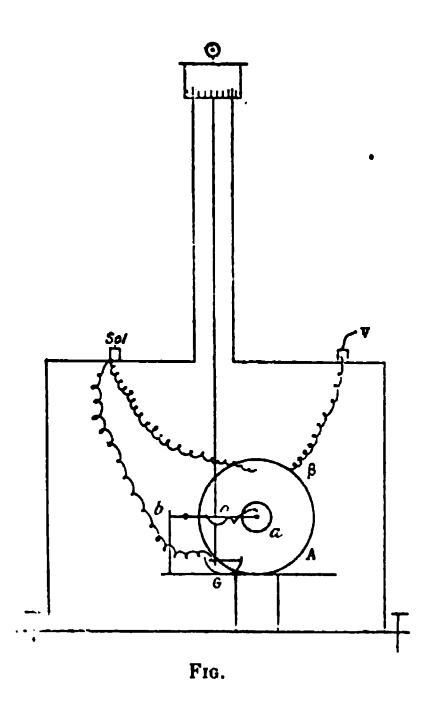


Fig.

Champ de l'appareil. — Vérification de la loi de Coulomb. — La formule précédente n'est rigoureusement vraie que pour des plateaux de rayons infinis.

Les plateaux de l'appareil ont 12 centimètres de diamètre.

Il faut donc chercher, tout d'abord, quelle est la distance limite des plateaux à laquelle on peut appliquer la formule, en restant audessous des erreurs d'expériences.

Pour cela, on porte le plateau B au potentiel de 120 volts du courant de la ville, potentiel sensiblement constant le matin, et l'on corrige par la formule pour les faibles écarts lus sur un voltmètre.

En donnant au plateau B des déplacements égaux, on a la série :

$$120 = Ae\sqrt{\alpha}\,;$$
$$120 = A(e + d_1)\sqrt{\alpha_1}\,;$$
$$120 = A(e + 2d_1)\sqrt{\alpha_2}, \text{ etc.}\,;$$

d'où l'on tire :

$$\frac{\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_1}} - 1}{d_1} = \frac{\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_2}} - 1}{2d_1} = \text{etc.} = C^{te}.$$

Pour montrer la nature des résultats, on a choisi dans une série l'expérience suivante, faite avec un fil d'argent de $\frac{1}{50}$ de millimètre de diamètre et en donnant au plateau B des déplacements égaux $d_1 = 2$ millimètres.

L'angle α_3 correspond à la distance AB $= 1^{cm},8$:

$$\alpha = 798°\,;$$
$$\alpha_1 = 338°\,;$$
$$\alpha_2 = 185°\,;$$
$$\alpha_3 = 115°\,;$$
$$\alpha_4 = 82°\,;$$
$$\alpha_5 = 58°.$$

On déduit de là :

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_1}} - 1 = 0{,}53\,;$$
$$\frac{\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_2}} - 1}{2} = 0{,}53\,;$$
$$\frac{\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_3}} - 1}{3} = 0{,}54\,;$$
$$\frac{\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_4}} - 1}{4} = 0{,}53\,;$$
$$\frac{\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_5}} - 1}{5} = 0{,}54.$$

A une distance plus grande, les torsions deviennent trop faibles et les erreurs relatives trop grandes.

En remarquant que les déplacements du plateau B, mesurés au sphéromètre, peuvent être considérés comme obtenus sans erreurs et

que les torsions se mesurent à une division près, le calcul montre que l'erreur absolue est $\frac{1}{100}$.

Les nombres obtenus montrent donc que l'on peut déplacer B jusqu'à 2 centimètres de A, en conservant un champ électrique uniforme. Nous verrons plus loin que l'on peut aller jusqu'à 3 centimètres.

On peut encore considérer les résultats de ces expériences comme une vérification de la loi de Coulomb dont la formule de l'appareil est une conséquence.

Mesures relatives. — 1[er] CAS. — Le potentiel que l'on veut mesurer a une valeur voisine de 120 volts.

On porte B au potentiel V et l'on mesure l'angle de torsion qui équilibre la force électrique :

$$V = Ae\sqrt{\alpha}.$$

On porte B au potentiel de 120 volts du courant de la ville :

$$120 = Ae\sqrt{\alpha'}.$$

Par suite :

$$\frac{V}{120} = \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha'}}.$$

2[me] CAS. — Le potentiel à mesurer est beaucoup plus élevé que 120 volts.

On porte B au potentiel inconnu :

$$V = Ae\sqrt{\alpha}.$$

On porte ensuite B au potentiel de 120 volts, et on le rapproche, avec le sphéromètre, du plateau A. Soit d_1 le déplacement :

$$120 = A(e - d_1)\sqrt{\alpha_1}.$$

On rapproche encore B de A, ce qui donne un déplacement total d_2.

$$120 = A(e - d_2)\sqrt{\alpha_2}.$$

Entre ces trois équations, on élimine A et e :

$$(1) \qquad V = 120\,\frac{1 - \frac{d_1}{d_2}\sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}}}{\sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha}}\left\{1 - \frac{d_1}{d_2}\right\}}.$$

On citera comme exemple la mesure du potentiel d'une bouteille de Leyde chargée avec une petite bobine de Ruhmkorff.

L'aiguille était suspendue à un fil d'argent de $\left(\frac{1}{10}\right)$ de millimètre de diamètre.

Le plateau B étant à $1^{cm},7$ de A et communiquant avec l'armature interne de la bouteille, il a fallu une torsion de 62° pour maintenir l'aiguille en équilibre sur le plateau A.

On a déplacé le plateau B vers le plateau A de $1^{cm},5$, et on l'a porté au potentiel 120 volts. La torsion d'équilibre a été de 27°.

Pour le déplacement $1^{cm},6$, la torsion a été 79°.

Donc :

$$V = 120 \frac{1 - \frac{15}{16}\sqrt{\frac{27}{79}}}{\sqrt{\frac{27}{62}}\left\{1 - \frac{15}{16}\right\}} = 1\,344 \text{ volts.}$$

Les déplacements, mesurés au sphéromètre, sont connus sans erreurs ; l'erreur absolue sur une torsion est inférieure à 1°. L'erreur relative calculée est $\frac{1}{80}$ environ. Le potentiel 1344 volts est connu à 18 volts près.

Mesures absolues. — La formule de l'appareil peut s'écrire :

$$V = \frac{e}{r}\sqrt{8 \cdot \varphi \cdot \alpha}. \tag{2}$$

e, distance des plateaux ;

r, rayon du disque : $r = 1^{cm},21$;

φ, force de torsion, sur le centre du disque, pour une torsion de 1°.

La mesure de e se fait au sphéromètre, après avoir mis les deux plateaux en contact. La mesure est facilitée par ce fait que le plateau B est mobile dans tous les sens, ce qui permet de l'appliquer exactement sur A. On peut ainsi obtenir e avec une erreur absolue de $\left(\frac{1}{5}\right)$ de millimètre.

$2r$, le diamètre du disque, se mesure au palmer, qui donne une erreur absolue de $\left(\frac{1}{100}\right)$ de millimètre.

φ, la force de torsion pour 1°, s'obtient de la façon suivante, en

remarquant que, pendant la torsion, le poids tenseur du fil maintient immobile le centre de l'aiguille.

On suspend à un long fil de cocon une masse connue m que l'on amène en contact avec le disque, dont les déplacements se lisent sur une règle R (*fig.* 3) graduée en demi-millimètres; on vise avec une lunette, qui permet d'apprécier $\left(\frac{1}{4}\right)$ de millimètre.

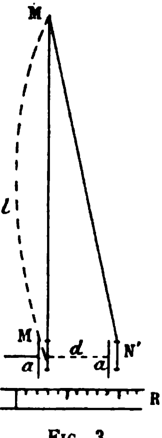


Fig. 3.

On tourne le tambour d'un angle β, et on lit un déplacement d. En désignant par l la longueur du fil de cocon :

$$\varphi = \frac{d \cdot mg}{l\beta}.$$

Première mesure. — Avec un fil d'argent de $\left(\frac{1}{10}\right)$ de millimètre de diamètre et une masse de $0^{gr},2$ donnant $0,2 \times 981$ kilogrammètres, une torsion de 250° produit un déplacement de $1^{cm},80$, et une torsion de 360° donne un déplacement de $2^{cm},60$. La longueur du fil de cocon est $67^{cm},7$.

On a :

1re torsion	$\varphi_1 = 0,0209$
2e torsion	$\varphi_2 = 0,0210$

avec une erreur relative calculée de $\left(\frac{1}{200}\right)$.

On place ensuite B à $1^{cm},7$ du plateau A, et on le met en communication avec une bouteille de Leyde chargée par la petite bobine de Ruhmkorff; pour maintenir le disque en équilibre sur A, il faut une torsion de 62°.

Donc :

$$V = \frac{1,7}{1,21} \sqrt{8 \times 0,0210 \times 62};$$

$$V = 4,52 \text{ C. G. S. avec une erreur relative de } \frac{1}{60},$$

et

$$V = 1\,356 \text{ volts.}$$

On a trouvé par la même expérience, en appliquant la formule (1),

$$V = 1\,344 \text{ volts à } \frac{1}{80}, \text{ erreur relative.}$$

Les deux résultats sont donc concordants.

On aurait une précision plus grande avec un angle de torsion plus grand.

Il suffit de prendre un fil plus fin.

Deuxième mesure. — On suspend l'aiguille à un fil de diamètre $\left(\frac{1}{20}\right)$ de millimètre.

Pour mesurer φ, on a pris une masse de $0^{gr},05$ fixée à un fil de cocon de $67^{cm},5$ de longueur.

On a obtenu un déplacement de $1^{cm},55$ pour une torsion de 720° et un déplacement de $2^{cm},30$ pour une torsion de 1 080°. On trouve ainsi les deux valeurs :

$$\varphi_1 = 0,00154;$$
$$\varphi_2 = 0,00156.$$

Il est alors facile de s'assurer que l'on peut, dans les mesures, écarter les plateaux de 3 centimètres.

En effet, la bouteille de Leyde étant chargée avec la petite bobine de Ruhmkorff, actionnée par un primaire d'intensité constante lue sur un ampèremètre, on place le plateau B à 3 centimètres de A, et l'on observe un angle de torsion de 343° pour l'équilibre. A une distance de 2 centimètres, la torsion d'équilibre est 755°.

En appliquant la formule (2), on trouve :

$$V_1 = 5{,}02 \text{ C. G. S.} \quad \text{ou} \quad 1\,506 \text{ volts};$$
$$V_2 = 5{,}09 \text{ C. G. S.} \quad \text{ou} \quad 1\,527 \text{ volts},$$

avec une erreur relative calculée de $\left(\frac{1}{100}\right)$.

On pourra donc, dans la suite, placer le plateau B à 3 centimètres de A.

TROISIÈME MESURE. — Pour comparer les deux formules (1) et (2), on a laissé le fil de $\left(\frac{1}{20}\right)$ de millimètre de diamètre, et on a fait les expériences suivantes.

Le plateau B, à 2 centimètres de A, chargé avec la bouteille de Leyde et la petite bobine, on a trouvé pour torsion d'équilibre 257°.

Après déplacement de B vers A de $2^{cm},4$, on charge B à 120 volts ; il faut une torsion d'équilibre de 40°.

Pour le déplacement total de $2^{cm},6$, il faut une torsion de 74° pour avoir l'équilibre du disque sur A.

La formule (1) donne :

$$V_1 = 1\,308 \text{ volts};$$

la formule (2) :

$$V_2 = 1\,320 \text{ volts}.$$

La différence est inférieure à l'erreur calculée.

QUATRIÈME MESURE. — L'aiguille est suspendue à un fil d'argent de $\left(\frac{1}{10}\right)$ de millimètre de diamètre. On mesure la force de torsion avec un petit anneau de cuivre, $m = 6^{gr},925$, suspendu à un fil de cocon de $81^{cm},4$, et l'on trouve pour une torsion de 130° un déplacement de $1^{cm},85$. Par suite :

$$\varphi = 1{,}18.$$

On fait alors communiquer le plateau B, placé à 3 centimètres de A, avec une bouteille de Leyde chargée par une bouteille électrique. La torsion d'équilibre a été 310°. En portant dans la formule (2) :

$$V = 39\,900 \text{ volts},$$

avec une erreur relative de $\frac{1}{100}$.

Dans ces dernières expériences, il est nécessaire de maintenir l'aiguille par un arrêt *b* qui empêche le disque de sortir de l'ouverture circulaire du plateau A.

Conclusions. — Cet appareil permet de mesurer, comme on vient de le voir, des potentiels très élevés avec une erreur relative inférieure à $\frac{1}{100}$.

En prenant un fil de diamètre convenable, la limite est le potentiel dont la distance explosive correspond à la distance des plateaux.

Il permet de charger une batterie à un potentiel connu, car il suffit de tordre le fil de l'angle calculé et de saisir l'instant où le disque est attiré.

Il peut être, sans difficulté, manié par des mains inexpérimentées.

RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE DES SOLÉNOIDES POUR LES COURANTS DE HAUTE FRÉQUENCE.

Travail de l'Institut de Physique de l'Université de Pise.

Par M. A. BATTELLI.

PREMIÈRE PARTIE.

La résistance électrique des conducteurs métalliques n'est physiquement déterminée que lorsqu'on a établi la loi d'après laquelle le courant électrique se distribue dans les différents points du conducteur même.

Cette distribution varie considérablement avec les variations du caractère du courant. On ne connaît pas bien la loi qui préside à ces variations, si ce n'est lorsqu'il s'agit d'un conducteur rectiligne à section circulaire.

On rencontre assez rarement ce cas dans les recherches expérimentales, où l'on emploie le plus souvent des conducteurs enroulés en solénoïdes. Dans un précédent travail [1] que j'ai publié en collaboration avec le Dr Magri, nous avons eu l'occasion d'observer

---

[1] *Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino*, 2, 51, p. 371; 1902.

que la distribution du courant dans l'épaisseur du fil est très différente de celle qui a lieu dans les mêmes conducteurs rectilignes.

On observe toujours qu'avec des courants oscillatoires la résistance d'un solénoïde, composé d'un fil dont l'épaisseur ne soit pas très faible, est toujours plus élevée que la résistance qu'aurait ce même fil s'il était disposé en ligne droite. La différence croît avec l'augmentation de la fréquence des courants, et elle est d'autant plus importante que l'épaisseur du fil est plus forte et que la distance entre chaque tour de la spirale est plus faible.

Dans un conducteur rectiligne, les courants alternatifs ne passent que par une mince couche superficielle ; lorsque le même conducteur est enroulé en spirale, la portion de conducteur qui ne participe pas au passage des courants se trouve accrue et, par conséquent, la section utile du conducteur est encore diminuée.

Nos résultats ont été confirmés par Dolazelek [1], qui, indépendamment de nos observations, remarqua que la résistance de quelques bobines était supérieure à la résistance que ces mêmes bobines présentaient pour des courants continus. Il attribua cette augmentation à des courants de Foucault et à des défauts d'uniformité de la distribution du courant dans la section du fil.

Mais Wien [2] montra que ces augmentations de résistance ne pouvaient être attribuées à des défauts d'uniformité, ce que nous avions déjà établi.

Cet auteur proposa une interprétation théorique des résultats de Dolazelek, et ses formules finales concordent assez bien avec les expériences, pourvu que celles-ci fussent faites avec des bobines à plusieurs couches de fil. Dolazelek a employé des courants dont la fréquence a été poussée jusqu'à 3 000 alternances par seconde.

Le cas d'un solénoïde avec une seule couche de spires a été traité à part par Wien. Il est arrivé à la conclusion qu'avec des courants de fréquence N la résistance R est donnée par une série du type

$$R = R_0 + aN^2 - bN^4 - cN^6 - \dots, \qquad (1)$$

où R_0 est la résistance pour des courants continus, a, b, c, ... sont des constantes qui dépendent de l'épaisseur du fil et de la distance entre chaque tour du solénoïde.

(1) *Ann. d. Phys.*, 12, p. 1142; 1903.
(2) *Ann. d. Phys.*, 14, p. 1; 1904.

Le calcul effectif de semblables constantes est très compliqué, si bien que Wien s'est contenté de trouver seulement la valeur de la première d'entre elles.

Indépendamment de cet inconvénient qui fut relevé par Wien, la série (1) ne peut fournir une valeur suffisamment exacte de R. En effet, dans les raisonnements qu'il fait pour établir cette valeur, Wien suppose implicitement que la distribution du courant dans la section du fil est uniforme dans tous les points qui se trouvent à la même distance de l'axe du solénoïde, c'est-à-dire sur les points d'un cylindre coaxial avec le solénoïde.

Il est à présumer que, de même que dans un conducteur rectiligne le courant tend à se localiser à la surface du conducteur, dans le cas présent la densité du courant sera supérieure aux points qui sont à proximité de la surface du conducteur. Il se peut aussi qu'avec un solénoïde il y ait, à côté du phénomène étudié par Wien, un phénomène analogue au *skineffekt* des conducteurs rectilignes. Il s'ensuit que la résistance des solénoïdes élémentaires étudiés par Wien ne peut pas être considérée comme quantité indépendante de la fréquence des courants.

Plus récemment, Sommerfeld [1] a repris le même problème, en passant du cas des solénoïdes usuels formés de spires distinctes l'une de l'autre au cas d'un solénoïde idéal constitué par un tube vide intérieurement dans lequel le courant est obligé de décrire des lignes circulaires ayant pour axe l'axe du tube. Il calcule pour de hautes et de basses fréquences la résistance d'une portion annulaire du tube comprise entre deux plans dont la distance est égale à l'épaisseur des parois du tube. Cette portion constitue par conséquent une spire à section carrée.

Sommerfeld a comparé la résistance R de ses solénoïdes hypothétiques, qu'il suppose être construits avec un ruban de section carrée, avec les résistances correspondantes R′ que l'expérience donne à ces solénoïdes, quand leur section, pour une aire égale, est transformée en un cercle. Il était arrivé à la conclusion qu'entre R et R′ il y a bien une très notable différence (égale environ à 50 0/0 de R′), mais que le rapport $\frac{R'}{R}$ est une constante γ, qui a la même valeur ($\gamma = 0,6$) aussi bien pour les hautes que pour les basses fréquences.

---

(1) *Ann. d. Phys.*, 15, p. 673 ; 1904.

Toutefois, en réalité, la constance du rapport $\frac{R'}{R}$ dans les cas examinés par Sommerfeld doit probablement être attribuée plutôt à une coïncidence qu'à une loi physique.

En effet, le rapport $\frac{R'}{R}$ a une valeur égale à 1 pour les courants continus. Il est vraiment improbable que cette valeur arrive, d'une manière presque discontinue, à 0,6 aussitôt que le courant devient alternatif. Il est, aussi, peu probable que cette dernière valeur se conserve constamment pour les hautes et les basses fréquences.

Il semblerait même, d'après les conclusions de Sommerfeld, que, pour les hautes fréquences, la résistance d'un fil enroulé en hélice devrait être indépendante du pas de l'hélice, ce qui est tout à fait contraire aux expériences.

J'ai tenté par une autre voie de résoudre théoriquement cet important problème, en m'occupant seulement du cas des très hautes fréquences. Pour les courants de basse fréquence, les résultats de Wien sont excellents. J'ai fondé mes déductions sur une observation ayant un caractère assez général, et qui élargit considérablement l'étendue théorique des lois bien connues qui indiquent la localisation des courants de haute fréquence à la surface dans les conducteurs rectilignes.

On sait que, dans un conducteur de forme quelconque, les trois composantes u, v, w de la densité du courant, si celui-ci est variable par rapport au temps t, satisfont aux équations :

$$(1) \qquad \left\{ \begin{aligned} \Delta_2 u &= \frac{4\pi\mu}{\sigma}\frac{du}{dt}, \\ \Delta_2 v &= \frac{4\pi\mu}{\sigma}\frac{dv}{dt}, \\ \Delta_2 w &= \frac{4\pi\mu}{\sigma}\frac{dw}{dt}, \end{aligned} \right.$$

où

$$\Delta_2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2},$$

et les constantes μ et σ représentent respectivement la perméabilité magnétique et la résistance spécifique du conducteur.

Ces équations ont été intégrées dans deux cas particuliers : 1° dans le cas où le conducteur est formé d'une plaque métallique ; 2° dans le cas où le conducteur est formé par un cylindre plein ou vide.

Dans ces deux cas, si la fréquence des courants est suffisamment élevée, on trouve que [1], en indiquant par

$$w_0 = A \cos \omega t$$

la densité du courant à la surface du conducteur et en représentant donc par ω le nombre d'alternances que fait le courant en 2π secondes dans un point M (*fig.* 1) à l'intérieur du conducteur et situé à la distance 1 de la surface, la densité du courant est

$$(2) \qquad w = Ae^{-\alpha s} \cos(\omega t - \alpha s),$$

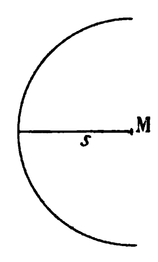


Fig. 1.

où α est une constante et précisément :

$$(3) \qquad \alpha = \sqrt{\frac{2\pi\mu\omega}{\sigma}}.$$

Comme on le voit, l'amplitude

$$Ae^{-\alpha s}$$

de la densité du courant décroît, par une loi exponentielle, en même temps que s augmente. Par conséquent, pour de très hautes fréquences le courant peut être considéré comme presque complètement localisé dans une très faible couche superficielle du conducteur. En outre, la phase du courant diminue quand s augmente, dans la même mesure

(1) J.-J. Thomson, *Recent Researches in electricity and magnetism*, 257 et suiv. En me servant des formules données par Thomson, j'admets que $m = 0$, c'est-à-dire que les dimensions du conducteur sont négligeables par rapport à la longueur d'onde des courants.

avec laquelle croît, en valeur absolue, l'exposant qui apparaît dans la précédente expression de l'amplitude.

On doit remarquer que, pour les conducteurs cylindriques à section circulaire, on a, comme on le sait,

$$\Delta_2 w = \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial w}{\partial s}.$$

et, en substituant dans l'équation précédente, on obtient :

$$(4) \qquad \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial w}{\partial s} = \frac{4\pi\mu}{\sigma}\frac{\partial w}{\partial t}.$$

D'autre part, il est facile de vérifier que l'expression (2) satisfait à l'équation :

$$(5) \qquad \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} = \frac{4\pi\mu}{\sigma}\frac{\partial w}{\partial t}.$$

On arrive donc à admettre que, pour des fréquences très élevées, le terme

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial w}{\partial s}$$

dans l'équation (4) est négligeable par rapport aux autres, c'est-à-dire que le conducteur se comporte comme si le rayon de courbure ρ de la section du fil était infiniment grand.

Considérons maintenant le cas général d'un conducteur de forme quelconque. Supposons que les cosinus de direction du courant α, β, γ, soient connus. En indiquant par φ la grandeur de la densité du courant au point des coordonnées x, y, z, on a :

$$u = \varphi\alpha, \qquad v = \varphi\beta, \qquad w = \varphi\gamma,$$

et une quelconque des équations (1) peut servir à la détermination effective de φ. Pour avoir une plus grande symétrie du calcul, il vaut mieux se servir d'une combinaison linéaire, particulière, celle qu'on obtient en multipliant chacune des équations (1) respectivement par α, par β et par γ et en sommant les résultats. C'est l'équation :

$$(6) \qquad \Delta_2\varphi = \frac{4\pi\mu}{\sigma}\frac{\partial\varphi}{\partial t} + D\varphi,$$

où le facteur D a la signification :

$$(7) \qquad D = \Delta_1\alpha + \Delta_1\beta + \Delta_2\gamma,$$

Δ étant le symbole bien connu du premier paramètre différentiel :

$$\Delta_1 = \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)^2.$$

Dans le cas où le courant a une direction constante, α, β, γ sont des constantes et, par conséquent, $D = 0$; alors φ satisfait aux mêmes équations auxquelles satisfait une quelconque de ses composantes.

Mais, si la direction du courant n'est pas constante, D est en général différent de zéro, et l'équation (6) à laquelle satisfait la grandeur φ de la densité du courant est différente généralement de celles auxquelles satisfont les composantes u, v, w de la même densité.

L'importance plus ou moins grande que peut prendre, dans les cas les plus fréquents, le terme $D . \varphi$ par rapport aux autres qui entrent dans l'équation (6) est subordonnée à la nature des expressions effectives de α, β, γ, en fonction de x, y, z.

En limitant mes considérations au cas le plus intéressant pour le problème à résoudre, je supposerai que (du moins dans la limite d'un champ suffisamment étroit autour d'un point quelconque du conducteur) les lignes du courant peuvent être considérées approximativement comme des arcs de cercle ayant tous un même axe. En prenant cet axe pour axe des z et en plaçant convenablement les deux autres axes de coordonnée, on a :

$$\alpha = \frac{-y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

et

$$\beta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \qquad \gamma = 0.$$

On en déduit facilement que :

$$D = \Delta_1\alpha + \Delta_1\beta + \Delta_1\gamma = \frac{1}{r^2}.$$

L'équation (6) devient donc :

$$\Delta_2\varphi = \frac{4\pi\mu}{\sigma}\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\varphi.$$

Dans la plus grande partie des cas, les lignes de courant ont une courbure négligeable ; par conséquent, en négligeant le dernier

terme de cette équation, on a :

$$\Delta_2\varphi = \frac{4\pi\mu}{\sigma}\frac{\partial\varphi}{\partial t}. \tag{8}$$

Pour arriver à la généralisation indiquée plus haut, considérons la famille de surfaces sur chacune desquelles la densité du courant ait une valeur constante φ.

Soit

$$z = z(x, y)$$

une de ces surfaces.

Prenons un point x, y, z de cette surface et orientons les axes des x et des y comme les tangentes aux lignes principales de courbure au point choisi. L'expression effective du paramètre $\Delta_2\varphi$ prend la forme :

$$\Delta_2\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} - (r + t)\frac{\partial\varphi}{\partial z},$$

où, selon les notations de Monge :

$$r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \qquad t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.$$

En indiquant par s la distance normale d'un point quelconque du conducteur à la surface $z = z(x, y)$ et en se rappelant que

$$r + t = \frac{1}{\rho},$$

où $\frac{1}{\rho}$ est la courbure moyenne de la surface même, on a :

$$\Delta_2\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial s^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial\varphi}{\partial s};$$

en substituant dans (8) on obtient finalement :

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial s^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial\varphi}{\partial s} = \frac{4\pi\mu}{\sigma}\frac{\partial\varphi}{\partial t}. \tag{9}$$

Comme on le voit, cette formule coïncide avec celle (4) qui est valable pour les conducteurs cylindriques à section circulaire. On peut la regarder comme une généralisation de cette dernière, obtenue en attribuant à $\frac{1}{\rho}$ la signification de courbure moyenne de la surface, sur laquelle la grandeur φ de la densité du courant est constante.

Comme, dans l'équation (4), le terme $\frac{1}{\rho}\frac{\partial w}{\partial s}$ pour les courants de haute fréquence est négligeable par rapport aux deux autres, on est amené à affirmer que, dans l'équation (9) aussi, le terme

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial \varphi}{\partial s}$$

est négligeable par rapport aux autres.

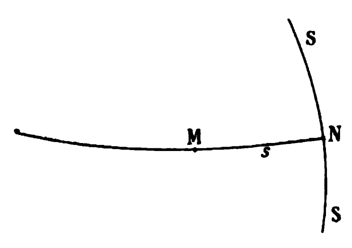


Fig. 2.

On peut donc très approximativement substituer à l'équation (9) l'équation

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial s^2} = \frac{4\pi\mu}{\sigma}\frac{\partial}{\partial t}.$$

Par conséquent, en indiquant par φ_0 la valeur de la grandeur de la densité du courant sur une des surfaces sur lesquelles $\varphi = C$, et en considérant un arc $MN = s$ (*fig.* 2) d'une des trajectoires orthogonales à la famille des surfaces mêmes, compté à partir de la surface fixe S pour laquelle $\varphi = \varphi_0$, on a :

$$(10) \qquad \varphi = \varphi_0 e^{-\alpha s} \cos(\omega t - \alpha s),$$

où, comme d'habitude,

$$(11) \qquad \alpha = \sqrt{\frac{2\pi\omega\mu}{\sigma}}.$$

Donc, pour *des courants de haute fréquence dans le passage d'une surface à une autre de la famille de surfaces sur lesquelles* $R = C^{te}$, *la densité du courant varie suivant les mêmes lois qui servent pour les conducteurs cylindriques et pour les plaques planes*.

C'est la généralisation à laquelle j'ai fait allusion au commencement.

Cette loi est applicable à tous les cas où les lignes de courant sont des cercles de très grand diamètre, ayant un même axe, qu'ils soient formés par des spires d'égal diamètre ou de diamètre différent, par des spires à pas constant ou variable, par des fils de section circulaire ou de section différente, etc.

Je montrerai dans une autre note les conséquences qu'on peut tirer relativement à la résistance des solénoïdes ordinaires.

ANNALEN DER PHYSIK;

T. XXII, n° 1; 1907.

L. HOLBORN et S. VALENTINER. — Eine Vergleichung der optischen Temperaturskale mit dem Stickstoffthermometer bis 1 600° (Comparaison de l'échelle de températures optiques avec l'échelle du thermomètre à azote jusqu'à 1 600°). — P. 1-49.

Les expériences ont été effectuées sur deux thermomètres à azote : le réservoir de l'un est en platine iridié à 20 0/0 d'iridium ; celui du deuxième, en iridium pur. Quelques modifications ont été apportées au manomètre pour réduire l'espace nuisible. Ce réservoir est chauffé dans un four électrique formé de trois tubes concentriques en terre réfractaire Marckquardt : le courant passe dans un cylindre de platine enroulé sur le tube intérieur. On obtient 1 100°, 1 450° et 1 600° avec des intensités respectivement égales à 100, 125 et 135 ampères, Dans ce four vertical, la température est beaucoup moins uniforme que dans le four horizontal. On détermine la répartition en déplaçant la soudure d'un élément thermoélectrique de quantités connues le long du tube. Le pouvoir thermoélectrique de l'élément pourrait être modifié au cours de l'expérience par la pulvérisation du platine et de l'enveloppe qui se produit aux températures élevées, en présence de l'oxygène. On y remédie en faisant circuler dans le four un courant d'azote. L'élément est en outre protégé par un tube de quartz fondu.

Il est nécessaire de mesurer la dilatation du platine iridié et de l'iridium à ces températures élevées.

Entre 0° et 1 000°, on a, d'après des expériences antérieures, pour le platine iridié à 20 0/0 :

$$\frac{\Delta l}{l} = (8{,}198t + 1{,}418t^2)\,10^{-9}.$$

Pour déterminer la dilatation au delà de 1 000°, on tend un ruban de platine iridié (longueur : 25 centimètres ; largeur, 1 centimètre ; épaisseur, $0^{cm},02$) entre deux pinces, de manière que son plan soit vertical. L'une de ces pinces est fixe, l'autre mobile sur de petits galets ; le ruban est tendu par un poids de $0^{kg},5$. Sur chacune des extrémités sont tracés neuf traits distants de 1 millimètre, qu'on peut viser dans deux microscopes installés à poste fixe sur une règle horizontale en acier au nickel. On chauffe le ruban en y faisant passer un courant électrique et on mesure sa température avec le pyromètre optique étalonné à l'aide d'un corps noir. On admet que le rapport du pouvoir émissif du platine iridié au pouvoir émissif du corps noir est indépendant de la température (0,32 pour le platine et pour l'iridium).

La formule rappelée ci-dessus reste suffisamment exacte jusqu'à 1 600°.

Pour l'iridium :

$$\frac{\Delta l}{l} = (6696,7t + 1,158t^2)\,10^{-9}.$$

Les expériences proprement dites consistent à mesurer la température, quand elle est devenue stationnaire, trois fois avec l'élément thermoélectrique et deux fois avec le thermomètre à azote, ces deux dernières observations alternant avec les précédentes.

Il n'est pas possible de représenter par une formule unique le pouvoir thermoélectrique de l'élément platine-platine rhodié entre 0° et 1 600° en fonction de la température déterminée par le thermomètre à azote. Celle qui donne les meilleurs résultats entre 100° et 1 450° est :

$$E = 2,5283t^{1,1910}.$$

Des mesures effectuées entre 1 100° et 1 600°, on déduit la formule d'interpolation :

$$E = 30\,600 \log_{10}\left[1,3 + \left(\frac{t}{1\,000}\right)^2\right] - 1\,590.$$

Étude de la loi de Wien. — Le corps noir employé est celui décrit par Lummer et Kurlbaum : on a utilisé aussi un dispositif de dimensions moindres ; mais les résultats sont les mêmes. Enfin, pour les températures les plus élevées, au-dessus de 1 500°, le corps noir est constitué par un petit tube en magnésie pure.

L'intensité des radiations visibles du corps noir est mesurée à l'aide

d'un spectrophotomètre de Lummer et Brodhun. On la compare à celle des radiations émises par un corps noir de petites dimensions, dont la température peut être maintenue constante à 2 ou 3° près, de sorte que son éclat varie peu ; on tient compte d'ailleurs de ces variations par le calcul.

Soient : E_1, E_2,..., E_i,... les éclats du grand corps noir aux températures T_1, T_2,..., T_i... ; E'_1, E'_2, ... E_i', ..., ceux du petit corps noir aux températures T'_1, T'_2,..., T_i,... Si la loi de Wien est exacte, on doit avoir :

$$\log \text{nat} \frac{E_i}{\varepsilon E'_i} = \frac{C}{\lambda}\left(\frac{1}{T'_i} - \frac{1}{T_i}\right)$$

(le facteur ε est introduit dans cette équation pour tenir compte de la différence des absorptions éprouvées par les deux faisceaux dans le photomètre, où ils ne suivent par le même chemin ; cette différence est d'ailleurs très faible).

Si T'_i est constant dans une série d'expériences, la ligne ayant pour ordonnées $\log \frac{E_i}{E'_i}$ et pour abscisses $\frac{1}{T_i}$ est une droite dont le coefficient angulaire est c.

Il est facile d'ailleurs de tenir compte par une légère modification de la formule de la variation de T'_i.

Si on calcule la température par extrapolation de la formule vérifiée jusqu'à 1 100° au-dessus de cette limite, les valeurs de c croissent avec la température : de c = 14 200ª à 800° jusqu'à 15 000 à 1 450°. Cette variation provient de l'inexactitude de l'extrapolation, car elle disparaît quand on calcule la température d'après la nouvelle série d'expériences étendue jusqu'à 1 600°.

Si on compare par le spectrophotomètre les températures de fusion du platine et du palladium à celles de la fusion de l'or (prise égale à 1 064°), on trouve respectivement pour ces températures 1 789° et 1 582°.

Si on prend comme point de repère une température de 1 477° définie par l'élément thermoélectrique, on trouve 1 788° pour la fusion du platine : l'ancienne échelle conduirait à 1 750°.

En abaissant la température absolue d'un corps noir de T_1 à T_2, on affaiblit le rayonnement dans un rapport φ déterminé par l'équation :

$$\log \text{nép. } \varphi = \frac{c}{\lambda}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right),$$

qui permet de le calculer si on connaît c et λ.

Mais, dans les verres colorés, il est difficile de déterminer λ d'aprè la transparence ; il est préférable de le calculer par l'équation cidessus, en mesurant φ par un autre procédé, à l'aide du spectrophotomètre par exemple. On a trouvé ainsi pour un verre rouge $\lambda = 0^{\mu},650$, pour un verre vert $\lambda = 0^{\mu},572$, tous deux constants dans l'intervalle de température étudié (de 1 100° à 1 800°). Le spectrophotomètre et le pyromètre optique sont encore d'accord à ces températures élevées. Le premier indiquant par exemple 1 570°, le pyromètre a donné à plusieurs jours d'intervalle des nombres compris entre 1 567° et 1 571°.

A. WIGAND. — Ueber spezifische Wärme und spezifisches Gewicht der allotropen Modifikationem fester Elemente (Chaleur et poids spécifiques des modifications allotropiques des éléments solides). — P. 64-98.

D'après la théorie de Richarz, les chaleurs spécifiques des modifications allotropiques d'un même élément doivent être d'autant plus petites que le poids spécifique est plus grand.

Les nouvelles déterminations de ces caractéristiques sur des échantillons préparés avec grand soin justifient cette prévision.

Voici les résultats :

Elément	Modification	Poids spécifique	Chaleur spécifique	Température
Carbone	Diamant	3,518	0,1128	10°,7
	Graphite	2,25	0,1604	10 ,8
	Charbon de cornue	1,885	0,2040	24-68
Bore	Cristallisé	2,535	0,2518	0-100
	Amorphe	2,45	0,3066	0-100
Silicium	Cristallisé	2,49	0,165	21
	Amorphe	2,35	0,214	21
Phosphore	Rouge	2,296	0,1829	0-51
	Blanc	1,828	0,202	13-36
Soufre	Orthorhombique	2,06	0,1728	0-54
	Clinorhombique	1,96	0,1809	0-52
	Amorphe, insoluble	1,89	0,1902	0-53
	Amorphe, soluble	1,86	0,2483	0-50
Arsenic	Gris	5,87	0,0822	0-100
	Noir	4,78	0,0861	0-100
Sélénium	Cristallisé	4,8	0,0840	22-62
	Amorphe	4,3	0,1125	21-57
Tellure	Cristallisé	6,3	0,0483	15-100
	Amorphe	6,0	0,0525	15-100
Etain	Blanc	7,30	0,0542	0-21
	Gris	6,85	0,0589	0-18

A. WIGAND. — Ueber Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme fester Elemente (Variation de la chaleur spécifique des éléments solides avec la température). — P.99-107.

La théorie de Richarz fait prévoir que la chaleur spécifique d'un élément doit varier avec la température d'autant plus vite que le poids atomique est plus faible. C'est en effet ce qui a lieu. En général, la variation devient moins rapide quand la température s'élève. Le contraire s'observe cependant sur le phosphore, le plomb, l'étain, le fer, etc., dans certains intervalles de température. Mais ces anomalies se présentent au voisinage de la température de fusion ou d'une température de fusion. Elles s'expliqueraient par l'existence d'une chaleur latente qui se trouve comprise dans la chaleur spécifique mesurée.

L. GRUNMACH. — Experimentelle Bestimmung der Oberflächenspannung von verflüssigtem Sauerstoff und verflüssigtem Stickstoff (Détermination expérimentale de la tension superficielle de l'oxygène et de l'azote liquides). — P. 107-119.

La méthode des ondes capillaires peut servir à la détermination de la tension superficielle des gaz liquéfiés et, par suite, à celle de leur poids moléculaire quand on connaît leur température critique. Le dispositif expérimental est le même qui a été décrit dans le mémoire cité.

L'auteur a constaté, au cours de ces expériences, un curieux phénomène, qu'il avait déjà observé et signalé, mais qui se reproduit avec plus de netteté quand on plonge les pointes du diapason dans le gaz liquéfié : il n'y a pas contact entre le métal et le liquide par suite d'un phénomène de liquéfaction. On observe alors entre les pointes, sans que le diapason soit mis en vibration, un système de lignes d'interférence hyperboliques correspondant à une très petite longueur d'onde, et on perçoit un son très net, quoique de faible intensité, dont la hauteur est bien déterminée. Ces vibrations sont dues sans doute aux bulles de gaz qui se forment auprès des pointes et disparaissent sans cesse, provoquant ainsi les vibrations du liquide : le phénomène serait analogue à celui du liquide qui « chante » au voisinage de l'ébullition.

Si on enfonce avec précaution les pointes dans le liquide, le système d'ondes stationnaires n'est pas altéré d'abord, puis brusquement se modifie, en même temps que la hauteur du son devient plus grande, dans un rapport déterminé. En continuant à enfoncer les pointes, ce nouvel état reste le même et le phénomène cesse seulement avec la caléfaction.

Oxygène. — La température d'ébullition de l'oxygène, sous la pression de 762^{mm},23, mesurée avec un thermomètre à pentane, a été trouvée de 182°,65 ; on a admis pour la densité du liquide $\sigma = 1,135$.

Le diapason effectuait $n = 156$ vibrations par seconde (ce nombre variant de quelques centièmes avec la température) : les pointes sont écartées de 1^{cm},7767. La tension superficielle se calcule par la formule :

$$\alpha = \frac{\sigma n^2 \lambda^3}{2\pi} - g \frac{\lambda^2 \sigma}{4\pi^2} \frac{\text{dyn}}{\text{cm}}.$$

Voici les résultats de quatre séries d'expériences :

$\frac{\lambda}{2}$	T	α
0,07314 cm	— 183°,05	13,324 $\frac{\text{dyn}}{\text{cm}}$
0,07265	— 182 ,65	13,051
0,07251	— 182 ,60	12,975
0,07268	— 182 ,60	13,071

soit en moyenne :

$$\alpha = 13,074 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}} \quad \text{à} \quad -182°,70.$$

Azote. — La température d'ébullition mesurée avec le même thermomètre à pentane est — 195°,9 sous une pression de 749^{mm},1 ; la densité du liquide est admise égale à 0,791 à — 195°,9.

Les autres conditions sont les mêmes que dans les expériences sur l'oxygène.

La moyenne de 20 mesures a donné :

$$\frac{\lambda}{2} = 0^{cm},07108,$$

d'où :

$$\alpha = 8,514 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}} \quad \text{à} \quad -195°,9.$$

La température critique étant Θ, on peut calculer le poids moléculaire M du liquide par l'équation :

$$M = \sigma \sqrt{\left[\frac{2,227(\Theta - T)}{\alpha}\right]^3}.$$

Si on admet pour l'oxygène $\Theta = -118^\circ$ et pour l'azote $\Theta = -146^\circ$, on trouve :

$$M_{O^2} = 41,51,$$
$$M_{Az^2} = 37,30.$$

L'oxygène et l'azote posséderaient donc à l'état liquide un poids moléculaire plus grand qu'à l'état de gaz : le liquide renfermerait donc des molécules associées.

W. WOIGT. — Bestimmung der Elastizitätskonstanten von Eisenglanz (Détermination des constantes d'élasticité de la magnétite). — P. 129-141.

Les relations établies par la théorie moléculaire de l'élasticité en supposant les forces non orientées :

$$C_{11} = 3C_{12}, \qquad C_{13} = C_{44},$$

ne se vérifient pas dans le cas de la magnétite.

M. TOEPLER. — Ueber Funkenspannungen (Nachtrag) (Différences de potentiel explosives, complément). — P. 119-129.

Les différences de potentiel explosives indiquées par l'auteur dans son mémoire (1) sont un peu plus élevées que celles trouvées par la plupart des autres expérimentateurs. Elles sont calculées d'après la force électromotrice efficace dans le primaire du transformateur, le rapport de transformation et le facteur d'amplitude. La plupart du temps, ce dernier est inconnu : on admet qu'il est égal à $\sqrt{2}$, c'est-à-dire que :

$$E_{max} = \sqrt{2}\, E_{eff}.$$

(1) Cf. *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 687 ; 1906.

Si on applique ce mode de calcul aux résultats des expériences de W. Weicker (1), on trouve des nombres beaucoup plus petits.

Des expériences faites en commun par MM. Toepler et Weicker, il résulte que cette divergence tient à ce que le facteur d'amplitude est différent de $\sqrt{2}$.

Pour le déterminer, on utilise cette propriété que la différence de potentiel sous laquelle commence la décharge lumineuse, entre des électrodes de grandes dimensions, est indépendante de la nature du courant, en particulier de la fréquence et du facteur d'amplitude. Or on connaît, avec une certaine exactitude, les valeurs de cette différence de potentiel initiale entre deux grosses boules ou entre une pointe et un plan. Par suite, en mesurant pour ces couples d'électrodes la différence de potentiel initiale efficace dans le primaire, la multipliant par le rapport de transformation et divisant le produit par la différence de potentiel initiale connue (dans le secondaire), on obtient le facteur d'amplitude. Il varie de 1,40 à 1,53 quand la différence de potentiel croît et garde cette dernière valeur pour un grand intervalle.

L. GRUNMACH. — **Ueber den Einfluss transversaler Magnetisierung auf die elektrische Leitfähigkeit der Metalle (Influence d'une aimantation transversale sur la conductibilité électrique des métaux). — P. 141-179.**

Les résultats obtenus par les nombreux expérimentateurs qui se sont occupés de cette question sont contradictoires.

Les variations sont très faibles et peuvent être aisément masquées par celles qui proviennent des changements de température.

Pour mesurer ces variations, l'auteur emploie la méthode d'opposition des forces électromotrices. Deux circuits comprenant chacun une force électromotrice ont une partie commune sur laquelle est intercalé un galvanomètre. L'un renferme la résistance à mesurer, l'autre une résistance réglable. On modifie cette dernière jusqu'à ce que le galvanomètre reste au zéro.

Dans le cas actuel, comme la résistance dont on veut évaluer les variations ne dépasse pas quelques ohms, on emploie comme force électromotrice une dérivation sur le circuit d'un accumulateur (*fig.* 1, $\rho_2 = 50\ \omega$; $\rho_1 = 1$ ou $2\ \omega$).

---

(1) *Elektrotechnische Zeitschrift*, p. 948; 1904.

La résistance réglable est formée par deux rhéostats r et R′ (*fig.* 1) disposés en dérivation. Pour tarer le galvanomètre, c'est-à-dire déterminer à quelle variation de la résistance R correspond une déviation déterminée, on met en série avec R un étalon d'un dixième d'ohm sur lequel on peut ajouter en dérivation 0,9 ou 9 ω de manière à faire varier la résistance de 0,01 ou de 0,001 ω.

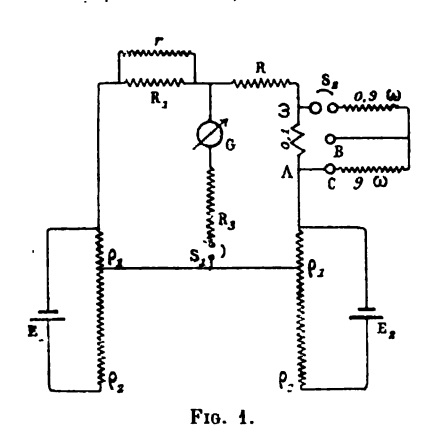


Fig. 1.

Pour éliminer l'influence des variations de température, on fait une série d'observations du galvanomètre de demi-minute en demi-minute sans exciter le champ magnétique, et on effectue les lectures avec le champ dans l'intervalle de cette demi-minute. On calcule, d'après ces observations, quelle serait, à l'instant même de la lecture faite avec le champ magnétique, l'indication du galvanomètre, si le champ était nul.

Le cadmium, le zinc, l'argent, l'or, le cuivre, l'étain, le palladium, le plomb, le platine, le tantale, augmentent tous de résistance par l'aimantation transversale. Cette variation de résistance augmente d'abord plus rapidement que l'intensité du champ, puis suivant une fonction linéaire de cette intensité.

Les trois métaux ferromagnétiques, fer, nickel, cobalt, subissent dans les champs intenses une diminution de résistance. Pour quelques échantillons de fer, la résistance augmente d'abord dans les champs peu intenses, jusqu'à un maximum, et décroît ensuite ; elle reprend sa valeur primitive dans un champ de 8 à 10 000 gauss. C'est le nickel qui éprouve la plus forte diminution, puis le cobalt et en dernier lieu le fer.

La variation relative $\frac{\Delta R}{R}$ dans un champ de 15000 gauss est, pour le cadmium (le plus sensible), 0,0006 environ; pour le tantale (le moins sensible), 0,00001. Pour le cobalt, elle atteint 0,006 ; pour le nickel, 0,016, et pour le fer, 0,0011.

M. Lamotte.

N° 2; 1907.

G. DOBLER. — Ueber die Sekundärstrahlung, welche ensteht wenn die β. Strahlen des Radiums dünne Metallschichten treffen und den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit der primären Strahlen, Schichtdicke und Intensität der Sekundärstrahlen (Rayonnement secondaire qui se produit quand les rayons β du radium rencontrent une feuille mince de métal : relation de l'intensité des rayons secondaires avec la vitesse des rayons primaires et l'épaisseur du métal). — P. 227-246.

Dans un champ magnétique uniforme, la trajectoire des rayons β devient circulaire. Le rayon R de cette trajectoire est lié à l'intensité HP du champ et à la vitesse des rayons β par l'équation :

$$RH = v : \frac{\varepsilon}{\mu}.$$

En recevant les rayons sur une plaque photographique, on obtient un spectre, et il est possible de calculer la vitesse des rayons qui tombent en un point déterminé de cette plaque. RH est constant pour chaque vitesse : il est connu si on a mesuré l'intensité H du champ et le rayon de courbure R du rayon β qui arrive en un point donné de la plaque.

Pour mesurer R, il faut connaître trois points de la trajectoire : on peut prendre la substance radioactive, une fente placée sur le trajet du rayon et le point d'incidence sur la plaque.

L'auteur a employé deux dispositifs de ce genre. Dans le premier, la plaque photographique est au-dessous du radium et de la fente : l'angle sous lequel les différents rayons rencontrent la plaque n'est pas le même. Dans le deuxième, la plaque est dans le plan perpendiculaire au milieu de la droite qui joint le radium et la fente ; tous les rayons sont alors normaux à la plaque.

En réalité, le radium n'est pas réduit à un point, mais remplit un petit tube de verre parallèle à la fente.

Tous les rayons β n'impressionnent pas également la plaque ; les

moins actifs sont les rayons très lents ou très rapides, les plus actifs sont ceux de vitesse moyenne ; le maximum avec les plaques employées correspond à :

$$v = 2{,}6 \; 10^{10} \, \frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Si on recouvre la plaque d'une bande mince de platine placée de manière que les rayons de toutes les vitesses puissent rencontrer cette bande, certaines parties du spectre sont renforcées sous le platine, d'autres sont affaiblies, par rapport au spectre obtenu sur la plaque découverte. On observe une région qui a la même intensité sur les deux spectres ; cette égalité indique que, pour les rayons de la vitesse correspondante, l'absorption des rayons primaires dans le platine est compensée par le rayonnement secondaire.

Cette vitesse dépend de l'épaisseur du platine et croît avec cette épaisseur, rapidement d'abord, puis plus lentement : de $2{,}37 \; 10^{10} \, \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ à 2,92 quand l'épaisseur augmente de 2,5 μ à 35,2 μ.

Lorsque la plaque est recouverte d'une première feuille de platine, puis par-dessus d'une autre moins large, on constate encore sur les deux spectres des régions d'égale intensité ; les vitesses correspondantes sont, pour une même épaisseur totale, un peu plus grandes que les précédentes.

L'intensité du rayonnement en arrière du platine dépend de l'épaisseur de la lame et de la vitesse des rayons β. On évalue cette intensité d'après l'action exercée par le rayonnement sur une plaque photographique. On traduit les résultats par un diagramme en marquant les points qui ont pour abscisses les épaisseurs de la lame et pour ordonnées les intensités correspondantes. A chacun de ces points, on attribue la vitesse déterminée par les expériences précédentes qui se rapporte à la région où les deux spectres ont la même intensité. Puis on joint, par une courbe continue, les points affectés de la même vitesse. Cette courbe représente, pour cette vitesse, la loi suivant laquelle l'intensité du rayonnement en arrière de la lame varie avec l'épaisseur de celle-ci. Toutes ces courbes ont la même allure caractéristique. Elles s'élèvent d'abord rapidement, présentent ensuite une portion horizontale, puis une branche descendante avec un point d'inflexion ; elles admettent une enveloppe qui a la même forme.

Les courbes tracées d'après la formule proposée par Paschen pour le rayonnement secondaire émis par des lames de platine minces :

$$\frac{\alpha A}{\alpha - \beta}\left(e^{-d\beta} - e^{-d\alpha}\right)$$

(d, épaisseur de la lame; α, coefficient d'absorption des rayons primaires ; β, celui des rayons secondaires), ont la même allure, si on suppose β petit par rapport à α. Cette formule représente donc les phénomènes dans une première approximation, mais est insuffisante pour les mesures présentes.

J.-R. von GEITLER. — Ueber die Absorption und das Strahlungsvermögen der Metalle für Hertzsche Wellen (Pouvoir absorbant et pouvoir émissif des métaux pour les ondes hertziennes). — P. 246-264.

Le décrément total des oscillations d'un résonateur est la somme de deux décréments, l'un α provenant de la perte d'énergie sous forme de chaleur de Joule, l'autre δ de la perte d'énergie par rayonnement.

Si ce dernier est négligeable, le rapport

$$n = \frac{\alpha' + \delta'}{\alpha + \delta}$$

des décréments de deux résonateurs, identiques de forme et de dimensions, mais formés de métaux différents, se réduit à :

$$v = \frac{\alpha'}{\alpha} = \sqrt{\frac{\sigma'}{\sigma}},$$

σ et σ' étant les résistivités des deux métaux ; il est indépendant de la période.

Si α et δ sont du même ordre de grandeur, pour un résonateur formé de deux fils parallèles, le rapport n doit augmenter quand la période diminue.

Une anomalie d'absorption d'un métal aux environs d'une période n'aura pas d'influence sur δ, mais seulement sur α, et se traduira par une variation anormale du rapport n en fonction de la période.

Le pouvoir émissif d'un excitateur ou résonateur hertzien dépend non seulement de δ, mais aussi du métal qui le constitue. Si on définit ce pouvoir émissif S par le rapport de l'énergie rayonnée à

l'énergie initiale, le pouvoir absorbant A par le rapport de l'énergie qui a pénétré dans le métal à cette même énergie initiale :

$$S = \frac{\delta}{\alpha + \delta}.$$

$$A = \frac{\alpha}{\alpha + \delta}.$$

d'où, pour deux résonateurs identiques, à la nature de la substance près :

$$\frac{S}{S'} = \frac{\alpha' + \delta}{\alpha + \delta} = n.$$

Le rapport des élongations de l'électromètre dans les expériences de Bjerknes et dans celles de l'auteur donnera donc le rapport des pouvoirs émissifs ainsi définis, pour la forme de résonateurs employée.

Si le décrément δ est négligeable vis-à-vis de α et de α', on aura :

$$\frac{S}{S'} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \sqrt{\frac{\sigma'}{\sigma}} = v,$$

valeur indépendante de la longueur d'onde.

Si δ et δ' sont différents, mais négligeables encore :

$$\frac{S}{S'} = \frac{\delta}{\delta'} \frac{\alpha' + \delta'}{\alpha + \delta} = \frac{\delta'}{\delta'} \sqrt{\frac{\sigma'}{\sigma}}.$$

Par suite, plus $\frac{\delta}{\delta'}$ sera voisin de 1, plus le rapport $\frac{S}{S'}$ sera voisin de $\sqrt{\frac{\sigma'}{\sigma}}$, indépendant de la période.

Les expériences effectuées sur des résonateurs de cuivre, de zinc, de maillechort, ont vérifié ces prévisions théoriques. Le rapport des élongations de l'électromètre obtenues avec les résonateurs de maillechort et de cuivre devient à peu près constant entre $\frac{\lambda}{4} = 600$ centimètres et $\frac{\lambda}{4} = 900$ centimètres, et égal à 0,26, alors que pour ces deux métaux $\sqrt{\frac{\sigma'}{\sigma}} = 0,29$.

C. FISCHER. — Experimentelle Untersuchung gekoppelter Kondensatorkreise (Recherches expérimentales sur les circuits de condensateurs couplés). — P. 265-286.

D'après la théorie actuelle (1), si deux circuits, ayant séparément la même fréquence N, sont associés par induction mutuelle, il s'y produit deux oscillations de fréquence n_1 et n_2, telles que :

$$\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} = \frac{2}{N^2}.$$

Si δ et δ' sont les décréments des deux circuits séparés, δ_1 et δ_2 les décréments des deux oscillations dans le circuit complexe, on doit avoir, d'après la même théorie,

$$\delta_1 = \frac{\delta_{\text{I}} + \delta_{\text{II}}}{2} \frac{n_1}{N}, \qquad \delta_2 = \frac{\delta_{\text{I}} + \delta_{\text{II}}}{2} \frac{n_2}{N}.$$

Les fréquences calculées sont d'accord avec celles qu'on détermine par l'expérience; mais il n'en est pas de même pour les décréments. Les décréments observés sont toujours plus grands, et il n'est pas exact que celui de l'oscillation la plus rapide soit toujours le plus grand. Mais il semble bien que les décréments du circuit complexe dépendent seulement de la somme, non des décréments individuels des deux circuits associés.

L'amplitude d'intensité dans le circuit secondaire croît avec le degré d'association jusqu'à un maximum, d'autant moins marqué que l'amortissement est plus grand.

L'énergie du courant secondaire $i^2d\,.\,t$ croît d'abord très vite avec le degré d'association et, pour un degré assez faible, atteint déjà une valeur qu'il ne dépasse plus guère. Plus l'amortissement est grand, moins l'angle de la courbe est prononcé.

Lorsque le circuit primaire et le circuit secondaire (transmetteur) ont un décrément constant et si le circuit récepteur a le même décrément que le secondaire, le transmetteur et le récepteur étant accordés, l'énergie du courant dans le récepteur atteint son maximum pour une valeur très faible du degré d'association. En accroissant ce dernier, on fait diminuer l'énergie dans le récepteur, on atteint le

(1) Cf. Drude, *Ann. der Physik*, XIII, p. 512; — *J. de Phys.*, 4e série, t. III, p. 714; 1904.

maximum d'énergie dans le secondaire, puis le maximum d'amplitude du courant secondaire.

J.-S. SACHS. — Elektrische Schwingungen in Spulen mit metallischen Kernen (Oscillations électriques dans les bobines à noyau métallique). — P. 310-320.

L'introduction d'un noyau métallique à l'intérieur d'une bobine en fait varier la période propre. Mais cette variation peut être une augmentation ou une diminution, suivant la construction de la bobine; dans tous les cas, l'intensité des oscillations induites est affaiblie.

Quand on diminue progressivement le nombre des spires d'une bobine, l'introduction du noyau, qui élevait d'abord la période, l'abaisse quand le nombre de spires descend au-dessous d'une certaine valeur. Ce nombre dépend de la nature du diélectrique interposé entre le noyau et l'enroulement.

L'effet du noyau dépend aussi de l'épaisseur de la carcasse et de son pouvoir inducteur.

G.-H. THOMSON. — Durchgang Hertzscher Wellen durch Gitter (Transmission des ondes hertziennes à travers les réseaux). — P. 365-391.

Désignons par a la distance de deux fils ou de deux bandes du réseau, par b le rayon d'un fil ou la largeur d'une bande, par λ la longueur d'onde.

Posons :

$$c = \frac{a}{\pi} \log \frac{a}{2\pi b};$$

pour le réseau de fils:

$$c = \frac{a+b}{\pi} \log \text{séc} \frac{\pi a}{2(a+b)};$$

pour le réseau de bandes:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

En supposant petit le rapport $\frac{b}{a}$, le coefficient de transmission est, d'après la formule de Lamb,

$$\frac{kc\sqrt{-1}}{1+kc\sqrt{-1}};$$

et la différence de phase :

$$\varphi = \text{arc tang}\,\frac{1}{kc}.$$

Cette formule ne se vérifie pas par l'expérience, ce qui provient de ce qu'on suppose, pour l'établir, que les ondes ne sont pas amorties. Le coefficient de transmission observé est plus petit que le coefficient calculé. Les ondes élémentaires dans lesquelles on peut décomposer une onde amortie, quand elles traversent un réseau incliné de 45° sur le plan de polarisation, subissent des rotations inégales. La grandeur de cette dispersion se calcule assez exactement par la formule de Lamb.

La différence de phase entre la composante de la vibration parallèle aux éléments du réseau et la composante perpendiculaire peut être calculée, d'une part d'après les observations, d'autre part d'après la formule ; l'accord n'est que qualitatif entre les valeurs obtenues par ces deux procédés.

M. LAMOTTE.

N° 3 ; 1907.

E. KOHL. — Ueber die dielektrische Verschiebungsgleichungen für schnelle Schwingungen in ruhenden Medien (Equations du déplacement diélectrique pour les oscillations rapides dans les milieux en repos). — P. 401-429.

Application aux mouvements ondulatoires analogues aux ondes lumineuses d'une théorie développée précédemment [1].

A. BESTELMEYER. — Spezifische Ladung und Geschwindigkeit der durch Röntgenstrahlen erzeugten Kathodenstrahlen (Charge spécifique et vitesse des rayons cathodiques produits par les rayons de Röntgen). — P. 429-448.

Ces rayons cathodiques forment un faisceau se diffusant dans toutes les directions et où les vitesses varient dans d'assez larges limites. En faisant agir en sens contraire sur ces rayons un champ électrique et un champ magnétique, on peut en séparer un faisceau à peu près plan et où les vitesses ne varient plus que dans un intervalle limité. On détermine alors cette vitesse et le rapport $\frac{\varepsilon}{\mu}$.

---

(1) *Ann. der Physik*, t. XX, p. 1-34 ; 1906 ; — *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 694 ; 1906.

Les valeurs trouvées pour $\frac{\varepsilon}{\mu}$ sont plus petites que celles déterminées par les autres expérimentateurs, de 8 à 9 0/0 ; cet écart paraît plus grand que ne le comportent les erreurs d'expériences.

La vitesse est indépendante de l'intensité des rayons de Röntgen, mais croît avec la dureté du tube.

Le rapport $\frac{\varepsilon}{\mu}$ varie avec la vitesse, mais les mesures ne sont pas assez certaines pour permettre de décider entre les différentes théories.

L. SCHAMES. — Ueber die Abhängigkeit der Hysteresiswärme und der Permeabilität des Eisens von der Frequenz des Wechselfeldes (Variation de la perte d'hystérésis et de la perméabilité du fer avec la fréquence du champ alternatif). — P. 448-469.

La perte par hystérésis, ramenée à la même induction maximum, est indépendante de la fréquence tant que l'induction ne dépasse pas 10 000 unités : au-dessus de cette limite, elle croît avec la fréquence.

La perméabilité diminue quand la fréquence augmente, surtout aux environs de sa valeur maximum, laquelle peut diminuer de 15 0/0 (de 400 à 500 périodes). La diminution est moins accusée quand l'intensité du champ augmente, et la perméabilité tend vers une valeur indépendante de la fréquence, égale à celle vers laquelle elle tend dans un champ stationnaire.

M. Lamotte.

TABLE DES MATIÈRES

JUILLET 1907.

ERRATUM.

Weiss et Cotton. — Mesure du phénomène de Zeeman.

[illegible]

Tours. — Imprimerie Deslis Frères.

[illegible]

Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, G. LIPPMANN, E. MASCART,

L. POINCARÉ.

ET

MM. B. BRUNHES, M. LAMOTTE et G. SAGNAC,
adjoints à la rédaction.

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

QUATRIÈME SÉRIE.

TOME VI. — AOUT 1907.

(Clos le 13 Juillet.)

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
97, BOULEVARD ARAGO (14e)

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. **Lucien Poincaré**, 130, rue de Rennes, à Paris, 6e.

Tout ce qui concerne l'administration (demandes d'abonnements, réclamations, etc.) doit être adressé à M. **Sandoz**, boulevard Arago, 97, à Paris, 14e.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 17 francs pour la France ou 18 francs pour les pays ci-dessus désignés, au nom de M. Sandoz, Secrétaire du Journal, 97, boulevard Arago, à Paris (14e). Ils n'ont

AOUT 1907.

ÉLECTROBALISTIQUE;

Par M. A. GUILLET.

I. Par électrobalistique j'entends un organe quelconque muni d'aimants ou de bobines, mis en mouvement, ou maintenu en mouvement, par l'action qu'exercent sur lui des bobines ou des aimants fixes, lorsque l'un au moins des groupes de bobines du système est parcouru par des courants instantanés. Ces courants instantanés peuvent provenir soit de la charge ou de la décharge d'un condensateur, soit du secondaire d'un transformateur lorsque le primaire est ouvert, fermé ou inversé, soit encore plus simplement d'un courant dont le circuit n'est fermé qu'un instant très court. Je ne décrirai dans cet article ni les électrobalistiques que j'ai construits et étudiés (pendules de torsion, de flexion..., etc.), ni les dispositifs spéciaux et parfois délicats qu'il faut leur adapter, selon que l'on a en vue la mesure précise du temps ou celle de certaines grandeurs élastiques, électriques ou magnétiques, car j'ai uniquement pour but d'indiquer une méthode simple permettant d'établir, *sans user d'approximations*, la théorie générale de ces appareils.

II. Je me bornerai à l'examen du cas, pratiquement important où l'organe mobile prend un mouvement sinusoïdal amorti dont la loi est solution de l'équation :

$$(1) \qquad a\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + cx = 0.$$

On est conduit à cette équation lorsqu'on étudie soit la translation d'un corps suspendu à un ressort enroulé en forme d'hélice, soit la rotation d'un corps suspendu à un fil de torsion, soit enfin, mais à la condition que les oscillations aient une faible amplitude, lorsqu'on étudie le mouvement du pendule de gravité, du diapason..., etc.

L'équation (1) convient en somme à tous les systèmes à liaison complète sollicités par une force (ou par un moment) proportionnelle à la déformation du système et par une force (ou par un moment) proportionnelle à sa vitesse de déformation.

Si l'on peut poser :

$$\frac{b}{a} = 2\lambda \qquad \text{et} \qquad \frac{c}{a} = \omega^2 + \lambda^2,$$

l'intégrale générale de l'équation (1) est de la forme (1):

$$(2) \qquad x = e^{-\lambda t} (A \cos \omega t + B \sin \omega t),$$

d'où :

$$(3) \qquad x' = e^{-\lambda t} [(B\omega - A\lambda) \cos \omega t - (A\omega + B\lambda) \sin \omega t].$$

Si, à l'instant $t = t_0$, l'élongation du mobile est x_0 et sa vitesse x'_0, les relations (2) et (3) donnent :

$$(2') \qquad x = e^{-\lambda(t-t_0)} \left[x_0 \cos \omega (t - t_0) + \frac{x'_0 + \lambda x_0}{\omega} \sin \omega (t - t_0) \right],$$

$$(3') \qquad x' + \lambda x = e^{-\lambda(t-t_0)} [(x'_0 + \lambda x_0) \cos \omega (t - t_0) - \omega x_0 \sin \omega (t - t_0)].$$

Ces équations préliminaires, que l'on pourrait tirer par voie expérimentale de l'enregistrement des sinusoïdes amorties, si l'on voulait éviter les considérations d'ordre dynamique, permettent de résoudre tous les problèmes relatifs aux électrobalistiques, si on leur adjoint toutefois l'expression de la brusque variation Δv que subit la vitesse du mobile par l'effet d'une impulsion s'exerçant sur lui à son passage par la position $x = X$.

L'équation (1) donne immédiatement pour cette variation de vitesse :

$$\Delta v = \frac{1}{a} \int_{t_0}^{t_1} f(t, X)\, dt - \frac{c}{a} X \tau,$$

$f(t, X)$ étant la force (ou le moment) d'impulsion à l'instant t, et τ la durée $t_1 - t_0$ du choc.

Je désignerai dans la suite Δv par ε.

III. Dans le cas classique où le mobile est tiré du repos, et de sa position naturelle d'équilibre par une impulsion unique, on a :

$$x_0 = 0, \qquad x'_0 = \varepsilon, \qquad t_0 = 0,$$

et par suite, d'après (2') :

$$x = \frac{\varepsilon}{\omega} e^{-\lambda t} \sin \omega t.$$

Comme la vitesse x' s'annule alors à l'époque $t = \frac{1}{\omega} \operatorname{arc\,tang} \frac{\omega}{\lambda}$,

(1) Voir le *Traité de mécanique rationnelle* de M. P. Appell, t. I, p. 423.

on a pour l'élongation A_1 atteinte par le mobile :

$$(4) \qquad A_1 = \frac{\varepsilon}{\omega} e^{-\lambda \frac{\varphi}{\omega}} \sin \varphi,$$

l'angle φ étant défini par la condition tang $\varphi = \frac{\omega}{\lambda}$.

Si le mobile est un pendule portant deux aimants horizontaux et parallèles, formant système astatique, s'engageant suivant l'axe de deux paires de bobines placées en regard et groupées de façon à exercer des actions concordantes sur les aimants (mode actuel d'entretien du pendule de M. Lippmann), on a :

$$(5) \qquad \varepsilon_1 = g \cdot \mu \cdot q \cdot \frac{L}{\Sigma m r^2},$$

g étant la constante galvanométrique des bobines pour la région où les pôles reçoivent le choc ; μ, le magnétisme absolu total du système astatique ; q, la quantité d'électricité qui produit l'impulsion, et L, la distance des aimants à l'axe autour duquel oscille le pendule. Les pendules de M. Lippmann, pour lesquels T = 2 secondes, dont j'ai mesuré l'amortissement, sont tels que $\lambda = 0{,}0000972$. L'élongation A_1 a donc dans ce cas une valeur très voisine de $\frac{\varepsilon}{\omega}$.

Pour un aimant (ou une bobine) disposé comme dans la balance de Becquerel :

$$(5) \qquad \varepsilon_2 = \frac{g \mu q}{\Sigma m},$$

car, la rotation étant remplacée par une translation la masse du mobile remplace son moment d'inertie.

Pour un cadre de surface S suspendu à un fil de torsion de constante C dans un champ magnétique d'intensité ψ, on aurait :

$$(5) \qquad \varepsilon_3 = \frac{S \psi q}{\Sigma m r^2} \cos X,$$

X étant l'angle que forme le plan du cadre avec le champ à l'instant du choc. La substitution au cadre d'un aimant de moment magnétique M conduirait à :

$$(5) \qquad \varepsilon_4 = \frac{g \cdot M \cdot q}{\Sigma m r^2} \cos X,$$

g étant la constante galvanométrique de l'instrument pour l'azi mut X.

Remarquons que l'on a d'autre part :

$$\omega^2 = \frac{\mathfrak{M}}{\Sigma mr^2} - \lambda^2, \tag{5'}$$

$\mathfrak{M}$ représentant suivant les cas : le produit $P \times d$ (pendule), C (torsion), $M\psi$ (aimant dirigé par un champ d'intensité ψ), etc.

L'emploi du choc unique est passé dans la pratique courante des laboratoires en vue de la mesure des facteurs électriques dont ε dépend ; on a en effet :

$$q = CE, \qquad q = \frac{M}{r}\frac{E}{R}, \qquad ..., \text{ etc.},$$

selon que l'on fait usage d'un condensateur de capacité C chargé au potentiel E, d'un transformateur d'induction mutuelle M excité par le courant $\frac{E}{R}$ et dont le secondaire a une résistance r..., etc.

Afin d'*éviter* l'étincelle de rupture du primaire, il est bon de placer une dérivation de résistance R' sur le contact et d'utiliser l'électricité induite dans le transformateur lorsque, par le jeu du contact, la résistance sans self-induction R' est insérée dans le primaire ou supprimée de ce circuit ; on a alors :

$$q = \pm \frac{M}{r} \cdot \frac{ER'}{R + R'}.$$

Ces résultats rappelés et acquis, étudions le mouvement d'un électrobalistique soumis à l'action de chocs successifs, qui peuvent être par exemple périodiquement reproduits.

IV. Pour bien faire saisir l'intérêt que présente l'emploi des chocs répétés, je résoudrai d'abord le problème très général suivant :

Un système oscillant S_1, de période Θ, envoie à chaque oscillation une impulsion à un second système oscillant S_2, de période T ; déterminer, s'il existe, le mouvement de régime du système S_2.

Si les conditions expérimentales sont compatibles avec l'établissement d'un régime, celui-ci doit nécessairement admettre la période Θ, car les impulsions dues à S_1 doivent alors se produire toujours à l'époque où S_2 passe par une même position x_0 avec la même vitesse.

Au point de vue mathématique, tout revient donc à voir s'il est

possible de trouver, pour x_0 et x'_0, des valeurs se reproduisant aux époques:

$$t_0, \quad t_0 + \Theta, \quad t_0 + 2\Theta, \quad \ldots,$$

les chocs faisant, de plus, varier la vitesse de S_2 d'une même quantité ε à chacune de ces époques.

En supposant le régime établi, et prenant comme origine des temps $t_0 = 0$ l'époque d'un choc, le mouvement ultérieur du mobile pourra être suivi sur les équations :

$$x = e^{-\lambda t}\left(x_0 \cos \omega t + \frac{x'_0 + \lambda x_0}{\omega} \sin \omega t\right),$$
$$x' + \lambda x = e^{-\lambda t}[(x'_0 + \lambda x_0) \cos \omega t - \omega x_0 \sin \omega t],$$

tirées de (2') et de (3'), x'_0 étant la vitesse du mobile *immédiatement après* le choc considéré arbitrairement comme initial. Le choc suivant, survenant à l'époque $t = \Theta$, saisira S_2 dans la position :

$$x_\Theta = e^{-\lambda\Theta}\left(x_0 \cos \omega\Theta + \frac{x'_0 + \lambda x_0}{\omega} \sin \omega\Theta\right).$$

et alors que sa vitesse sera :

$$x'_\Theta = e^{-\lambda\Theta}\left[-\frac{\lambda}{\omega}(x'_0 + \lambda x_0) \sin \omega\Theta - x_0\omega \sin \omega\Theta + x'_0 \cos \omega\Theta\right].$$

Après le choc, la vitesse devient $x'_\Theta + \varepsilon$, et il faut, pour que le régime soit établi, que le système S_2 se retrouve alors dans les mêmes conditions qu'à l'époque zéro, d'où les équations de permanence :

$$x_0 = x_\Theta,$$
$$x'_0 = x'_\Theta + \varepsilon.$$

Explicitées par rapport à x_0 et x'_0, ces équations donnent

$$x_0(\omega e^{\lambda\Theta} - \omega \cos \omega\Theta - \lambda \sin \omega\Theta) - x'_0 \sin \omega\Theta = 0,$$
$$x_0 \frac{\lambda^2 + \omega^2}{\omega} \sin \omega\Theta + x'_0\left(\frac{\lambda}{\omega} \sin \omega\Theta - \cos \omega\Theta + e^{\lambda\Theta}\right) - \varepsilon e^{\lambda\Theta} = 0,$$

d'où, après résolution :

$$(\mathrm{I}) \quad \begin{cases} \omega x_0 = \varepsilon \dfrac{e^{-\lambda\Theta} \sin \omega\Theta}{1 - 2e^{-\lambda\Theta} \cos \omega\Theta + e^{-2\lambda\Theta}}, \\ x'_0 + \lambda x_0 = \varepsilon \dfrac{1 - e^{-\lambda\Theta} \cos \omega\Theta}{1 - 2e^{-\lambda\Theta} \cos \omega\Theta + e^{-2\lambda\Theta}}, \end{cases}$$

ε étant une fonction de $X = x_0$.

Ayant remplacé, s'il y a lieu, ε par sa valeur en fonction de x_0 et tiré des équations (I)

$$\omega x_0 = \alpha, \qquad x'_0 + \lambda x_0 = \beta,$$

on suivra le mouvement, entre deux chocs ($t = 0$, $t = \Theta$), sur la formule :

$$\omega x = e^{-\lambda t}(\alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t),$$

et entre les deux chocs suivants ($t = \Theta$, $t = 2\Theta$) sur :

$$\omega x = e^{-\lambda(t-\Theta)}[\alpha \cos \omega(t - \Theta) + \beta \sin \omega(t - \Theta)].$$

En particulier, la vitesse x' s'annulant aux époques t définies par :

$$\text{tang}\, \omega t = \frac{\omega\beta - \lambda\alpha}{\omega\alpha + \lambda\beta},$$

l'écart x du mobile a pour valeur maximum :

$$(6) \qquad A = \frac{(\alpha^2 + \beta^2)\, e^{-\frac{\lambda}{\omega} \text{arc tang} \frac{\omega\beta - \lambda\alpha}{\omega\alpha + \lambda\beta}}}{\sqrt{(\omega\alpha + \lambda\beta)^2 + (\omega\beta - \lambda\alpha)^2}}.$$

Dans les cas particuliers où ε est indépendant de x_0, ou peut être considéré comme tel $\left[\frac{x_0^2}{1.2} \text{ négligeable, voir (5)}\right]$, il vient :

$$(6') \qquad A = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + \lambda^2}} \frac{\varepsilon e^{-\frac{\lambda}{\omega} \text{arc tang} \frac{\omega - e^{-\lambda\Theta}(\omega \cos \omega\Theta + \lambda \sin \omega\Theta)}{\lambda - e^{-\lambda\Theta}(\lambda \cos \omega\Theta - \omega \sin \omega\Theta)}}}{\sqrt{1 - 2e^{-\lambda\Theta} \cos \omega\Theta + e^{-2\lambda\Theta}}}.$$

Le lecteur appliquera avec succès les mêmes considérations au cas plus général où le système S_2 est soumis à deux séries de chocs de même répartition périodique Θ, une même durée Θ_1 s'écoulant entre deux chocs de même rang des deux séries. Il y a alors à déterminer deux azimuts et deux vitesses de régime.

V. A titre d'exemples, et afin de montrer l'importance des équations (I), j'établirai quelques propositions.

Si les périodes Θ et T des systèmes S_1 et S_2 vérifient la condition :

$$\omega\Theta = K\pi \qquad \text{ou} \qquad \Theta = k\frac{T}{2},$$

on a :

$$\sin \omega\Theta = 0, \qquad \cos \omega\Theta = 1,$$

et les relations (I) donnent :

$$x_0 = 0, \qquad x'_0 = \frac{\varepsilon}{1 \mp e^{-\lambda\Theta}}.$$

En conséquence : *pour* $\Theta = k\frac{T}{2}$, *le système* S_2 *prendra de lui-même un mouvement de régime tel que les impulsions qu'il reçoit de* S_1 *se produisent à l'instant où il passe par sa figure d'équilibre.* Si, de plus, $\Theta = T$, l'amplitude du mouvement sera, d'après (6') :

$$(7) \qquad A = \frac{\varepsilon}{\omega} \cdot \frac{1}{1 - e^{-\lambda T}} \cdot \sin\varphi \,.\, e^{-\frac{\lambda}{\omega}\varphi}.$$

De la proposition précédente résulte un moyen de vérifier le degré de perfection du synchronisme de deux systèmes oscillants S_1 et S_2 (de deux pendules, par exemple), éloignés l'un de l'autre : il suffit en effet, S_2 étant entretenu par S_1, et un téléphone mis en circuit annonçant les chocs, de lire la position qu'occupe sur l'échelle d'observation — à l'instant des chocs — le spot produit par un miroir fixé à S_2. Si les appels du téléphone ont lieu au passage du spot par la position d'équilibre, le synchronisme est parfait.

La plupart des électrobalistiques que j'ai combinés *s'impulsent eux-mêmes favorablement* lorsqu'ils passent par leur figure d'équilibre et dans les *deux* sens ; leur amplitude de régime est alors, d'après (2'), (3') et (4) :

$$(8) \qquad A = A_1 \frac{1}{1 - e^{-\lambda\frac{T}{2}}},$$

et la courbe de prise de régime, obtenue en portant le rang n du choc en abscisse et l'amplitude acquise correspondante a_n en ordonnée, a pour équation :

$$a_n = A_1 \frac{1 - e^{-(n+1)\lambda\frac{T}{2}}}{1 - e^{-\lambda\frac{T}{2}}},$$

ou encore :

$$(9) \qquad A_n = A - A \frac{e^{-(n+1)\lambda \frac{T}{2}}}{1 - e^{-\lambda \frac{T}{2}}},$$

A étant l'amplitude limite. La construction de ces courbes me paraît être une manipulation à recommander.

Dans le cas d'un faible amortissement, le facteur de multiplication de la déviation A_1 due à un choc unique, provenant de la répétition des chocs, est d'après (8) très sensiblement égal à $\frac{2}{\lambda T}$ (soit 10[1] pour le pendule cité plus haut).

L'équation (9) montre que les temps t_1, t'_1 qui s'écoulent à partir de la mise en marche du système, jusqu'à l'époque où l'on pourra considérer le régime comme établi, sont, pour deux appareils d'amortissement λ_1 et λ'_1 de même période, tels que

$$t_1\lambda_1 = t'_1\lambda'_1,$$

c'est-à-dire en raison inverse des paramètres d'amortissement.

VI. Examinons encore le cas où les chocs se succèdent assez rapidement pour que l'équipage de l'électrobalistique paraisse immobile dans la position x_0. Alors l'écart observé D est donné par la première des équations (I) :

$$\omega D = \frac{\varepsilon\, e^{-\lambda\Theta} \sin \omega\Theta}{1 - 2e^{-\lambda\Theta} \cos \omega\Theta + e^{-2\lambda\Theta}}.$$

Comme ici Θ est petit par rapport à T, les termes en $\left(\frac{\Theta}{T}\right)^3$ sont négligeables, ainsi que ceux en λ^2 si l'amortissement est suffisamment petit, et il vient :

$$\omega^2 D = \varepsilon \frac{1}{\Theta}.$$

En désignant par N la fréquence des chocs et tenant compte de la valeur de ε (5), on a :

$$\omega^2 D = \frac{S \cdot \psi \cdot Nq}{\Sigma mr^2} \cdot \cos D \text{ (cadre mobile)},$$

$$\omega^2 D = \frac{g \cdot M \cdot Nq}{\Sigma mr^2} \cdot \cos D \text{ (galvanomètre)},$$

d'où, en posant $Nq = I$ et tenant compte de la valeur de ω^2 (5'):

$$C . D = S . \psi . I . \cos D$$

et :

$$\psi . D = g . I . \cos D.$$

On voit ainsi sous quelles réserves un courant constant produit le même effet qu'une série de chocs se succédant assez rapidement pour que le mobile paraisse stationner.

Parmi les méthodes que l'on peut imaginer pour la vérification de ce résultat parfois contesté, la plus directe paraît être la suivante : Deux voltamètres à électrodes cylindriques sont disposés de façon que les électrodes intérieures (les plus petites) soient suspendues au fléau d'une balance; dans l'un des voltamètres passe, pendant un temps t, le courant continu, et dans l'autre le courant d'impulsion. Ces courants passent, d'autre part, dans les bobines à gros fil d'un galvanomètre différentiel (Wiedmann-d'Arsonval) et sont réglés de façon que l'aiguille se maintienne au zéro pendant l'expérience. Ayant échangé les voltamètres et les bobines, on recommence l'expérience pendant le même temps t. Le fléau doit alors avoir repris sa position initiale.

VII. Dans les questions de chronométrie, il importe souvent de suivre la phase de l'électrobalistique; il est alors utile de transformer l'équation (2') en posant :

$$\text{(9)} \qquad \operatorname{tang} \gamma = \frac{\omega x_0}{x'_0 + \lambda x_0}.$$

Il vient ainsi :

$$x = \frac{x_0}{\sin \gamma} e^{-\lambda (t - t_0)} \sin [\omega (t - t_0) + \gamma].$$

Comme application, je me bornerai à établir le théorème suivant, dû à M. Lippmann.

Théorème. — *Il y a compensation entre les perturbations déterminées par deux chocs identiques, mais contraires, se produisant consécutivement pour la même élongation x_0, lorsque le mobile passe par cette position à l'aller et au retour.*

D'après (9), on a, avant le choc : $\operatorname{tang} \gamma = \frac{\omega x_0}{x'_0 + \lambda x_0}$, et immédiatement après le choc : $\operatorname{tang} \gamma' = \frac{\omega x_0}{x'_0 + \varepsilon + \lambda x_0}$, d'où, pour la pertur-

bation de phase $(\gamma' - \gamma)$, en temps $\frac{\gamma' - \gamma}{2\pi} \cdot T$:

$$\operatorname{tang}(\gamma' - \gamma) = \frac{-\varepsilon\omega x_0}{x_0^2\omega^2 + (x_0' + \lambda x_0)^2 + \varepsilon(x_0' + \lambda x_0)}.$$

Au choc contraire suivant, la perturbation sera :

$$\operatorname{tang}(\gamma'' - \gamma') = \frac{\varepsilon\omega x_0}{x_0^2\omega^2 + (x_0' + \lambda x_0)^2 - \varepsilon(x_0' + \lambda x_0)}.$$

et la perturbation $\gamma'' - \gamma$ est du second ordre en ε, d'où compensation pour ε petit.

Le lecteur pourra s'exercer à tirer des équations (I) les résultats sur la synchronisation des horloges que M. Cornu a obtenus par voie géométrique (1) : ayant posé $\frac{\Theta}{T} = 1 + \eta$, l'approximation de la méthode consiste à négliger les termes en η et λ de degré supérieur au deuxième et à considérer, de plus, ε comme constant.

VIII. J'ai appliqué le mode de raisonnement et de calcul que je viens d'exposer à un grand nombre de cas et vérifié par l'expérience les résultats obtenus. La précision que l'on peut atteindre dans ces vérifications, en usant de dispositifs convenables, montre, en particulier, qu'il y aurait un très grand intérêt, dans certaines recherches d'élasticité, d'électricité ou de magnétisme, à faire systématiquement usage d'autobalistiques répétiteurs appropriés à chaque ordre de phénomènes.

NOTE.

Existence de l'état de régime. — L'état de régime, dont j'ai envisagé l'existence comme un fait expérimental au paragraphe IV, peut être obtenu en suivant le mouvement d'un choc à l'autre au moyen des formules (2') et (3'). On trouve ainsi sans peine qu'après le n^{me} choc on a :

$$(a)\begin{cases} x_n = e^{-\lambda\Theta}\left[x_{n-1}\cos\omega\Theta + \dfrac{x'_{n-1} + \lambda x_{n-1}}{\omega}\sin\omega\Theta\right], \\ x'_n + \lambda x_n = e^{-\lambda\Theta}\left[(x'_{n-1} + \lambda x_{n-1})\cos\omega\Theta - \omega x_{n-1}\sin\omega\Theta\right] + \varepsilon. \end{cases}$$

Cela posé, *voici comment M. P. Appell, qui a bien voulu examiner ce problème obtient l'état limite.*

En faisant $y_n = x'_n + \lambda x_n$ et $z_n = \omega x_n$, les relations (a) s'écrivent :

$$z_n = e^{-\lambda\Theta}\left[z_{n-1}\cos\omega\Theta + y_{n-1}\sin\omega\Theta\right],$$
$$y_n = e^{-\lambda\Theta}\left[y_{n-1}\cos\omega\Theta - z_{n-1}\sin\omega\Theta\right] + \varepsilon,$$

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 432 ; 1887.

d'où :

$$(b) \qquad y_n + iz_n = e^{-\lambda\Theta + i\omega\Theta}(y_{n-1} + iz_{n-1}) + \varepsilon.$$

Posons :

$$y_n + iz_n = U_n e^{-(n-1)(\lambda - i\omega)\Theta},$$

alors :

$$y_{n-1} + iz_{n-1} = U_{n-1} e^{-(n-2)(\lambda - i\omega)\Theta},$$

et la relation (b) conduit à :

$$U_n - U_{n-1} = \varepsilon e^{(n-1)(\lambda - i\omega)\Theta}.$$

Donnant à n les valeurs 1, 2, 3, ..., n et désignant $e^{(\lambda - i\omega)\Theta}$ par q, il vient :

$$U_1 - U_0 = \varepsilon, \qquad U_2 = U_1 = \varepsilon q, \qquad \ldots, \qquad U_n - U_{n-1} = \varepsilon q^{n-1};$$

d'où par addition :

$$U_n = U_0 + \varepsilon \frac{1 - e^{n(\lambda - i\omega)\Theta}}{1 - e^{(\lambda - i\omega)\Theta}},$$

d'où en explicitant :

$$(c) \; x'_n + (\lambda + i\omega) x_n = [x'_0 + (\lambda + i\omega) x_0] e^{-n(\lambda - i\omega)\Theta} + \varepsilon \frac{e^{-(n-1)(\lambda - i\omega)\Theta} - e^{(\lambda - i\omega)\Theta}}{1 - e^{(\lambda - i\omega)\Theta}}.$$

En désignant par X et X' les limites de x_n et de x'_n lorsque n tend vers l'infini, on a, après multiplication et division par $e^{i\omega\Theta} - e^{-\lambda\Theta}$,

$$X' + (\lambda + i\omega) X = \varepsilon \frac{1 - e^{-\lambda\Theta}(\cos\omega\Theta - i\sin\omega\Theta)}{1 - 2e^{-\lambda\Theta}\cos\omega\Theta + e^{-2\lambda\Theta}}.$$

Égalant les parties réelles et les coefficients de i, il vient enfin :

$$\begin{cases} \omega X = \varepsilon \dfrac{e^{-\lambda\Theta}\sin\omega\Theta}{1 - 2e^{-\lambda\Theta}\cos\omega\Theta + e^{-2\lambda\Theta}}, \\ X' + \lambda X = \varepsilon \dfrac{1 - e^{-\lambda\Theta}\cos\omega\Theta}{1 - 2e^{-\lambda\Theta}\cos\omega\Theta + e^{-2\lambda\Theta}}. \end{cases}$$

L'existence de l'état limite se trouve ainsi établie par voie théorique.

Etat variable; Indicatrices. — J'ajouterai quelques remarques. D'après (c) l'état de régime est d'autant plus vite atteint que le facteur $e^{-(n-1)\lambda\Theta}$ tend plus vite vers zéro lorsque n croit. On obtiendrait la courbe que M. Cornu a appelée indicatrice de synchronisation, et qui représente l'état variable du mouvement, en cherchant le lieu des points :

$$x = x_n, \qquad y = \frac{x'_n}{\omega}.$$

Pour le cas tout théorique où $\lambda = o$, on trouve pour ce lieu une circonférence d'équation :

$$\left(x - \frac{\varepsilon}{\omega} \frac{\sin\omega\Theta}{2(1 - \cos\omega\Theta)}\right)^2 + \left(y - \frac{\varepsilon}{2\omega}\right)^2 = K^2,$$

la valeur de K étant définie lorsqu'on connait deux valeurs correspondantes de x_n et de x'_n, par exemple l'état initial du système.

Dans le cas général, on discutera le mouvement qui précède le régime stable en exprimant x_n et x'_n en fonction de n au moyen de l'équation (c); il suffit pour

cela d'égaler les parties réelles et les coefficients de i; cette discussion ne présente aucune difficulté spéciale. Lorsque la variation de vitesse ε dépend de x_n, l'étude de l'état variable doit être reprise pour chaque cas, et ses difficultés dépendent de la loi $\varepsilon = f(x_n)$.

L'OR VERT ET L'OR BLEU;

Par M. L. HOULLEVIGUE (1).

I. Lorsqu'on dépose sur verre des pellicules minces d'or par ionoplastie ou projection cathodique, on peut obtenir deux sortes de dépôts : l'un d'eux, franchement vert par transparence, jaune par réflexion, paraît optiquement identique aux feuilles d'or obtenues par battage ; l'autre variété possède également l'éclat métallique, mais elle paraît, par réflexion, d'un jaune plus pâle que la précédente, et, par transparence, elle est d'un bleu indigo très franc. On peut aussi obtenir des dépôts intermédiaires entre ces deux types. J'ai signalé antérieurement (2) cette particularité de l'or ionoplastique, dont l'étude a été, depuis, reprise par W. Betz (3). Betz a constaté que l'or bleu, chauffé à 200°, se transforme « brusquement » en or vert avec une diminution de poids qui, d'après les résultats de cinq pesées assez concordantes, serait d'environ 7,8 0/0 ; il a montré encore que cette transformation s'accompagne d'une diminution notable de résistance électrique, et conclut, non sans réserves, que l'or bleu serait un oxyde de formule Au^2O^2. On verra, par la lecture de ce travail où j'expose mes recherches personnelles, que cette conclusion ne saurait être maintenue.

II. *Nature chimique de l'or bleu.* — L'or bleu renferme de l'hydrogène, et ce gaz s'y trouve vraisemblablement sous forme de combinaison ou hydrure, car son association avec l'or se conserve inaltérée dans le vide aux températures inférieures à 100°. La présence de l'hydrogène dans l'or bleu est prouvée par les deux expériences suivantes :

1° Dans une lame de verre recouverte par ionoplastie d'une couche

---

(1) Communication faite à la Société française de Physique : Séance du 5 juillet 1907.

(2) Société de Physique, séance du 21 novembre 1902.

(3) *Annalen der Physik*, 1905, t. XVIII, p. 590-605.

d'or bleu, on détache au diamant une bande qu'on relie, par l'intermédiaire d'un serre-fil et de papier d'étain, au pôle positif d'une pile dont le pôle négatif est relié à un fil d'or ; la bande de verre et le fil plongent dans de l'eau très légèrement acidulée par SO^4H^2. On fait passer dans le voltamètre ainsi constitué un courant très faible ($0^a,0002$ environ ; un courant plus intense aurait pour effet de décoller la pellicule d'or) ; au bout d'une heure, on retire la bande de verre dorée, on la lave, on la sèche, et on peut alors constater avec certitude que la partie de la pellicule d'or qui a été polarisée par l'oxygène est devenue verte et plus transparente ; elle a pris en même temps un éclat plus jaune quand on l'examine par réflexion ; le contraste avec la partie qui, n'ayant pas été polarisée, est restée inaltérée, rend la comparaison très facile ; l'or bleu est donc un hydrure qui a été réduit par l'oxygène résultant de l'électrolyse [1].

Toutefois la réaction inverse ne paraît pas réalisable : de l'or vert fonctionnant comme cathode dans une auge à eau acidulée n'a pas pris, au bout de sept heures, de coloration bleue appréciable.

2° La spectroscopie fournit un moyen de contrôle du résultat ci-dessus dont la délicatesse est appropriée à la petitesse des masses dont on dispose. Si on introduit de l'or bleu dans un tube à analyse spectrale, vide de gaz, ce tube ne donne pas d'abord les raies de l'hydrogène ; mais, si on vient à chauffer l'or contenu dans ce tube, l'hydrogène se dégage et ses raies apparaissent. Toutefois cette méthode, à cause de sa sensibilité même, exige de grandes précautions, si on veut se mettre à l'abri de toute cause d'erreur. Après de multiples essais, je me suis arrêté au dispositif suivant.

Un tube en verre (*fig.* 1) présente une partie capillaire en DE et des étranglements en A et en F ; on l'a chauffé dans toutes ses parties, de façon à détruire toute trace de matières organiques et à le dessécher autant que possible. D'autre part, on a préparé par ionoplastie plusieurs lames d'or bleu ; on les racle avec un canif sur une feuille d'aluminium, de façon à détacher le dépôt d'or, qu'on introduit dans le tube par l'ouverture A. Le tube est ensuite scellé en A et raccordé en G, à l'aide d'un caoutchouc à vide, à la pompe Fleuss. Le vide étant fait à quelques centièmes de millimètre et l'or rassem-

---

(1) Il faut noter encore que, si on plonge dans l'eau acidulée un fil d'or et une lame d'or bleu, cette dernière constitue le pôle négatif du couple, comme il arrive pour tout métal hydrogéné accouplé au métal pur.

blé en B, on chauffe énergiquement à la lampe à alcool les parties A, C, D, F, G du tube, de façon à les dessécher à fond. Puis, le tube étant un peu refroidi, on le retourne, en profitant de l'élasticité du caoutchouc, de façon à ce que l'extrémité A soit en bas et recueille tout l'or introduit dans le tube ; l'extrémité B peut alors être chauffée et séchée à son tour. La pression des gaz restant dans le tube est alors $0^{mm},015$; on ferme le tube à la lampe et on le sépare de la pompe ; puis, on entoure les deux parties CD et EF de feuilles

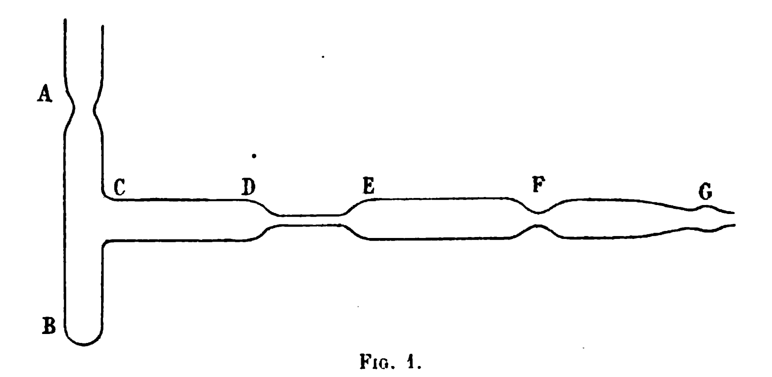


Fig. 1.

d'étain reliées aux deux pôles d'une bobine de Ruhmkorff, et on observe la luminosité produite dans la partie capillaire DE ; ce procédé donne un spectre moins brillant que celui qu'on obtiendrait à l'aide d'électrodes en platine traversant la paroi de verre, mais on sait que le fonctionnement de semblables électrodes s'accompagnerait inévitablement d'un dégagement d'hydrogène.

De fait, le spectre qu'on observe dans ces conditions ne présente, quelque soin qu'on ait mis à l'étudier, aucune des raies de l'hydrogène ; on y trouve seulement les bandes des hydrocarbures qui émanent du caoutchouc et des huiles de la pompe ; ce spectre d'hydrocarbures a été soigneusement identifié, par comparaison avec celui d'un tube Plücker type.

Ces dispositions préliminaires étant prises, on chauffe au bain de sable, jusqu'à 200°, la partie B du tube avec l'or contenu. Puis, le tube étant refroidi, on examine à nouveau son spectre. Cette fois les raies caractéristiques de l'hydrogène apparaissent, $\lambda = 656$ et $\lambda = 434$ très fortes, $\lambda = 486$ moins brillante, mais très nette ; ces raies sont repérées à l'aide d'un tube Plücker à hydrogène et nettement différen-

ciées du spectre de Swan, qui continue à exister dans le tube.

Il ne semble pas qu'ainsi réalisée l'expérience laisse prise à des causes d'erreur. J'ajouterai qu'antérieurement on avait opéré d'une façon un peu différente, en introduisant dans le tube, non plus de l'or séparé par grattage de son support, mais les lames de verre doré elles-mêmes découpées au diamant en bandes étroites. La partie du tube contenant ces bandes était chauffée au four électrique ; le tube restait relié à la jauge de Mac-Leod, et on pouvait observer le spectre et mesurer la pression aux divers moments du chauffage. En opérant ainsi, on avait vu la pression augmenter légèrement et le spectre de l'hydrogène apparaître lorsque la température était passée de 150 à 200°, en même temps que les lamelles dorées passaient du bleu au vert. Toutefois je considère cette observation comme moins sûre que la précédente, parce qu'il n'avait pas été possible d'assurer une dessiccation intégrale de l'intérieur du tube et des lamelles de verre doré. Néanmoins, en résumant toutes ces observations et en tenant compte de celles de W. Betz relatives à la perte de poids de l'or bleu chauffé, on peut conclure que ce dernier corps n'est autre qu'un hydrure d'or dont la composition, assez mal définie, pourrait être représentée par AuH^{16}.

III. *Décomposition par la chaleur.* — Il est utile de déterminer la température et les conditions de transformation de l'or bleu en or vert. Pour résoudre ce problème, on a mesuré les variations de résistance électrique avec la température. Dans une lame de verre recouverte d'or bleu fut découpée une bande de 4 centimètres de long sur $1^{cm},2$ de large, dont les extrémités, garnies de paillon de platine, étaient serrées dans des pinces servant de prises de courant ; l'expérience a prouvé la bonne qualité de ces contacts. Le tout fut placé au milieu du tube d'un four électrique, avec un thermomètre à mercure ; une étude préalable de la répartition des températures dans le four avait montré que les différents points de la lame ne s'écartaient pas de plus de 5° d'une valeur moyenne donnée par le thermomètre à mercure, les indications de ce thermomètre étant diminuées de 5°. La chauffe du four fut menée assez rapidement, de telle sorte que la température s'élevât en moyenne de 4° par minute. Dans ces conditions, la variation de résistance R, en fonction de la température T, est représentée par la partie ABCD de la courbe (*fig.* 2). La partie rectiligne DE correspond au refroidissement entre 330° et la température ambiante ; en réchauffant de nouveau la lame, les résistances

se placèrent exactement sur la droite ED, ce qui prouve que la transformation s'était achevée dans l'opération précédente. Cette transformation s'est donc échelonnée entre les températures de 120° et 290°; elle ne présente pas le caractère de soudaineté indiqué par Betz.

L'allure du phénomène semble prouver que si, au lieu de faire croître progressivement la température, on maintenait une température fixe θ supérieure à 130°, la décomposition de l'or bleu s'effectuerait intégralement, avec une vitesse d'autant plus grande que θ serait plus élevé. On a d'ailleurs observé, dans d'autres expériences, qu'une lame d'or bleu maintenue quinze minutes à 120° est restée inaltérée, tandis qu'à 152°, pendant le même laps, la transformation, estimée d'après le changement de coloration, était très sensible.

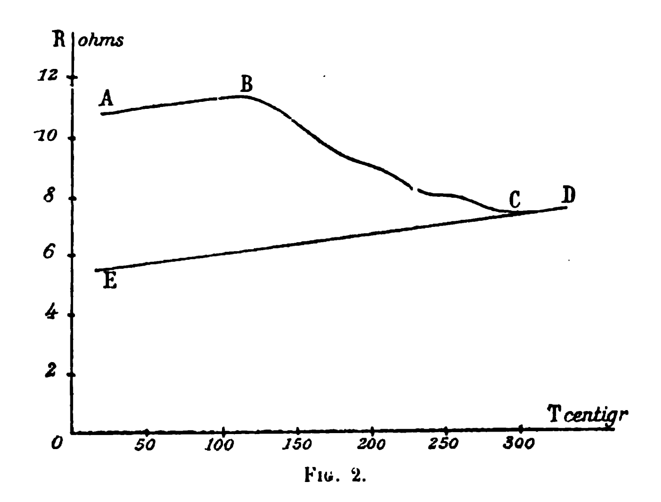


Fig. 2.

Il faut encore remarquer que l'allure de la partie AB de la courbe est peu favorable à l'hypothèse d'après laquelle l'or bleu serait un oxyde, car la résistance des oxydes varie généralement en sens inverse de la température, tandis que les hydrures connus ont, comme les métaux, un coefficient de température positif.

IV. *Circonstances de formation.* — Ce qui précède va nous permettre d'interpréter les différentes particularités qui se présentent lorsqu'on dépose de l'or par ionoplastie.

1° Un premier élément qui influe sur la nature du dépôt est la nature de la cathode employée. Faisons d'abord l'expérience sui-

vante, qui a été répétée plusieurs fois avec un plein succès : AC (*fig.* 3) est une cathode d'or vierge, en forme de disque, qui a déjà servi à de nombreuses opérations ionoplastiques; une moitié AB de cette cathode est recouverte d'une couche d'or galvanoplastique

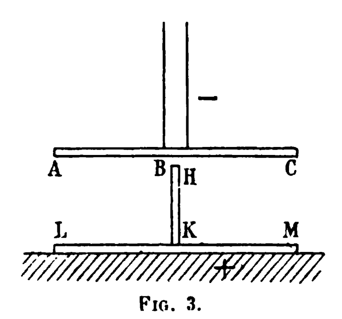


Fig. 3.

dans un bain de chlorure d'or et de cyanure de potassium. Elle est placée, bien horizontalement, dans la cloche à vide, au-dessus d'une lame de verre LM qu'un écran HK, également formé d'une lame de verre, partage en deux parties ; de cette manière les deux moitiés de LM seront dorées, l'une par l'or galvanoplastique, l'autre par l'or du restant de la cathode, et les deux dépôts seront obtenus dans des conditions identiques de temps, de courant et de vide. Or, ces deux dépôts ne sont pas identiques : celui qui se forme sur LK, en face de l'or galvanoplastique, étant franchement bleu, l'autre est vert ou verdâtre.

La conclusion de cette expérience est que l'or galvanoplastique, qui donne un dépôt bleu, est différent du reste de la cathode ; il en diffère en ce que, formé au pôle — d'une cuve électrolytique, il est fortement chargé d'hydrogène.

D'autre part, on observe qu'une même cathode d'or galvanoplastique ou chimique donne de l'or bleu lorsqu'elle est neuve et, au bout d'un long usage, ne donne plus que de l'or vert. Pour contrôler, dans des conditions aussi bien déterminées que possible, ce résultat de nombreuses expériences, j'ai recouru au dispositif suivant (*fig.* 4) : la lame de verre placée en face de la cathode et destinée à recevoir les dépôts a la forme d'un cercle VV′ percé en son centre d'un trou O à travers lequel passe une pointe d'acier ; cette pointe sert de pivot à un disque de mica MM′ qui recouvre le disque de verre, à l'exception d'un secteur MNPQ entaillé dans le

mica. Enfin, une lame de fer F, collée sur le disque de mica, permettra de faire tourner celui-ci, à l'aide d'un aimant, sans ouvrir la cloche à vide. On peut alors, dans une même opération, obtenir jusqu'à dix dépôts successifs juxtaposés sur une même plaque. L'opération ainsi conduite montre nettement le *vieillissement des cathodes* par le virage progressif, du bleu au vert, des secteurs obtenus.

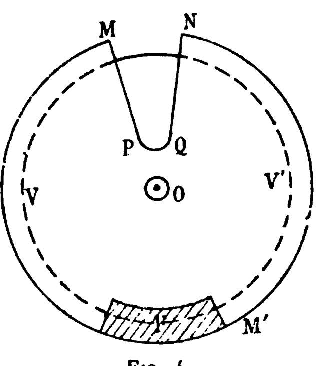


Fig. 4.

2° La nature du dépôt ionoplastique dépend encore d'une autre variable, qui est la température au point où se fait le dépôt. Si cette température n'atteint pas celle de la transformation de l'or bleu, celui-ci se dépose tel quel ; sinon il se transforme en or véritable et on obtient un dépôt vert.

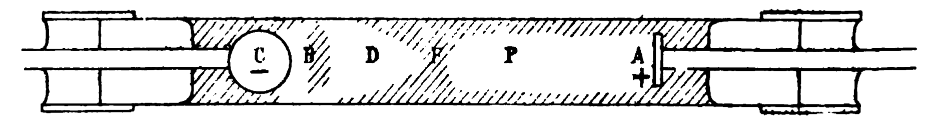


Fig. 5.

J'ai pu mettre ce fait en évidence en employant (*fig.* 5) un tube en verre cylindrique dans lequel pénètrent, à travers les bouchons de caoutchouc qui le ferment, une cathode C ayant la forme d'une sphère en laiton doré et une anode plane A en zinc portée par un tube relié à la pompe à vide.

Dans ces conditions, en faisant passer la décharge (avec un vide compris entre $0^{mm},06$ et $0^{mm},08$), on reconnaît aisément en B l'espace sombre de Crookes, en D l'auréole négative, en F l'espace obscur

de Faraday et en P la colonne positive. Le dépôt d'or se fait sur les parois du tube de verre, dans les régions correspondant à l'espace sombre B et à l'auréole D. Si on marche à un régime très lent, de façon à restreindre l'échauffement, le dépôt est entièrement bleu, plus épais à la limite de B et de D et dégradé sur ses bords où il prend une nuance pourpre. Ce dépôt est entièrement formé d'hydrure d'or, car il devient vert quand, après avoir démonté l'appareil, on chauffe le tube. Si, au contraire, on force le régime du courant, on obtient un dépôt vert bordé de bleu aux deux extrémités. En même temps, la température s'élève notablement : un thermomètre à mercure, introduit dans le tube de façon que son réservoir occupe la région BD, avait indiqué une température stationnaire de 32° dans le premier cas et de 92° dans le second; mais il est hors de doute que les températures réellement atteintes au moment de chaque décharge sont notablement supérieures à ces nombres.

Toutes ces expériences montrent quels éléments influent sur la nature du dépôt. Les cathodes en or renferment normalement de l'hydrogène et projettent de l'hydrure d'or ; au bout d'un fonctionnement assez long, les cathodes peuvent s'appauvrir en hydrogène ; le récipient à vide devient plus dur, par suite l'échauffement s'accroît au voisinage de la cathode et l'hydrure projeté est décomposé ; toutefois c'est une question non résolue de savoir si, dans ces conditions, la cathode ne projette pas de l'or en même temps que de l'hydrure. En tous cas, dans les conditions courantes, la formation d'or métallique vert paraît résulter exclusivement d'une action secondaire, qui est l'échauffement au point de dépôt ; c'est pourquoi la pellicule déposée est en général verte dans les régions plus épaisses et bleue dans les zones de moindre épaisseur, parce que, dans les premières, le nombre plus grand des chocs produit une plus forte élévation de température. Tous les détails, au premier abord si compliqués, qu'on observe dans l'ionoplastie de l'or, trouvent ainsi leur explication logique.

UTILISATION RATIONNELLE DES ÉLECTROMÈTRES A FEUILLE MOBILE ;

Par M. L. BENOIST.

Les électroscopes à feuilles mobiles sont encore généralement considérés comme des appareils qualitatifs sensibles et commodes, mais comme des instruments de mesure très imparfaits.

Ils ont pour principaux avantages la simplicité de construction, la facilité de déplacement, même tout chargés, l'isolement pratiquement parfait, grâce aux isolants modernes tels que la diélectrine, la faible capacité, la sensibilité, la propriété de fonctionner comme appareils idiostatiques ou hétérostatiques à volonté, etc.

On leur reproche par contre la fragilité, la difficulté de préparation, d'installation et de renouvellement des feuilles mobiles, le défaut de comparabilité, la lecture difficile et incertaine des angles de divergence, l'absence de proportionnalité entre les angles et les charges ou les potentiels sur toute l'étendue de l'échelle, etc.

Néanmoins ces appareils ont rendu et continuent à rendre d'importants services, soit dans l'étude de l'électricité atmosphérique, soit dans celle des rayons X et des substances radioactives.

Il était donc intéressant de poursuivre dans une étude méthodique la suppression de leurs défauts; c'est ce qui m'a paru aisément possible, soit par l'application de certains dispositifs pratiques de forme et de construction, soit par l'utilisation de certaines propriétés fondamentales que la théorie fait prévoir, et que l'expérience vérifie très exactement. Ainsi employés, les électromètres à feuilles mobiles peuvent rendre les meilleurs services dans un grand nombre de mesures électriques.

I. — Dispositifs pratiques.

Feuille mobile. — Il convient d'abord de constituer l'organe mobile par une feuille *unique* (d'or ou d'aluminium selon les cas). On obtient ainsi le maximum de sensibilité, en même temps que de simplicité dans la construction et de facilité dans la lecture des angles.

Cette feuille, dont les dimensions et le poids jouent un rôle qui sera défini plus loin, ne doit pas être collée, mais fixée de façon

amovible, permettant de la retirer et de la replacer aisément dans une position toujours identique, et sans aucun risque d'altération. On obtient ce résultat par l'emploi d'une languette d'acier dont l'élasticité maintient la feuille serrée contre une plaque métallique isolée, et dont le bord inférieur définit son axe de rotation [1].

La feuille doit être découpée très nettement, suivant un gabarit rectangulaire de dimensions déterminées, telles que $6^{cm} \times 0^{cm},7$ par exemple [2].

Plaque fixe isolée. — La plaque métallique et isolée qui doit porter la feuille mobile peut être de mêmes dimensions que celle-ci, ou de dimensions beaucoup plus grandes, telle qu'un disque de 7 centimètres de diamètre, parallèle à la paroi latérale de la cage et porté par une tige traversant le bouchon isolant. Si la première forme permet à l'angle de divergence de croître presque jusqu'à 180°, la seconde est pratiquement plus avantageuse, car, tout en limitant la déviation maximum à 90°, elle empêche toute déviation latérale de la feuille, et la maintient absolument rectiligne sous n'importe quel angle, grâce au *champ uniforme* qui existe au départ entre le disque et la paroi, le pourtour de ce disque jouant en quelque sorte le rôle d'anneau de garde.

Cylindre récepteur. — Il convient de remplacer à la partie supérieure de la tige isolée le bouton classique par un petit cylindre métallique un peu plus profond que large, et dans lequel on pourra décharger un petit corps électrisé tel qu'une sphère ou un plan d'épreuve. Ce cylindre n'aurait, il est vrai, un *pouvoir captant* égal à l'unité, pour le corps électrisé que l'on y plonge *à fond*, qu'à la

---

(1) Pour placer ou retirer la feuille, il suffit de coucher l'électromètre; la plaque isolée étant horizontale, on glisse sous la partie supérieure de la languette, pour la soulever, un petit coin tel qu'un bois d'allumette taillé en biseau; on dépose la feuille d'or sur la plaque, et, après lui avoir donné la position voulue, on laisse retomber la languette en retirant le coin.

(2) Le tour de main le plus avantageux consiste à insérer la feuille d'or ou d'aluminium à l'intérieur d'une feuille de papier mousseline doublée, sur laquelle on trace au crayon le gabarit voulu; le découpage se fait à la règle, sur un carton uni et épais, au moyen d'une lame mince et fraîchement aiguisée telle que celle d'un grattoir. La même lame sert à détacher la feuille d'or de ses enveloppes protectrices, en évitant soigneusement la plus petite déchirure; on la conserve dans une enveloppe de papier fort non glacé (papier Japon), repliée à peu près comme les enveloppes de paquets d'aiguilles à coudre. Sur cette enveloppe on inscrit le *numéro d'ordre*, les *dimensions* et le *poids* de la feuille; pour manier la feuille, on se servira soit d'une pince spéciale en bois (pince des batteurs d'or), soit d'une lame large et très mince, telle que le couteau spécial des doreurs.

représente la *fig.* 1 sous le nom d'électro-densimètre, à cause de la disposition complémentaire qui permet, avec cet appareil étalonné et gradué, de mesurer d'une façon précise les densités électriques, en se servant du disque d'épreuve D, mobile, isolé et protégé électriquement [1].

II

Une formule suffisamment approchée de l'électromètre à une feuille mobile s'obtient aisément, et permet de prévoir certaines propriétés fondamentales que l'expérience vérifie très exactement.

Il suffit d'exprimer que, lorsque la feuille mobile s'élève d'un angle α, le travail négatif effectué par la pesanteur est égal au travail positif accompli par les forces électriques agissant sur ce conducteur en mouvement, travail égal lui-même à l'accroissement correspondant d'énergie électrique du système (celui-ci étant supposé en communication avec une source à potentiel constant).

Le travail négatif effectué par la pesanteur est exprimé par :

$$ph = lp \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right);$$

p, poids de la feuille, à partir de l'axe de rotation;
l, sa longueur à partir de l'axe de rotation;
h, élévation de son centre de gravité.

L'accroissement d'énergie électrique correspondant a pour expression :

$$\frac{1}{2}(c_\alpha - c_0)V^2;$$

c_α, capacité du système pour l'angle α;
c_0, capacité pour $\alpha = 0$;
V, différence de potentiel entre le système isolé et la cage.

La formule est donc :

$$\frac{1}{2}(c_\alpha - c_0)V^2 = pl \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right);$$

elle permet de prévoir le rôle du poids et des dimensions de la feuille mobile.

1° *Influence du poids de la feuille.* — Dans un même électromètre, les dimensions de la feuille mobile étant constantes, la différence de

(1) *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, t. 140, 1905, p. 1106.

potentiel V qui correspond à un angle donné α est proportionnelle à la racine carrée du poids p de cette feuille ou, ce qui revient au même, à la racine carrée de son poids spécifique superficiel.

Cette propriété se vérifie expérimentalement avec une précision pratiquement parfaite.

J'ai substitué par exemple l'une à l'autre, dans le même électrodensimètre, deux feuilles d'aluminium battu découpées dans le même feuillet, de même longueur ; mais l'une, 4 fois plus *large* que l'autre, était repliée 4 fois sur elle-même pour être ramenée aux mêmes dimensions extérieures.

Poids de la feuille quadruple $= 2^{mg},46$;
— simple $= 0^{mg},6$.

La courbe de voltage fut établie successivement pour chacune de ces feuilles, en reliant le système isolé de l'électrodensimètre à l'un des pôles d'une batterie d'accumulateurs (dont le voltage était vérifié boîte par boîte), la cage communiquant avec l'autre pôle (1).

Voici, sur les deux courbes, les potentiels relevés de 15° en 15°, et exprimés en unités C. G. S. ($u = 300$ volts) :

Déviation	V (feuille quadruple)	V' (feuille simple)	Rapport $\frac{V}{V'}$
15°	3^u	$1^u,5$	2
30°	4 ,75	2 ,3	2,06
45°	6 ,15	3 ,05	2,02
60°	7 ,8	3 ,9	2
75°	10 ,2	5 ,05	2,02
90°	16 ,3	8 ,2	1,99

Moyenne générale du rapport $\frac{V}{V'} = 2,016$.

Les poids donnent : $\sqrt{\frac{p}{p'}} = 2,025$.

Autre exemple, fourni par deux feuilles de mêmes dimensions, l'une de platine, l'autre d'aluminium :

Feuille de platine........ $p = 1^{mg}$
Feuille d'aluminium..... $p' = 0^{mg},6$

Moyenne générale du rapport $\frac{V}{V'} = 1,28$.

Les poids donnent : $\sqrt{\frac{p}{p'}} = 1,29$.

(1) Grande batterie d'accumulateurs du laboratoire de physique (enseignement) de la Sorbonne.

De même encore, avec deux feuilles d'or pesant respectivement $24^{mg},14$ et $13^{mg},39$:

$$\text{Moyenne du rapport } \frac{V}{V'} = 1{,}335.$$

$$\text{Les poids donnent : } \sqrt{\frac{p}{p'}} = 1{,}342.$$

Cette propriété fondamentale est donc exactement vérifiée dans tous les cas, et permet d'étendre singulièrement les limites d'application d'un même électromètre à feuille mobile. Il suffit en effet de choisir un certain nombre de feuilles de mêmes dimensions, mais de poids différents, par suite du changement d'épaisseur ou de nature du métal battu employé (aluminium, argent, or, platine). La courbe de voltage établie pour l'une d'elles, par étalonnage direct, servira à calculer toutes les autres, ou bien servira comme courbe unique, en faisant intervenir un coefficient constant de transformation, quand on passera d'une feuille à une autre. Par exemple, avec des feuilles interchangeables, de poids respectifs 1, 4, 9, 16, 25, le même appareil mesurera, par les mêmes angles, des potentiels 1, 2, 3, 4, 5.

La substitution méthodique d'une feuille à une autre dans ces électromètres joue donc en quelque sorte le rôle du *shuntage* d'un galvanomètre [1].

2° *Influence de la largeur de la feuille.* — En découpant dans un même feuillet d'aluminium battu deux feuilles de même longueur, mais de *largeur double* l'une de l'autre, et en les substituant l'une à l'autre *sans replier* la feuille double, de manière à laisser le poids spécifique superficiel constant, on trouve que les potentiels

[1] Pour la dimension de feuille précédemment indiquée, c'est-à-dire $6^{cm} \times 0^{cm},7$, on formera aisément une série allant de $0^{mg},4$ à 24 milligrammes et même davantage. L'aluminium battu, tel qu'on le trouve en cahiers dans le commerce, a une épaisseur de l'ordre de $0^{micron},75$. Il servira pour les feuilles les plus légères, soit de $0^{mg},4$ à $0^{mg},8$ la feuille; l'or le plus mince des cahiers courants (or dit de la moule) a une épaisseur de l'ordre de $0^{\mu},1$ et servira pour les feuilles dont le poids doit être voisin de 1 milligramme. Pour les poids plus élevés, on emploiera les feuilles d'or d'épaisseurs très variées que l'on trouve chez les principaux batteurs d'or, épaisseurs qui peuvent aller jusqu'à près de 10 microns. Il est bon de savoir que le numérotage des cahiers d'or battu correspond au poids de la feuille normale (environ $10^{cm} \times 10$ centimètres) exprimé en décigrammes. L'épaisseur correspondante s'exprime approximativement en microns par la moitié de ce numéro d'ordre. C'est ainsi que le plus élevé est 14, correspondant à 7 microns environ. On trouvera également chez les batteurs les pinces et outils nécessaires (par exemple chez Jacquesson, 7, rue Charlot, chez Buisson et Dauvet, 3, impasse Guéménée, et 181-183, rue Saint-Antoine, Paris, etc.).

correspondant à un même angle sont *identiques*, bien qu'ici le poids total soit double :

Déviation	V (feuille 6cm × 1cm,4)	V′ (feuille 6cm × 0cm,7)
15°	1",52	1",55
44°	3 ,03	3
64°	4 ,14	4 ,12

Donc, au moins avec le dispositif décrit et grâce au rôle d'anneau de garde joué par le disque isolé, le potentiel qui correspond à un angle donné est absolument indépendant de la largeur de la feuille, tant que sa longueur et son poids spécifique superficiel ne changent pas.

Ce résultat est bien d'accord avec la formule précédemment établie :

$$\frac{1}{2}(c_\alpha - c_0)\,V^2 = pl \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right).$$

Car la feuille mobile forme avec la paroi correspondante de la cage une capacité qui, pour une même longueur de cette feuille, pour une même distance de son centre de gravité à la paroi et pour un même angle de divergence, est proportionnelle à sa surface, grâce à l'anneau de garde. Mais le poids de la feuille, à égal poids spécifique superficiel, est aussi proportionnel à sa surface.

Donc, les deux facteurs $c_\alpha - c_0$ et p variant dans le même rapport, celui de V à l'angle α ne change pas.

Il est cependant nécessaire d'imposer aux feuilles interchangeables une largeur donnée et constante, car cette condition supplémentaire est indiquée, d'autre part, pour faciliter la comparaison des poids. Une trop grande largeur pourrait être d'ailleurs la cause de déformations nuisibles ; de plus, cette condition permet, quand on interchange les feuilles mobiles, de maintenir rigoureusement constante la capacité c_α ; les quantités captées par l'électromètre varient donc, pour un même angle, comme les racines carrées des poids des feuilles : par suite, la graduation de l'appareil en *franklins* (unité C. G. S. de quantité : 1 coulomb $= 3 \times 10^9$ franklins) [1] se déduit directement de la courbe de voltage et de capacité.

3° *Influence de la longueur de la feuille.* — Cette longueur doit demeurer rigoureusement invariable ; car, si ses changements font

---

[1] *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, t. **140**, 1905, p. 1106.

encore varier la surface de la feuille et son poids dans le même rapport [1], ils font varier le facteur l sans compensation ; de plus, ils modifient la capacité ($c_\alpha - c_0$), mais non proportionnellement à la surface, puisque la distance moyenne de la feuille à la paroi de la cage se trouve modifiée, bien que l'angle d'écart reste constant. On peut donc prévoir que, toutes choses égales d'ailleurs, le potentiel V variera, sans être d'ailleurs exactement proportionnel à $\sqrt{l}$.

Et en effet, en réduisant exactement de moitié la longueur mobile de la feuille, j'ai vu les potentiels correspondant aux mêmes angles décroître, mais moins que suivant le rapport $\frac{\sqrt{2}}{1}$.

Déviation	V (longueur complète)	V' (demi-longueur)
60°	4^u	$3^u,6$

Donc :

$$\frac{V}{V'} = 1,11$$

et

$$\sqrt{\frac{l}{l'}} = 1,41.$$

4° *Influence de la forme de la cage.* — L'accroissement de capacité qui résulte du déplacement angulaire de la feuille de 0° à α est fonction, d'une part, de la forme et des dimensions de la cage, et, d'autre part, de la variation de forme du conducteur formé par la partie fixe et la partie mobile du système isolé : de la loi de variation de cette capacité dépend la forme de la courbe de voltage.

Avec la forme et les dimensions que j'ai adoptées pour l'électrodensimètre, cette courbe a une forme caractéristique (*fig.* 2), sans correspondre d'ailleurs à une fonction simple de l'angle d'écart. Au départ, la courbe est tangente à l'axe des V, ce qui montre que, pour les très petits angles, la sensibilité est nulle ; mais elle se relève rapidement, et présente de 5° à 60° une allure presque rectiligne.

Au delà de 60°, la sensibilité décroît de nouveau, mais assez lentement, et la courbe est utilisable jusqu'à 90°. De plus, grâce à la loi relative au poids de la feuille mobile, on peut effectuer une

(1) Cette condition est aisément remplie grâce au mode de fixage précédemment indiqué : une fois la feuille mobile posée sur le disque isolé et horizontal, on fait exactement affleurer son extrémité au bord de celui-ci, avant de laisser retomber le ressort.

mesure donnée de potentiels dans les meilleures conditions de sensibilité, en employant une feuille mobile de poids tel que le potentiel à mesurer soit sur la portion quasi rectiligne de la courbe.

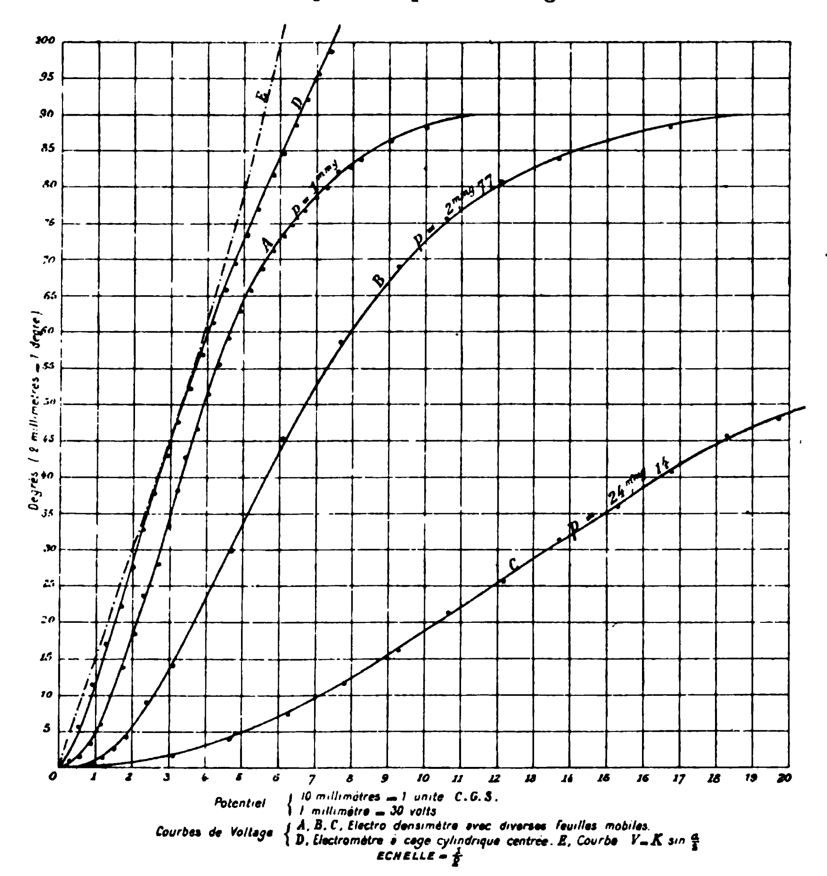


Fig. 2.

Il est d'ailleurs possible de rendre la sensibilité constante et la courbe rectiligne dans toute l'étendue de l'échelle ; c'est au cours de mes recherches sur les rayons X, il y a déjà quelques années, que j'ai obtenu la solution de ce problème ; j'avais en effet songé à réduire au minimum la variation de capacité qu'entraîne le déplacement angulaire de la feuille en donnant à la cage la forme d'un demi-cylindre circulaire dont l'axe coïncide exactement avec l'axe de rotation de la feuille ; celle-ci, de mêmes dimensions que la

plaque isolée qui la porte, se déplace suivant un rayon mobile du cylindre-cage et conserve par suite, à l'égard de celui-ci, une situation constante. La capacité n'est donc plus modifiée du fait de la cage, mais seulement par le changement de forme du conducteur isolé.

L'expérience a bien justifié cette prévision et, dans l'électromètre ainsi construit [1], la divergence de la feuille, utilisable jusqu'à 150° environ, se fait à très peu près suivant une droite, dans toute son étendue (courbe D de la *fig.* 2). On peut remarquer que cette courbe quasi rectiligne [2] se rapproche beaucoup de la courbe $V = R \sin \alpha$ ou courbe E, ce qui prouve bien que, dans cette forme d'électromètre, le terme $c_\alpha - c_0$ est devenu presque constant, son effet se réduisant à incurver très légèrement la courbe vers l'axe des potentiels.

Toutefois cette forme n'offre pas au déplacement de la feuille un champ uniforme, et ne met pas celle-ci à l'abri des déviations latérales vers les parois vitrées ou vers le bouchon isolant; la feuille ne présente pas non plus une rectitude aussi parfaite que dans l'électro-densimètre.

En résumé, grâce aux diverses propriétés qui viennent d'être étudiées, l'électromètre à feuille d'or devient un appareil d'une précision et d'une souplesse remarquables, se prêtant avec sûreté aux mesures les plus variées. Les lectures se faisant au 1/10 de degré, et la courbe de voltage s'établissant au moyen d'une batterie d'accumulateurs qu'il est aisé d'étalonner au moins à 1/100 près, on voit que les mesures de potentiels se feront au moins au 1/100, et qu'il sera aisé d'avoir encore mieux. De plus, on est maître de la forme de cette courbe, c'est-à-dire de la loi de distribution des sensibilités le long de l'échelle, ainsi que de l'étendue de cette échelle, par la forme de la cage. On est maître, d'autre part, de la sensibilité moyenne [3] et des limites d'utilisation de l'appareil, par la loi des poids, qui permet d'évoluer entre 0 et 6 000 volts environ. Si enfin on

---

(1) Chez Carpentier, 1900.

(2) La sensibilité est donc constante, à partir des *plus petits angles inclusivement*. Il subsiste, il est vrai, au départ de la feuille, une certaine inertie due à de légères adhérences à la plaque-support, ou encore à une faible rigidité de cette feuille. Mais ce défaut peut être aisément supprimé : il suffit d'incliner très légèrement, dans le sens du déplacement de la feuille, tout l'électromètre muni de vis calantes, de telle sorte qu'à une différence nulle de potentiel entre la feuille et la cage corresponde déjà un petit angle initial, tel que 5°.

(3) Depuis 15 à 20 volts par degré, pour les feuilles les plus légères, jusqu'à 120 volts et au delà, pour les plus lourdes.

établit une fois pour toutes la capacité moyenne (10 centimètres pour $\alpha = 45°$ dans l'électro-densimètre) ou mieux la courbe complète des capacités, soit en utilisant la courbe de voltage et une capacité étalon de 10 centimètres, facile à construire sous forme cylindrique, soit indirectement en construisant une courbe de charge par quantités égales, on disposera d'un appareil permettant, dans les limites très larges déjà indiquées, toutes mesures de potentiels, de quantités et de capacités.

SUR LA LOI DE PASCHEN;

Par M. H. WAGNER.

Introduction. — La différence de potentiel nécessaire pour produire une décharge dans un gaz, entre deux électrodes, est une fonction continue de leur distance et de la pression du gaz.

Si l'on maintient constante cette distance, le potentiel explosif diminue d'abord avec la pression du gaz, passe par un minimum pour une pression critique et croît ensuite très rapidement quand la pression devient de plus en plus petite...

Paschen (1) et Peace (2), en opérant, le premier avec deux électrodes sphériques, le second avec deux plateaux parallèles plongés dans l'air, vérifièrent, pour des pressions supérieures à la pression critique, la loi suivante, dite loi de Paschen :

« Quand on applique une différence de potentiel donnée à deux électrodes, le produit de la pression du gaz par la distance maxima des deux électrodes pour laquelle la décharge se produit est constant. »

M. Carr (3), en étudiant séparément la variation du potentiel explosif en champ uniforme avec la pression, pour des distances comprises entre $0^{cm},1$ et 1 centimètre, put vérifier très sensiblement la loi pour toute pression supérieure ou inférieure à la pression critique.

Dans le but de relier les expériences de M. Carr, relatives à une distance d'électrodes de 1 centimètre au plus, aux expériences de M. Bouty (4), relatives à de grandes épaisseurs gazeuses, j'ai repris

---

(1) Paschen, *Ann. d. Phys.*, vol. XXXVII, p. 69.
(2) Peace, *Roy. Soc. Proceed.*, vol. LII, p. 99.
(3) Carr, *Phil. Trans.*, *A.*, vol. CCI, p. 403.
(4) Bouty, *J. de Phys.*, 4e série, t. II, p. 401 ; 1903.

et étendu les expériences de M. Carr dans les conditions qu'il a indiquées, dans l'air et pour les distances de 1 centimètre, $1^{cm},8$, $3^{cm},6$ et $5^{cm},4$.

Dispositif. — Pour obtenir des décharges en champ uniforme, on peut employer l'appareil suivant: deux plateaux de laiton, bien plans, sont mastiqués de part et d'autre d'un anneau d'ébonite à faces parallèles. L'espace vide compris entre les électrodes constitue une chambre à décharge et peut être mis en relation, d'une part, avec une pompe à mercure, un manomètre barométrique et une jauge de Mac-Leod ; d'autre part, avec l'atmosphère par l'intermédiaire de tubes desséchants.

On établit une différence de potentiel entre les électrodes au moyen d'une batterie de petits accumulateurs. Grâce à leur grande capacité, cette différence reste constante pendant toute la durée d'une expérience. On la mesure à l'aide d'un voltmètre soigneusement gradué.

Le pôle négatif de la batterie est au sol, le pôle positif relié à une électrode, et l'autre électrode au sol, par l'intermédiaire d'un galvanomètre dont le spot dévie brusquement quand la décharge ferme le circuit.

Marche d'une expérience. — On fait d'abord le vide dans l'ensemble des appareils, puis on fait rentrer l'air, très doucement, jusqu'à une pression de quelques centimètres de mercure. On applique ensuite une différence de potentiel qu'on fait croître très lentement jusqu'à ce que le spot dévie brusquement. On donne un coup de pompe, on laisse l'équilibre s'établir, on fait une deuxième expérience, et ainsi de suite.

Examen des résultats. — Les résultats que j'ai obtenus vérifient la loi de Paschen d'autant mieux que la distance des électrodes est plus grande.

Pour le voir, calculons les pressions p_1, p_2, p_3, p_4, correspondant à un potentiel donné et aux distances d'électrodes : 1 centimètre, $1^{cm},8$, $3^{cm},6$ et $5^{cm},4$. On doit avoir sensiblement : $p_1 \times 1 = p_2 \times 1,8 = p_3 \times 3,6 = p_4 \times 5,4$, d'où :

$$\frac{p_1}{p_2} = 1,8, \qquad \frac{p_1}{p_3} = 3,6, \qquad \frac{p_1}{p_4} = 5,4.$$

Ainsi, pour une différence de potentiel égale à 1000 volts et des

pressions inférieures à la pression critique, on trouve :

$$p_1 = 0{,}014 \qquad \frac{p_1}{p_2} = 1{,}86$$
$$p_2 = 0{,}0075 \qquad \text{donc} \qquad \frac{p_1}{p_3} = 3{,}5$$
$$p_3 = 0{,}004 \qquad \frac{p_1}{p_4} = 5{,}18$$
$$p_4 = 0{,}0027$$

De même pour le potentiel de 500 volts :

$$p_1 = 0{,}0253 \qquad \frac{p_1}{p_2} = 1{,}75$$
$$p_2 = 0{,}0144 \qquad \text{donc} \qquad \frac{p_1}{p_3} = 3{,}66$$
$$p_3 = 0{,}0069 \qquad \frac{p_1}{p_4} = 5{,}06$$
$$p_4 = 0{,}0050$$

De même pour le potentiel d'étincelle minimum : 350 volts :

$$p_1 = 0{,}061 \qquad \frac{p_1}{p_2} = 1{,}69$$
$$p_2 = 0{,}036 \qquad \text{donc} \qquad \frac{p_1}{p_3} = 3{,}59$$
$$p_3 = 0{,}017 \qquad \frac{p_1}{p_4} = 5{,}08$$
$$p_4 = 0{,}012$$

Pour des pressions supérieures à la pression critique, l'accord n'est satisfaisant que pour les distances $3^{cm},6$ et $5^{cm},4$. Le produit de la pression par la distance, pour un potentiel donné, est plus petit pour de faibles distances que pour de grandes.

Ainsi, pour un potentiel de 1 500 volts et de telles pressions, ces produits sont :

Distance	Produit de la distance par la pression
$0^{cm},1$	14,9 (M. Carr)
$0^{cm},3$	15,5 (M. Carr)
1^{cm}	17,5
$1^{cm},8$	18,5
$3^{cm},6$	19,2
$5^{cm},4$	19,5

La loi de Paschen semble donc s'appliquer d'autant mieux que les distances sont plus grandes.

M. Bouty(1) a montré que les relations entre le champ critique y,

(1) Bouty, *Cours de Physique*, par Jamin et Bouty, 3e *suppl.*, p. 309.

ou quotient du potentiel explosif par la distance, et la pression p du gaz, étaient de la forme :

$$y = m + a\sqrt{p(p+b)} + \frac{\lambda}{p^2},$$

m, a, b, λ ne dépendant que de la nature du gaz et de la distance des électrodes.

Les résultats que j'ai obtenus se prêtent à une représentation de ce genre.

Voici les valeurs des coefficients m, a, b, λ pour chaque distance :

$$\text{I}^\circ\ D = 1^{\text{cm}} \begin{cases} m = 20 \\ a = 480 \\ b = 2{,}5 \\ \lambda = 0{,}173 \end{cases} \qquad \text{II}^\circ\ D = 1^{\text{cm}},8 \begin{cases} m = 66 \\ a = 465 \\ b = 0{,}027 \\ \lambda = 0{,}027 \end{cases}$$

$$\text{III}^\circ\ D = 3^{\text{cm}},6 \begin{cases} m = 33 \\ a = 450 \\ b = 0{,}8 \\ \lambda = 0{,}0034 \end{cases} \qquad \text{IV}^\circ\ D = 5^{\text{cm}},41 \begin{cases} m = 27 \\ a = 430 \\ b = 0{,}5 \\ \lambda = 0{,}0015 \end{cases}$$

La loi de Paschen exige que ces coefficients soient liés à la distance d par les relations :

$$md = C^{te},$$
$$a = C^{te},$$
$$bd = C^{te},$$
$$\lambda d^3 = C^{te},$$

puisque, le produit pd de la pression du gaz par la distance des électrodes étant donné, le potentiel explosif yd est déterminé et que

$$yd = md + ad\sqrt{p(p+b)} + \frac{\lambda d}{p^2} = md + a\sqrt{pd(pd+bd)} + \frac{\lambda d^3}{(pd)^2}.$$

Voici les valeurs de md, a, bd, λd^3 pour les différentes distances :

d	md	a	bd	λd^3
1	120	480	2,5	0,173
1,8	118,8	460	2,7	0,158
3,6	118,8	450	2,88	0,159
5,4	129,6	430	2,7	0,181
moyenne	122,8		2,7	0,167

Le coefficient a, ou cohésion diélectrique de l'air, représente l'accroissement de champ, en volts par centimètre, résultant d'une augmentation de pression égale à 1 centimètre de mercure, quand cette pression est assez grande pour pouvoir confondre la courbe avec son asymptote : $y = m + ap$.

Pour les distances inférieures à 1 centimètre, et d'après les nombres de M. Carr, sa valeur décroît rapidement avec la distance. Elle décroît ensuite beaucoup plus lentement.

d	*a*
$0^{cm},1$	810 (Carr)
0 ,3	703 (Carr)
1	480
1 ,8	460
3 ,6	450
5 ,4	430

Elle tend vers une limite dont la valeur est voisine de 420, tandis que les expériences de M. Bouty, faites avec une méthode entièrement différente et pour des épaisseurs gazeuses supérieures à 5 centimètres, l'ont toujours révélée comme une quantité constante égale à 419, caractéristique du gaz et indépendante de la distance, supposée supérieure à quelques centimètres.

En résumé, la loi de Paschen n'est pas applicable aux très faibles distances d'électrodes, pour des pressions supérieures à la pression critique, et ceci à cause de la variation rapide de la cohésion diélectrique avec ces distances. Elle s'applique très sensiblement aux décharges en champ uniforme à travers les gaz, entre deux plateaux parallèles, distants de plusieurs centimètres au moins, pour toute pression inférieure ou supérieure à la pression critique.

INTRODUCTION A LA THÉORIE DES TOURBILLONS

(DÉMONSTRATION ÉLÉMENTAIRE);

Par M. E. MATHY.

A. *Les fonctions log* ρ *et* θ, ρ *et* θ *désignant les coordonnées polaires d'un point, satisfont à l'équation de Laplace.*

Soient OX l'axe polaire, M un point dont les coordonnées sont ρ et θ (*fig.* 1); en choisissant OX comme axe des x et une perpendiculaire en O à cette droite comme axe des y, les cordonnées rectilignes de M sont $y = MN$ et $x = ON$.

Entre ces deux systèmes de coordonnées, on a évidemment les

relations :

$$(1)\qquad \rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \qquad \theta = \text{arc} : \cos\frac{x}{\rho} = \text{arc} : \sin\frac{y}{\rho}.$$

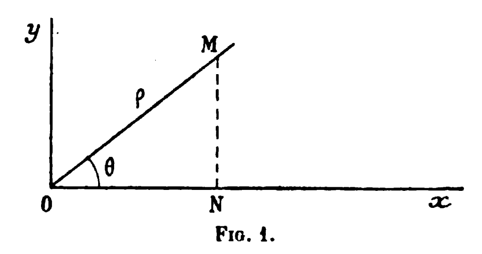


FIG. 1.

Le point M, se déplaçant d'une façon continue dans le plan, décrit une ligne ; on se propose de rechercher les propriétés de log ρ et de θ quand M passe d'une position à une autre infiniment voisine; à cet effet, on dérive (1) pour x et pour y ; on a successivement :

$$(3)\qquad \frac{d \,.\, \log\rho}{dx} = \frac{\frac{d\rho}{dx}}{\rho} = \frac{\frac{d \,.\, \sqrt{x^2 + y^2}}{dx}}{\rho} = \frac{x}{\rho^2}.$$

$$(4)\qquad \frac{d \,.\, \log\rho}{dy} = \frac{y}{\rho^2}.$$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{d\theta}{dx} &= \frac{d \,.\, \text{arc}\cos\frac{x}{\rho}}{dx} = -\frac{\frac{\rho - \frac{x^2}{\rho}}{\rho^2}}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{\rho^2}}} = -\frac{y}{\rho^2}, &(5)\\ \frac{d\theta}{dy} &= \frac{d \,.\, \text{arc}\sin\frac{y}{\rho}}{dy} = \frac{x}{\rho^2}. &(6)\end{aligned}\right.$$

De ces égalités, on déduit :

$$\left\{\begin{aligned} \frac{d \,.\, \log\rho}{dx} &= \frac{d\theta}{dy}, &(7)\\ \frac{d \,.\, \log\rho}{dy} &= \frac{d\theta}{dx}. &(8)\end{aligned}\right.$$

En dérivant l'équation (7) pour x, l'équation (8) pour y, et ajoutant, on obtient :

$$(9)\qquad \frac{d^2 \log\rho}{dx^2} + \frac{d^2 \log\rho}{dy^2} = 0 \qquad \text{ou} \qquad \Delta \log\rho = 0.$$

De même, on aurait :

$$(10)\qquad \frac{d^2\theta}{dy^2} + \frac{d^2\theta}{dx^2} = 0 \qquad \text{ou} \qquad \Delta\theta = 0. \quad \text{C. Q. F. D.}$$

B. *Lorsqu'un point décrit une circonférence avec une vitesse qui est en raison inverse du rayon, il existe une fonction des vitesses et cette fonction est* θ.

En effet : le point M décrit une circonférence de centre O et de rayon ρ en se déplaçant dans le sens trigonométrique avec une vitesse V; soient u et v les composantes de cette vitesse suivant ox et oy ; désignant par $\frac{d\theta}{dt}$ la vitesse angulaire de M, on a :

$$(10') \qquad V = \rho \frac{d\theta}{dt}; \quad x = \rho \cos\theta; \quad y = \rho \sin\theta.$$

D'où :

$$(11) \qquad \left\{ \begin{aligned} u &= \frac{dx}{dt} = -\rho \sin\theta \frac{d\theta}{dt} = -V \sin\theta, \\ v &= \frac{dy}{dt} = \rho \cos\theta \frac{d\theta}{dt} = V \cos\theta. \end{aligned} \right.$$

De ce que $V = \frac{1}{\rho}$ par hypothèse, on peut écrire les égalités (5) et (6) comme suit :

$$(12) \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{d\theta}{dx} &= -\frac{y}{\rho^2} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{y}{\rho} = -V \sin\theta, \\ \frac{d\theta}{dy} &= \frac{x}{\rho^2} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{x}{\rho} = V \cos\theta. \end{aligned} \right.$$

En comparant (11) et (12), on conclut :

$$(13) \qquad \left\{ \begin{aligned} u &= \frac{d\theta}{dx}, \\ v &= \frac{d\theta}{dy}. \end{aligned} \right. \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

C. *L'intégrale* $\int (udx + vdy)$ *prise le long d'une circonférence est égale à la surface du cercle multipliée par le double de la vitesse angulaire.*

Car, de (10'), on déduit :

$$\left\{ \begin{aligned} dx &= -\rho \sin\theta \,.\, d\theta, \\ dy &= \rho \cos\theta \,.\, d\theta. \end{aligned} \right.$$

Ces formules combinées avec (11) donnent :

$$(14) \left\{ \begin{aligned} udx &= \rho^2 \sin^2\theta \,.\, \frac{d\theta}{dt} \,.\, d\theta, \\ vdy &= \rho^2 \cos^2\theta \,.\, \frac{d\theta}{dt} \,.\, d\theta, \end{aligned} \right. \qquad \text{d'où} \qquad udx + vdy = \rho^2 \,.\, \frac{d\theta}{dt} \,.\, d\theta.$$

En intégrant le long de la circonférence ρ, on a :

$$\int (udx + vdy) = \int_0^{2\pi} \rho^2 \cdot \frac{d\theta}{dt} \cdot d\theta.$$

Or ρ est constant; si donc $\frac{d\theta}{dt}$ ou la vitesse angulaire est uniforme, on obtient :

$$(15) \qquad \int_{\text{circ.}} (udx + vdy) = \rho^2 \frac{d\theta}{dt} \int_0 d\theta = 2\pi\rho^2 \frac{d\theta}{dt}. \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

D. *Lorsqu'une force peut s'exprimer par le même vecteur qu'une vitesse, l'intégrale* $\int (udx + vdy)$, *prise le long d'une ligne, a un sens dynamique.*

u et v deviennent, avec la condition énoncée, les composantes d'une force; dès lors $udx + vdy$ est le travail élémentaire produit par cette force le long de ds, élément de la ligne ; le travail total, lorsque le point d'application parcourt toute la ligne, est la somme des travaux élémentaires. Donc:

$$\int (udx + vdy).$$

E. *On peut transformer cette intégrale de ligne en une intégrale de surface ; on a :*

$$\int_{\text{contour}} (udx + vdy) = \int_{\text{surface}} \left(\frac{dv}{dx} - \frac{du}{dy}\right) dxdy.$$

On recherche d'abord la valeur de $udx + vdy$ le long du contour du rectangle infiniment petit $dxdy$, ABCD (*fig.* 2)

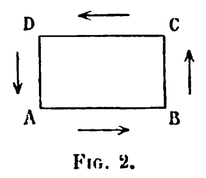


Fig. 2.

Par convention, le périmètre est décrit par l'observateur ayant la surface à gauche, donc dans le sens des flèches. En A, les com-

posantes de la force sont u_1 et v ; on a dès lors :

$$\int_{ABCD}(udx + vdy) = \int_{AB}\cdots + \int_{BC}\cdots + \int_{CD}\cdots + \int_{DA}$$

$$= udx + \left(v + \frac{dv}{dx}dx\right)dy - \left(u + \frac{du}{dy}dy\right)dx - vdy,$$

$$= \left(\frac{dv}{dx} - \frac{du}{dy}\right)dxdy.$$

Si l'on étend l'intégration à la circonférence ρ, on remarque que, dans la première intégrale, les lignes intérieures sont décrites deux fois en sens contraire et apportent donc un résultat nul ; il reste la valeur de $udx + vdy$ prise le long du contour extérieur, c'est-à-dire de la circonférence ; dans le second membre de l'équation, on a la somme des surfaces élémentaires ; donc :

(16) $$\int_{\text{circonférence}}(udx + vdy) = \int_{\text{cercle}}\left(\frac{dv}{dx} - \frac{du}{dy}\right)dxdy.$$ C. Q. F. D.

F. *Signification du mot : tourbillon.*

En rapprochant les égalités (15) et (16), on en conclut :

(17) $$\int_{\text{cercle}}\left(\frac{dv}{dx} - \frac{du}{dy}\right)dxdy = 2\pi\rho^2\frac{d\theta}{dt}.$$

Si le cercle devient très petit, l'intégrale se réduit à :

$$dxdy\left(\frac{dv}{dx} - \frac{du}{dy}\right) = 2\pi\rho^2\frac{d\theta}{dt}.$$

Comme $dxdy$ devient ainsi égal à la surface du cercle $\pi\rho^2$, on a :

(18) $$\frac{dv}{dx} - \frac{du}{dy} = 2\frac{d\theta}{dt}.$$

Or le premier membre de (18) est l'expression du double du tourbillon rectiligne que Von Helmholtz pose égal à 2ζ et qu'il suppose normal au plan xy ; on peut donc écrire :

(19) $$\frac{dv}{dx} - \frac{du}{dy} = 2\zeta = 2\frac{d\theta}{dt}.$$

Il en résulte que :

(20) $$\zeta = \frac{d\theta}{dt}.$$

Le tourbillon se représente donc par une droite normale au plan du mouvement et de longueur proportionnelle à la vitesse angulaire de ce mouvement ; cette ligne est l'axe du tourbillon et passe par le centre de la circonférence.

Le raisonnement précédent est vrai pour chaque plan des coordonnées ; désignant les composantes du tourbillon par ζ, η, ξ, les composantes de la vitesse par u, v, w, on a d'une façon générale :

$$(21)\qquad \begin{cases} 2\xi = \dfrac{dw}{dy} - \dfrac{dv}{dz}, \\ 2\eta = \dfrac{du}{dz} - \dfrac{dw}{dx}, \\ 2\zeta = \dfrac{dv}{dx} - \dfrac{du}{dy}. \end{cases}$$

De cette étude, il résulte que, pour qu'il y ait tourbillon, il faut deux conditions : 1° la force doit s'exprimer par le même vecteur que la vitesse ; 2° cette vitesse doit être en raison inverse de la distance de l'axe du tourbillon au point où l'on estime l'action de la force.

En *hydrodynamique*, on sait que le tourbillon conserve sa valeur si la température du liquide est uniforme et si les forces motrices admettent un potentiel (théorème de Helmholtz).

En *électrodynamique*, Maxwell a établi les équations suivantes :

$$(22)\qquad \begin{cases} 4\pi u = \dfrac{d\gamma}{dy} - \dfrac{d\beta}{dz}, \\ 4\pi v = \dfrac{d\alpha}{dz} - \dfrac{d\gamma}{dx}, \\ 4\pi w = \dfrac{d\beta}{dx} - \dfrac{d\alpha}{dy}, \end{cases}$$

Quand (u, v, w) représentent les composantes du courant électrique ; (α, β, γ), les composantes de la force magnétique résultante, comme (α, β, γ) satisfont aux deux conditions énoncées, le système (22) est analogue au système (21) si :

$$(23)\qquad \xi = 2\pi u, \qquad \eta = 2\pi v, \qquad \zeta = 2\pi w.$$

On aura ainsi l'image d'un tourbillon électrique si l'on se représente un courant rectiligne indéfini électrique agissant sur l'unité de pôle magnétique et le faisant tourner dans un plan perpendiculaire à ce courant avec une vitesse en raison inverse de sa distance ; l'axe du tourbillon est la direction du courant, et les composantes sont données par (23).

PHILOSOPHICAL MAGAZINE;

T. XII ; 2e semestre 1906.

G.-A. SCHOTT. — On the Electron Theory of Matter and the Explanation of Fine Spectrum Lines and of Gravitation (Sur la théorie électrique de la matière et l'explication des fines raies spectrales et de la gravitation). — P. 21-29.

L'idée essentielle de l'auteur consiste à admettre que le volume de l'électron n'est pas invariable, que son rayon se dilate avec une vitesse extrêmement faible, mais qui n'est pas nulle. Cette hypothèse permet de rendre compte de l'émission de raies spectrales très fines et surtout elle conduit à une explication, au moins qualitative, de la gravitation, qui ne fait intervenir aucune action à distance. Entre deux électrons qui se dilatent s'exerce, du fait de leur dilatation, une attraction hydrodynamique analogue aux actions étudiées par Bjerknes entre sphères pulsantes plongées dans un fluide : l'un des électrons exerce sur l'éther une pression, et l'éther réagit sur l'autre ; le rayon a de l'électron serait une fonction elliptique du temps, variant entre deux limites très rapprochées.

L'hypothèse indiquée pour rattacher l'attraction de la matière pour la matière aux actions entre électrons donne lieu à mainte objection : elle est une tentative digne d'intérêt pour rattacher cette attraction à des *actions de milieu*, sans admettre purement et simplement l'inégalité des attractions entre charges électriques de signes contraires et des répulsions entre charges de même signe, ce qui n'est évidemment pas une explication.

J.-H. JEANS. — On the Thermodynamical Theory of Radiation (Théorie thermodynamique de la radiation). — P. 57-60.

TUCKERMANN. — *Id.* — T. XIII, p. 285-286.

Il y a deux méthodes pour établir les formules fondamentales de la théorie de la radiation : la méthode thermodynamique, qui repose sur l'hypothèse qu'il y a passage de quantités égales d'énergie dans le même temps, de la matière à l'éther et de l'éther à la matière ; et la méthode qui, attribuant la radiation à un mouvement de charges électriques dans le radiateur, cherche à évaluer la vitesse de transport de l'énergie de la matière à l'éther.

La méthode thermodynamique conduit, aussi bien que l'autre, à l'expression σT^4 pour l'énergie totale de la radiation. Mais elle n'introduit la grandeur σ que comme constante d'intégration : σT^4 ayant les dimensions d'une quantité d'énergie par unité de volume, les dimensions de σ sont déterminées ; or, on ne peut construire ces dimensions à partir des propriétés de l'éther et des propriétés communes à toute espèce de matière qu'en introduisant, parmi ces propriétés communes, la charge de l'électron e : on trouve ainsi que σ est proportionnel à e^{-6}.

Cela étant, au lieu de matière ordinaire, introduisons une matière idéale dans laquelle chaque électron aurait une charge de $\frac{1}{2}e$ seulement. Enfermée dans une enceinte imperméable au rayonnement, elle y donnera lieu à une densité d'énergie égale à $64\sigma T^4$ au lieu de σT^4. Mettons un corps de cette matière idéale avec un corps de matière réelle dans l'enceinte fermée : s'ils étaient au début à la même température, ils tendent à se mettre à des températures différentes. L'argument thermodynamique suppose ainsi, d'après l'auteur, que le second principe est applicable, dans le sens le plus étendu, à l'éther, et, en se fondant sur ce principe, on arrive à prouver qu'il n'est même pas applicable à des espèces différentes de matières.

Est-on en présence d'un paradoxe analogue au « paradoxe de Wien », ou bien d'une difficulté réelle, fatale, comme le pense l'auteur, à la théorie thermodynamique ?

M. Tuckermann objecte que M. Jeans introduit la notion de température, qui n'est pas susceptible de définition précise tant qu'on ne fait pas intervenir des qualités particulières à la matière. M. Jeans répond que son raisonnement peut être modifié, de manière à y substituer la notion d'énergie à celle de température, en restant aussi probant.

BARBER STARKEY. — Letter describing remarkable Results of a Discharge of Lightning upon an Oak-tree, with Note by lord Kelvin (Lettre décrivant les résultats remarquables d'une chute de foudre sur un chêne, avec Note de lord Kelvin). — P. 62.

La particularité curieuse de ce coup de foudre, survenu le 29 août 1905, à cinq heures du soir, est que trois chênes ont été frappés, et l'un d'eux de telle sorte que deux ou trois douzaines de bandes de bois de 1 à 3 pieds de long et de largeur irrégulière, « variant

de $\frac{1}{16}$ à $\frac{1}{4}$ de pouce », ont été arrachées du tronc de l'arbre et sont restées fichées en terre, dans une position plus ou moins inclinée, à partir de la verticale, dans la direction du tronc, et à une distance de 15 pieds de ce tronc, à l'ouest.

Lord Kelvin attribue le phénomène à la répulsion électrostatique entre les diverses parties de l'arbre foudroyé, cette répulsion pouvant être une force suffisante pour planter en terre des morceaux de bois à la façon d'une flèche.

A. CAMPBELL SWINTON. — The Effect of Radium in Facilitating the visible Electric Discharge in Vacuo (L'effet du radium pour faciliter la décharge électrique visible dans le vide). — P. 70-73.

Une cathode chauffée, par exemple portée au rouge par un courant, si elle est constituée par un filament de platine, donne lieu plus facilement qu'à froid à la décharge visible dans le vide, et cela parce que cette cathode émet à chaud des corpuscules négatifs.

On pouvait se demander si, en trempant, au préalable, la cathode dans une solution d'un sel de radium, on n'obtiendrait pas le même résultat. On ne l'a pas obtenu à froid en portant la cathode à 400 volts; mais, en chauffant cette cathode au rouge, on trouve que l'addition du sel de radium a un effet très marqué. L'auteur a fait une expérience de comparaison avec un tube muni de deux cathodes identiques, dont l'une a été imprégnée de sel de radium. Dans un cas particulier, il fallait 800 à 900 volts pour obtenir un courant déterminé entre l'anode et la cathode sans radium; il a suffi de 700 à 800 volts pour avoir le même courant avec la cathode imprégnée de radium.

HOWARD-L. BRONSON. — On the Periods of Transformation of Radium A, B, and C (Périodes de transformation du radium A, B et C). — P. 73.

Les résultats précédents de l'auteur sont confirmés par ceux de Lerch (*Sitz. Akad. der Wissensch. Wien*, février 1906), qui a séparé par électrolyse les produits B et C et a obtenu respectivement, pour leurs périodes de réduction de moitié de l'activité, 26,7 minutes et 19,5 minutes. En outre, Schmidt (*Physikalische Zeitschrift*, janvier 1906) a montré que le radium B n'est pas dénué de rayons, comme

on l'avait supposé, mais qu'il émet des rayons β de moindre pouvoir pénétrant que ceux du radium C.

On étudie par les méthodes ordinaires de mesure le rayonnement issu d'un fil activé, séparé du plateau relié à l'électromètre par une feuille d'aluminium qui arrête les rayons α. On peut ainsi étudier les rayons β issus du corps entier, leur rapport au rayonnement total, par suite leur rapport aux rayons α et la variation du rapport des rayons β aux rayons α quand on fait varier l'épaisseur d'air traversé. De la loi de cette variation, on arrive à déduire ce qui est attribuable dans le rayonnement ionisant observé aux deux corps rayonnants distincts : radium B et radium C (la période du radium A est de trois minutes).

O. HAHN. — On Some Properties of the α Rays of Radiothorium, II (Quelques propriétés des rayons α du radiothorium, II). — P. 82-93 [1].

L'auteur étudie les courbes d'ionisation des divers produits émanés du thorium et du radiothorium, courbes dont les particularités ont été signalées par lui dans un mémoire précédent. Après avoir déterminé la période de vie de ces divers produits (ces périodes sont données dans le tableau de la page 851, *loc. cit.*), il a porté son attention sur la *portée* (« the range ») des particules α émanées des mêmes composés.

Produit	Portée des particules α en cm. d'air à la pression atmosphérique et à la température ordinaire
Thorium	pas de rayons
Radiothorium	3,9
Thorium X	5,7
Emanation	5,5
Thorium A	pas de rayons
Thorium B	5,0
Thorium C	8,6

E. RUTHERFORD. — Retardation of the α Particle from Radium in passing through Matter (Retard d'une particule α du radium dans la traversée de la matière). — P. 134-147.

Le professeur de Montréal a étudié l'effet photographique des particules α, après la traversée d'épaisseurs variables d'un écran. Il

[1] Voir *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 850 ; 1906.

arrive à la conclusion que toutes les particules α provenant d'une même substance radioactive donnée ont la même vitesse à l'instant de l'expulsion, et qu'elles gardent toutes une vitesse uniforme, réduite pour toutes dans le même rapport par la traversée d'un écran.

La décroissance rapide de l'effet photographique des particules α, après la traversée d'écrans, ne tient pas à la diminution du nombre des particules α dont quelques-unes seraient arrêtées par l'écran (cet écran peut être d'ailleurs de l'air ordinaire), mais à la diminution de vitesse de chacune des particules α. L'effet photographique d'une particule α est à peu près proportionnel à sa portée : c'est ainsi que des rayons α provenant d'un fil actif recouvert de radium C (portée : 7 centimètres) donnaient à une distance donnée, dans le vide, un effet photographique 7 fois plus fort que le même pinceau de rayons après la traversée d'une couche absorbante équivalente à 6 centimètres d'air.

Philip BLACKMAN. — Atomic Conductivities of the Ions (Conductibilités atomiques des ions). — P. 150-152.

Les propriétés conductrices des solutions aqueuses des électrolytes sont des propriétés additives : la conductibilité moléculaire d'un sel dissous est la somme de deux conductibilités distinctes, qui sont celles des deux ions. La loi cesse d'être vraie pour l'ion H, dans les acides. Il faut affecter la conductibilité H d'un coefficient qui n'est pas constant, mais qui peut varier avec la force de l'acide. Un tableau donne les conductibilités de l'ion hydrogène et celles d'un grand nombre d'autres ions, dans différents cas. Pour l'hydrogène, les nombres varient entre 337 et 270.

E. RUTHERFORD. — Distribution of the Intensity of the Radiation from Radioactive Sources (Distribution de l'intensité de la radiation provenant de sources radioactives). — P. 152-158.

L'émission de la lumière par des surfaces lumineuses obéit à la loi du cosinus : c'est ainsi que le disque solaire nous paraît à peu près d'un éclat uniforme. Il n'en est pas de même si le rayonnement, au lieu d'émaner de toute la masse et de provenir ainsi d'une couche plus ou moins épaisse à partir de la surface, provient d'une couche superficielle d'épaisseur non mesurable. Par suite, l'émission des rayons α ne doit pas satisfaire à la loi du cosinus.

M. Rutherford le montre par l'élégante expérience que voici :

Une barre de laiton de section carrée ABCD (*fig.* 1) repose sur un plan horizontal. Elle a été exposée quelques heures à l'émanation du radium, de manière à présenter la radioactivité induite sur toute sa surface, et uniformément. Si l'on place un écran fluorescent ou une plaque photographique, au-dessus de la plaque AD, en PRQS, on

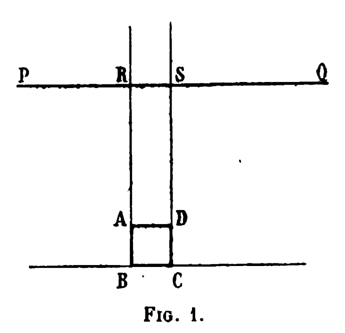


Fig. 1.

observe que la partie RS comprise entre les plans qui prolongent les faces verticales BA, CD, est beaucoup moins éclairée que les parties PR et QS.

C'est qu'en RP agissent les rayons α provenant de la face AB, et qui agissent, quoiqu'ils soient très obliques, à partir du point R. Ils n'agissent point en RS. Si on introduit des écrans opaques en AR et DS, de manière à protéger les parties extérieures PR et SQ contre les rayons venant de la face horizontale supérieure AB, on a sur tout l'écran fluorescent un éclairement sensiblement uniforme : preuve que l'illumination provenant de AD est égale à celle qui provient de AB en deux points très voisins, bien que, de ces deux surfaces égales, l'une émette des rayons normalement, et l'autre très obliquement.

M. LEVIN. — On the Origin of the β Rays emitted by Thorium and Actinium (L'origine des rayons β émis par le thorium et l'actinium). — P. 177-188.

L'actinium, séparé complètement de l'actinium X, possède encore une grande activité en rayons α, et ce ne peut être dû à l'actinium lui-même, qui n'émet pas de rayons, mais c'est dû à un nouveau produit, le radioactinium.

Le thorium X, l'actinium X et l'émanation de l'actinium n'émettent que des rayons α. Ainsi ce n'est que la dernière des séries des produits de ces corps qui émet des rayons β : thorium B et thorium C (surtout ce dernier) et actinium B. Il y a un parallélisme intéressant entre les séries de produits successifs issus de ces corps et leurs propriétés.

A.-S. EVE. — On the Radioactive Matter in the Earth and the Atmosphere (Sur la matière radioactive dans la Terre et dans l'atmosphère). — P. 189-200.

L'auteur, partant de cette idée que l'ionisation spontanée dans un vase métallique clos est due à une radiation très pénétrante (rayons γ provenant du radium intérieur existant dans la terre), — radiation modifiée par une radiation secondaire qui dépend de la nature du métal, — a cherché à déterminer par l'emploi d'un vase clos d'aluminium le nombre k des ions produits en une seconde par centimètre cube, par les rayons γ de 1 gramme de bromure de radium pur, à 1 centimètre de la source. Ce nombre serait $3,1 . 10^9$ à l'intérieur du vase ; il est $9 . 10^9$ (par centimètre cube et par seconde) pour tout l'air environnant 1 gramme de bromure de radium.

Comme on a montré précédemment que le bromure de radium nécessaire pour rendre compte de la quantité d'émanation du radium constatée au kilomètre cube, dans l'atmosphère auprès de la croûte terrestre, serait de $0^{gr},14$ à $0^{gr},5$, il s'ensuit que le nombre d'ions par centimètre cube et par seconde dû aux rayons γ provenant de la matière active dans l'air est compris entre 0,06 et 0,22 près de la surface de la terre.

Les rayons α provenant de l'émanation qui est dans l'atmosphère produisent beaucoup plus d'ionisation que les rayons γ. Le rapport est de 16 à 1, de sorte que les rayons α provenant de l'émanation produisent de 2 à 7 ions par centimètre cube et par seconde.

J. BROWN. — An Investigation of the Potential required to maintain a Current between Parallel Plates in a Gas at Low Pressures (Recherches sur le potentiel nécessaire pour maintenir un courant entre des plans parallèles et dans un gaz à basse pression). — P. 210-233.

En général, pour *maintenir* un courant continu à travers un gaz raréfié entre plateaux plans, il faut une différence de potentiel infé-

rieure au potentiel explosif. C'est ce qui a lieu quand la pression est au-dessus de la pression critique.

Une foule de circonstances accessoires compliquent d'ailleurs le phénomène : capacité des électrodes, gaz occlus, etc. A des pressions inférieures à la pression critique, le potentiel commence par augmenter très rapidement quand le courant augmente, l'augmentation étant d'autant plus brusque que la pression est plus faible.

O. HAHN. — The Ionization Range of the α Rays of Actinium (La portée d'ionisation des rayons α de l'actinium). — P. 244-254.

Cette « portée » mesurée par les méthodes ordinaires, employées déjà par Bragg et Kleeman, donne, dans le cas des dérivés actifs de l'actinium :

	Portée dans l'air à la pression ordinaire
Radioactinium	$4^{cm},8$
Actinium X	6 ,55
Emanation	5 ,8
Actinium B	5 ,50

(On rappelle que le radium C donne une portée de $7^{cm},06$.)

R.-D. KLEEMAN. — On the Recombination of Ions made by α, β, γ, and X Rays (Sur la recombinaison des ions due aux rayons α, β, γ et X). — P. 273-297.

Bragg a appelé l'attention sur le double mode de recombinaison des ions : recombinaison générale, par rencontre d'ions de signes contraires, et qui, comme l'a montré Langevin, n'est pas affectée par un champ électrique extérieur s'il y a distribution uniforme des ions, et recombinaison initiale des ions avec les molécules qui leur ont donné naissance.

Les rayons cathodiques formés d'électrons sont absorbés par l'air, de telle sorte que 50 0/0 sont absorbés après un trajet de $0^{cm},2$ dans l'air, et 10 0/0 à peine après un trajet de $0^{cm},003$. Or le champ, à cette distance de $0^{cm},003$, d'une molécule électrisée, est :

$$e \times \frac{300}{(0,003)^2} = 10^{-2} \text{ volt par centimètre à peu près.}$$

Donc, à une distance où il n'est pas encore absorbé par d'autres molécules, l'électron reste soumis à l'influence de la molécule dont il a été détaché. S'il a été expulsé avec une très grande vitesse, il est du premier coup rejeté hors de cette sphère d'influence; si la vitesse d'expulsion est faible, il y reste d'abord et peut, quand l'action qui l'a séparé a cessé, être capté à nouveau par le centre moléculaire d'où il est issu. C'est ce qui se produit pour l'ionisation par les rayons α, et ne se produit pas, ou ne se produit qu'à un degré beaucoup moindre, pour l'ionisation par les rayons X ou encore par les rayons β ou γ.

La différence se traduit expérimentalement de la façon suivante: le *courant de saturation* obtenu à l'électromètre, avec le dispositif classique, est obtenu avec les rayons X (ou avec les rayons β et γ) avec une force électromotrice faible. Dans un cas expérimental, on a, je suppose, 114 pour le courant avec un champ de 8 volts par centimètre, et 123 (courant de saturation) avec un champ de 1 200 volts par centimètre. C'est-à-dire qu'avec le champ le plus faible on a 7 0/0 en moins du courant de saturation. Cette diminution est due à la recombinaison initiale, qu'arrête un champ plus élevé.

Avec les rayons α, dans un cas pareil, on n'obtient le courant de saturation que pour un champ très élevé. Avec 1 200 volts par centimètre par exemple, on aura un courant mesuré par 2182 divisions; avec 80 volts, 1853, et avec 8 volts, 1451, soit 38 0/0 en moins par rapport au courant de saturation. La différence ici est énorme. Elle augmente avec la densité du gaz sur lequel on opère. La recombinaison initiale, d'une façon générale, est d'autant plus grande qu'est plus lente la vitesse des particules ionisantes.

P.-E. SHAW. — The Disruptive Voltage of Thin Liquid Films between Irido-Platinum Electrodes (Le voltage disruptif dans des couches minces de liquide entre des électrodes de platine iridié). — P. 317-329.

On a mesuré le potentiel explosif entre électrodes très voisines, dans une série de liquides isolants : huile d'olive, huile de castor, térébenthine, huile de paraffine, etc. Les distances sont évaluées en microns et portions de micron. Pour tous ces liquides, le champ de décharge disruptive varie entre 110 volts par micron et 70 volts par micron, pour des potentiels compris entre 25 et 400 volts. Pour des potentiels inférieurs à 300 volts, les liquides sont plus isolants que

l'air ; au delà, ils sont moins isolants, car, aux environs de 300 volts, la courbe représentative des distances explosives en fonction des potentiels présente un coude pour l'air, et ne paraît pas en présenter pour les liquides.

E. RUTHERFORD. — The Mass and Velocity of the α Particles expelled from Radium and Actinium (La masse et la vitesse des particules α expulsées du radium et de l'actinium). — P. 348-371. — Mass of the α Particles from Thorium (Masse des particules α du thorium). — P. 371-379.

M. Rutherford s'est posé la question de savoir si les particules α émises par diverses matières radioactives ont la même masse, et si m garde la même valeur après le passage des particules α à travers la matière.

Il a, pour cela, mesuré à la fois la déviation électrique et la déviation magnétique des rayons α de diverses substances, ce qui donne d'une part $\frac{mu}{e}$, de l'autre $\frac{mu^2}{e}$.

On arrive à la conclusion que la valeur de $\frac{m}{e}$ est la même, quelque soit le produit qui émet les particules α : radium, émanation, radium A, radium C, actinium, ou thorium C : $\frac{m}{e}$ est constamment égal à 5.10^3, c'est-à-dire à la moitié du rapport de la masse matérielle à la charge dans le cas de l'atome d'hydrogène électrolytique. Ce qui varie d'un corps à l'autre, c'est la vitesse initiale d'émission de la particule α, qui est $1,56.10^9$, par exemple, pour le radium, et $2,06.10^9$ pour le radium C; M. Rutherford discute les diverses hypothèses sur la nature de la particule α et ses relations avec l'atome d'hélium. L'hélium ayant une densité 2 par rapport à l'hydrogène, mais étant monoatomique, l'atome d'hélium a une masse atomique 4; la particule α peut être un demi-atome d'hélium, ou bien encore on doit admettre qu'un atome unique et indivisible d'hélium transporte deux électrons à la fois.

L'une des conclusions les plus intéressantes à tirer de cette donnée est relative à l'âge des minéraux radioactifs. Si l'on suppose que dans un minéral les particules α produites au cours des âges se sont « occluses » et sont restées enfermées dans la masse, on doit

trouver, en chauffant et décomposant le minéral, de l'hélium gazeux : ce qui est en effet le cas ; mais on doit pouvoir déduire de la quantité d'hélium contenue, rapportée à 1 gramme de matière active, l'âge du minéral. C'est ainsi que, d'après Ramsay et Travers, la fergusonite contient $1^{cm^3},81$ d'hélium par gramme; or ce minéral contient 7 0/0 d'uranium ; donc il y a 26 centimètres cubes d'hélium par gramme d'uranium. Or 1 gramme de radium produit $0^{cm^3},4$ d'hélium par an, et par gramme d'uranium il y a $3,8 . 10^{-7}$ gramme de radium. Si on suppose que l'uranium émet une seule particule α pour cinq émises par le radium en équilibre avec le radium F, on arrive au nombre $6,3 . 10^{-8}$ centimètre cube par an pour la quantité d'hélium due à 1 gramme d'uranium. Si cette production gazeuse a été constante, on arriverait au chiffre de 400 millions d'années pour la production de 26 centimètres cubes d'hélium. Encore cette durée serait-elle une limite inférieure de l'âge du minéral.

J.-Arnold CROWTHER. — On the Coefficient of Absorption of the β Rays from Uranium (Sur le coefficient d'absorption des rayons β de l'uranium). — P. 379-393.

L'absorption des rayons β issus d'une substance radioactive, telle que l'oxyde d'uranium, obéit en général à une loi exponentielle :

$$I = I_0 e^{-\lambda d},$$

où d est l'épaisseur du corps traversé et λ un coefficient caractéristique du corps traversé. λ est à peu près proportionnel à la densité ρ pour les rayons cathodiques, comme l'a montré Lenard. En réalité, le rapport $\frac{\lambda}{\rho}$ varie, mais seulement de 2000 à 5600 environ, quand la densité varie de $3,6 . 10^{-7}$ (densité de l'hydrogène à 3 millimètres de pression) à 19,3 (densité de l'or). Rutherford a mesuré λ pour les rayons β issus de l'uranium, et il montre que $\frac{\lambda}{\rho}$, tout en ne présentant pas d'énormes variations, varie tout de même d'une façon indiscutable d'une substance à l'autre. L'auteur a repris ces mesures et les a étendues à une trentaine d'éléments : $\frac{\lambda}{\rho}$ augmente avec le poids atomique depuis 4,65 pour le bore jusqu'à 10,8 pour le plomb. Pour les

l'air ; au delà, ils sont moins isolants, car, aux environs de 300 volts, la courbe représentative des distances explosives en fonction des potentiels présente un coude pour l'air, et ne paraît pas en présenter pour les liquides.

E. RUTHERFORD. — The Mass and Velocity of the α Particles expelled from Radium and Actinium (La masse et la vitesse des particules α expulsées du radium et de l'actinium). — P. 348-371. — Mass of the α Particles from Thorium (Masse des particules α du thorium). — P. 371-379.

M. Rutherford s'est posé la question de savoir si les particules α émises par diverses matières radioactives ont la même masse, et si m garde la même valeur après le passage des particules α à travers la matière.

Il a, pour cela, mesuré à la fois la déviation électrique et la déviation magnétique des rayons α de diverses substances, ce qui donne d'une part $\frac{mu}{e}$, de l'autre $\frac{mu^2}{e}$.

On arrive à la conclusion que la valeur de $\frac{m}{e}$ est la même, quelque soit le produit qui émet les particules α : radium, émanation, radium A, radium C, actinium, ou thorium C : $\frac{m}{e}$ est constamment égal à $5 . 10^3$, c'est-à-dire à la moitié du rapport de la masse matérielle à la charge dans le cas de l'atome d'hydrogène électrolytique. Ce qui varie d'un corps à l'autre, c'est la vitesse initiale d'émission de la particule α, qui est $1,56 . 10^9$, par exemple, pour le radium, et $2,06 . 10^9$ pour le radium C ; M. Rutherford discute les diverses hypothèses sur la nature de la particule α et ses relations avec l'atome d'hélium. L'hélium ayant une densité 2 par rapport à l'hydrogène, mais étant monoatomique, l'atome d'hélium a une masse atomique 4 ; la particule α peut être un demi-atome d'hélium, ou bien encore on doit admettre qu'un atome unique et indivisible d'hélium transporte deux électrons à la fois.

L'une des conclusions les plus intéressantes à tirer de cette donnée est relative à l'âge des minéraux radioactifs. Si l'on suppose que dans un minéral les particules α produites au cours des âges se sont « occluses » et sont restées enfermées dans la masse, on doit

trouver, en chauffant et décomposant le minéral, de l'hélium gazeux ; ce qui est en effet le cas ; mais on doit pouvoir déduire de la quantité d'hélium contenue, rapportée à 1 gramme de matière active, l'âge du minéral. C'est ainsi que, d'après Ramsay et Travers, la fergusonite contient $1^{cm3},81$ d'hélium par gramme ; or ce minéral contient 7 0/0 d'uranium ; donc il y a 26 centimètres cubes d'hélium par gramme d'uranium. Or 1 gramme de radium produit $0^{cm3},4$ d'hélium par an, et par gramme d'uranium il y a $3,8 . 10^{-7}$ gramme de radium. Si on suppose que l'uranium émet une seule particule α pour cinq émises par le radium en équilibre avec le radium F, on arrive au nombre $6,3 . 10^{-8}$ centimètre cube par an pour la quantité d'hélium due à 1 gramme d'uranium. Si cette production gazeuse [illegible] été constante, on arriverait au chiffre de 400 millions d'années pour la production de 26 centimètres cubes d'hélium. Encore cette durée serait-elle une limite inférieure de l'âge du minéral.

J.-Arnold CROWTHER. — On the Coefficient of Absorption of the β Rays [illegible] Uranium (Sur le coefficient d'absorption des rayons β de l'uranium [illegible]) p. 379-393.

L'absorption des rayons β issus d'une substance radioactive [illegible] que l'oxyde d'uranium, obéit en général à une loi exponentielle [illegible]

$$I = I_0 e^{-\lambda d},$$

où d est l'épaisseur du corps traversé et λ un coefficient [illegible] λ est à peu près proportionnel [illegible] tique du corps traversé. [illegible] pour les rayons cathodiques, comme l'a montré Lenard [illegible] lité, le rapport $\frac{\lambda}{\rho}$ varie, mais seulement de 2000 à 3000 [illegible] la densité varie de $3,6 . 10^{-7}$ (densité de l'hydrogène [illegible]) à 19,3 (densité de l'or). Rutherford a [illegible] de pression) [illegible] rayons β issus de l'uranium, et il montre que $\frac{\lambda}{\rho}$ [illegible] pas d'énormes variations, varie tout de même [illegible] d'une substance à l'autre. L'auteur a repris [illegible] dues à une trentaine d'éléments : $\frac{\lambda}{\rho}$ au[illegible] mique depuis 4,65 pour le bore jusqu'à [illegible]

composés, on a la formule :

$$\left(\frac{\lambda}{\rho}\right)_{\text{composé}} = \frac{a\frac{\lambda_1}{\rho_1}m_1 + b\frac{\lambda_2}{\rho_2}m_2}{am_1 + bm_2};$$

où m_1 et m_2 sont les poids moléculaires des composants, a et b les nombres de molécules de ces composants qui entrent dans une molécule de composé. Cette formule a été vérifiée dans le cas de plusieurs oxydes, sulfures et iodures métalliques.

Richard-B. MOORE et Herman SCHLUNDT. — Some new Methods for separating Uranium X from Uranium (Quelques nouvelles méthodes pour séparer l'uranium X de l'uranium). — P. 393-397.

Description de divers procédés de séparation, outre les procédés connus de Crookes, de Becquerel. Par exemple, on dissout 5 grammes de nitrate d'uranium cristallisé dans 60 centimètres cubes d'acétone. On filtre le résidu, on le lave trois fois avec l'acétone, et l'on a un résidu très actif. Si, après que le résidu insoluble est séparé par filtration, on ajoute à la liqueur claire une petite quantité d'hydroxyde ferrique tout fraîchement préparé, on a pratiquement une liqueur claire ne contenant plus que du nitrate d'urane sans uranium X. Quelques autres liquides organiques donnent le même résultat.

William RAMSAY et J.-F. SPENCER. — Chemical and Electrical Changes induced by Ultraviolet Light (Changements chimiques et électriques produits par la lumière ultra-violette). — P. 397-418.

Après quelques considérations théoriques sur les diverses façons dont un électron peut être associé à la matière ordinaire, les auteurs indiquent l'objet du présent mémoire, qui est de répéter les expériences décrites par le Dr Gustave Le Bon dans diverses notes aux *Comptes Rendus* et reprises avec grand détail dans son livre *l'Evolution de la Matière*. M. Le Bon, en faisant tomber de la lumière ultra-violette sur des surfaces métalliques portées à un haut potentiel, amène ces surfaces à perdre leur charge. Il montre aussi que, quand la lumière ultra-violette tombe sous un angle de 45° sur un métal placé au-dessus de l'électroscope et qui renvoie la lumière sur l'électroscope chargé positivement, elle produit la décharge de l'électroscope avec une vitesse qui dépend du métal réflecteur. Cette décharge a

lieu même quand l'électroscope est recouvert d'un écran d'aluminium mis à la terre. Elle a encore lieu quand l'électroscope a été chargé négativement, quoique avec une rapidité beaucoup moindre que quand il a une charge positive. Le Bon attribue la décharge à une « désintégration » effectuée par l'action de la lumière sur la surface du métal et qui consiste dans l'explosion de particules chargées capables de pénétrer les écrans métalliques. Sans reprendre toute la bibliographie de la question, les auteurs rappellent que quelques-uns de ces résultats avaient été obtenus par les physiciens qui ont expérimenté sur les phénomènes actinoélectriques ; mais M. Le Bon, dont les résultats sont, dans leur ensemble, confirmés par les présentes expériences, a vu la généralité de ces phénomènes de « désintégration », qu'il a déclarés une propriété générale de la matière, et non une propriété exceptionnelle de quelques substances spéciales, et a reconnu la liaison de ces phénomènes avec des phénomènes de modifications chimiques.

Citons quelques-unes des expériences :

Un petit électroscope à feuille d'aluminium reçoit la lumière ultraviolette d'un arc électrique au fer, par l'intermédiaire d'un plateau métallique de zinc amalgamé. Une double fente limite le faisceau de rayons issus du zinc amalgamé et qui tombe sur l'électroscope : l'interposition d'un aimant dévie ce faisceau et a pour effet de réduire la vitesse de décharge, qui, de 3 divisions en trente-sept minutes sans aimant, tombe à 3 divisions en quatre-vingt-seize minutes avec l'aimant.

Pour avoir un étalon plus constant que l'arc au fer, les auteurs ont employé la lampe au mercure Cooper-Hewitt, construite par Schott, d'Iéna, et comme miroir à 45° un plateau de cuivre amalgamé. Si on remplace ce plateau de cuivre amalgamé par un plateau d'étain, la vitesse de décharge est un peu diminuée, mais dans un rapport qui reste très fixe, indépendant des autres circonstances de l'expérience, et notamment de la distance de la source de la lumière.

Cela posé, on a employé comme plateau réflecteur les divers métaux, et comparé les vitesses de décharge pour les divers éléments. Voici un extrait du tableau V (p. 408) donnant les vitesses de décharge relatives, ou plutôt les inverses de ces vitesses ; ce sont les nombres de secondes nécessaires pour que l'électroscope se décharge de 10 divisions, et tombe ainsi de 800 à 680 volts.

Elément	Electroscope chargé négativement	Electroscope chargé positivement
	(Nombre de secondes nécessaires pour faire tomber l'électroscope de 120 volts)	
Magnésium..................	1,5	1,4
Aluminium..................	1,2	1,8
Zinc........................	2,4	2,1
Etain......................	12,8	11,9
Or.........................	45,7	73,9
Argent......................	108,0	217
Fer (4e échantillon)..........	1018	2251

On a étudié ensuite la vitesse de décharge pour des plateaux formés de corps composés, sulfures et iodures. Enfin, on a comparé certains métaux à eux-mêmes à différentes époques successives, et l'on a reconnu une « fatigue » du métal lorsqu'il a été exposé plusieurs fois à la lumière ultra-violette.

Prenons pour exemple le magnésium. Le 18 mai, le nombre de secondes nécessaire pour la décharge de 10 divisions de l'électroscope est 2,2 au bout d'une minute d'exposition ; il devient 10 secondes au bout de treize minutes, 13sec,8 au bout de deux heures, et enfin 76 secondes au bout de douze heures.

Le 13 juin, le même plateau, nettoyé, donne au début des vitesses de décharge de 10 divisions en 1 seconde, puis en 10, en 20 ; et enfin, au bout de douze heures, il faut 231 secondes pour la décharge de 10 divisions.

Le 21 juin, il faut, au bout de douze heures, 981 secondes pour la décharge; et enfin, le 18 juillet, toujours au bout de douze heures d'exposition, il faut 1 424 secondes pour la décharge. La « fatigue » du métal va s'accélérant.

La courbe représentant la vitesse des décharges en fonction des durées d'exposition présente des paliers successifs ou du moins des branches successives séparées par des points anguleux. Il semble y avoir autant de points anguleux dans la courbe d'un métal que de valences dans l'atome de ce métal ; il y en a cinq ou six pour l'aluminium. On peut rendre compte de cette particularité par le raisonnement suivant : Quand la lumière ultra-violette tombe sur un plateau métallique, par exemple du magnésium, elle produit, dès le début, une expulsion d'électrons ; cette décomposition se produit avec une vitesse qui décroît d'une manière continue, jusqu'à ce qu'on ait atteint un certain point indiqué dans la courbe ; à ce point, on obtient une vitesse constante d'expulsion des électrons, qui peut être attri-

buée à la perte du premier des « corpuscules métalliques », et durant laquelle nous avons une pression électrique constante, tout comme nous avons, pour des hydrates, une pression de vapeur constante dans le cas de la déshydratation de sels cristallisés tels que $COSo^4,5H^2O$. La vitesse stationnaire de décharge se maintient jusqu'à ce qu'un électron métallique ait été expulsé de tous les atomes qui sont sur la surface ou au voisinage de la surface du plateau. Alors nous avons une nouvelle décomposition, une expulsion d'un autre électron jusqu'à ce que nous obtenions un second point anguleux de la courbe, au moment où le second électron est expulsé. Quand le dernier « électron métallique » de l'atome a été à son tour expulsé, nous avons une vitesse de déperdition qui diminue, le processus de désintégration allant désormais en se ralentissant. Ces expériences, concluent les auteurs, tout à fait d'accord en cela avec M. Gustave Le Bon, fournissent un moyen de déterminer les vitesses de désintégration des diverses formes de la matière dans les conditions normales.

Clarence-A. Skinner. — Comparative Observations on the Evolution of Gas from the Cathode in Helium and Argon (Observations comparatives sur l'apparition des gaz émis par la cathode dans des tubes à gaz raréfiés, avec l'hélium et l'argon). — P. 481-489.

Quand le courant passe dans un tube à gaz raréfié, rempli d'hélium, entre électrodes métalliques, il se dégage de la cathode de l'hydrogène, dont le dégagement satisfait à la loi de Faraday sur l'électrolyse. De même, si on emploie une cathode de charbon dans l'hélium, elle donne lieu à un dégagement d'azote, qui satisfait entre certaines limites à la même loi. Mais, quand le courant passe entre électrodes métalliques dans l'hydrogène ou entre électrodes de charbon dans l'azote, l'accroissement de pression dans le tube produit par le passage du courant est très faible, il peut s'annuler et être remplacé par une diminution de pression, qui tient à l'absorption du gaz par l'anode.

Pour étudier le cas où il n'y a pas absorption sensible par l'anode, l'auteur s'est adressé à des tubes à hélium et à argon, et à électrodes d'aluminium et de magnésium. Quel que soit le gaz employé, on a, dans les premiers instants, proportionnalité exacte de l'augmentation de pression à la quantité d'électricité qui a traversé le

tube, et augmentation de pression indépendante de la nature du gaz qui remplit le tube. Au bout d'une durée variable avec l'intensité du courant et avec celui des gaz employés (une dizaine de minutes pour 1 milliampère), l'augmentation de pression réelle devient inférieure à l'augmentation de pression calculée en admettant que la proportionnalité se continue.

L.-B. TUCKERMANN. — Remarks on Professor Jeans's Article « On the Thermodynamical Theory of Radiation » (Remarques sur un article du professeur Jeans : « Sur la théorie thermodynamique de la radiation). — P. 498-499 ».

L'auteur voit un paradoxe dans le raisonnement de M. Jeans. Admettre une matière « idéale » avec des électrons ayant une charge $\frac{1}{2}e$ ne peut pas plus être une objection contre la démonstration thermodynamique de la loi de radiation, que d'admettre un fluide « idéal » qui ne satisferait pas à la formule de Clapeyron ne serait une objection contre la thermodynamique de la matière ordinaire.

S.-Tolver PRESTON. — On certain Questions connected with Astronomical Physics (Sur certaines questions liées à l'astronomie physique). — P. 570-576.

Rappelant un mémoire publié dans le *Philosophical Magazine* de mars 1847, par Herbert Spencer, sur ce sujet : *la forme de la Terre n'est pas une preuve de sa fluidité originelle*, l'auteur émet quelques considérations en faveur de cette idée et de l'hypothèse suivant laquelle l'intérieur de la Terre serait constitué par du fer solide tout comme les météorites, qui, suivant la même hypothèse, n'auraient jamais eu besoin de passer par l'état liquide et l'état de vapeur avant d'atteindre l'état solide. B. Brunhes.

G. LEATHEM. — A Simplification of the Mathematical Discussion of the Effect of a long straight Wire on electric Waves (Simplification de la discussion mathématique de l'effet d'un long fil sur les ondes électriques). — P. 46.

La simplification repose sur certains procédés d'approximation, qui permettent d'obtenir les solutions de l'équation de Bessel :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + y = 0,$$

dans le cas où x est très petit et dans le cas où x est très grand, sans avoir recours aux développements en série des fonctions J.

On obtient les solutions :

	x petit	x grand
$g(x)$.........	$1 - \frac{1}{4}x^2$	$\frac{Ae^{-ix}}{\sqrt{x}}$
$h(x)$.........	L . x	$\frac{Be^{ix}}{\sqrt{x}}$

L'introduction de ces solutions approchées, qui ne diffèrent des fonctions de Bessel que par des facteurs constants, permet de traiter simplement les questions de la transmission des ondes électriques par un fil et de la propagation le long d'un fil de courants de basse ou de haute fréquence.

HENRY DAVIES. — On the Solution of Problems in diffraction by the aid of Contour integration (Solution de problèmes de diffraction à l'aide d'un contour d'intégration). — P. 63.

Examen du problème qui consiste à trouver les solutions de l'équation

$$\frac{d^2V}{dt^2} = a^2\Delta V.$$

On considère, en particulier, l'espace limité par un dièdre d'angle α, et l'on suppose que la force électrique (le vecteur lumineux) est parallèle au bord du dièdre.

L'équation générale prend la forme :

$$\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} + m^2V = 0, \qquad \alpha < \theta < 2\pi.$$

Les conditions aux limites sont que V s'annule pour $\theta = 0$ et $\theta = \alpha$, et devienne infini au point (r', θ').

La solution pour tout l'espace (illimité) est donnée par l'expression

$$V = K_0(mR), \qquad \text{où} \qquad R = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\theta - \theta')}.$$

$K_n(x)$ désigne une fonction de Bessel de seconde espèce et d'ordre n et peut s'exprimer à l'aide des fonctions J_n de première espèce.

On considère l'intégrale :

$$\int_A \frac{\cos n(\pi - \theta - \theta')}{\sin n\pi} J_n(mr') K_n(mr)\, dn, \qquad \text{où} \qquad r > r', \qquad \theta > \theta'.$$

Le contour A contient un demi-cercle autour de l'origine.

La valeur de l'intégrale est $2\pi i \Sigma B$, ΣB désignant la somme des résidus de la fonction.

En désignant par $\int_{A'}$ l'intégrale prise le long du contour, sauf le demi-cercle entourant l'origine :

$$\int_{A'} = i\,[J_0(mr')K_0(mr) + 2\sum_{n=1} J_n(mr')K_n(mr)\cos n(\theta - \theta')].$$

Mais $K_0(mR)$ a pour valeur le terme entre parenthèses.

On a ainsi pour l'espace illimité la solution :

$$K_0(mR) = \frac{1}{i}\int_{A'} \frac{\cos n(\pi - \theta - \theta')}{\sin n\pi} J_n(mr') K_n(mr)\, dn.$$

En introduisant de nouveaux termes, on satisfait aux conditions aux limites, et l'on obtient la valeur de V sous la forme (les calculs ne sont pas développés) :

$$V = 2i \int_{A'} \frac{\sin n(\alpha - \theta) \sin n\theta'}{\sin n\alpha} J_n(mr') K_n(mr)\, dn\,;$$

$$r > r', \qquad \alpha > \theta > \theta'.$$

Comme il n'y a pas de pôle à l'origine, $\int_A$ et $\int_{A'}$ sont identiques.

L'application du théorème de Cauchy donne la solution sous forme de série infinie pour toutes les valeurs de θ comprises entre o et α :

$$V = \frac{4\pi}{\alpha} \cdot \Sigma \sin \frac{s\pi}{\alpha}\theta \sin \frac{s\pi}{\alpha}\theta' J_{\frac{s\pi}{\alpha}}(mr') K_{\frac{s\pi}{\alpha}}(mr).$$

R.-W. WOOD. — **Interference Colours of Chlorate of Potash Crystals and a New Method of Isolating Heat Waves (Les couleurs d'interférence des cristaux de chlorate de potasse, et une nouvelle méthode pour isoler les radiations calorifiques). — P. 67.**

Les couleurs présentées par certaines lamelles cristallines de chlorate de potasse ont été signalées par Stokes et lord Rayleigh.

De pareils cristaux s'obtiennent aisément en faisant refroidir lentement une solution de sel saturé à chaud.

En brisant la masse cristalline et l'agitant à la lumière, on voit un grand nombre de lamelles à couleurs vives, que l'on peut recueillir à l'aide d'une spatule.

Ces lamelles minces réfléchissent la totalité de la lumière incidente pour une seule couleur ou certaines couleurs déterminées, tandis qu'elles laissent passer librement le reste du spectre.

Les couleurs réfléchies sont des couleurs spectrales très pures, la largeur des bandes n'étant pas supérieure à la distance des raies du mercure. Le spectre de la lumière transmise est coupé d'une ou plusieurs bandes noires intenses et étroites. Lord Rayleigh a montré que les propriétés de ces cristaux sont dues à ce qu'ils sont constitués d'un grand nombre de lamelles minces superposées et parallèles à la surface du cristal. L'étroitesse de la bande réfléchie résulte des réflexions multiples, comme dans l'interféromètre de Pérot et Fabry.

Une lame mince, ou une série de lames minces d'égale épaisseur D, réfléchit pour l'incidence normale les radiations de longueurs d'onde :

$$2D = \lambda, \qquad 2D = 2\lambda, \qquad 2D = 3\lambda, \qquad \ldots$$

Si 2D est égal à une longueur d'onde de la région infra-rouge, il y a plus d'une couleur réfléchie dans la région visible.

Pour $2D = 1^{\mu},2$, par exemple, on aura des maxima correspondant aux longueurs d'onde :

$$0^{\mu},6, \qquad 0^{\mu},4, \qquad 0^{\mu},3, \qquad 0^{\mu},24.$$

Et une telle lame paraîtra pourpre, puisqu'elle réfléchit du rouge et du violet.

Les lamelles sont très transparentes jusqu'à la limite du spectre

du cadmium, et on peut aisément déterminer les bandes dans l'ultra-violet.

La détermination des bandes de l'ultra-violet et du spectre visible doit permettre de calculer la position de la bande de premier ordre dans l'infra-rouge.

On a examiné à ce point de vue une lamelle pourpre.

Cette lamelle donnait une bande étroite dans le rouge pour $\lambda = 0^{\mu},6$ et une autre dans le violet pour $\lambda = 0^{\mu},4$.

En faisant réfléchir sur la lame la radiation d'une lampe Nernst et la renvoyant sur un radiomètre à l'aide d'un prisme de sel gemme, on a mis en évidence une bande très nette dans l'infra-rouge, pour $\lambda = 1^{\mu},2$.

La déviation, qui était de plusieurs centimètres quand le radiomètre recevait la bande du rouge ($\lambda = 0^{\mu},6$), tombait à zéro quand la rotation du prisme amenait la région infra-rouge sur la fente, et devenait assez considérable pour faire sortir le spot de l'échelle lorsque l'on passait par $1^{\mu},2$.

Les lamelles cristallines de chlorate de potasse sont donc susceptibles d'être utilisées avec avantage pour isoler par réflexion une radiation infra-rouge déterminée.

ECCLES. — The Effect of Electrical Oscillations on Iron in a Magnetic Feld (L'effet des oscillations électriques sur le fer dans un champ magnétique). — P. 109.

Les connaissances acquises sur le sujet sont presque entièrement qualitatives, à cause de la complexité des phénomènes qui accompagnent les déterminations expérimentales. L'une des principales difficultés provient de la protection des couches profondes par les courants superficiels qui prennent naissance dans le métal sous l'influence des oscillations.

Dans les expériences de Maurain, cet effet de surface (« skin effect »), était évité par l'emploi d'oscillations assez énergiques pour pénétrer jusqu'au cœur même du noyau. On a préféré, dans les présentes expériences, n'employer que des oscillations relativement peu intenses et aussi peu amorties que possible. On a pris, d'autre part, des noyaux longs et de faible diamètre (fil de fer de Suède non recuit de $0^{mm},75$ de diamètre et de 56 centimètres de longueur).

Le dispositif adopté se compose de deux solénoïdes identiques, d'axe commun, disposés selon la ligne EO magnétique de part et

d'autre de l'aiguille d'un magnétomètre. Les solénoïdes sont associés en série et contiennent des noyaux de fer identiques dont l'action sur le magnétomètre se trouve presque exactement compensée, quelles que soient les variations de leur état magnétique.

Il devient alors possible d'accroître considérablement la sensibilité du magnétomètre et d'enregistrer les moindres modifications magnétiques apportées à l'état de l'un des noyaux par les oscillations. A cet effet, l'un seul des deux noyaux porte un enroulement dans lequel on fait passer ces oscillations(1). Afin d'obtenir des oscillations de caractère parfaitement défini, on relie l'une des extrémités de l'enroulement excitateur à un micromètre à étincelles. Les étincelles sont produites par une petite machine statique.

Le fer, étant d'abord désaimanté par inversions successives, est maintenu dans le cycle étudié qu'on lui fait décrire plusieurs fois.

L'opération est arrêtée au point choisi, on produit une seule étincelle, c'est-à-dire un seul train d'ondes, et l'on fait la lecture du magnétomètre (au bout de trente secondes).

Les observations confirment tout d'abord le fait, signalé par divers expérimentateurs, que la sensibilité du fer aux oscillations est plus grande quand son état magnétique correspond au point d'inflexion de la courbe d'hystérésis.

Les courbes montrent aussi que l'effet maximum de l'étincelle est relativement plus grand dans les cycles de grande amplitude.

Enfin, l'ensemble des expériences apporte une confirmation aux observations antérieures (2), qui établissaient que l'hystérésis est réduite ou annulée par les oscillations.

L'effet des oscillations est de reporter le point figuratif de l'état du fer sur la courbe qu'il décrirait s'il n'y avait pas d'hystérésis, c'est-à-dire sur « la courbe normale d'aimantation » de Duhem.

Cet effet est d'ailleurs analogue à un choc ou impulsion brusque.

---

(1) Nous avons employé un artifice analogue pour étudier l'effet des ondes électriques sur le détecteur magnétique (Congrès de l'A. F. A. S., 1903). L'appareil même a figuré à l'Exposition de la Société de Physique (1904), sous le nom de *détecteur magnétique différentiel*. — C. T.

(2) Maurain, *J. de Phys.*, 4e série, t. III, p. 417 ; 1904 ; — C. Tissot, *J. de Phys.*, 4e série, t. II, p. 342 ; 1903.

J.-S. DOW. — Colour Phenomena in Photometry (Les phénomènes de couleur en photométrie). — P. 120.

La difficulté des observations photométriques en lumières hétérochromes peut être attribuée à quatre effets distincts :

1° La difficulté de former un jugement pour caractériser l'égalité d'éclairement de plages de couleurs différentes et la possibilité que ce jugement ne soit pas le même pour les différents observateurs;

2° Le fait que l'éclat apparent de deux plages éclairées par deux lumières colorées dépend de la position de l'image sur la rétine ;

3° Le phénomène de Purkinje;

4° Dans l'emploi de miroirs, le fait que le coefficient de réflexion n'a pas la même valeur pour les différentes couleurs.

L'auteur a étudié l'influence de ces différents effets pour quatre photomètres (Lummer et Brodhun, — photomètre à tache d'huile, — Joly, — photomètre à papillotement).

Le premier effet signalé a des causes physiologiques et aucun dispositif ne peut être suceptible de le faire disparaître. Toutefois, un observateur donné peut, avec un entraînement convenable, obtenir des mesures concordantes à 5 ou 10 0/0.

Le second effet mentionné — position de l'image sur la rétine — tient à ce que la « tache centrale » ne présente pas la même sensibilité chromatique que les autres positions de la rétine.

L'égalité d'éclat des images dépend donc, en général, et de l'incidence des rayons et du diamètre apparent de la plage observée.

Aussi, les appréciations obtenues avec les divers photomètres sont-elles fort différentes. Les variations qui proviennent de l'inversion de l'éclairement des plages sont particulièrement sensibles avec le photomètre Lummer et Brodhun.

Le phénomène de Purkinje, qui a souvent été invoqué comme une cause principale de trouble dans l'observation de sources colorées, ne paraît exercer de sérieuse influence que pour de très faibles éclairements.

L'emploi de miroirs réflecteurs n'exerce pas non plus d'influence appréciable dans le cas où les différences de coloration sont peu accentuées.

Le seul effet important en pratique est donc le second indiqué ci-dessus.

Les expériences exécutées sur le photomètre à papillotement (Simmance et Abady) montrent que ce genre de photomètre est affecté par les mêmes phénomènes de coloration que les autres.

R.-W. WOOD. — Abnormal Polarization and Colour of Light scattered by small absorbing Particles (Polarisation anormale et couleur de la lumière diffusée par de petites particules absorbantes). — P. 147.

L'auteur, ayant fortuitement observé de la vapeur d'iode tandis qu'elle se condensait dans un ballon de verre, a trouvé la lumière diffusée polarisée rectilignement dans une direction perpendiculaire à celle dans laquelle la lumière diffusée se trouve polarisée généralement.

Le phénomène peut être reproduit en provoquant la précipitation d'un « nuage » d'iode dans un ballon préalablement empli de fumée (fumée obtenue avec de la cire à cacheter chauffée).

Dans la lumière transmise, aucune coloration n'apparaît, tandis que la lumière diffusée présente une coloration rouge de grande intensité.

L'examen du faisceau horizontal diffusé, à l'aide d'un nicol, montre que l'extinction est presque complète quand la grande diagonale du nicol est horizontale.

La polarisation paraît due à la réfraction de la lumière dans les petites particules d'iode condensées.

Ces particules agiraient d'une manière analogue aux gouttes d'eau dans le phénomène de l'arc-en-ciel.

D'autres corps ont permis d'observer le même phénomène de polarisation. En chauffant de la nitrosodiméthylaniline dans un tube à essais, on obtient un « nuage » qui présente les mêmes caractères que les nuages d'iode. On peut aussi reproduire des effets analogues en secouant dans des tubes des couleurs d'aniline préalablement réduites en poudre fine.

Le nuage est alors constitué par la poussière colorée en suspension dans l'air.

R.-W. WOOD. — Fish-eye Views, and Vision under Water (L'œil des poissons et la vision sous l'eau). — P. 159.

L'auteur a essayé de donner une idée de la manière dont se produit la vision sous l'eau en construisant une petite chambre noire immergée dans un vase plein d'eau.

Cet appareil lui a permis d'obtenir l'impression d'anamorphoses assez curieuses sur des plaques photographiques.

ALEXANDER RUSSEL. — The dead Points of a Galvanometer Needle for transient Currents (Les points morts de l'aiguille d'un galvanomètre pour des courants passagers). — P. 202.

L'auteur rappelle les phénomènes qui se produisent lorsqu'on intercale un galvanomètre à aiguille dans un courant alternatif : accroissement progressif de la période d'oscillation de l'aiguille, déviation *bilatérale* ou *unilatérale*, selon que la position primitive d'équilibre de l'aiguille est symétrique ou dissymétrique.

L'équation générale du mouvement de l'aiguille d'un galvanomètre est, en désignant par MK^2 le moment d'inertie de l'équipage mobile par rapport à l'axe de suspension, par θ_0 la déviation initiale, c'est-à-dire l'écart de la position symétrique, et par θ la déviation au temps t :

$$MK^2 \frac{d\theta}{dt} + 2b \frac{d\theta}{dt} + \mu H \sin(\theta - \theta_0) = \mu G i \cos\theta + \gamma i^2 \sin\theta \cos\theta.$$

μ est le moment magnétique de l'aiguille ; H, la valeur du champ directeur, et G, le coefficient du galvanomètre ; $2b \frac{d\theta}{dt}$ est le couple amortissant dû à la résistance de l'air ; $\gamma i^2 \sin\theta \cos\theta$ est le couple dû à la composante variable du magnétisme de l'aiguille (γ est une constante).

Si l'on désigne par A l'intensité efficace du courant alternatif, supposé de période courte vis-à-vis de la période d'oscillation de l'aiguille, on obtient la position apparente d'équilibre en posant :

$$\mu H \sin(\theta - \theta_0) = \gamma A^2 \sin\theta \cos\theta,$$

ou, pour θ et θ_0 petits :

$$\frac{\theta - \theta_0}{\theta} = \frac{\gamma A^2}{\mu H}.$$

Cette relation se vérifie bien expérimentalement pour une valeur donnée de A. Mais, quand A varie, l'accord n'est pas aussi satisfaisant.

L'auteur considère, en particulier, le cas où un galvanomètre est

utilisé en balistique et reçoit la décharge d'un condensateur. Rayleigh a déjà remarqué que l'on peut réaliser des conditions telles qu'une quantité d'électricité considérable passe dans le galvanomètre sans que l'aiguille dévie, tandis que l'on peut obtenir des déviations notables à l'aide de décharges oscillantes mettant en jeu une quantité totale égale à zéro.

Si l'on considère un condensateur de capacité c chargé d'une quantité q_0 et déchargé dans un circuit de résistance R_0, on a :

$$R \int_0 i^2 dt = \frac{q_0^2}{2c} - W.$$

Dans le cas où le circuit contient un galvanomètre, W représente la quantité d'énergie donnée à l'aiguille.

Si le courant est devenu négligeable avant que l'aiguille ne soit déplacée, on a, en désignant la vitesse angulaire initiale de l'aiguille par ω :

$$MK^2\omega = \mu G q_0 \cos\theta_0 + \gamma \sin\theta_0 \cos\theta_0 \left[\frac{q_0^2}{2cR} - \frac{W}{R}\right].$$

ω est nulle pour les valeurs de θ_0 qui annulent le second membre. Comme W est négligeable, on a simplement :

$$\sin\theta_0 = -2\frac{\mu G}{\gamma} \cdot \frac{R}{V}.$$

V représente la d. d. p. initiale entre les armatures du condensateur.

Pour les valeurs de θ déterminées par la relation précédente, il n'y a aucune élongation produite par la charge et la décharge. Ces points sont les *points morts*.

Les circonstances favorables à leur production sont :

1° Faible résistance; 2° petit coefficient du galvanomètre; 3° faible moment magnétique de l'aiguille; 4° haut potentiel de charge; 5° grande valeur du coefficient de Rayleigh, γ.

La relation établie permet de déterminer le rapport $\frac{\mu G}{\gamma}$, c'est-à-dire d'obtenir la valeur du coefficient γ.

La forme de cette relation montre que $\sin\theta_0$ (ou θ_0 si les angles sont petits) est fonction linéaire de R.

Le tracé graphique obtenu en faisant varier la résistance x du cir-

cuit montre que la droite représentative ne passe pas par l'origine. On est ainsi conduit à mettre R sous la forme $x + R_1$; R_1 est une constante homogène à une résistance et que l'on peut appeler la *résistance effective intérieure* du condensateur.

Elle peut être définie par la relation :

$$(R_1 + \rho) \int_0^\infty i^2 dt = \frac{q_0^2}{2c},$$

où ρ est la résistance du galvanomètre et des fils de connexion.

J.-A. EWING. — The Molecular Structure of Metal (La structure moléculaire des métaux). — P. 254.

Les vues de l'auteur sur la théorie moléculaire des phénomènes magnétiques sont connues. Il fait l'application de considérations analogues aux phénomènes mécaniques qui dépendent de la structure cristalline des métaux et examine, en particulier, les modifications de structure qui se produisent sous l'effet de tractions ou de compressions.

A. WILSON. — The Theory of « moving coil » and other Kinds of ballistic Galvanometers (La théorie des galvanomètres balistiques à bobine mobile et autres sortes de galvanomètres balistiques). — P. 269.

L'auteur établit pour les différents types de galvanomètres la relation qui donne l'élongation en fonction de la quantité d'électicité mise en jeu.

Bien que ces relations soient élémentaires, il est intéressant de les rapprocher :

1° Galvanomètre des tangentes avec une aiguille courte au centre d'une bobine :

$$Q = \frac{Ti \sin \frac{\theta}{2}}{\pi \operatorname{tang} \varphi};$$

2° Galvanomètre astatique à couple directeur produit par la torsion d'un fil :

$$Q = \frac{Ti\theta \cos \varphi}{2\pi\varphi};$$

3° Galvanomètre astatique à couple directeur magnétique :

$$Q = \frac{Ti \sin \frac{\theta}{2}}{\pi \operatorname{tang} \varphi};$$

4° Galvanomètre à bobine mobile à noyau de fer et champ magnétique radial :

$$Q = \frac{Ti\theta}{2\pi\varphi};$$

5° Galvanomètre à bobine mobile, à bobine étroite sans noyau :

$$Q = \frac{Ti\theta \cos \varphi}{2\pi\varphi}.$$

i désigne le courant permanent qui donne la déviation.

T est la période de l'équipage mobile, et θ l'élongation balistique corrigée de l'amortissement.

La comparaison des formules montre l'avantage du type 4 au point de vue de la simplicité de la relation exacte qu'il permet d'employer.

S.-R. MILNER. — The Use of the Secohmmeter for the Measurement of combined Resistances and Capacities (L'emploi du secohmmètre pour les mesures des capacités et résistances associées). — P. 297.

L'emploi du secohmmètre de Ayrton et Perry donne de meilleurs résultats que celui du téléphone et de la bobine d'induction pour la mesure de résistances ou de capacités séparées. Mais il a paru échouer dans l'application à certaines mesures électrochimiques : détermination de la résistance d'un électrolyte entre deux petites électrodes polarisables ; détermination de la capacité d'électrodes dans une solution dont la résistance n'est pas négligeable ; capacité d'un condensateur à fuites.

Les deux premiers cas peuvent être considérés comme une association en série d'une résistance et d'une capacité, et le troisième comme une association d'une résistance et d'une capacité en parallèle.

Dans une mesure au pont de Wheatstone, l'ajustage des résistances et des capacités nécessaires pour obtenir l'équilibre peut être réalisé d'une manière *indépendante* quand on emploie un téléphone, ainsi que l'a montré Nernst.

Mais il n'en est plus de même avec le secohmmètre : les deux ajustages ne sont pas indépendants en général. L'auteur a trouvé que l'emploi du téléphone manque de sensibilité et a établi les conditions dans lesquelles les ajustages des capacités et résistances des branches du pont deviennent faciles à réaliser, et permettent l'emploi du secohmmètre.

Le secohmmètre est constitué en principe par deux commutateurs entraînés par le même axe et décalés. L'un des commutateurs produit des inversions dans le courant principal et donne un courant alternatif dans les branches du pont ; l'autre produit des inversions dans le circuit du galvanomètre, de manière à redresser le courant dans l'instrument.

Si les branches du pont contiennent les résistances P, Q, S, R, et les capacités K et H respectivement associées à S et à R, la théorie générale de l'équilibre du pont montre que le galvanomètre demeure au zéro quand la relation $\frac{P}{Q}=\frac{R}{S}=\frac{K}{H}$ est vérifiée.

Mais ce qui complique l'observation en pratique, c'est que les conditions d'équilibre du galvanomètre ne sont pas réalisées seulement pour un tel ajustage, mais pour une infinité d'autres.

En fait, quelle que soit la valeur donnée de R, on peut toujours trouver une valeur de P qui amène le galvanomètre au zéro.

En examinant les conditions à réaliser pour obtenir la balance complète, on est conduit à modifier la position des balais du commutateur du courant, de manière à ce que les inversions du courant principal se produisent à un intervalle déterminé avant les inversions du courant dans le galvanomètre.

Ce décalage peut s'exprimer par une fraction δ, variable de 0 à 1. Le calcul montre que l'on peut réaliser des conditions d'équilibre utilisables pour différentes valeurs de δ. Les conditions les plus simples correspondent à $\delta=\frac{1}{2}$. Si l'on ajuste alors R jusqu'à ramener le galvanomètre au zéro, on a :

$$\frac{R}{S}=\frac{K}{H}.$$

Pour obtenir $\delta=\frac{1}{2}$, on met R et H en court-circuit et l'on décale le commutateur sur son axe de manière à ce que le galvanomètre demeure au zéro pendant la rotation.

R.-W. WOOD. — The Fluorescence, magnetic Rotation, and Temperature Emission Spectra of Iodine Vapour. (Les spectres de fluorescence, rotatoire magnétique, et d'émission de la vapeur d'iode). — P. 329.

La fluorescence de la vapeur d'iode a été observée par Wiedemann et Schmidt, mais elle était trop peu marquée pour que l'étude du spectre ait pu être faite. L'auteur est parvenu à photographier ce spectre en réalisant les conditions favorables de production de la fluorescence.

La fluorescence s'obtient le mieux quand la vapeur d'iode est à une très faible pression dans un ballon ne contenant pas de traces d'air.

L'illumination du ballon par un faisceau de lumière solaire ou d'arc électrique produit une fluorescence qu'il est possible de montrer à un nombreux auditoire.

Le spectre rotatoire magnétique peut être aisément observé en disposant entre les pôles d'un fort électro-aimant un petit ballon soigneusement vidé à la trompe et contenant un fragment d'iode. On fait passer dans le ballon un faisceau de lumière parallèle aux lignes de force du champ. Le ballon étant placé entre deux nicols à l'extinction, on voit apparaître une lumière émeraude intense quand on excite l'électro-aimant.

Le spectre peut être aisément photographié (une planche jointe au mémoire donne une épreuve obtenue à l'aide d'un réseau, pour une exposition de huit heures).

Pour examiner le spectre d'émission proprement dit, on fait le vide dans une ampoule de quartz que l'on scelle au chalumeau oxhydrique après y avoir enfermé quelques fragments d'iode. L'ampoule est portée à une haute température à l'aide d'une lampe d'émailleur, mais rayonne à peine tant que l'on n'a pas réduit en vapeur l'iode qui se trouve dans une pointe de l'ampoule.

En chauffant la pointe de l'ampoule à l'aide d'une lampe à alcool, on vaporise l'iode qui vient remplir l'ampoule que l'on porte au rouge blanc.

L'ampoule paraît alors remplie d'un nuage lumineux de couleur rouge, qui prend l'aspect d'une flamme.

Le spectre que l'on observe dans ces conditions est presque continu, bien qu'il laisse deviner des bandes dans la région de l'orangé.

Cette apparence de continuité est due à l'épaisseur de la couche rayonnante. On obtient en effet des bandes beaucoup plus distinctes en projetant sur la fente du spectroscope non plus la portion centrale de l'ampoule, mais la pointe où la couche est bien moins épaisse.

TROUTON et SEARLE. — Leakage Currents in the Moisture condensed on glass Surfaces (Courants diffus dans l'humidité condensée sur les surfaces de verre). — P. 336.

Les courants diffus que l'on observe entre deux électrodes de platine ou d'étain appliquées contre la surface d'une feuille de verre présentent des caractères assez singuliers.

Le phénomène se produit en général de la manière suivante : Si l'on applique une différence de potentiel constante aux électrodes, on observe le passage d'un courant qui va en diminuant graduellement d'intensité avec le temps.

Si l'on inverse les connexions après une certaine durée de passage de ce courant, on observe un courant d'une intensité plus forte.

Le courant inverse a souvent une intensité 6 ou 7 fois plus grande que le courant primitif direct.

La valeur de ces courants est essentiellement liée à l'état hygrométrique, et l'intensité que l'on obtient après inversion dépend de la durée du passage du courant primitif.

On a principalement examiné les points suivants :

Loi de décroissance du courant direct avec le temps ;

Loi qui relie la valeur du courant direct à l'état hygrométrique.

Possibilité de l'application de la loi de Ohm à ces courants diffus à la surface du verre.

Les surfaces de verre utilisées étaient préparées de la manière suivante : Une feuille d'étain est collée au vernis sur une plaque de verre à vitre de 30 centimètres carrés.

On découpe dans la feuille d'étain une bande repliée en forme de « grecque », de manière à mettre le verre à nu en laissant une distance constante de 2 millimètres environ entre les électrodes. On obtient ainsi une sorte de « gril ». Les électrodes sont reliées à un circuit comprenant une force électromotrice convenable (de l'ordre de grandeur de 100 volts) et un galvanomètre en série.

Les expériences conduisent aux conclusions suivantes :

1° La chute d'intensité que l'on observe dans le courant après une certaine durée de passage est due à la formation d'une pellicule d'oxyde sur les électrodes ou, dans le cas d'électrodes de platine à la production d'une gaine gazeuse ;

2° La variation du courant lors de l'inversion est due à la réduction de l'oxyde ou à l'oxydation de l'hydrogène déposé sur la cathode ;

3° La résistance initiale d'un tel « gril » varie considérablement avec l'état hygrométrique du gaz dans le quel il est placé.

Le phénomène pourrait sans doute être avantageusement appliqué à la détermination de l'état hygrométrique ;

4° Les courants produits par différentes forces électromotrices appliquées ne suivent pas la loi de Ohm et sont plus grands que ne l'indique la loi pour les voltages élevés.

Cet effet paraît dû en partie aux petites décharges qui sillonnent la plaque de verre, dès que le voltage atteint seulement 100 volts, et que l'on voit se produire sous forme d'étincelles minuscules.

C. Tissot.

THE AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE ;

T. XXIII ; janvier-juin 1907.

Bertram-B. BOLTWOOD. — On the ultimate disintegration products of the radioactive elements. Part II. The disintegration products of uranium (Derniers produits de dislocation des éléments radioactifs ; deuxième partie : produits de désagrégation de l'uranium). — P. 77-88 (1).

1° De la discussion d'un grand nombre d'analyses de divers minéraux au point de vue de leur teneur en uranium et en plomb, il résulte que le rapport $\frac{Pb}{U}$ est constant pour tous les minéraux primaires non altérés d'une même localité, c'est-à-dire *contemporains géologiquement*, et, d'autre part, que ce rapport a des valeurs d'autant plus grandes pour des minéraux non altérés de diverses localités que l'âge du gîte est plus ancien, d'après les données de la géologie :

(1) Pour la première partie, voir *Amer. Journ. of Sc.*, t. XX, p. 253-267, 1905, analysé dans *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 221, 1906.

la valeur de ce rapport varie, d'ailleurs, du simple au sextuple, par exemple :

	$\frac{Pb}{U}$
Pechblendes du Connecticut....................	0,041
Pechblendes et thorites d'Arendal (Norvège) et de Llano (Texas)............................	0,17
Thorianite de la province Sabaragamuwa (Ceylan).	0,24

L'auteur y voit une confirmation de son hypothèse d'après laquelle le plomb est le produit final de la dislocation de l'atome d'uranium.

2° En ce qui concerne l'hélium, les anciennes analyses de Hillebrand (1890) (le gaz inerte y avait été dosé comme azote) et celles plus récentes de Ramsay et Travers, Strutt, Dunstan et Blake sont utilisées pour déterminer le rapport $\frac{He}{Pb}$.

En admettant que les transformations de l'uranium, aboutissant au plomb comme terme final, ne donnent que de l'hélium sous forme de rayons α, la valeur maximum de ce rapport est $\frac{238,5 - 206,9}{206,9}$, 238,5 et 206,9 étant les masses atomiques de l'uranium et du plomb; aucune teneur en hélium ne dépasse ce chiffre; et les valeurs trouvées sont d'autant plus faibles que le minéral est moins dense et plus poreux, c'est-à-dire que la déperdition du gaz est plus rapide. Ici encore la théorie de la désagrégation atomique est confirmée.

3° La durée de vie du radium de Rutherford étant admise (2 600 années), la fraction de l'uranium en équilibre radioactif transformée par an doit être de 10^{-10}. On en déduit pour l'âge géologique des minéraux des nombres qui varient de 410 000 000 d'années pour un gîte du Connecticut jusqu'à 2 200 000 000 d'années pour les gisements de Ceylan mentionnés plus haut.

4° Le rapport $\frac{Th}{U}$ varie beaucoup dans la même localité, sans que le rapport $\frac{Pb}{U}$ varie ; la thorite de Ceylan ou de Norvège ne semble contenir ni plomb ni hélium en dehors des très faibles traces dues à la petite quantité d'uranium présente : il paraît donc improbable que le plomb et l'hélium soient des produits de dislocation du thorium.

JOHN-MEAD ADAMS. — A spectrum of Röntgen rays, and the relatively selective absorption of Röntgen rays in certain metals. A preliminary note (Un spectre de rayons de Röntgen : absorption sélective des rayons de Röntgen par certains métaux; note préliminaire). — P. 91-92.

The transmission of Röntgen rays through metallic sheets (Transmission des rayons de Röntgen à travers les feuilles de métal). — P. 375-378.

Les rayons de Röntgen subissent des absorptions sélectives différentes suivant les métaux interposés et suivant que le pinceau de rayons cathodiques utilisé est plus ou moins dévié par un champ magnétique.

Les mesures d'intensité sont faites en recevant les rayons sur une feuille de platine qui recouvre l'une des soudures thermoélectriques d'un radiomicromètre. Un même écran fait toujours subir la même réduction relative, quelle que soit l'intensité initiale du faisceau de rayons de Röntgen. Certains résultats de cette note semblent difficiles à concilier avec ceux des expériences classiques de G. Sagnac [1] : en particulier, l'interversion de deux écrans de métaux différents ne changerait pas l'intensité finale, d'après l'auteur, qui ne cite, d'ailleurs, aucune valeur numérique.

C. BARUS. — Changes of the colloidal nucleation of dust-free wet air in the lapse of time (Variations, dans le cours du temps, du nombre de noyaux de condensation colloïdaux dans l'air humide exempt de poussières). — P. 202-211.

C. BARUS. — Vapor nucleation in the lapse of time (Nucléation de la vapeur dans le cours du temps). — P. 342-345.

La terminologie de l'auteur (nucléation, noyaux colloïdaux) et la théorie personnelle autour de laquelle il groupe ses recherches ont déjà été exposées dans les analyses de ses précédents mémoires parus dans le même recueil. De nouvelles observations l'obligent à modifier les valeurs numériques des nombres de noyaux de condensation déduits de l'observation des couronnes. Pour une même valeur de la détente, la valeur de la pression barométrique s'est montrée avoir une importance inattendue : le nombre de « noyaux colloïdaux » captés par la vapeur d'eau, dans l'air dénué de poussières, croît beaucoup quand la pression diminue. La théorie de la détente, refaite à nouveau, montre qu'en première approximation les ouvertures des couronnes et le nombre des noyaux sont des fonc-

(1) *C. R.*, t. CXXV, p. 230; 1897; et *Thèse de doctorat.*

tions de la détente relative $\frac{\delta p}{p}$, et plus exactement de :

$$\frac{\delta p - (\pi - \pi_1)}{p - \pi},$$

π et π_1 étant les tensions de vapeur avant et après la détente.

La nucléation de l'air dépourvu de poussières n'a aucune relation apparente avec les changements simultanés de l'ionisation atmosphérique ; pourtant, les ions bien, plus gros captent plus de vapeur d'eau, mais ils sont trop peu nombreux pour que leur variation affecte la nucléation observée due presque exclusivement aux noyaux colloïdaux non groupés.

H. BÉNARD.

EVA VON BAHR. — Die Absorption der Strahlen von Wärmequellen verschiedener Temperatur durch Ozon (Absorption par l'ozone des rayons de chaleur émis par des sources de différentes températures). — *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik;* Stochkolm, B III, n° 15.

Entrepris pour continuer les recherches d'Angström, ce travail conduit à attribuer à l'ozone les deux bandes d'absorption définies par les limites suivantes : (4,8-4,9 μ) et (9,2-10,2 μ).

G. MELANDER. — Ueber die Erregung statischer elektrischer Ladungen durch Wärme und Bestrahlung (Production de charges électrostatiques sous l'action de la chaleur et des radiations). — *Ofversigt of Finska Vetenskaps-Societetens Forhändlingar*, XLVIII ; 1905-1906 ; n° 14.

Expériences faites avec l'électromètre Dolezaleck, pouvant donner une déviation de 17 millimètres pour 1 millivolt. Un bâton de paraffine, une lame de caoutchouc, laissés plus d'un an à l'obscurité, et soumis à une insolation directe, prennent une forte charge négative ; la déviation de l'électromètre est trop forte pour pouvoir être mesurée. Un disque d'ébonite prend une faible charge négative. Un bâton de verre, mi-partie mat, mi-partie poli, prend une forte charge positive. Les expériences sur les métaux sont plus délicates, leurs charges étant beaucoup plus faibles que celles des isolateurs. Le laiton se charge négativement quand on le chauffe.

J.-M. PERNTER. — Zur Theorie der « schönsten der Haloerscheinungen » (Sur la théorie de « la plus brillante des apparitions qui peuvent accompagner le halo »). — *Sitzungsberichte der K. K. Akademie der Wissenschaften in Wien*, CXVI ; janvier 1907.

Il y aurait lieu de distinguer expressément deux ordres de phénomènes jusqu'ici confondus :

1° L'*arc circumzénithal*, situé au-dessus du soleil, et dont la distance au centre de l'astre diffère généralement assez peu de 46° pour qu'on l'ait considéré habituellement comme tangent au halo de 46°. Il est donné par les rayons lumineux qui, pénétrant par la base horizontale de prismes de glace verticaux, différemment orientés, sortent par une de leurs faces latérales. Le rayon et la hauteur h de cet arc varient avec la hauteur H du soleil. La formule $\sin^2 h + \cos^2 H = n^2$ est très sensiblement d'accord avec les récentes observations d'Ekama et de Besson (1) ;

2° L'*arc tangent au bord supérieur du halo de* 46° (Voir Mascart, t. III, p. 499). Ici entreraient en jeu des cristaux de glace éprouvant une sorte de balancement de part et d'autre de la verticale. Leur rôle s'expliquerait par une théorie (Galle, *Pog. Ann.*, 49, p. 264) de rayons efficaces, assez semblable à celle de Descartes pour l'arc-en-ciel. La déviation minima donnant ces rayons efficaces est de 46°. Cet arc est donc tangent au point culminant du halo de 46° ; mais il n'est pas rigoureusément horizontal, comme celui dont il est parlé plus haut. C'est à lui seul que s'appliquerait l'expression de Bravais (la plus remarquable et la plus brillante des apparitions qui peuvent accompagner le halo). L'auteur donne la preuve que ces deux ordres de phénomènes ont été réellement et *séparément* observés dans un certain nombre de circonstances.

M. von SMOLUCHOWSKI. — Zur Theorie der elektrischen Kataphorese und der Oberflächenleitung (Essai de théorie de la cataphorèse électrique et de la conduction superficielle). — *Physik. Zeitsch.*, Jahrgang 6, n° 17.

La quantité d'un électrolyte transportée par unité de courant, à travers un diaphragme poreux, est-elle régie par la formule déduite de la théorie de la couche double d'Helmholtz? L'auteur

(1) Besson, *C. R.*, avril 1905 et novembre 1906.

cherche à établir que les expériences antérieures de Cruse (*Phys. Zeitsch.*, VI ; 1905 ; 201-204) ne sont pas nécessairement en contradiction avec cette théorie.

M. von SMOLUCHOWSKI. — Sur le chemin moyen parcouru par les molécules d'un gaz et sur son rapport avec la théorie de la diffusion. — *Bulletin de l'Ac. des Sc. de Cracovie*, mars 1906.

M. von SMOLUCHOWSKI. — Zur kinetischen Theorie der Brown'schen Molekularbewegung und der Suspensionen (Essai d'une théorie cinétique du mouvement brownien et des milieux troubles). — *Bulletin de l'Ac. des Sc. de Cracovie*, juillet 1906 ; — *Ann. der Physik*, 1905 ; p. 756-781.

Un corps de masse M, plongé dans un gaz ou dans un liquide, serait, d'après les idées de l'auteur, assimilable à une molécule douée d'une énergie cinétique égale à celle des molécules du milieu, mais dont le parcours libre apparent serait très petit.

E. WIEDEMANN. — Ueber Dampfdrucke, besonders solche von festen Körpern, nach Untersuchungen von K. Stelzner und G. Niederschulte (Sur les tensions de vapeurs émises en particulier par les corps solides, d'après les recherches de K. Stelzner et de G. Niederschulte). — *Deutsche Physikalische Gesellschaft*, VII, 7.

La question a été résolue par deux méthodes distinctes :

a) A *basse température* (Niederschulte) ; la perte de poids subie par un tube contenant une mince couche de la substance, à travers laquelle on fait passer très lentement un volume déterminé d'air, permet de calculer la tension de vapeur ;

b) A *haute température* (Stelzner) ; on note le moment précis où débute la sublimation de la substance solide, chauffée très lentement dans une enceinte communiquant avec un tube refroidi.

Les deux méthodes donnent des résultats concordant pour les chlorure, bromure, iodure mercuriques, pour le chlorure mercureux et pour l'iodure. Les résultats sont discordants pour l'anthracène. Les courbes de tensions de vapeur ont une allure analogue à celles que l'on obtient pour les liquides. Les tensions de vapeur des solides ne suivent pas non plus la loi de Dalton.

F. CARRÉ.

TABLE DES MATIÈRES.

AOUT 1907.

(Voir la suite à la page 2.)

Tours. — Imprimerie Deslis Frères.

Le Gérant : J. Deslis.

Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

fondé

Par J.-Ch. d'ALMEIDA

et publié par

MM. E. BOUTY, G. LIPPMANN, E. MASCART, L. POINCARÉ,

et

MM. H. BOUASSE, M. LAMOTTE et G. SAGNAC, adjoints à la rédaction,

avec la collaboration

d'un grand nombre de professeurs et de physiciens.

QUATRIÈME SÉRIE.

TOME VI. — SEPTEMBRE 1907.

(Voir la 3e page.)

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

97, BOULEVARD ARAGO (13e).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Lucien Poincaré, 130, rue de Rennes, à Paris (6e).

Tout ce qui concerne l'administration (demandes d'abonnements, réclamations, etc.) doit être adressé à M. Sandoz, boulevard Arago, 97, à Paris (13e).

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. [illegible] France ou 18 francs pour les pays étrangers [illegible] M. Sandoz, Secrétaire du Journal, 97, boulevard Arago, à Paris [illegible]

SEPTEMBRE 1907.

L'HYPOTHÈSE DU CHAMP MOLÉCULAIRE ET LA PROPRIÉTÉ FERROMAGNÉTIQUE;

Par M. PIERRE WEISS [1].

M. Langevin [2] a donné récemment une théorie qui rend compte d'une manière remarquable des propriétés des corps diamagnétiques et paramagnétiques.

Il suppose que chaque molécule d'un gaz paramagnétique a un moment magnétique différent de zéro, résultant de l'addition géométrique des moments magnétiques des trajectoires fermées que les corpuscules décrivent avec de grandes vitesses autour du reste de l'atome. Un champ extérieur agissant sur ces molécules tend à les orienter, l'agitation thermique et les chocs qui l'accompagnent tendent à rétablir constamment l'état de désordre primitif. Il en résulte un équilibre statique pour lequel le moment magnétique par unité de volume, c'est-à-dire l'intensité d'aimantation I, est fonction du quotient du champ H par la force vive d'agitation thermique, qui est proportionnelle à la température absolue T. M. Langevin trouve en effet :

$$\frac{I}{I_0} = \frac{cha}{sha} - \frac{1}{a}, \tag{1}$$

où la signification de a est donnée par :

$$a = \frac{\mu H}{rT}. \tag{2}$$

I_0 représente la somme de tous les moments magnétiques des molécules dans 1 centimètre cube, c'est-à-dire l'intensité d'aimantation que l'on obtiendrait si tous ces moments étaient dirigés parallèlement; μ, le moment magnétique d'une molécule, et rT, deux fois la force vive correspondant à un degré de liberté de la molécule.

La relation (1) est représentée par la courbe de la *fig.* 1. Elle met en évidence un accroissement de l'aimantation d'abord proportionnel à a, c'est-à-dire à H, pour une température donnée, et dans les champs très intenses une aimantation à saturation I_0 correspondant

(1) Conférence faite à la Société française de Physique, le 4 avril 1907.
(2) P. LANGEVIN, *Ann. Chim. Phys.*, 8e série, t. V, p. 70 et suiv.; 1905.

à l'alignement complet des aimants élémentaires. M. Langevin montre que les champs qui seraient nécessaires pour constater les écarts de la proportionnalité sont hors de proportion avec ceux que nous savons produire. Et l'expérience donne, en effet, un coefficient d'aimantation spécifique χ (susceptibilité rapportée à l'unité de masse) constant pour les corps paramagnétiques.

Ce coefficient, la théorie le donne inversement proportionnel à la température absolue, d'accord avec Pierre Curie qui a découvert cette propriété sur l'oxygène et montré qu'elle s'étend à un certain nombre d'autres corps. Si j'insiste sur ce point, c'est que, dans la suite, nous considérerons ce mode de dépendance de la température comme caractéristique de l'état paramagnétique.

Curie, dans son travail sur *les Propriétés magnétiques des corps à diverses températures*, a été vivement frappé de la très grande ressemblance des courbes représentant l'intensité d'aimantation en fonction du champ et de la température avec celles qui représentent la densité d'un fluide en fonction de la pression et de la température. Il résulte de leur comparaison que l'état paramagnétique est analogue à l'état gazeux, l'état ferromagnétique à l'état liquide. M. Langevin, indiquant la voie à suivre pour étendre aux corps ferromagnétiques la théorie qu'il a donnée des corps paramagnétiques, conclut de même : « On voit donc quelle est l'importance des actions mutuelles entre les molécules qui rendent seules possible la saturation magnétique encore extrêmement éloignée, pour le même champ extérieur, dans le cas des substances faiblement magnétiques. »

Champ moléculaire. — Je me propose de montrer ici que l'on peut fonder une théorie du ferromagnétisme sur une hypothèse extrêmement simple concernant ces actions mutuelles. Je suppose que chaque molécule éprouve de la part de l'ensemble des molécules environnantes une action égale à celle d'un champ *uniforme* NI proportionnel à l'intensité d'aimantation et de même direction qu'elle. On pourrait donner à NI le nom de champ intérieur pour marquer l'analogie avec la pression intérieure de van der Waals. Ce champ, en effet, s'ajoutant au champ extérieur, va rendre compte de la grande intensité d'aimantation des corps ferromagnétiques au moyen de lois des corps paramagnétiques, comme la pression intérieure, s'ajoutant à la pression extérieure, rend compte de la forte densité des liquides en invoquant la compressibilité des gaz. Mais cette expression donnerait lieu à de fréquentes confusions. Je lui ai préféré celle de *champ*

moléculaire. On sera conduit à considérer, ici comme ailleurs, une sphère d'activité moléculaire.

J'admets, en outre, qu'il n'y a pas d'autres actions qui dérivent d'une énergie potentielle de rotation des molécules, c'est-à-dire qui se traduisent par des moments exercés sur celles-ci. En d'autres termes, à part les actions mutuelles exprimées par le terme NI, les rotations sont, dans le corps ferromagnétique, aussi libres que dans un gaz. L'énergie potentielle de translation n'est l'objet d'aucune hypothèse déterminée.

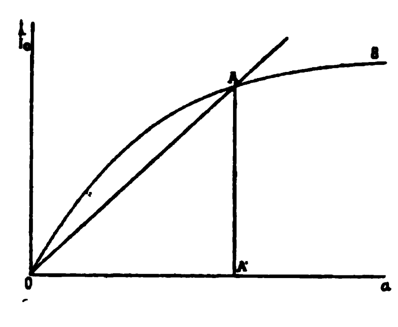


Fig. 1.

Supposons, d'abord, que le champ intérieur existe seul et montrons que, de même que les liquides peuvent exister sous une pression extérieure nulle (et même négative), les corps ferromagnétiques peuvent prendre une intensité d'aimantation finie en l'absence de champ extérieur. L'équation (2) devient :

$$I = a\frac{rT}{\mu N}. \tag{3}$$

Cette équation est représentée dans la *fig.* 1 par la droite OA. L'intensité d'aimantation devant satisfaire à (1) et à (3), les points d'intersection de la courbe et de la droite donneront les valeurs de I. Une solution est évidente : c'est $I = 0$, $a = 0$, et par suite $H = 0$. Mais il est facile de voir que ce n'est pas celle-ci, mais celle qui est donnée par le point A qui correspond à un état stable. Imaginons, en effet, que, modifiant l'orientation des molécules par une intervention directe, on donne à l'intensité d'aimantation une valeur un peu inférieure à AA'. La valeur de a, donnée par la droite, sera alors un peu supérieure à celle que donne la courbe pour la même intensité

d'aimantation. Or ces valeurs de a sont proportionnelles au champ moléculaire et au champ exigé par la formule de Langevin. Le premier l'emporte donc et l'aimantation remontera jusqu'à la valeur AA′. De même, une aimantation un peu supérieure à AA′ décroîtra jusqu'à cette valeur.

Nous aurons à mettre d'accord cette conception assez imprévue d'une aimantation finie obtenue dans un champ nul avec les faits expérimentaux du ferromagnétisme dans lesquels le champ extérieur joue un rôle considérable, et pour cela nous invoquerons plus loin les propriétés ferromagnétiques des cristaux.

Pour le moment, remarquons seulement que, par suite de la petitesse de la susceptibilité paramagnétique, il faudrait des champs énormes pour augmenter encore cette aimantation spontanée, elle ne peut donc être égale qu'à ce que l'on appelle communément l'intensité d'aimantation à saturation à la température considérée T.

Variation thermique du ferromagnétisme. — Quand la température s'élève, le coefficient angulaire de la droite OA augmente proportionnellement à T et, par conséquent, l'intensité d'aimantation diminue. Elle s'annule pour la température θ à laquelle la droite est tangente à la courbe au point O. θ est la température absolue de perte du ferromagnétisme spontané. Les deux équations (1) et (3) peuvent être considérées comme représentant la loi de variation de l'intensité d'aimantation en fonction de la température au moyen de la variable auxiliaire a.

En remarquant que, à la limite $a = 0$, on a : $\frac{I}{I_0} \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{3}$, il vient :

$$\theta = \frac{\mu N I_0}{3r}. \tag{4}$$

L'équation (3) peut donc être mise sous la forme :

$$\frac{T}{\theta} = \frac{3}{a}\frac{I}{I_0}. \tag{5}$$

La loi de variation de l'intensité d'aimantation avec la température est donc la même pour tous les corps, exprimée par les états correspondants caractérisés par les valeurs de $\frac{T}{\theta}$ et $\frac{I}{I_0}$. Elle est représentée par la courbe de la *fig.* 2; sa parenté est évidente avec les courbes expérimentales connues jusqu'à présent, mais elle s'en distingue par une variation plus rapide de l'aimantation aux basses

températures. La raison en est qu'avec des champs assez faibles, dans lesquels on a opéré jusqu'ici, la saturation est atteinte dans le voisinage de θ seulement, tandis qu'aux températures plus basses l'aimantation est restée en deçà de la saturation. Pierre Curie, dans un champ de 1 300 gauss, a obtenu pour le fer à la température ordinaire une intensité d'aimantation égale à 1 700. Plus tard, du Bois et Taylor Jones [1] ont montré que cette valeur n'est pas encore la saturation et que l'intensité d'aimantation du fer continue à croître entre 10000 et 15000 gauss pour atteindre, dans ce dernier champ, la valeur 1 850.

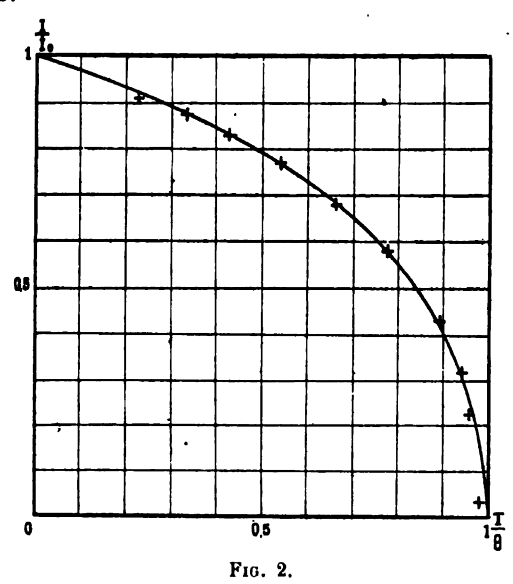


Fig. 2.

Vérification expérimentale. — Je me suis adressé pour la vérification de cette loi à la magnétite, dont une étude antérieure m'avait appris qu'elle est sensiblement saturée dans un champ de 500 gauss, et j'ai opéré dans un champ de 8 300 gauss.

La méthode de mesure que j'ai employée est nouvelle. Elle consiste à tailler la substance sous forme d'un ellipsoïde et à la suspendre au moyen d'un ressort de torsion dans le champ horizontal d'un électro-aimant mobile autour d'un axe vertical. On mesure ainsi le couple exercé par l'aimant sur la substance. Soient N_1 et N_2 les coefficients

[1] Du Bois et Taylor Jones, *Elektrot. Zeitschr.*, t. XVII, p. 544; 1896.

démagnétisants principaux de l'ellipsoïde pour les axes horizontaux Ox et Oy, et V le volume, le couple est :

$$C = V \cdot I \cdot H \sin(\alpha - \varphi),$$

où α est l'angle du champ de l'électro-aimant, φ celui de l'intensité d'aimantation avec Ox. Mais le champ résultant du champ extérieur et du champ démagnétisant de l'ellipsoïde a la même direction que l'intensité d'aimantation, donc :

$$\frac{H \cos \alpha - N_1 I \cos \varphi}{\cos \varphi} = \frac{H \sin \alpha - N_2 I \sin \varphi}{\sin \varphi},$$

d'où :

$$C = V (N_2 - N_1) I^2 \sin \varphi \cos \varphi.$$

Ce couple a un maximum qui correspond à $\varphi = 45°$:

$$C = \frac{1}{2} V (N_2 - N_1) I^2.$$

Il est égal, à une constante près, au carré de l'intensité d'aimantation. Il suffit donc de faire tourner l'aimant jusqu'à ce que la déviation soit maximum, et de mesurer ce maximum. Il n'est nécessaire de connaître ni la valeur exacte, ni l'orientation du champ. J'ai pris soin de tailler l'ellipsoïde de magnétite de façon qu'au moment de la mesure l'intensité d'aimantation ait la direction d'un axe binaire du cristal, c'est-à-dire d'un maximum relatif d'aimantation. Il suffit que cette condition soit réalisée avec une approximation grossière pour que les couples d'origine magnétocristalline aient une influence tout à fait subordonnée.

Cette mesure a été faite à des températures variant de celle de la neige carbonique (— 79°) à celle de la disparition du ferromagnétisme (+ 587°). Les points ont été marqués dans la même figure que la courbe théorique (*fig.* 2) dans laquelle l'échelle des abscisses a été déterminée au moyen de l'ensemble des quatre observations correspondant aux températures les plus élevées, de façon à faire coïncider les températures de disparition du ferromagnétisme théorique et expérimentale. L'échelle des ordonnées a été choisie de manière à placer sur la courbe théorique le deuxième point, correspondant à la température ordinaire. On voit que le premier point seul s'écarte un peu de la courbe. La vérification de la théorie est donc tout à fait satisfaisante.

Explication des phénomènes magnétocristallins par l'hypothèse du champ moléculaire. — Les propriétés magnétiques du cristal de pyrrhotine, que j'ai étudié expérimentalement dans un travail antérieur [1], peuvent se résumer de la manière suivante :

Le cristal possède une direction privilégiée Ox dans laquelle l'intensité d'aimantation a une grandeur constante, égale à l'intensité d'aimantation à saturation, quelle que soit la grandeur du champ. Si l'on fait agir dans la même direction un champ croissant de sens contraire à l'intensité d'aimantation, celle-ci change brusquement de sens au moment où le champ dépasse une certaine valeur H_c qui porte le nom de champ coercitif. Le cycle d'aimantation correspondant à cette direction est donc un rectangle. L'intensité d'aimantation n'est susceptible de prendre que deux valeurs, celles de la saturation positive et négative. Si parfois elle paraît prendre des valeurs intermédiaires, c'est parce qu'une certaine fraction de la matière est aimantée dans le sens positif et le reste dans le sens négatif et que l'on observe la différence.

Les phénomènes qui se produisent dans cette direction Ox, que j'ai appelée direction de facile aimantation, sont donc irréversibles.

Quand on fait agir le champ dans une direction oblique sur Ox, l'aimantation s'écarte de cette direction en conservant une grandeur constante et en restant dans le plan de base du prisme orthorhombique de la pyrrhotine, auquel j'ai, pour cette raison, donné le nom de plan magnétique. Cette déviation de l'aimantation est réversible. Tout se passe comme si, dans la direction Oy perpendiculaire à Ox et contenue dans le plan magnétique, s'exerçait un champ démagnétisant $n \times I_y$, provenant de la structure cristalline et proportionnel à la composante de l'intensité d'aimantation suivant Oy. Pour faire coïncider l'intensité d'aimantation avec l'axe Oy, il faut que le champ extérieur, dirigé lui aussi suivant Oy, soit au moins égal à la valeur maxima de ce champ démagnétisant, qui a été trouvée égale à : $nI = 7300$ gauss. Des expériences encore inédites ont montré que ce champ se retrouvait avec la même valeur dans un grand nombre de fragments provenant de plusieurs échantillons ; c'est donc une constante caractéristique.

La propriété du plan magnétique n'est pas rigoureuse. Quand on donne au champ une composante importante dans la direction Oz

---

(1) *J. de Phys.*, 4e série, t. IV, p. 469 et 829 ; 1905.

perpendiculaire à ce plan, on obtient une faible composante de l'intensité d'aimantation parallèle à Oz et proportionnelle à cette composante du champ. J'en avais conclu que la pyrrhotine, ferromagnétique pans le plan magnétique, est paramagnétique perpendiculairement à ce plan. Je préfère ici un énoncé différent pour les mêmes faits. Tout se passe dans le plan xOz comme dans le plan xOy, avec la différence que le champ démagnétisant structural est beaucoup plus grand dans la direction Oz que dans la direction Oy, sa valeur maxima étant de l'ordre de grandeur de $n'I = 150\,000$ gauss.

Au lieu de supposer, comme je l'ai fait implicitement, que le champ moléculaire est le même dans toutes les directions, j'admettrai maintenant que l'édifice cristallin possède trois plans de symétrie rectangulaires coïncidant avec les plans de coordonnées, et que chacune des composantes du champ moléculaire est proportionnelle à la composante correspondante de l'intensité d'aimantation avec un coefficient différent, $N_1 > N_2 > N_3$, pour chacun des trois axes.

Alors le champ moléculaire n'a plus en général la direction de l'intensité d'aimantation, sauf lorsque celle-ci est dirigée suivant l'un des axes. Elle ne pourra donc se diriger d'elle-même que suivant Ox, Oy ou Oz, et cette orientation ne correspondra à un équilibre stable que pour l'axe (Ox) pour lequel le coefficient (N_1) est le plus grand, comme nous allons nous en rendre compte.

Quand un champ extérieur s'ajoute au champ moléculaire, l'aimantation prend une direction coïncidant avec le champ résultant, ce qui s'exprime par :

$$(6) \qquad \frac{H_x + N_1 I_x}{I_x} = \frac{H_y + N_2 I_y}{I_y} = \frac{H_z + N_3 I_z}{I_z}.$$

Supposons I et H contenus dans le plan des XY, et appelons α et φ les angles du champ et de l'intensité d'aimantation avec OX, alors :

$$(7) \qquad HI \sin(\alpha - \varphi) - (N_1 - N_2) I^2 \sin\varphi \cos\varphi = 0.$$

Cette équation est identique à celle par laquelle j'ai résumé antérieurement les propriétés expérimentales de la pyrrhotine dans le plan des XOY, si l'on pose $(N_1 - N_2)\,I = nI = 7\,300$ gauss. L'hypothèse que nous venons de faire rend donc compte des propriétés expérimentales de la pyrrhotine dans le plan XOY. Nous avons déjà dit que ces propriétés ne diffèrent de celles du plan XOZ que par la

grandeur de la constante. On aura pour ce dernier :

$$(N_1 - N_3)\, I = n'I = 150\,000 \text{ gauss.}$$

L'équation (7) exprime que le couple exercé par le champ extérieur sur l'intensité d'aimantation $H . I \sin(\alpha - \varphi)$, qui tend à éloigner celle-ci de l'axe des x, est égal au couple dû à la structure $(N_1 - N_2)\, I^2 \sin\varphi \cos\varphi$, qui l'y ramènerait si l'on supprimait le champ extérieur. La position d'équilibre correspondant à l'orientation de l'aimantation suivant Ox n'est donc stable que si N_1 est le plus grand des trois coefficients.

L'étude des propriétés magnétocristallines ne donne donc que les différences entre les champs moléculaires principaux. On verra plus loin que la considération simultanée des propriétés magnétiques en deçà et au delà de la température θ de perte du ferromagnétisme spontané donne la valeur du champ moléculaire lui-même. Puisque l'aimantation se dirige d'elle-même suivant l'axe où il est maximum, ce sera le champ moléculaire maximum, $N_1 I$, que l'on aura ainsi déterminé.

C'est à l'expérience de montrer si le schéma du cristal magnétique caractérisé par les quatre nombres I, H_c, nI, $n'I$ est applicable à d'autres corps. Le peu que l'on sait de la magnétite cristallisée n'y contredit pas, à condition d'admettre que les cristaux étudiés jusqu'à présent étaient formés par la juxtaposition ou la pénétration de cristaux plus simples de diverses orientations. L'un des champs démagnétisants principaux nI semble être, pour cette matière, égal à 500 gauss environ.

On dispose d'un plus grand nombre de données sur le fer, qui cristallise, comme la magnétite, en cristaux d'apparence cubique. Mais les expériences ont été faites sur les fers industriels, qui consistent en des enchevêtrements de cristaux sur lesquels on ne peut déterminer que des valeurs moyennes. Encore ces moyennes n'ont-elles une signification simple que quand aucune direction n'est favorisée, ce qui n'a pas lieu en général dans les métaux laminés ou passés à la filière. Mais il se peut fort bien qu'une circonstance particulière au fer, le passage à l'état γ à 920°, intervienne ici d'une manière avantageuse, grâce à la recristallisation qui l'accompagne, comme l'a montré M. Osmond. Il suffirait donc de recuire à une température suffisamment élevée pour rétablir l'isotropie apparente.

Synthèse des propriétés du fer, champs faibles, cycles d'hystérèse. — Quoi qu'il en soit, je me propose de montrer que l'on peut, en attribuant au cristal élémentaire de fer des propriétés analogues à celles du cristal de pyrrhotine et en construisant de toutes pièces les courbes d'aimantation d'un milieu formé de cristaux orientés en tous sens, retrouver les propriétés expérimentales et donner la raison de quelques-unes de leurs particularités jusqu'à présent inexpliquées.

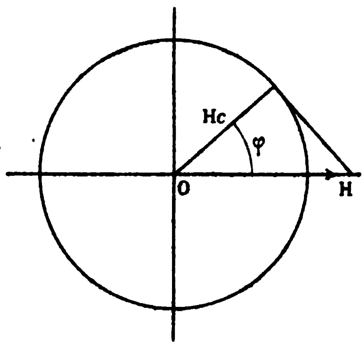


Fig. 3.

Supposons d'abord que, restant dans les champs faibles, on ne considère que le phénomène irréversible et que l'on néglige la déviation réversible de l'aimantation à partir de la direction de facile aimantation dans chaque cristal. Quand la matière est à l'état neutre, l'ensemble des vecteurs aimantation des différents cristaux élémentaires sera réparti sur une sphère avec une densité constante. Lorsque le champ H, agissant suivant une direction fixe OH, dépasse le champ coercitif H_c, toutes les intensités d'aimantation contenues à l'intérieur d'un cône ayant OH pour axe et un demi-angle au sommet φ donné par :

$$\cos\varphi = \frac{H_c}{H},$$

qui étaient primitivement dirigées du côté négatif, changeront de signe, et l'intensité d'aimantation résultante sera :

$$\mathfrak{J} = \frac{I}{2}\sin^2\varphi = \frac{I}{2}\left[1 - \left(\frac{H_c}{H}\right)^2\right],$$

où I représente l'intensité d'aimantation que l'on obtiendrait si toutes les directions de facile aimantation coïncidaient avec Ox.

Si l'on arrête la croissance du champ à la valeur H et qu'on le fasse ensuite osciller entre $+$ H et $-$ H, l'intensité d'aimantation reprendra périodiquement la valeur maxima I, donnée par cette équation. Celle-ci représente donc le lieu des sommets des cycles. C'est une cubique dont la partie utile ressemble grossièrement à une branche d'hyperbole équilatère. Elle admet l'asymptote horizontale $I = \frac{I}{2}$, pour laquelle la distance entre la courbe et l'asymptote est infiniment petite du second ordre, et l'asymptote verticale $H = 0$. Elle rencontre l'axe des abscisses au point $H = H_c$.

Supposons maintenant, au lieu de partir de l'état neutre, que tous les points figuratifs aient été rassemblés par l'effet d'un champ très fort, du côté négatif de la sphère. Commençons ensuite la description d'un cycle en faisant varier le champ de $-\infty$ à des valeurs positives croissantes. Il ne se passera rien, et l'aimantation restera $-\frac{I}{2}$ tant que le champ sera inférieur à $+H_c$. Puis l'intensité d'aimantation décrira une courbe partant du point $\left(-\frac{I}{2}, +H_c\right)$, identique à la courbe des sommets des cycles que nous avons déjà trouvée et possédant les mêmes asymptotes, mais dont les ordonnées sont portées à une échelle double. Ce sera, avec la portion de la droite $-\frac{I}{2}$ déjà décrite, la moitié du cycle limite, correspondant aux variations du champ de $-\infty$ à $+\infty$. Il se complète par symétrie par rapport à l'origine.

On voit facilement que les cycles correspondant à des variations du champ d'amplitude finie, de $-$ H à $+$ H, s'obtiennent en utilisant la courbe des sommets des cycles déjà trouvée et en faisant passer par ces sommets des droites horizontales et la courbe du cycle limite déplacée verticalement.

Pour pousser plus loin l'approximation, il faut tenir compte de la déviation que le champ fait éprouver à l'intensité d'aimantation à partir de sa direction initiale. Connaissant les deux champs démagnétisants principaux $H'_D = (N_1 - N_2)\,I$ et $H_D = (N_1 - N_3)\,I$, et la répartition des points figuratifs sur la sphère, on possède tous les éléments du calcul.

Soient α_1, α_2, α_3 les cosinus directeurs du champ extérieur H par rapport aux axes rectangulaires d'un cristal élémentaire, φ_1, φ_2, φ_3

ceux de l'intensité d'aimantation. La composante de l'aimantation dans la direction du champ est donnée par :

$$(8) \qquad \mathfrak{J} = \mathrm{I}(\alpha_1\varphi_1 + \alpha_2\varphi_2 + \alpha_3\varphi_3),$$

avec

$$(9) \qquad \frac{\mathrm{H}\alpha_1 + \mathrm{N}_1\mathrm{I}\varphi_1}{\varphi_1} = \frac{\mathrm{H}\alpha_2 + \mathrm{N}_2\mathrm{I}\varphi_2}{\varphi_2} = \frac{\mathrm{H}\alpha_3 + \mathrm{N}_3\mathrm{I}\varphi_3}{\varphi_3},$$

équation qui exprime que l'intensité d'aimantation et le champ résultant du champ extérieur et du champ moléculaire ont la même direction.

Éliminant φ_1, φ_2, φ_3, on a la loi de l'aimantation dans la direction du champ pour ce cristal élémentaire. Le développement de cette loi en fonction des puissances de H est :

$$(10) \qquad \mathfrak{J} = \mathrm{I}\left[\alpha_1 + \mathrm{H}\left(\frac{\alpha_2^2}{\mathrm{H_D}} + \frac{\alpha_3^2}{\mathrm{H'_D}}\right) - \frac{\mathrm{H}^2}{1.2}\left(\frac{3\alpha_1\alpha_3^2}{\mathrm{H'_D}^2} + \frac{3\alpha_1\alpha_2^2}{\mathrm{H_D^2}}\right) + \frac{\mathrm{H}^3}{1.2.3}\left(\frac{12\alpha_1^2\alpha_3^2}{\mathrm{H'_D}^3} + \frac{12\alpha_1^2\alpha_2^2}{\mathrm{H_D^3}}\right) - \dots\right].$$

Lorsque les directions de facile aimantation sont figurées par des points couvrant l'hémisphère positif avec une densité constante, une double intégration donne la loi de l'aimantation d'une substance isotrope en apparence :

$$(11) \qquad \mathfrak{J} = \mathrm{I}\left[\frac{1}{2} + \frac{\mathrm{H}}{3}\left(\frac{1}{\mathrm{H_D}} + \frac{1}{\mathrm{H'_D}}\right) - \frac{3}{16}\mathrm{H}^2\left(\frac{1}{\mathrm{H_D^2}} + \frac{1}{\mathrm{H'_D}^2}\right) + \frac{2}{15}\mathrm{H}^3\left(\frac{1}{\mathrm{H_D^3}} + \frac{1}{\mathrm{H'_D}^3}\right) - \frac{1}{384}\mathrm{H}^4\left(\frac{1}{\mathrm{H_D^4}} + \frac{10}{\mathrm{H_D^2}\mathrm{H'_D}^2} + \frac{1}{\mathrm{H'_D}^4}\right) + \dots\right].$$

Dans le cas, au contraire, où la matière partirait d'un état initial neutre, les puissances impaires de H subsisteraient seules, avec les mêmes coefficients.

Le coefficient de la première puissance de H représente la susceptibilité initiale étudiée par lord Rayleigh [1] et dont il a montré qu'elle se conserve dans toutes les petites variations réversibles de l'aimantation produites par les variations du champ de petite amplitude, même lorsque l'aimantation a atteint une fraction notable de l'intensité de saturation. La théorie rend compte, par conséquent, de la constance de cette susceptibilité réversible. Mais elle ajoute une conséquence aisément vérifiable par l'expérience. Cette susceptibi-

(1) LORD RAYLEIGH, *Philosophical Magazine*, XXIII, p. 225-245 ; 1887.

lité initiale peut s'écrire :

$$K_0 = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{N_1 - N_2} + \frac{1}{N_1 - N_3}\right); \tag{12}$$

elle est donc indépendante de la température, si les coefficients N_1, N_2, N_3 sont eux-mêmes indépendants de la température comme nous l'avons supposé. Les expériences sur la variation de la susceptibilité avec la température [1] dans les champs faibles semblent pouvoir s'accorder avec cette conséquence de la théorie. En général, elles donnent un *accroissement* relativement faible de la susceptibilité quand la température s'élève. Ainsi Ewing trouve que, pour un fil de fer écroui, l'intensité varie de 2,14 à 2,23 dans le champ terrestre quand la température varie de 6° à 100°. La difficulté d'interprétation de cette expérience et des autres analogues vient de ce que la région de la susceptibilité initiale constante devient rapidement très restreinte aux températures élevées, comme cela est visible sur certaines courbes d'Hopkinson [2]. Il serait nécessaire de faire de nouvelles expériences en explorant exactement, aux températures élevées, l'étendue de la région de la susceptibilité initiale.

La *fig.* 4 représente les cycles tracés par le procédé ci-dessus indiqué avec les constantes $I_M = 1\,900$, $H_c = 1{,}2$, et corrigés au moyen de la susceptibilité réversible et du terme quadratique du développement (11) [3], en admettant $H_D = 120$ gauss, $H'_D = \infty$. (Nous verrons en effet plus loin que l'un des champs H_D, H'_D doit être très grand, sa valeur numérique n'importe pas ici.) Ces constantes ont été choisies de manière à reproduire aussi exactement que possible les courbes expérimentales (*fig.* 5) qui ont été calquées sur une planche du mémoire classique d'Ewing [4]. Il n'est pas nécessaire d'insister sur la ressemblance des lignes ascendantes, plus particulièrement frappante pour le cycle limite, ni sur l'inclinaison constante des lignes descendantes dans le voisinage immédiat des sommets des cycles, qui est l'expression de la constance de la suscep-

---

(1) Ewing, *Magnetic Induction in Iron*, 3e éd.; London, 1900, p. 166.

(2) Ewing, *loc. cit.*, p. 174, *fig.* 82.

(3) Le phénomène réversible modifie extrêmement peu le phénomène irréversible auquel il s'ajoute, tant que les champs restent faibles; voir *J. de Phys.*, 4e série, t. IV, p. 829 et suiv.

(4) Ewing, *Phil. Trans.*, t. CLXXVI, p. 523; 1886; — *Magnetic Induction*, 3e éd., p. 106, *fig.* 50.

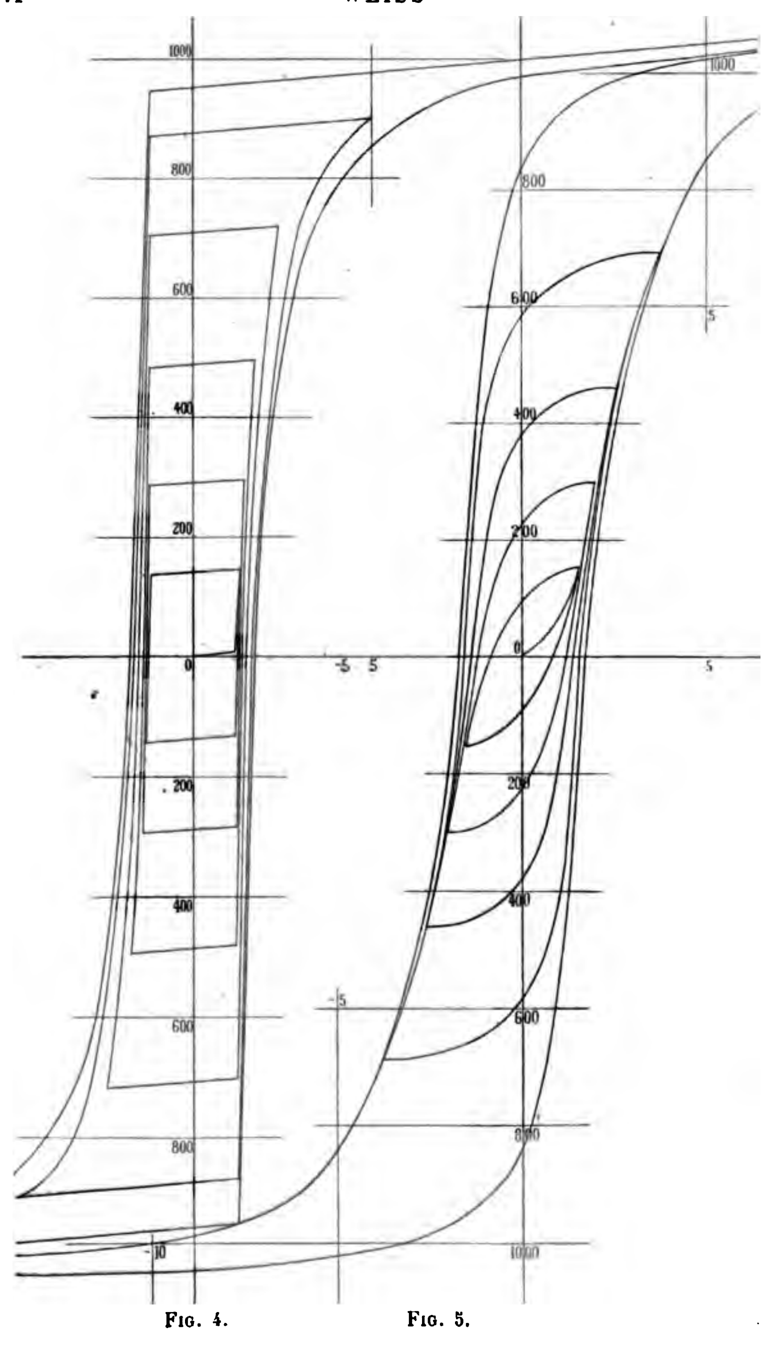

1000
800
600
400
200
0
200
400
600
800
-5
5
-10
1000
800
600
400
200
0
200
400
600
800
1000
5
-5
5

Fig. 4. Fig. 5.

tibilité réversible de lord Rayleigh ; mais il y a lieu de noter quelques différences entre la théorie et l'expérience et d'en donner l'explication.

1° Les sommets des cycles de moyenne grandeur sont plus voisins de l'ascendante du cycle limite dans la *fig.* 5 que dans la *fig.* 4. Ce caractère des courbes expérimentales est souvent plus accentué encore que dans l'exemple que nous avons choisi. Il arrive fréquemment, en effet, que les sommets des petits cycles sont coupés par les ascendantes des cycles un peu plus grands, comme dans la *fig.* 6. La raison semble en être la suivante : tandis que la totalité de la matière intervient dans la description du cycle limite, plus le cycle est petit, moins grande est la fraction de la matière qui est intéressée par le phénomène irréversible, et tout se passe comme si cette fraction était diluée dans une matière plus faiblement magnétique. Il en résulte une influence démagnétisante par suite de laquelle les petits cycles sont relativement plus inclinés que les grands.

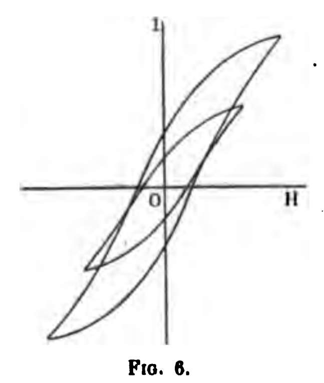


Fig. 6.

2° Il y a une différence considérable dans l'aspect des petits cycles que la théorie donne strictement réversibles, et d'aire nulle, tant que H oscille entre des limites comprises entre H_c, et ensuite, pour H un peu plus grand, de forme presque rectangulaire, tandis que l'expérience fournit les courbes arrondies dont lord Rayleigh [1] a montré que, dans un intervalle assez étendu, elles peuvent être assimilées à des paraboles. Pour expliquer cette apparition des phénomènes irréversibles dès les champs les plus faibles, on peut admettre qu'à côté des molécules en plus grand nombre dont la sphère d'activité est com-

(1) Lord Rayleigh, *loc. cit.*

plète, il y en a d'autres pour lesquelles la sphère d'activité est entamée par la surface du corps ou par les surfaces de discontinuité intérieures, d'autant plus importantes que le grain de la structure cristalline est plus fin et que la matière est moins pure. Or, pour qu'un groupe d'aimants moléculaires, solidaires par leurs actions mutuelles, ait le champ coercitif normal H_c que nous avons seul considéré jusqu'à présent, il est probable qu'il faut que la sphère d'activité soit intacte pour un grand nombre d'entre eux. Dans le cas contraire, le pivotement irréversible à 180° se produira pour un champ $H_c' < H_c$.

C'est dans ces portions de matière irrégulières que nous chercherons l'origine du terme en H^2 des paraboles de lord Rayleigh, que la théorie, qui ne conduit qu'à des termes impairs pour l'aimantation dans les champs $< H_c$, ne donnait pas. L'importance relative très variable du terme en H et du terme en H^2, donnée par l'expérience, vient à l'appui de cette interprétation, mettant en évidence le caractère accidentel de ce dernier. En effet, lord Rayleigh a trouvé pour un fil de fer de Suède écroui :

$$I = 6{,}4H + 5{,}1H^2.$$

En faisant des expériences analogues sur un autre échantillon de fil de fer de Suède écroui, j'ai trouvé [1] :

$$I = 9{,}46H + 1{,}44H^2.$$

D'autres auteurs donnent des valeurs encore plus divergentes pour le coefficient de H^2 [2].

L'existence de ces matières accessoires à champ coercitif moindre explique aussi, au moins en partie, les arrondis qui remplacent l'angle vif de la descendante des grands cycles.

3° Quand le champ passe d'une valeur quelconque à une valeur moindre, *sans changement de signe*, la théorie indique que la variation concomitante de l'aimantation doit être réversible. L'expérience n'est d'accord avec cette conséquence que pour une décroissance infiniment petite du champ. Quand cette variation est finie, quand elle consiste, par exemple, dans un retour du champ à zéro, on observe les phénomènes bien connus représentés par la *fig.* 7, où l'existence

---

(1) *Eclairage électrique*, VIII, p. 436; 1896.
(2) HOLBORN, *Winkelmann Handbuch*, 2e éd., VI, p. 236.

de la boucle AB témoigne de l'irréversibilité. Or, pour qu'il se produise un phénomène irréversible, il est nécessaire qu'en certains points au moins de la matière le champ ait le même signe que la variation de l'aimantation. Ici, où l'aimantation décroît, le champ doit donc être négatif. Cela ne peut avoir lieu que si les actions mutuelles entre les cristaux élémentaires, dans lesquels l'aimantation est diversement orientée, sont assez fortes pour renverser le champ en certains points.

Ce phénomène doit être plus important pour certaines structures cristallines que pour d'autres. Il sera, toutes choses égales d'ailleurs, plus fréquent pour les substances à grande intensité d'aimantation. Ewing (1) signale un échantillon de nickel de champ coercitif relativement considérable pour lequel une branche de courbe correspondant à AB est très approximativement réversible.

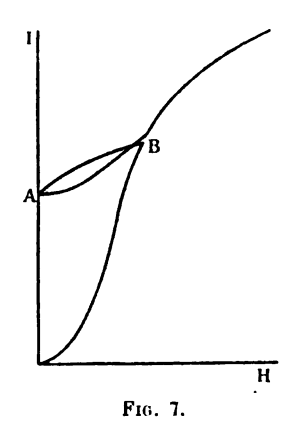


Fig. 7.

On voit donc que la théorie rend compte de la forme des cycles autant qu'il semble possible de le faire et que les divergences qui restent s'expliquent d'une manière très plausible. Notons encore quelques renseignements quantitatifs qui se déduisent de la théorie.

L'ordonnée à l'origine du cycle limite est égale à la moitié de l'intensité d'aimantation à saturation. Or la plus grande intensité d'aimantation qui ait été mesurée, égale à 1850, est probablement encore un peu inférieure à celle de la saturation. Je relève, dans le mémoire

(1) Ewing, *Phil. Trans.*, t. CLXXIX., p. 327 ; 1889.

d'Ewing, l'ordonnée à l'origine de plusieurs cycles limites de fer doux :

	I
Anneau de fer modérément doux	866
Fil de fer très doux	877
— recuit	1 157
— —	1 015
— doux	920
— —	1 094
— —	1 042
— — recuit	933
Moyenne	1 000,5

Cette concordance est assez satisfaisante, eu égard à ce que l'on ne sait jusqu'à quel point les fers satisfont à la condition d'isotropie apparente.

L'abscisse du point d'intersection du cycle limite avec l'axe des H est $H_c\sqrt{2}$. C'est ce que l'on appelle communément le champ coercitif. On doit, par contre, obtenir H_c par l'intersection du lieu des sommets des cycles avec cet axe. Pour tenter cette vérification, il faudrait disposer d'une substance n'ayant pas d'éléments de champ coercitif moindre. Ou bien, approximativement, on peut extrapoler la partie sensiblement rectiligne du lieu des sommets des cycles jusqu'à l'axe des champs. Les expériences que l'on possède jusqu'à présent vérifient grossièrement cette propriété.

Champs moyens et champs intenses. — Quand on examine la portion de la courbe d'aimantation d'un fer très doux qui est comprise entre $H = \pm 20$ gauss, par exemple, on y remarque, après l'accroissement rapide de l'aimantation opérée dans la région du cycle d'hystérèse, une augmentation plus lente que l'on pourrait prendre pour un indice du voisinage de la saturation. Mais il n'en est rien, l'accroissement de l'aimantation est, dans cette région, du même ordre de grandeur que celui qui correspond à la susceptibilité initiale, et l'intensité d'aimantation est encore assez voisine de $\frac{I}{2}$.

On a indiqué fréquemment comme intensité d'aimantation à saturation du fer une valeur voisine de 1 700. Mais, malgré l'intérêt considérable qui s'attache à la connaissance exacte de la loi d'approche de la saturation et qui a été signalé d'abord par du Bois, on ne possède encore que peu de données précises se rapportant à des champs supérieurs à 1 000 gauss. Parmi les meilleures on peut citer

celles de Roessler (¹), dont la *fig.* 8 reproduit graphiquement une partie et met en évidence la physionomie caractéristique de la courbe d'aimantation dans les champs compris entre 600 et 1 300 gauss. De ce qu'entre 800 et 1 300 gauss l'aimantation ne croît que de 0,5 0/0 de sa valeur, Roessler croit pouvoir conclure que la saturation est atteinte, mais la *fig.* 8 montre que ses expériences s'accordent encore mieux avec l'hypothèse d'une croissance régulière de l'aimantation, à raison de 20 unités par 1 000 gauss, dans les champs compris entre 600 et 1 300 gauss.

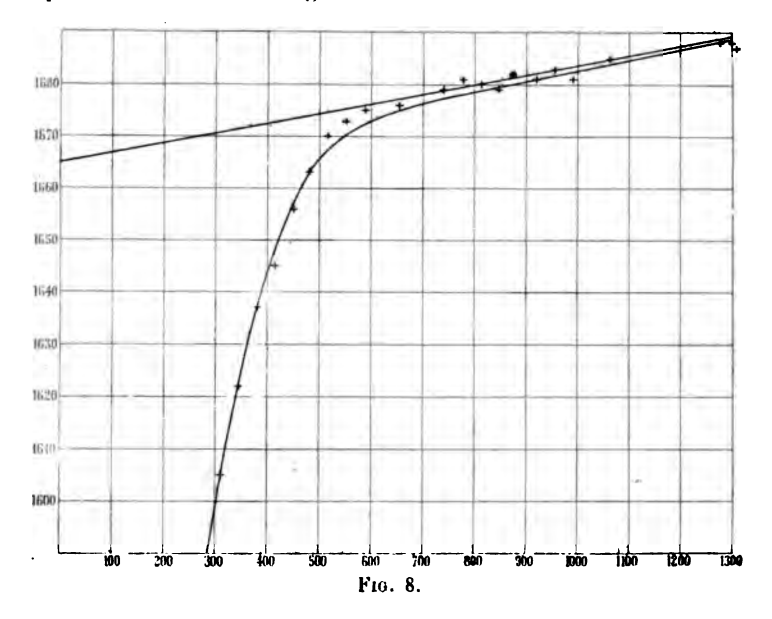


Fig. 8.

Les expériences plus anciennes de du Bois (²) par la méthode magnétooptique, qui vont jusqu'à 1 200 gauss, donnent de même un accroissement de l'aimantation de 25 unités environ par 1 000 gauss aux environs de $H = 1\,000$.

L'aimantation continue en effet à croître, comme le montre le tableau suivant, emprunté à du Bois et Taylor Jones (³), qui contient les seules données numériques précises que nous ayons pour les champs très intenses.

(¹) Roessler, *Elektrotech. Zeitschr.*, t. XIV, p. 97, 114, 133, 149, 161 ; 1893.
(²) Du Bois, *Phil. Mag.*, 5ᵉ série, t. XXIX, p. 293 ; 1890.
(³) Du Bois et Taylor Jones, *Elektrot. Zeitschr.*, t. XVII, p. 543 ; 1896.

H	$\mathfrak{I}$		
	Suède laminé	Acier coulé	Styrie laminé
5 000	1 800	1 625	1 780
10 000	1 830	1 750	1 820
15 000	1 850	1 770	1 850

L'hypothèse que nous avons faite sur la constitution du fer permet de calculer, en s'appuyant sur les équations (8) et (9), la loi d'approche de la saturation. On trouve :

$$(13)\quad I - \mathfrak{I} = \frac{I^3}{15H^2}[(N_1 - N_2)^2 + (N_1 - N_3)^2 - (N_1 - N_2)(N_1 - N_3)]$$
$$+ \frac{I^4}{3\times5\times7H^3}[(N_1 - N_2)(N_1 - N_3)^2 + (N_1 - N_2)^2(N_1 - N_3) + (N_2 - N_3)(N_2 - N_1)^2$$
$$+ (N_2 - N_3)^2(N_2 - N_1) + (N_3 - N_1)(N_3 - N_2)^2 + (N_3 - N_1)^2(N_3 - N_2)] + \ldots$$

La distance entre la courbe et l'asymptote est donc infiniment petite du second ordre. Le coefficient du premier terme peut s'écrire :

$$(14)\qquad \frac{I}{15}(H_D^2 + H_D'^2 - H_D \cdot H_D').$$

La connaissance expérimentale de ce terme, jointe à celle de la susceptibilité initiale :

$$K_0 = \frac{I}{3}\left(\frac{1}{H_D} + \frac{1}{H_D'}\right),$$

donne donc les deux champs démagnétisants principaux.

Les expériences dans les champs forts et dans les champs faibles n'ont jamais été faites sur la même matière. On ne saurait donc les associer pour une détermination numérique de H_D et H_D'. Mais on peut en déduire que ces champs démagnétisants sont très inégaux, le plus petit étant de l'ordre de grandeur de 20 à 100 gauss, le plus grand de plusieurs milliers de gauss. La susceptibilité initiale dépend alors presque exclusivement du premier, l'approche de l'asymptote du second.

En négligeant le premier, et en posant, par conséquent,

$$N_1 = N_2 > N_3, \qquad (N_1 - N_3)I = H_D',$$

la formule (13) devient :

$$(15)\qquad I - \mathfrak{I} = I\left[\frac{1}{15}\left(\frac{H_D'}{H}\right)^2 - \frac{2}{105}\left(\frac{H_D'}{H}\right)^3 + \ldots\right],$$

et le calcul donne, dans ce cas particulier, une valeur nulle pour le terme suivant en $\left(\frac{H'_D}{H}\right)^4$, de sorte que les deux premiers termes peuvent représenter une portion de courbe relativement étendue.

Cette formule s'accorde avec l'allure générale des expériences de du Bois et Taylor Jones, et donne :

	I	H'_D
Suède laminé	1 860	4 000
Acier coulé	1 810	8 500
Styrie laminé	1 860	5 200

Mais il faudrait de nouvelles expériences, extrêmement précises, pour vérifier plus complètement cette théorie.

La grandeur du rapport $\frac{H'_D}{H_D}$ montre que *le fer, comme la pyrrhotine, possède un plan magnétique approché*. On s'explique facilement, alors, la saturation apparente qui a été fréquemment observée dans le voisinage de 1 000 gauss. Si le plan magnétique était rigoureux, la direction de l'aimantation tendrait, dans chaque cristal élémentaire, vers la projection du champ sur le plan magnétique. Sa valeur résultante, $\frac{\pi}{4}$ I, déterminerait la hauteur de l'asymptote de la courbe d'aimantation. Dans le cas où le plan magnétique est approché, il en résulte la faible inclinaison du palier rectiligne, que nous avons signalée d'après les expériences de Roessler (*fig.* 8) et de du Bois.

L'équation de la portion de courbe voisine de cette fausse asymptote peut être calculée. On trouve :

$$\mathfrak{I} = \frac{\pi}{4} I + \frac{I}{3}\frac{H}{H'_D} - \frac{\pi}{16} I \frac{H_D^2}{H^2}, \tag{16}$$

et, en supprimant le dernier terme, on a la fausse asymptote elle-même. Cette droite peut être tracée assez facilement dans le voisinage de la courbe expérimentale, on en déduit une nouvelle détermination de I et de H'_D. Les expériences de Roessler donnent ainsi :

$$I = \frac{4}{\pi} . 1\,665 = 2\,120$$

et

$$H'_D = 35\,000.$$

On trouve ainsi un champ démagnétisant principal notablement

plus élevé que par le voisinage de la vraie saturation. Mais, eu égard à l'incertitude de l'isotropie apparente et de l'identité de la matière et à la petitesse des différences sur lesquelles repose cette détermination, il est déjà très satisfaisant de trouver une valeur du même ordre de grandeur. Une détermination analogue faite incidemment, dans un autre travail, sur un échantillon de fer doux, m'a donné :

$$I = 1972, \quad H'_D = 7500,$$

valeurs qui concordent beaucoup mieux avec celles que nous avons déduites des expériences de du Bois et Taylor Jones.

Il est donc possible, en principe, de déterminer les constantes caractéristiques du cristal de fer I, H_c, H_D, H'_D, par des expériences sur des échantillons isotropes en apparence, et de soumettre l'hypothèse sur la nature de ce cristal à un certain nombre de contrôles. Il n'est pas douteux que des expériences dirigées spécialement vers ce but ne permettent des conclusions beaucoup plus nettes que celles que nous pouvons tirer ici.

Il serait sans doute préférable encore de suivre la voie inverse en tentant l'étude directe du fer cristallisé, malgré son extrême difficulté.

Les propriétés magnétiques du fer au delà de la température de perte du ferromagnétisme spontané. — La théorie qui a été donnée ci-dessus pour la variation du ferromagnétisme en fonction de la température peut être étendue facilement au cas où le champ extérieur H_e est différent de zéro. L'équation (2) devient, en substituant :

$$H = H_e + NI,$$

et, en tenant compte de (4) :

$$\frac{T}{\theta} = \frac{3}{a}\frac{I}{I_0} + \frac{3H_e}{aNI_0}. \tag{17}$$

Cette équation, combinée avec l'équation (1), donne, par l'intermédiaire de la variable auxiliaire a, la relation entre $\frac{T}{\theta}$ et $\frac{I}{I_0}$ qui correspond au champ extérieur H_e. Elle se distingue de la relation analogue pour $H_e = 0$ par l'adjonction à $\frac{T}{\theta}$ d'un terme inversement proportionnel à a. Or, tant que a est petit, cette quantité est égale à $3\frac{I}{I_0}$,

et par suite :

$$\frac{T}{\theta} - 1 = \frac{H_e}{NI}. \tag{18}$$

L'excès T — θ de la température sur la température de disparition du ferromagnétisme spontané est donc inversement proportionnel à l'intensité d'aimantation I qui persiste. La représentation graphique de la relation entre ces deux quantités est une hyperbole équilatère dont le paramètre est proportionnel au champ extérieur. La *fig.* 9, empruntée au mémoire de Pierre Curie, montre que l'expérience confirme d'une manière remarquable cette théorie des phénomènes voisins de la température θ.

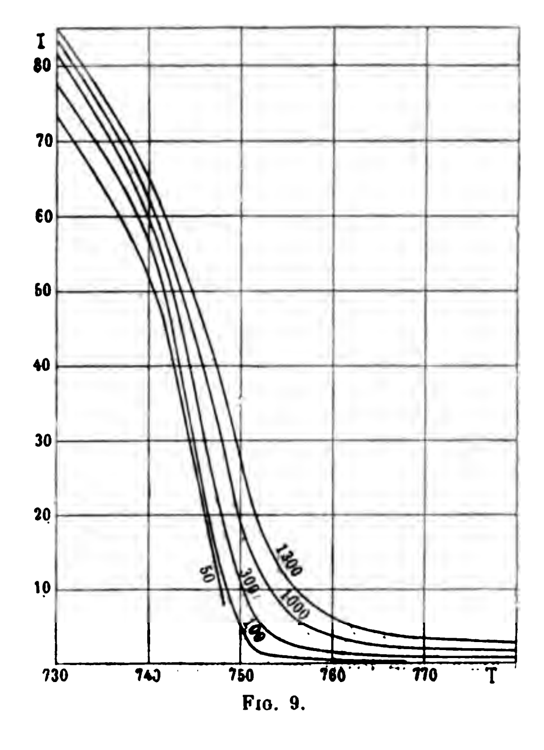


Fig. 9.

Il ne semble pas douteux que les autres substances ferromagnétiques ne se comportent comme le fer dans le voisinage de θ. Curie l'a d'ailleurs établi pour plusieurs d'entre elles. En d'autres termes, elle passent de l'état de ferromagnétisme spontané (état α) à celui du ferromagnétisme sollicité par le champ extérieur (état β), et il

est possible que certaines substances, le nickel par exemple, n'existent qu'à ces deux états. Mais les expériences de Curie, qui se sont étendues à un intervalle de températures notable, lui ont fait retrouver par leurs caractères magnétiques deux autres états du fer dont le premier est le fer γ de M. Osmond et le second, déjà aperçu par Ball, doit être appelé fer δ. Les expériences sont résumées schématiquement dans la *fig.* 10, dans laquelle les températures ont été portées en abscisses et les coefficients d'aimantation spécifique χ en ordonnées. Dans la région β, qui commence à 756°, le coefficient d'aimantation spécifique part de l'infini pour décroître suivant une loi exac-

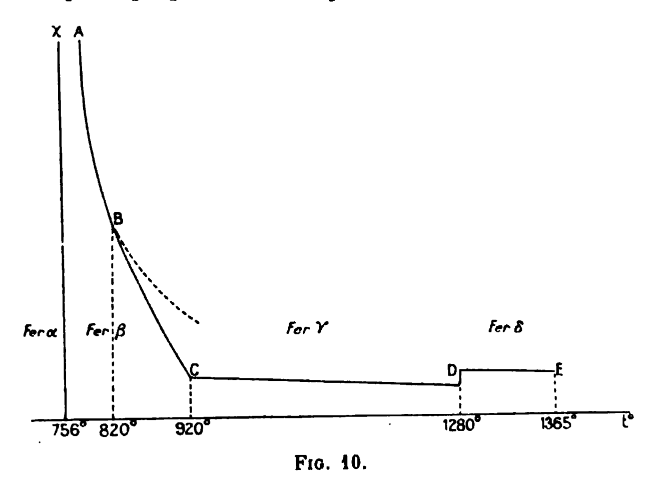


Fig. 10.

tement hyperbolique jusque vers 820°. Ensuite la décroissance est plus rapide. Il est probable qu'entre cette température et celle de 920°, à partir de laquelle commence l'état γ, a lieu une transformation progressive. A l'état γ, le fer possède une susceptibilité inversement proportionnelle à la température absolue, caractéristique de l'état paramagnétique. A 1 280°, dernier changement d'état, le coefficient d'aimantation spécifique croît brusquement dans le rapport de 2 à 3 et semble reprendre une variation en raison inverse de la température absolue.

Pour les corps paramagnétiques, dans lesquels le champ moléculaire est nul, le produit du coefficient d'aimantation spécifique χ par la température absolue T est égal à la constante de Curie. Je vais montrer que chacune des quatre régions des fers α, β, γ, δ, donne une détermination de cette constante.

Fer α. — On peut déduire la constante de Curie, qui, par sa nature, se rapporte au fer paramagnétique, des observations sur le fer ferromagnétique. En faisant tendre a et I vers zéro dans la formule (1), on a :

$$I = I_0 \cdot \frac{a}{3} = \frac{I_0 \mu H}{3rT},$$

ou, en multipliant haut et bas par le nombre M de molécules par centimètre cube et en remarquant que $M\mu = I$, $MrT = p$, où p est la pression du corps supposé gazeux :

$$K = \frac{I}{H} = \frac{I_0^2}{3p},$$

ou, en appelant D la densité :

$$\chi = \frac{I_0^2}{3pD}.$$

Je vais transformer cette formule de façon à la rendre susceptible d'être étendue aux corps solides dans lesquels les molécules n'ont pas d'énergie potentielle de rotation. Appelons M le nombre des molécules par centimètre cube dans le corps considéré, M_0 le nombre des molécules dans 1 centimètre cube de gaz à la même température et sous la pression normale p_0, on aura:

$$\chi = \frac{I_0^2}{3p_0 D} \cdot \frac{M_0}{M}.$$

En appelant n le nombre d'atomes dans la molécule du corps, a son poids atomique, δ la densité de l'air dans les conditions normales, il vient :

$$(19) \qquad C = \chi T = \left(\frac{I_0}{D}\right)^2 \frac{273}{3p_0} \frac{n \cdot a \cdot \delta}{28,8}.$$

Dans le cas du fer, l'intensité d'aimantation à saturation au zéro absolu I_0 se déduit de l'intensité d'aimantation à saturation à la température ordinaire au moyen de la théorie donnée ci-dessus. En admettant pour la température ordinaire le nombre de du Bois et Taylor Jones, on trouve $\frac{I_0}{D} = 270$, ce qui donne :

$$C = 0,001646n.$$

Fer β. — A une température un peu supérieure à la température θ de perte du ferromagnétisme spontané, les propriétés ferroma-

gnétiques ne se manifestent que lorsqu'un champ extérieur H_e fournit l'appoint nécessaire au champ moléculaire insuffisant. Il en résulte un coefficient d'aimantation spécifique χ' supérieur à celui qui se manifesterait si le champ intérieur n'existait pas. Ils sont reliés l'un à l'autre par la formule :

$$\frac{T}{C} = \frac{1}{\chi} = D\,\frac{H_e + NI}{I} = \frac{1}{\chi'} + DN.$$

Or la température θ est celle où la susceptibilité correspondant au commencement de la courbe (*fig.* 1) est égale à $\frac{1}{N}$. Il en résulte :

$$CND = \theta,$$

et par suite :

$$C = \chi'(T - \theta), \tag{20}$$

qui est, sous une autre forme, la même équation que (18).

Les expériences de Curie donnent en effet, entre 756° et 820°, pour le coefficient d'aimantation spécifique χ', des valeurs représentées par l'arc d'hyperbole équilatère AB. On a :

$$\chi' = 513 \times 10^{-6} \text{ pour } T = 273° + 820°,$$

ce qui conduit à :

$$C = 0{,}00164 \times 2.$$

Il y a donc concordance complète à condition d'admettre que la molécule du fer β *se compose de deux atomes.* Il n'y a pas de raison, d'après cette théorie, pour admettre qu'elle soit différente dans le fer α. Si cependant il y avait une modification de la molécule en un point quelconque de la région α, il faudrait qu'elle eût lieu sans que la valeur de I_0 en fût affectée.

Fer γ. — De 920° à 1 280°, la susceptibilité inversement proportionnelle à I indique l'absence de champ intérieur. Les expériences de Curie donnent à $T = 273° + 940°$:

$$\chi = 28{,}4 \times 10^{-6},$$

à $T = 273° + 1\,280°$:

$$\chi = 23{,}9 \times 10^{-6},$$

d'où les valeurs assez concordantes :

$$C = 0{,}00172 \times 2 \quad \text{et} \quad C = 0{,}00182 \times 2,$$

c'est-à-dire encore la même constante de Curie, au degré de précision des expériences, et l'on est amené ainsi à admettre que la molécule du fer γ est aussi composée de deux atomes.

Fer δ. — Les expériences de Curie donnent, pour $T = 273° + 1\,280°$, $\chi = 38{,}3 \times 10^{-6}$, d'où :

$$C = 0{,}00198 \times 3,$$

et pour $T = 273° + 1\,336°$, $\chi = 32{,}3 \times 10^{-6}$, d'où :

$$C = 0{,}00173 \times 3,$$

valeurs qui concordent encore avec les précédentes, si l'on admet que la molécule du fer δ *est composée de trois atomes* (1). Ces résultats me semblent pouvoir s'accorder avec ceux des intéressantes recherches de MM. Osmond et Cartaud (2) sur la cristallographie du fer. En effet, tandis que ces auteurs trouvent entre le fer α et β, d'une part, et le fer γ, de l'autre, une série de caractères différentiels des plus nets, les différences cristallographiques entre les états α et β sont d'allure tout à fait subordonnée. Elles consistent surtout en ce que certaines particularités connues pour le fer α n'ont pas été observées pour le fer β ; il est donc probable qu'elles n'excèdent pas celles que peut présenter le même corps à des températures aussi différentes.

Ces auteurs considèrent l'état α et l'état β comme isomorphes, mais non l'état γ, et admettent que la transformation $\alpha\beta$ est progressive et réversible.

La différence de nature des deux transformations $\beta\gamma$ et $\gamma\delta$ est extrêmement intéressante. Les expériences de M. H. Le Châtelier (3) ayant montré que le passage de l'état β à l'état γ est accompagné d'une contraction, il semble paradoxal, à première vue, qu'à un plus grand rapprochement des aimants élémentaires puisse correspondre la disparition de leurs actions mutuelles. Mais, plus que cette particularité, l'ordre de grandeur de ces actions montre combien leur origine reste à expliquer. On a, en effet, pour le fer à la température ordi-

(1) Rappelons que, dans le langage employé ici, la molécule signifie la quantité de matière possédant l'énergie cinétique de rotation correspondant à deux degrés de liberté.

(2) Osmond et Cartaud, *C. R.*, t. CXLII, p. 1531 ; 1906 ; — et *Journal of the Iron and Steel Institute*, n° III, for 1906.

(3) *Contributions à l'étude des alliages* (Soc. d'Encouragement p. l'Industrie nationale, Paris, 1901, p. 411).

naire $\frac{I}{I_0} = 0{,}91$ environ, d'où : $a = 11{,}3$ et, par suite,

$$NI = 80\,000\,000 \text{ gauss.}$$

L'énormité de ce champ est d'autant plus frappante que M. Langevin (1) a montré que le moment magnétique de l'atome d'oxygène peut fort bien n'être dû qu'à un seul corpuscule décrivant une trajectoire circulaire autour de l'atome avec une période de l'ordre de grandeur de celles des radiations du spectre visible. En reproduisant ce calcul sur l'atome de fer, on trouve une intensité d'aimantation très voisine de I_0. Mais le champ au centre de cette trajectoire est plusieurs mille fois plus faible que le champ moléculaire.

Je crois, cependant, que la théorie du champ moléculaire est appuyée par un nombre suffisant de faits pour qu'on puisse affirmer qu'elle contient une part importante de vérité et que cette difficulté d'interprétation doive être considérée moins comme une objection que comme une indication pour la recherche de nouvelles hypothèses sur la constitution de l'atome.

C'est pourquoi il peut être utile de réunir, en terminant, les renseignements que l'on possède sur le champ moléculaire.

L'hypothèse de l'uniformité de ce champ est la plus simple que l'on puisse faire, mais elle est assez invraisemblable. Sans rien changer à ce qui précède, on peut admettre que l'uniformité n'est qu'apparente et qu'elle résulte d'un effet de moyenne, soit par suite du grand nombre des molécules qui seraient contenues dans la sphère d'activité, soit, plus probablement, par suite de leur agitation thermique. Mais on peut même s'en dispenser complètement en admettant que l'élément magnétique est un aimant infiniment court, puisque le couple exercé sur un tel aimant est le même que si le champ était uniforme. On sait que dans la théorie des cycles d'aimantation donnée par Ewing, qui, le premier, a cherché à rendre compte des phénomènes résiduels par des actions mutuelles, c'est au contraire la non-uniformité du champ qui joue un rôle capital par suite de la grandeur finie des aimants élémentaires.

A propos de la transformation $\beta\gamma$, nous avons déjà remarqué que la distance des aimants élémentaires les uns des autres n'a pas l'influence prépondérante que l'on pourrait supposer. Aussi bien, relativement à cette singulière propriété du champ moléculaire, les subs-

(1) Langevin, *loc. cit.*

tances pour lesquelles I_0 a une valeur considérable ne sont pas favorisées à l'exclusion des autres. Westman a trouvé des propriétés nettement ferromagnétiques à l'oligiste, dont l'intensité d'aimantation à saturation est voisine de 1, c'est-à-dire près de 2000 fois plus petite que celle du fer. Le cobalt, dont l'intensité d'aimantation à saturation est inférieure à celle du fer, perd son magnétisme à une température plus élevée.

On peut, pour un corps magnétique, concevoir deux manières de ne pas être ferromagnétique : ou bien le champ moléculaire n'existe pas et le corps est paramagnétique ; ou bien, ce champ existant, les molécules sont bloquées par d'autres forces qui les empêchent de tourner. On peut se demander si tel ne serait pas le cas du manganèse, aux molécules duquel des métaux étrangers, l'aluminium et le cuivre, rendraient en les écartant leur mobilité.

Dans les aciers-nickel, dans les aciers au carbone, l'addition de l'élément étranger au fer abaisse la température de disparition du champ intérieur à tel point qu'il semble qu'à partir d'un certain pourcentage ils passent directement de l'état γ à l'état α, transformation complexe qui est irréversible. Par contre, l'addition de 2 0/0 de silicium au fer sans carbone semble conserver l'état β jusqu'à une température plus élevée (1). On peut espérer de l'étude quantitative des phénomènes magnétiques de ces alliages quelques éclaircissements sur la nature du champ moléculaire.

Les curieuses propriétés magnétiques des dépôts électrolytiques minces obtenus dans un champ magnétique, que M. Maurain (2) a découvertes, peuvent s'expliquer en admettant que, pour la première couche de fer, la sphère d'activité moléculaire étant incomplète, le champ moléculaire est moindre et, par suite, l'intensité d'aimantation plus faible que pour la matière indéfinie.

Pour le nickel, dont la première couche est plus magnétique que les suivantes, il faut admettre que les différentes parties de la sphère d'activité moléculaire contribuent au champ moléculaire par des termes de signes différents et que, pour une lame mince, ce sont celles qui donneraient les termes négatifs qui font défaut, de sorte que le champ,

---

(1) *Association internationale pour l'Essai des Matériaux. Congrès de Bruxelles* 1906 : Osmond et Cartaud, p. 30 : « Dans le fer presque pur de carbone, le silicium paraît supprimer presque entièrement le point A_3, c'est-à-dire le domaine du fer γ, quand il atteint une teneur de 2 0/0 environ. »

(2) Maurain, *J. de Phys.*, 4e série, t. I, p. 90, 151 ; 1902.

et, avec lui, l'intensité d'aimantation, est plus intense dans les premiers moments de l'électrolyse.

Ewing (1) a montré qu'une compression longitudinale diminue l'aimantation du fer et augmente celle du nickel, tandis qu'une traction longitudinale augmente l'aimantation du fer et diminue celle du nickel. Il est probable que le mécanisme de ces phénomènes, et d'autres phénomènes voisins, réside dans une altération du champ moléculaire. Si l'on remarque que la traction est accompagnée d'une contraction latérale et la compression d'une dilatation latérale, on sera tenté de rapprocher les effets inverses des déformations sur le fer et sur le nickel de leur manière d'être, également inverse, dans les expériences de M. Maurain.

On entrevoit donc, à propos des expériences de M. Maurain, la possibilité d'une généralisation de la théorie du champ moléculaire, embrassant les propriétés ferromagnétiques de la matière indéfinie et celles des couches superficielles, en relation entre elles comme la compressibilité des fluides et les phénomènes capillaires.

BALANCES ET NAVIRES APÉRIODIQUES AUTO-AMORTIS;

Par M. V. CRÉMIEU (2).

Un pendule écarté de sa position d'équilibre, puis abandonné à lui-même, oscille autour de cette position aussi longtemps que les frottements et résistances passives n'ont pas entièrement dissipé la quantité d'énergie qui lui avait été fournie par l'écart initial.

Lorsque ces résistances sont très faibles, les oscillations durent très longtemps. C'est le cas des balances. Pour des mesures rapides, ces oscillations sont gênantes.

Pour réduire leur durée, il faut accroître les résistances passives; mais, pour ne pas compromettre la précision des mesures, il faut que les résistances introduites ne modifient ni la stabilité, ni la sensibilité de la balance.

---

(1) Ewing et Cowan, *Phil. Trans.*, 179¹, p. 325; — Ewing, même volume, p. 333; 1889.

(2) Communication faite à la Société française de Physique, séance du 3 mai 1907.

On connaît la solution très élégante que P. Curie a trouvée pour l'amortissement des balances (¹).

Il oblige la balance à comprimer de l'air auquel un espace très étroit est laissé pour circuler. La viscosité de l'air ainsi mise en jeu suffit pour dissiper, en une ou deux oscillations, toute la force vive de la balance.

Le seul inconvénient de ce dispositif est son encombrement; celui-ci résulte de la très faible viscosité de l'air.

Si on pouvait utiliser un liquide visqueux, tel que la glycérine, dont le coefficient de viscosité est 138000 fois plus grand que celui de l'air, on pourrait évidemment réduire beaucoup les dimensions de l'amortisseur.

Mais il ne pourrait être question d'utiliser des frottements entre une pièce solide solidaire du fléau de la balance et un bain fixe de liquide.

Les effets capillaires et les variations inévitablement introduites par les mouvements du fléau dans la poussée du liquide sur la pièce plongeante, compromettraient à la fois la sensibilité et la précision de l'appareil.

Pour éviter ces deux obstacles, on peut rendre le bain liquide solidaire du fléau, et mettre sa viscosité en jeu en y plongeant une palette mobile entièrement immergée, à laquelle la pesanteur donnera une direction fixe.

C'est là le principe des auto-amortisseurs. Il évite tous les inconvénients du bain fixe, car il ne met en jeu ni la poussée du liquide ni la capillarité de sa surface.

Pour les balances, on leur a donné la forme suivante :

Dans le plan médian du couteau CC du fléau FF de la balance [vue face (*fig.* 1) et profil (*fig.* 2)] on fixe à ce fléau un tube à section carrée TTTT. Dans l'intérieur du tube se trouve disposé sur des trous en rubis un axe OO, fixé de façon que sa direction coïncide exactement avec le prolongement de l'arête du couteau CC. Cet axe porte une lame mince LL dont la surface est en tous sens inférieure à la section intérieure du tube d'une très petite longueur $2e$.

A la base de cette lame se trouve attaché un poids D.

Un bouchon B s'engage à emboîtement dans le tube T; il porte en son centre un tube très fin, A, surmonté d'un petit réservoir R.

(¹) P. Curie, *Balances apériodiques* (*J. de Phys.*, 2ᵉ série, t. IX, mars 1890, p. 145).

On soude le bouchon sur le tube et on remplit de liquide visqueux en plongeant tout le tube dans un bain de ce liquide au-dessus duquel on fait le vide.

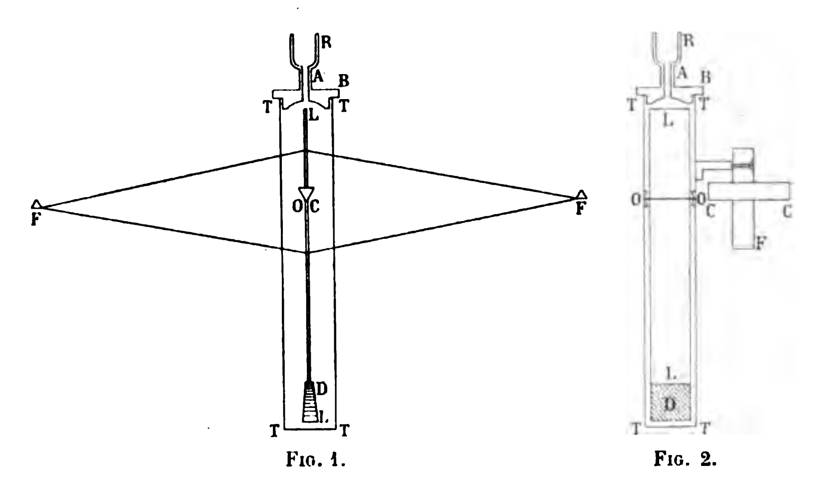


FIG. 1. FIG. 2.

Le tube plein, on laisse en R une très faible quantité de liquide, après quoi on ferme R. La capacité de ce réservoir est un peu supérieure à la dilatation totale du volume de liquide contenu dans T, entre 0 et 30°.

Le poids D attaché à la lame est, au minimum, tel que l'on ait :

$$D \times OL = \frac{1}{2} \pi\delta, \tag{1}$$

π étant le poids du fléau, du tube, du liquide ; δ, la distance de l'arête du couteau au centre de gravité.

La distance δ est très petite, de l'ordre de $0^{mm},1$. De sorte qu'en donnant à OL quelques centimètres, on n'a qu'à donner à D un poids qui sera de l'ordre du centième du poids du fléau.

La théorie donnée par P. Curie s'applique exactement au cas actuel.

Quant à la valeur de l'intervalle e entre la lame et les parois du tube, on pourrait chercher à la calculer en se donnant *a priori* les dimensions de la lame, la période de la balance et la viscosité du liquide employé. La valeur de e serait alors proportionnelle au quotient du volume de liquide circulant par seconde par la vitesse

de glissement de ce liquide. On obtiendrait ainsi une expression en $\frac{1}{e^3}$.

On pourrait ainsi se donner *a priori* e et la viscosité du liquide, et chercher le volume minimum à donner au tube.

On trouve dans ce cas des dimensions extrêmement réduites, la capacité de dissiper l'énergie étant énorme pour les liquides visqueux.

Mais il est plus pratique de se baser sur les commodités de construction, de prendre des tubes de dimensions maniables, de donner à e une valeur de l'ordre du demi-millimètre, et de chercher ensuite, par tâtonnements, un mélange convenable d'eau et de glycérine, ou d'huile minérale et de pétrole.

Il faut que la lame soit elle-même voisine de l'apériodicité quand elle oscille dans le tube plein de liquide, et que sa pseudo-période soit alors égale à la période du fléau. Dans ces conditions, la lame demeure sensiblement verticale quand le fléau oscille, et on obtient d'excellents résultats pour les faibles sensibilités, par exemple pour une balance pesant 500 grammes et donnant 5 divisions de son échelle pour 10 milligrammes.

Quand on veut dépasser cette sensibilité, la balance s'amortit de plus en plus, puisque son couple diminue, mais on constate en même temps que le zéro varie d'une façon très sensible entre chaque lecture.

Il y a là un point de la question qui n'est pas encore résolu. Les variations du zéro peuvent être attribuées peut-être à des frottements au départ entre l'axe d'acier et ses pivots en rubis, ou bien encore à une rigidité très faible du liquide visqueux.

Il faut remarquer que, si le poids de la lame pendulaire n'intervient pas dans la formule de sensibilité de la balance amortie, le poids du tube et du liquide y intervient. En général, ce poids π_1 est de l'ordre de $\frac{\pi}{4}$. On sera donc amené, pour avoir une sensibilité égale, à diminuer la valeur de δ. Mais il n'y a pas d'inconvénients, au point de vue des couteaux, à augmenter ainsi le poids du fléau.

La formule de sensibilité sera donc :

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{P}{(\pi + \pi_1)\,\delta},$$

et la période deviendra :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Sigma mr^2}{(\pi + \pi_1)\,\delta}}.$$

Analogies entre une balance et un navire. — Rappelons d'abord

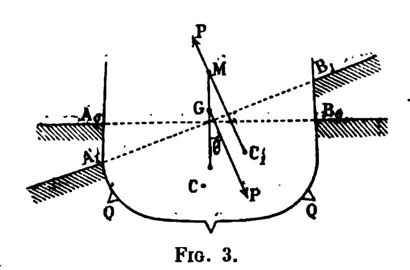


Fig. 3.

brièvement ce que c'est que le roulis : soit (*fig.* 3) un navire de flottaison droite A_0B_0 et de déplacement P; et soit A_1B_1 une flottaison isocarène faisant un angle θ avec la première.

Quand le navire est ainsi incliné, son centre de carène, primitivement en C_0, vient en C_1 ; la normale en C_1 à la surface de carène vient couper en M la verticale du centre de gravité G du navire. Le point M, qui varie peu pour de faibles valeurs de θ, est le *métacentre* du navire, et la longueur MG est appelée *hauteur métacentrique ;* cette longueur $MG = a$ joue pour le navire le même rôle que la distance δ dans les balances.

En effet le navire, incliné en A_1B_1, revient à sa position d'équilibre sous l'action du couple égal à $P \times a$, qui est ici appelé couple de stabilité; mais, les résistances passives de la carène étant insuffisantes, le navire oscille autour de sa position initiale, avec une période T qui est égale à :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Sigma mr^2}{Pa}},$$

Σmr^2 désignant ici le moment d'inertie du navire par rapport au métacentre.

Les oscillations en eau calme durent tant que les résistances passives n'ont pas absorbé toute l'énergie mécanique $Pa \sin\theta$, communiquée au navire quand on l'a dévié de A_0B_0 en A_1B_1.

L'expérience a montré que, pour les navires de tonnage supérieur à 500 ou 1 000 tonneaux, la période de roulis sur houle est sensi-

blement la même que celle déterminée par une expérience en eau calme.

De plus, ces expériences de roulis artificiel permettent de calculer le coefficient N de décroissement des roulis, par la formule :

$$N = \frac{\varphi_0 - \varphi_n}{n\varphi_0\varphi_n};$$

φ et φ_n étant les amplitudes de la première et de la n^{me} oscillation.

Or le coefficient N joue un rôle prépondérant dans le roulis sur houle. En effet, l'amplitude d'apogée Φ_A du roulis d'un navire, sur houle synchrone [1] ou non, est proportionnelle à $\frac{1}{N}$. En particulier, pour le cas de la houle synchrone on a :

$$\Phi_A = K\sqrt{\frac{\theta}{N}},$$

K étant un coefficient constant sensiblement égal à $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$, et θ l'angle d'inclinaison des vagues au point d'inflexion.

On voit donc que, pour diminuer le roulis, il faudra augmenter N.

Utilité de diminuer le roulis. — Il y a intérêt à diminuer le roulis à plusieurs points de vue. Pour les navires de guerre, le roulis gêne la précision du tir des canons [2]. Pour tous les navires, il augmente la résistance à la propulsion. Celle-ci, minimum pour la flottaison droite, augmente beaucoup avec l'angle d'inclinaison, si bien que la valeur moyenne de la résistance pour un navire roulant régulièrement peut être augmentée de plusieurs dixièmes de la valeur correspondant à la flottaison droite.

En outre, le roulis provoque une fatigue considérable de toutes les parties du navire, par suite des forces d'inertie considérables qu'il met en jeu ; enfin il compromet le confort des passagers et les facilités du service et de la manœuvre.

Procédés employés pour diminuer le roulis. — Pour augmenter la

[1] Une houle est dite synchrone avec un navire lorsque la durée constante qui s'écoule entre le passage de deux vagues sous le navire est égale à la demi-période du navire.

[2] Bertin, *Mém. Génie marit.*, 1887.

valeur de N, on emploie ou on a essayé les quilles latérales, le lest liquide et, en dernier lieu, le gyroscope.

Les *quilles latérales* Q, Q (*fig.* 3), fixées à la carène assez au-dessous de la flottaison pour ne pas émerger dans les roulis les plus forts, agissent en augmentant la quantité de force vive que le navire est obligé, en oscillant, de communiquer au liquide.

L'expérience a montré que, pour des roulis d'amplitude supérieure à 5°, ces quilles permettent d'amener N à la valeur 0,04 ou 0,05. Mais elles sont inefficaces pour les faibles roulis. Cela tient à leur mode d'action. Elles agissent en effet à la fois en augmentant la résistance passive et le moment d'inertie fictif du navire. Mais ces deux augmentations sont fonction de la vitesse. Celle-ci diminuant avec l'amplitude, les deux termes qui composent leur efficacité décroissent en même temps.

Le *lest liquide* ([1]) est disposé dans des compartiments partiellement remplis d'eau et placés aux extrémités du navire de bâbord à tribord. Quand le navire roule, la pesanteur oblige l'eau à se porter d'un bord à l'autre. Le frottement intérieur du liquide, ainsi mis en jeu, consomme une portion de la force vive du roulis.

L'expérience a montré que le coefficient N peut être amené par ce procédé à la valeur 0,05 ou 0,06, mais pour les très faibles amplitudes seulement. Dans les grandes amplitudes, au contraire, N serait diminué par le lest liquide. D'ailleurs l'encombrement de ce lest est énorme. Pour un navire de 10000 tonnes, il ne fallait pas moins de 90 tonnes d'eau pour obtenir un effet appréciable. Aucun des dispositifs précédents n'agit en affectant d'une manière sensible la stabilité du navire.

Le *gyroscope*, essayé depuis 1904 par le Dr O. Schilte ([2]), agit en augmentant la stabilité du navire.

La roue du gyroscope, à axe vertical, constitue une turbine à vapeur dont la chambre est elle-même mobile autour d'un axe horizontal perpendiculaire au plan longitudinal du navire.

Par suite du roulis, l'ensemble de la turbine oscille dans ce plan sous l'action d'un couple proportionnel à l'accélération angulaire du roulis. Des freins puissants, placés sur l'axe horizontal, permettent par leur frottement de transformer en chaleur l'énergie oscillatoire

---

([1]) W. Froude, *Trans. Nav. Arch.*, 1885.

([2]) *Trans. Nav. Arch.*, 1904 et 1907.

ainsi développée; le roulis se trouve par suite considérablement réduit. Dans des expériences faites à la mer, un roulis régulier de 9° a pu être ainsi réduit à 1°.

La stabilité statique du navire n'est pas changée. Un même poids placé sur un bord du navire produira la même déviation en eau calme. Seule la vitesse avec le navire incliné sera modifiée par la rotation du gyroscope.

C'est là ce qui constitue le principal danger de cet appareil : en effet, si un coup de mer suffisamment violent parvient à incliner le navire malgré le gyroscope, ce qui serait parfaitement possible, le navire rencontrerait, pour se relever, une réaction aussi considérable que celle qu'il oppose aux vagues, et un second coup de mer, le trouvant dans une position inclinée, pourrait le faire chavirer.

De plus, le gyroscope est extrêmement encombrant, il nécessite une source indépendante d'énergie; enfin, pour les grands navires dont la période est longue, il faudrait lui donner des dimensions et une vitesse de rotation inacceptables.

Mais l'analogie que nous avons signalée plus haut entre les balances et les navires permet d'appliquer à ces derniers le système d'auto-amortisseur décrit précédemment pour les premiers.

En effet, de même que la distance δ, très faible dans les balances, donne à celles-ci un couple directeur très petit par rapport au poids du fléau, de même la hauteur métacentrique des navires, faible par rapport à leurs autres dimensions, rend assez petit le couple de stabilité des navires.

En général, pour les navires de commerce, la hauteur métacentrique varie de $0^m,30$ à $0^m,50$; pour certains très grands navires, elle descend même à $0^m,20$.

Pour les navires de guerre, elle est au contraire plus forte, de l'ordre de 1 mètre.

En fait, pour des navires de 10000 à 20000 tonneaux, la *sensibilité* définie pour une valeur égale du rapport $\frac{P}{\pi}$ serait du même ordre de grandeur que pour les balances.

Il s'ensuit qu'avec un poids relativement faible, fixé au bout d'un pendule oscillant autour du métacentre, et utilisant toute la longueur entre ce métacentre et le fond de la cale, on pourra réaliser un couple intérieur au navire, et qui représentera une fraction appréciable du couple de stabilité du navire.

En utilisant ce couple, comme pour les balances, à mettre en jeu la viscosité d'un liquide, on accroîtra donc N dans des proportions considérables, sans changer la stabilité totale du navire.

Le problème est d'ailleurs bien plus simple à résoudre, car il n'y a à se préoccuper ni de la fidélité d'une position d'équilibre, ni de petites variations de sensibilité ou de précision.

Soit M (*fig.* 4) le métacentre d'un navire de déplacement P, de centre de gravité G, de métacentre M, avec MG $= a$ pour la flottaison droite.

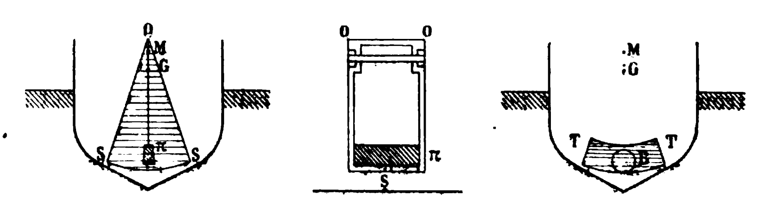


Fig. 4, 5 et 6.

On fixe au navire, au niveau de M, un axe MM (*fig.* 5) portant une lame de longueur l à laquelle sera attaché un poids π. Le tout est enfermé dans un compartiment étanche OSS ayant la forme d'un secteur circulaire d'angle égal à l'angle moyen du roulis, 20° par exemple.

La section de la lame sera telle qu'elle laisse entre elle et les parois un intervalle faible e. Le compartiment sera rempli d'un liquide visqueux.

On peut aussi employer une autre disposition. Le pendule sera remplacé par une sphère B (*fig.* 6) roulant dans un tube TT à section circulaire de diamètre supérieur à celui de B d'une quantité e. Le tube TT est courbé en section de tore dont le rayon égale la distance du fond de la cale au point métacentrique. On sait que cette sphère oscillera comme le pendule correspondant, avec les modifications dues à son roulement, mais qui sont négligeables pour l'objet actuel.

Le second dispositif présente sur le premier le double avantage d'être moins encombrant et d'éviter le danger de torsions provoquées sur la lame du pendule par des tangages violents.

Le fonctionnement de ces appareils sera identique à celui des amortisseurs de balance. Le calcul des poids et dimensions se fera de la même manière.

Il y a toutefois des particularités à signaler.

D'abord on sait que les résistances passives de carène absorbent une fraction de l'énergie oscillatoire proportionnelle à N, et qui n'est pas négligeable.

Pour rendre le navire apériodique, il faudrait donner au moment $\pi\lambda$ une valeur suffisante pour absorber tout ce qui n'est pas détruit en une oscillation par la résistance passive.

Mais l'apériodicité serait très dangereuse pour un navire sur houle. Le navire apériodique serait exposé aux mêmes chances de chavirement que le navire muni d'un gyroscope.

Il est nécessaire que la pseudo-période du navire amorti soit peu supérieure à sa période normale. Il faut pour cela que, dans une expérience en eau calme, le navire ne s'arrête qu'après deux ou trois oscillations. Le calcul de la portion d'énergie à faire absorber au pendule est très difficile dans ce cas. Mais les expériences faites sur des modèles ont montré qu'il suffit de prendre :

$$\frac{4}{10} < \frac{\pi\lambda}{Pa} < \frac{5}{10}.$$

Le poids π sera alors une fraction de P d'autant plus faible que le rapport $\frac{a}{\lambda}$ sera plus petit, c'est-à-dire que le déplacement du navire sera plus considérable. On a vu, en effet, que la hauteur métacentrique est sensiblement indépendante du déplacement.

Les gros navires seront donc plus faciles à amortir que les petits.

Variation de la stabilité avec l'amortissement. — Le poids π des amortisseurs que je viens de décrire oscille suivant une circonférence concentrique au métacentre. Leur moment est nul par rapport à ce point. Ils n'interviennent donc pas dans l'expression du couple de stabilité. Mais ils font partie du déplacement P du navire, en sorte que la stabilité statique a la valeur réduite :

$$(P - \pi)\,a,$$

Suivant qu'on aura avantage à augmenter ou à diminuer cette stabilité, on placera le centre d'oscillation des poids π au-dessous ou au-dessus du métacentre, à une distance $\pm\, b$. Le couple de stabilité sera alors :

$$(P - \pi)\,a \pm \pi b.$$

On voit en particulier que, si le centre d'oscillation des poids π coïncidait avec le centre de gravité G, $b = a$, et on retrouve pour le couple de stabilité la valeur Pa du navire sans amortisseur.

Mais ce qui importe pour un navire, ce sont ses *qualités nautiques*, somme de la stabilité statique et de la stabilité dynamique [1].

L'angle dont s'incline un navire sous l'action d'une force constante de l'ordre de celle mise en jeu par une vague isolée ne doit évidemment pas être trop fort.

Mais ce qu'il faut surtout, c'est que la quantité de mouvement oscillatoire prise par le navire soit rapidement éteinte. C'est à cette extinction que contribue la résistance passive de la carène.

Si on augmente beaucoup le coefficient N, comme le font les amortisseurs, on pourra diminuer sans inconvénient le couple de stabilité statique.

Tout dépend donc, pour le choix des dimensions de l'amortisseur, des constantes du navire à amortir.

Des expériences ont été effectuées sur différents modèles. En particulier, l'un d'eux, que je dois à l'obligeance du professeur Biles, de l'Université de Glasgow, est une réduction au $\frac{1}{50}$ d'un paquebot de 1200 tonneaux.

Le modèle pèse 18 kilogrammes, y compris les poids π, égaux à 1 kilogramme. La hauteur métacentrique a est de 8 millimètres ; la période, de 2 secondes. Le rapport $\frac{a}{\lambda}$ est égal à $\frac{1}{10}$ seulement.

Cette faible valeur de $\frac{a}{\lambda}$, jointe aux formes du navire qui en font un très bon rouleur, rendaient le problème de son amortissement particulièrement intéressant.

Le coefficient N mesuré sans amortisseur est égal à 0,022. Un pendule présentant un couple égal à $\frac{1}{10}$ de celui du modèle amène N à la valeur 0,04.

D'autre part, on a fait faire 8 tubes tels que ceux de la *fig.* 6, contenant des sphères pesant 100 grammes et de 28 millimètres de diamètre ; en substituant successivement ces huit tubes à des lests de plomb égaux placés dans le fond du modèle, on amène N à la valeur 0,3, en passant par 8 valeurs intermédiaires.

---

(1) Voir BERTIN, *les Vagues et le Roulis*, Berger-Levrault, 1877.

Chaque tube représente sensiblement $\frac{1}{18}$ du couple du navire.

Avec tous les amortisseurs, le modèle écarté de sa flottaison droite s'y arrête de nouveau au bout de 2 à 3 oscillations au maximum.

Il est bien certain que, malgré les résultats encourageants obtenus sur des modèles, des expériences à la mer pourront seules déterminer la valeur pratique de ce procédé.

RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE DES SOLÉNOIDES POUR DES COURANTS DE HAUTE FRÉQUENCE

(2e NOTE)

[Travail de l'Institut de Physique de Pise (Direct. A. Battelli)];

Par M A. BATTELLI.

Les considérations générales que j'ai exposées dans une de mes notes précédentes[1] me permettent d'établir, dans leurs lignes principales, les lois d'après lesquelles les courants de haute fréquence se distribuent dans la section d'un fil enroulé en solénoïde.

En pratique, les solénoïdes sont formés en enroulant un fil métallique à section circulaire sur un cylindre sur lequel l'axe du fil forme une hélice de pas constant p.

Toutefois, pour plus de simplicité, nous supposerons que les différentes spires sont de forme circulaire parfaite. En considérant une quelconque de ces spires, je prends comme axe des z la tangente au fil au centre O (*fig.* 1) d'une section méridienne de la spire. Alors $u = v = 0 = \rho = w$ et le problème est réduit à déterminer w en fonction de x et y.

Dans le plan xy, je prends pour axe des x la perpendiculaire à l'axe PQ du solénoïde et pour axe des y la parallèle à PQ.

Désignons par

$$f(x, y) = 0$$

une des lignes sur lesquelles $w = C^{te}$. Il s'agit d'abord de mettre grossièrement en évidence la forme de ces lignes. Évidemment elles

---

(1) *J. de Phys.*, ce volume, p. 559.

coïncident avec celles sur lesquelles la force électrique a une valeur constante. Or cette dernière se compose de deux termes, l'un constant pour tous les points du conducteur et dû à la force électromotrice extérieure appliquée aux deux extrémités du solénoïde, et l'autre variable en même temps que x et y. Ce dernier représente la

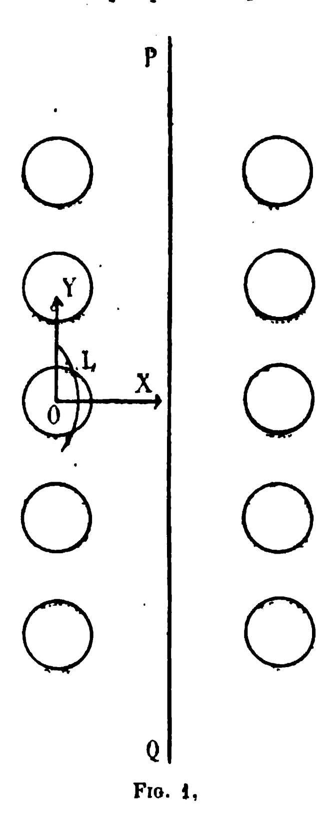


Fig. 1.

force électromotrice induite en chaque point du solénoïde par le courant variable qui circule dans les autres points de la même spire et des spires voisines. Cette force électromotrice induite M se compose elle-même de deux termes ; l'un, F_1, dépendant uniquement du courant qui circule dans la spire à laquelle appartient le point considéré ; l'autre, F_2, dépendant du courant qui circule dans les autres spires. En indiquant par ρ la distance d'un point du conducteur à l'axe du fil, on peut avoir une expression approximative de F_1, en admettant pour un moment que le courant est

uniformément distribué autour de l'axe même. Dans ce cas, F_1 dépend uniquement de ρ. D'autre part, en supposant F_2 développé par la formule de Taylor selon les puissances croissantes de x et y, et en négligeant les termes de degré supérieur à 1°, on peut poser :

$$F_2 = a + bx + cy.$$

D'autre part, pour des raisons de symétrie, la valeur de M, et par conséquent celle de F_2, doit rester invariable quand on remplace y par $-y$, d'où :

(1) $$c = 0,$$
$$M = F_1(\rho) + a + bx,$$

J'admets que l'équation des lignes sur lesquelles la densité w du courant est constante est réellement représentée par une équation du type (2), où tous les coefficients ont une valeur constante sauf M, qui varie d'une ligne à l'autre.

Soit maintenant un arc s qui soit en chaque point orthogonal à la famille des surfaces :

$$M = \text{constante}.$$

On a :

(2) $$\frac{dM}{ds} = \sqrt{\left(\frac{\partial M}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial y}\right)^2}.$$

Or, pour l'équation (1), on a :

$$\frac{\partial M}{\partial x} = F_1'(\rho)\frac{x}{\rho} + b,$$
$$\frac{\partial M}{\partial y} = F_1'(\rho)\frac{y}{\rho}.$$

En substituant dans (2), on a :

$$\frac{dM}{ds} = \sqrt{[F_1'(\rho)]^2 + b^2 + 2F_1'(\rho)\,b\,\frac{x}{\rho}}.$$

L'égalité précédente, en se servant des coordonnées polaires ρ et θ, c'est-à-dire en posant :

$$x = \rho\cos\theta, \qquad y = \rho\sin\theta,$$

est du type :

$$\frac{dM}{ds} = \sqrt{p^2 + 2q^2\cos\theta},$$

où p et q sont seulement fonctions de ρ.

On en tire :

$$ds = \frac{dM}{\sqrt{p^2 + 2q^2 \cos\theta}}. \tag{3}$$

Or, en coordonnées polaires, on a :

$$M = F_1(\rho) + a + b\rho \cos\theta; \tag{4}$$

en outre :

$$dM = \frac{\partial M}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial M}{\partial \theta} d\theta.$$

En ne tenant compte d'abord que des points situés sur la surface du conducteur, pour lesquels $\rho = C^{te}$, et par conséquent, dans le passage d'un point à l'autre du contour :

$$dM = \frac{\partial M}{\partial \theta} \partial\theta = - b\rho \sin\theta d\theta,$$

d'où :

$$ds = \frac{- b\rho \sin\theta d\theta}{\sqrt{p^2 + 2q^2 \cos\theta}}.$$

Pour de petites valeurs de θ, on a :

$$\cos\theta = 1, \qquad \sin\theta = \theta.$$

Donc, en attribuant à s la valeur à zéro au point A (*fig.* 2) de coordonnées $\rho = 0, \theta = 0$.

La valeur s_0 de s sur le contour du conducteur et près de A est :

$$s_0 = \beta^2\theta^2, \tag{5}$$

où l'on a fait :

$$\beta^2 = \frac{- b\rho}{2\sqrt{p^2 + 2q^2}}. \tag{6}$$

Pour avoir la valeur de s, toujours au voisinage de A, mais à l'intérieur du conducteur, j'abaisse du point P la perpendiculaire PP_0 au contour et je désigne par λ la distance PP_0. En développant s par la formule de Taylor, pour des valeurs de λ suffisamment petites, on a :

$$s = s_0 + \frac{ds}{d\lambda} \lambda. \tag{7}$$

Pour calculer $\frac{ds}{d\lambda}$, considérons la surface de densité de courant uniforme passant par P_0, et soit P_0 sa normale au point P_0.

Il est clair que :

$$\frac{ds}{d\lambda} = \cos (P_0 P).$$

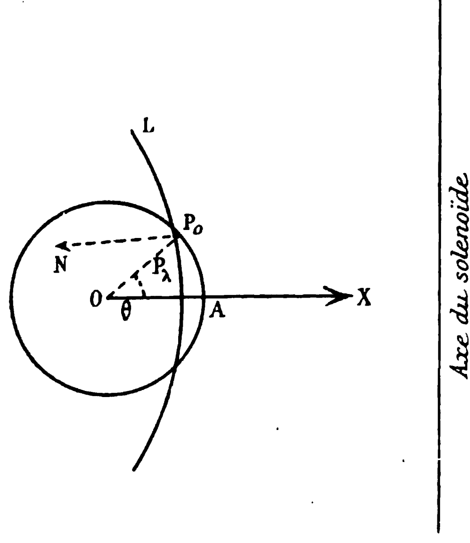


Fig. 2.

D'autre part, on peut retenir qu'au voisinage du point A les surfaces d'égale densité de courant sont parallèles à l'axe du solénoïde. Il en résulte que près du point A l'angle

$$(P_0 P) = o.$$

Donc :

$$s = s_0 + \lambda = \beta^2 \theta^2 + \lambda.$$

Qu'on applique maintenant le résultat général exprimé par la formule (10) établie dans ma précédente note et qu'on observe que, dans ce cas, $\varphi = w$. En indiquant par $w_0 \cos \omega t$ la densité du courant au point A, on a pour les points voisins :

$$w = w_0 e^{-(\alpha\lambda + \beta^2\theta^2)} \cos [\omega t - \alpha (\lambda + \beta^2 \theta^2)].$$

Cette formule donne une idée très claire de la loi d'après laquelle

le courant est distribué dans la section du fil : l'amplitude de la densité du courant est :

$$w_0 e^{-\alpha(\lambda + \beta^2\theta^2)},$$

et, comme on le voit, cette amplitude décroît suivant une loi exponentielle, soit avec l'accroissement de la distance λ du point du contour du conducteur, soit avec l'augmentation de l'azimut θ.

Ces variations de la densité sont d'autant plus considérables que la valeur de α est plus grande et, par conséquent, que la fréquence des courants est plus élevée.

Quant à ce qui se rapporte aux points qui ne sont pas voisins de A, on ne peut affirmer si la formule (7) continue à s'appliquer rigoureusement.

Qu'on observe, toutefois, que l'on sait déjà, *a priori*, d'après ce qui a été demontré à ce propos par Wien et par Sommerfeld, qu'il est superflu de se préoccuper de ces points, car la densité du courant est pratiquement négligeable.

Comme la formule (7) s'applique à ce cas, j'admettrai, dans la suite, qu'elle est valable aussi pour les grandes valeurs de λ et de θ. D'après cette formule, on peut dire que, pour de très hautes fréquences, que le courant reste localisé autour des points situés le plus près de l'axe du solénoïde. Dans la figure 3, la partie de la section du fil qui est utilisée pratiquement pour le passage du courant est parsemée de petits points.

Je passe maintenant au calcul de la résistance R du solénoïde. En désignant par W la chaleur dégagée par le courant dans le circuit en une seconde, on a :

$$W = \sigma \int w_m^2 dv,$$

où dv est l'élément de volume; w_m^2 la moyenne des valeurs du carré de w pendant une période. L'intégration est étendue à tout le volume occupé par le conducteur.

Soit l la longueur du conducteur, et a le rayon de sa section :

$$dv = l(a - \lambda)\, d\lambda d\theta,$$

donc :

$$W = \sigma l a \int\int w_m^2 d\lambda d\theta - \sigma l \int\int w_m^2 \lambda d\lambda d\theta.$$

On entend dans ce cas que l'intégration par rapport à λ s'étend de zéro à a, et celle se rapportant à θ de $-\pi$ à $+\pi$.

Il sera aussi superflu de s'occuper du deuxième terme, c'est-à-dire de $\sigma l \iint w_m^2 \lambda d\lambda d\theta$. En effet il est négligeable vis-à-vis du premier pour les points qui sont à peu de distance de A ; au délà de cette distance, w_m^2 devient négligeable et, par conséquent, sans altérer notablement les résultats, on peut poser :

$$W = \sigma la \int d\lambda \int w_m^2 d\theta,$$

où, pour la (7):

$$w_m^2 = \frac{w_0^2}{2} e^{-2\alpha(\lambda + \beta^2\theta^2)}.$$

En substituant, on obtient :

$$W = \frac{\sigma la w_0^2}{2} \int e^{-2\alpha\lambda} d\lambda \int e^{-2\alpha\beta^2\theta^2} d\theta.$$

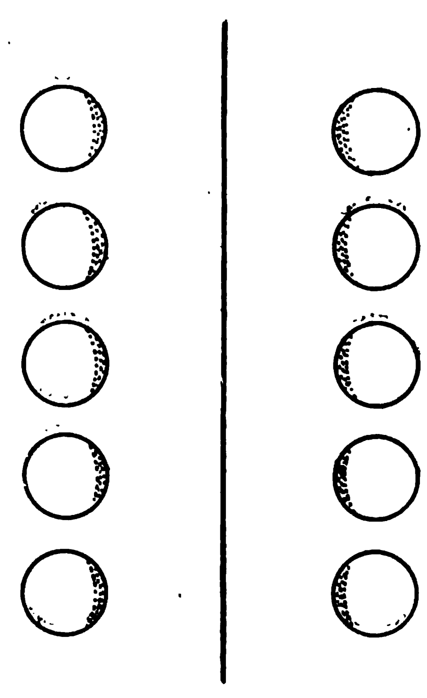


Fig. 3.

Quant aux limites d'intégration, comme il est dit plus haut, elles sont 0 et a pour la première intégrale, $-\pi$ et $+\pi$ pour la deuxième.

Qu'on remarque toutefois que les fonctions intégrantes $e^{-2\alpha\lambda}$ et $e^{-2\alpha\beta^2\theta^2}$ tendent asymptotiquement vers zéro par l'accroissement de λ et de $\pm\,\theta$. Pour les fréquences très élevées, c'est-à-dire pour de grandes valeurs de α, les valeurs de ces fonctions sont sensiblement différentes de zéro que dans le cas où les valeurs des variables λ et θ sont très voisines de zéro. Il s'ensuit que la valeur des intégrales en question reste sensiblement inaltérée, même si on prend comme limites d'intégration pour la première intégrale 0 et ∞, et pour la deuxième $-\infty$ et $+\infty$.

Il s'ensuit que :

$$W = \frac{\sigma l a w_0^2}{2}\int_0^{\infty} e^{-2\alpha\lambda}d\lambda \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\alpha\beta^2\theta^2}d\theta$$

et, par conséquent :

$$W = \frac{\sigma l a w_0^2\sqrt{\pi}}{4\beta\sqrt{2}}\,\alpha^{-\frac{3}{2}}.$$

D'autre part, en désignant par I l'intensité totale du courant, on a :

$$I = \int w dS,$$

où dS est l'élément d'aire de la section du fil, soit :

$$dS = (a - \lambda)\,d\lambda d\theta.$$

Par des considérations analogues à celles indiquées pour le calcul de W, on obtient :

$$I = 2^{-\frac{3}{4}}\frac{a w_0\sqrt{\pi}}{\beta}\,\alpha^{-\frac{3}{2}}\cos\left(\omega t - \frac{3\pi}{8}\right).$$

La valeur moyenne du carré de I dans le cours d'une période est donc :

$$I_m^2 = \frac{a^2 w_0^2\pi}{4\beta^2\sqrt{2}}\,\alpha^{-3}.$$

Le rapport $\frac{W}{I_m^2}$ donne, comme on le sait, la résistance du conducteur On a donc :

$$R = \frac{W}{I_m^2} = \sigma l\,\frac{\beta}{a\sqrt{\pi}}\,\alpha^{\frac{3}{2}} = \frac{2\sigma l\pi\beta\sqrt{2}}{a}\left(\frac{u}{\sigma T}\right)^{\frac{3}{4}},$$

où T désigne la période du courant.

Si le même fil était étendu en ligne droite, on trouverait, selon la formule bien connue de Lord Rayleigh, pour sa résistance R′, la valeur

$$R' = \frac{\sigma l}{a}\left(\frac{u}{\sigma T}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{8}$$

et, par conséquent :

$$\frac{R}{R'} = 2\pi\beta\sqrt{2}\sqrt[4]{\frac{u}{\sigma T}}. \tag{9}$$

Le résultat exprimé par la formule (9) diffère essentiellement de celui trouvé par Sommerfeld, et rend compte d'une très importante circonstance qui se vérifie en pratique, c'est-à-dire de la variation du rapport $\frac{R}{R'}$ avec la fréquence des courants. Comme on le voit par la formule (9), la valeur de ce rapport croît proportionnellement à la racine quatrième de la fréquence.

Pour se rendre compte de ce qu'on obtient au point de vue expérimental, il suffit de jeter un coup d'œil sur le tableau suivant, où sont résumés les résultats des expériences peu nombreuses qu'on connaît sur cette question. Ces expériences ont été faites par moi et se trouvent dans mon travail sur les décharges oscillatoires (1).

Période	$\frac{R}{R'} = \frac{\text{Résistance du solénoïde}}{\text{Résistance du fil rectiligne}}$
$4{,}3 \times 10^{-6}$ sec.	1,96
$3{,}0 \times 10^{-6}$ sec.	2,15
$2{,}2 \times 10^{-6}$ sec.	2,17

On voit que, conformément à ma conclusion, par l'accroissement de la fréquence la valeur du rapport $\frac{R}{R'}$ augmente.

Mais il y a plus encore : même la loi quantitative exprimée par la formule, peut être considérée comme sensiblement confirmée par ces expériences. En effet, selon ma formule, l'expression

$$\frac{R}{R'}\sqrt[4]{T}$$

devrait, pour les hautes fréquences, conserver une valeur constante.

Or, si avec les données établies plus haut on calcule la valeur de

(1) *Loc. cit.*, p. 374.

la constante $K = \frac{R}{R'} \sqrt[4]{T}$, on a :

T	$K = \frac{R}{R'} \sqrt[4]{T}$
$4{,}3 \times 10^{-6}$	$2{,}82 \times 10^{-\frac{3}{2}}$
$3{,}0 \times 10^{-6}$	$2{,}83 \times 10^{-\frac{3}{2}}$
$2{,}2 \times 10^{-6}$	$2{,}64 \times 10^{-\frac{3}{2}}$

Comme on le voit, surtout pour les deux premières fréquences, la concordance entre ma formule et les expériences, si elle n'est pas due au hasard, est parfaite.

PHILOSOPHICAL MAGAZINE ;

Tome XXII ; fin du 2e semestre 1906.

THOMAS LYLE et J.-M. BALDWIN. — Experiments on the propagation of longitudinal waves of magnetic flux along iron wires and rods (Expériences sur la propagation d'ondes longitudinales de flux magnétique le long de fils et de tiges de fer). — P. 433.

L'objet des expériences était de déterminer les modifications apportées dans les coefficients des termes de la série harmonique capable de représenter une « onde de flux magnétique » quand cette onde passe à travers une tige de fer.

Le sujet a déjà été étudié par divers auteurs (Oberbeck, Zenneck). En désignant par T la période des oscillations, par Φ la différence de phase en deux points distants de l centimètres, la quantité

$$v = \frac{2\pi l}{\Phi T}$$

représente la « vitesse de propagation de l'aimantation ».

Les auteurs cités ont trouvé que l'amplitude F_x du flux résultant aux différents points pouvait être représentée par la relation :

$$F_x = F_0 e^{-\lambda x},$$

où λ est une constante qui dépend de la nature du métal de la tige, mais est indépendante de l'aire de la section.

Dans les présentes expériences, les « ondes de flux » étaient produites dans les fils ou tiges rectilignes en faisant passer un courant alternatif dans un solénoïde disposé selon l'axe des tiges et en leur milieu. Les mesures étaient exécutées à l'aide de « l'ondographe » décrit précédemment par Lyle [1].

Le courant alternatif employé provenait d'un convertisseur rotatif alimenté par le courant continu fourni par une batterie de piles. Les valeurs λ_1 du coefficient de l'exponentielle

$$F_1 = F_0 e^{-\lambda_1 x},$$

ou *coefficient de fuite*, étaient déduites à l'aide de la relation des valeurs observées de l'amplitude F_1 du flux.

On a :

$$\frac{dF_1}{dx} = -\lambda_1 F_1, \qquad \text{c'est-à-dire :} \qquad \lambda_1 = -\frac{1}{F_1}\frac{dF_1}{dx} = -\frac{d}{dx}\cdot \log_e F_1.$$

Et pour deux points voisins x et x' : $\lambda_1 = \dfrac{\log_e F_1 . x - \log_e F_1 x'_1}{x' - x}.$

Les expériences conduisent aux principales conséquences suivantes :

Les observations sont favorables à la considération due à Oberbeck d'une « vitesse de propagation d'aimantation » donnée par la relation :

$$v = \frac{2\pi}{T . \frac{\Phi}{l}}, \qquad \text{c'est-à-dire, en un point,} \qquad v = \frac{2\pi}{T \frac{d\Phi}{dl}}.$$

Pour le premier harmonique :

1° Le retard de phase, pour un point situé à une distance x du centre, croît d'abord avec x, atteint un maximum, puis va en diminuant constamment jusqu'à ce que le flux soit dissipé (si la barre est assez longue pour que cela puisse se produire).

Le coefficient λ_1 de l'exponentielle varie dans le même sens que le retard de phase;

2° Les distances de la bobine magnétisante auxquelles le retard de phase et le coefficient λ_1 deviennent maxima sont égales : ce point peut être appelé *point critique* de l'échantillon, et sa distance à la bobine *distance critique ;*

(1) T. Lyle, *Wave tracer and analyser* (*Phil. Mag.*, 1903, p. 549).

3° Le retard de phase, la distance critique et le coefficient λ_1 varient avec les dimensions de l'échantillon et sa perméabilité, ainsi qu'avec la valeur du flux initial et de la fréquence.

Le *retard* augmente avec la perméabilité et en même temps que le flux initial.

Il croît aussi avec la fréquence.

La *distance critique* est approximativement proportionnelle au diamètre. Elle augmente avec la perméabilité et en même temps que le flux initial.

Le *coefficient* λ_1 est inversement proportionnel au diamètre. Il diminue quand la perméabilité et le flux initial augmentent, mais va en croissant avec la fréquence.

Albert CAMPBELL. — On the use of chilled cast-iron for permanent magnets (Usage de fonte de fer trempée pour aimants permanents). — P. 468.

Les échantillons essayés étaient portés à la température de 1 000°, puis trempés à l'eau froide.

Des observations comparatives effectuées avec des échantillons d'aciers à aimants (l'un de ces échantillons provenait d'Allevard) ont montré que la fonte trempée ne se montrait guère inférieure aux aciers spéciaux, tant au point de vue de la valeur de l'aimantation rémanente que du champ coercitif.

Tandis que l'un des aimants d'acier présente une aimantation rémanente de 2 550 unités et un champ coercitif de 55,5, la fonte atteint une aimantation de 1 850 et un champ coercitif égal à 52.

F. BURTON. — The action of electrolytes on colloidal solutions (Action des électrolytes sur les solutions colloïdales). — P. 472.

On sait que des quantités très faibles de solutions salines exercent une action coagulative sur les solutions colloïdales. Les expériences de Linder et Picton ont montré que le pouvoir de coagulation des différentes solutions salines sur une solution colloïdale de sulfure arsénieux était lié directement à la valence du métal du sel.

Les travaux de Hardy sur l'albumine de l'œuf ont apporté une importante contribution à la question. Hardy a établi que le sens du déplacement des particules dans un champ électrique, c'est-à-dire que le signe des charges qu'elles portent, dépend de la nature alca-

line ou acide du liquide dans lequel elles se trouvent en suspension.

Si le liquide est acide, les particules sont chargées positivement; s'il est alcalin, elles ont des charges négatives.

La coagulation se produit au point (appelé *iso-électrique*) où le changement de signe des charges a lieu.

La théorie de Hardy peut être étendue aux divers cas de coagulation des solutions colloïdales.

Les présentes expériences ont pour principal objet de rechercher quel est l'effet des ions d'un électrolyte surajouté à un colloïde sur la charge d'une particule du colloïde.

Comme solutions colloïdales, on s'est servi de solutions d'argent et d'or dans l'eau pure. Ces solutions étaient préparées par le procédé électrique de Bredig.

Le sel utilisé pour produire la coagulation était du sulfate d'alumine.

L'addition de petites quantités de sulfate d'alumine aux solutions colloïdales d'or ou d'argent amène une diminution dans la charge des particules et peut même changer le signe de la charge.

L'existence d'un point iso-électrique montre l'analogie que présentent ces solutions avec l'albumine étudiée par Hardy.

La mesure de la variation de la vitesse de migration des particules qui se produit pour une addition d'une quantité déterminée de sulfate d'aluminium aux solutions colloïdales d'argent ou d'or permet de calculer le nombre d'ions aluminium nécessaires pour neutraliser la charge des particules dans la solution.

De la connaissance de ce nombre d'ions, on peut déduire la charge totale d'un gramme-équivalent d'or ou d'argent colloïdal.

Cette charge est égale, pour l'argent à 0,04, et pour l'or à 0,12 de la charge des grammes-équivalents d'un ion monovalent.

Lord RAYLEIGH. — On the interference-rings, described by Haidinger, observable by means of plates whose surfaces are absolutely parallel (Sur les anneaux d'interférence décrits par Haidinger, observables au moyen de plaques dont les surfaces sont rigoureusement parallèles). — P. 489.

Les anneaux d'interférence qui se produisent entre deux surfaces planes parallèles, et auxquels les travaux de Michelson, de Fabry et Perot ont donné une récente importance, ont été observés tout d'abord par Haidinger à l'aide de lames de mica.

Bien que l'assertion contraire ait été émise (Mascart), l'examen du mémoire original de Haidinger montre que l'auteur en avait parfaitement compris la véritable explication.

Il convient de remarquer que l'explication classique des anneaux s'applique d'une manière plus rigoureuse aux anneaux de Haidinger qu'à ceux de Newton, qui sont dus à l'épaisseur variable de la lame.

Les anneaux se voient aisément si, tenant près de l'œil une lame de mica, on regarde au travers la flamme d'un bec Bunsen contenant un sel de sodium.

Ils présentent certaines particularités qui n'ont pas encore été signalées, et tiennent à la double réfraction du mica.

Il existe en effet deux systèmes d'anneaux. On pourrait être tenté d'attribuer l'existence de ces deux systèmes voisins au fait que la raie D n'est pas simple. Mais la substitution d'un tube à hélium à la flamme salée n'introduit aucune différence essentielle dans l'aspect du phénomène.

Si l'on observe les anneaux (d'une lame de mica d'épaisseur suffisante) à l'aide d'un nicol, ils prennent des aspects différents selon l'azimut d'orientation du nicol. Il existe dans ces conditions quatre directions rectangulaires pour lesquelles les anneaux intérieurs deviennent distincts. Mais, dans les positions adjacentes, les deux systèmes d'anneaux présentent des aspects différents : l'un est à centre noir, et l'autre à centre blanc.

Selon quatre directions rectangulaires et rayonnant du centre, il existe des régions très étroites où les anneaux s'estompent, de sorte que ces directions prennent l'apparence de *rayons* du système d'anneaux.

Ces *rayons* disparaissent quand le nicol occupe la position voulue pour que le système des anneaux intérieurs devienne distinct.

Il paraît naturel de supposer que les rayons représentent le lieu des points où les anneaux de l'un des systèmes bissectent les intervalles des anneaux de l'autre.

Les deux systèmes d'anneaux se coupent ainsi l'un l'autre, ce qui montre qu'ils ne sont, ni les uns ni les autres, exactement circulaires : la double réfraction exige en effet que la surface d'onde ne soit pas sphérique.

L'aspect du phénomène peut être reproduit (à part la forme circulaire des anneaux) en superposant sur la même plaque photographique deux épreuves successives d'une bande d'étoffe rayée, et

imprimant une légère rotation à la plaque pour passer d'une épreuve à l'autre.

C.-V. RAMAN. — Unsymmetrical diffraction-bands due to a rectangular aperture (Bandes de diffraction dissymétriques dues à une ouverture rectangulaire). — P. 494.

Un faisceau de lumière monochromatique provenant d'une fente placée dans le plan focal d'une lentille collimatrice, et tombant sur l'objectif d'une lunette recouvert d'un opercule rectangulaire, donne naissance à des figures de diffraction. Si les bords de l'opercule sont parallèles à ceux de la fente collimatrice et que le faisceau incident soit normal, les figures consistent en une série de bandes disposées symétriquement de part et d'autre de l'image de la fente.

Mais, si l'opercule, tout en gardant ses bords parallèles à ceux de la fente collimatrice, est incliné sur le faisceau de lumière incidente, les figures de diffraction ne demeurent plus nécessairement symétriques.

Le même phénomène peut être observé en faisant réfléchir, sous une grande incidence, un faisceau de lumière parallèle sur la face d'un prisme. Quand on fait réfléchir, par exemple, sous l'incidence de 85° un faisceau de lumière sur la face d'un prisme de $4^{cm},5$ de large, les bandes de diffraction obtenues sont symétriques, et les minima équidistants. Mais, si l'incidence dépasse la valeur de 87°, les bandes de l'un des côtés deviennent plus larges que les bandes de l'autre côté.

Si l'on désigne, en effet, par a la largeur de la face du prisme, par $\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ l'angle d'incidence de la lumière de longueur d'onde λ, il y a des minima de lumière réfléchie dans les directions $\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$ telles que :

$$a(\cos\theta - \cos\varphi) = \pm m\lambda, \quad (1)$$

m étant un nombre entier.

D'ailleurs, pour $m = 0$, $\theta = \varphi$: c'est la réflexion ordinaire. Si θ n'est pas très petit, on a :

$$2a \sin\frac{\theta+\varphi}{2} \sin\frac{\varphi-\theta}{2} = \pm m\lambda, \qquad \text{c'est-à-dire} \qquad \varphi - \theta = \pm \frac{m\lambda}{a\sin\theta}, \quad (2)$$

φ différant très peu de θ.

Mais, si θ est très petit, la relation (2) n'est plus correcte. Il faut revenir à la relation (1). Or, pour des accroissement égaux de cos θ, les accroissements de l'angle sont alors inégaux : ils sont d'ailleurs notables. Les bandes deviennent larges, et les minima ne se trouvent plus à des distances angulaires égales les uns des autres.

Les mêmes considérations montrent que la disposition des bandes de part et d'autre de la frange centrale doit être dissymétrique.

R.-W. WOOD. — **Fluorescence and magnetic rotation spectra of sodium vapour, and their analysis (Spectre de fluorescence et spectre rotatoire magnétique de la vapeur de sodium : leur analyse). — P. 499.**

Cette étude complète les travaux importants que Wood a déjà publiés sur le même sujet.

Un certain nombre de planches et de tableaux accompagnent la description des spectres.

Les spectres de fluorescence décrits ont été obtenus en excitant la vapeur de sodium, soit par des lampes de quartz contenant du cadmium, du zinc ou du thallium, soit par des arcs ordinaires entre électrodes de plomb, d'argent, de bismuth ou de cuivre, soit à l'aide de tubes à vide contenant de l'hélium ou de l'hydrogène.

Les expériences ont donc été extrêmement variées et ont permis de recueillir un nombre considérable de documents.

W. MALCOLM. — **Double refraction in colloids produced by electric endosmose (Double réfraction produite dans les colloïdes par endosmose électrique). — P. 548.**

Quincke a montré que, si l'on fait subir des déformations mécaniques à la gelée « isotrope » que l'on obtient par refroidissement de solutions de gélatine, on lui confère les propriétés d'un milieu biréfringent.

On fait aussi apparaître la double réfraction dans la gélatine quand on la soumet à l'action d'un courant électrique. L'effet est d'autant plus accentué que la force électromotrice appliquée est plus grande. Quand on fait l'expérience avec un tube capillaire rempli de gélatine et traversé selon l'axe par le courant, on constate, à l'aide d'un compensateur, que le milieu subit une *dilatation* (optique) dans le sens de l'axe du tube au voisinage de l'anode.

Cette dilatation n'intéresse qu'une plage étroite et se traduit sous l'aspect d'une ligne présentant un changement de teinte au compensateur. La ligne de dilatation est bordée de deux plages où il y a *contraction* de la gélatine.

Des phénomènes analogues, mais moins marqués peuvent être observés avec l'acide silicique et l'hydrate ferrique.

G. BAKKER. — On the theory of surface forces (Sur la théorie des « surfaces de forces »). — P. 557.

On peut faire l'étude des phénomènes capillaires, soit en imaginant que le liquide est un système de molécules en mouvement, soit en supposant qu'un agent externe, homogène, produit les mêmes effets que le liquide.

C'est au second point de vue que se place l'auteur. La théorie mathématique qu'il propose est basée sur la considération d'un potentiel V satisfaisant à l'équation générale :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = q^2 V + 4\pi f \rho$$

(q et f étant des constantes, et ρ la densité de l'agent auquel est dû le potentiel).

La fonction potentielle est de la forme $- f \frac{e^{-qr}}{r}$.

La théorie donnée par l'auteur permet de retrouver tous les résultats connus de la théorie de la capillarité (notamment les relations de Lord Rayleigh et certaines formules de Van der Waals).

H. BARTHON et J. PENZER. — Simultaneous vibration-curves of string and air photographically obtained from a monochard [Courbes vibratoires simultanées d'une corde vibrante et de l'air (ébranlé) obtenues par la photographie d'un monocorde]. — P. 576.

Suite des expériences déjà décrites par les auteurs. Les courbes sont enregistrées par les mêmes méthodes que précédemment [1] et représentées dans une série de planches.

---

[1] *Phil. Mag.*, 1905, 2e sem., p. 149.

H.-M. WILKINSON. — On the « Swan » spectrum (Sur le spectre de « Swan »). P. 581.

Le spectre dit de « Swan » est le spectre des composés du carbone que l'on observe dans la flamme bleue d'un bec Bunsen. Ce spectre a été étudié et décrit par un grand nombre d'expérimentateurs.

Il a été attribué, depuis longtemps, au *carbone* par Attfield. Morren, après discussion, est arrivé à la même conclusion. Plücker, Hittorf et Müllner se sont ralliés à la même opinion.

Au contraire, Thalen, puis Dewar ont attribué au cyanogène l'origine de ce spectre, tandis que Stake et Smithells le supposaient dû à l'oxyde de carbone.

L'auteur a reproduit le spectre de « Swan » avec tous ses caractères, en faisant jaillir des étincelles au sein de composés hydrocarbonés, ce qui paraît *exclure* la nécessité de la présence d'oxygène pour lui donner naissance.

Les liquides utilisés, pris dans un grand état de pureté, étaient : le chloroforme, la benzine, l'aniline, le bromure d'éthyle, l'éthylène dibromé. Afin d'obvier à la décomposition rapide des liquides sous l'influence de l'étincelle, décomposition qui se traduit par un dépôt de carbone, on opérait en renouvelant constamment le liquide soumis à l'expérience.

Tous les liquides essayés donnent un spectre de « Swan » très brillant.

R.-W. WOOD. — The intensification of glass diffraction gratings and the diffraction process of colour photography (L'accroissement de l'intensité des réseaux de diffraction sur verre et le procédé de photographie en couleur par diffraction). — P. 585.

On améliore beaucoup les qualités de réseaux sur verre en leur faisant subir une immersion de courte durée dans un bain d'acide fluorhydrique dilué (1 partie d'acide environ pour 100 parties d'eau).

L'action de l'acide est remarquablement uniforme, de sorte que les réseaux usés peuvent être remis à neuf par le même procédé que les *limes*.

Le procédé ne réussit toutefois qu'avec les réseaux sur verre. Aucune solution acide ne paraît améliorer les réseaux tracés sur métal.

L'auteur a apporté un perfectionnement au procédé de Ives pour l'obtention d'épreuves photographiques en couleur à l'aide de réseaux. On se sert toujours de trois réseaux ; mais, pour obtenir les couleurs dans l'épreuve définitive, on opère par *juxtaposition* des réseaux au lieu d'opérer par *superposition*.

J.-A. FLEMING. — On the electric radiation from bent antennæ (Sur le rayonnement électrique des antennes courbées). — P. 588.

Marconi a montré que l'on pouvait obtenir la direction des ondes électriques en faisant usage, comme antenne d'émission, d'une antenne constituée par une portion verticale et une portion horizontale. L'auteur a donné l'explication théorique du phénomène. Une antenne courbée rayonne d'une manière dissymétrique, soit plus énergiquement dans son propre plan et dans la direction opposée à celle vers laquelle est dirigée l'extrémité isolée. Les présentes mesures ont été entreprises afin de déterminer la valeur de l'énergie rayonnée dans les divers azimuts. L'antenne d'émission était constituée par un conducteur de cuivre nu (de 3 mètres à 6 mètres de longueur) ; elle était excitée en *direct*, la prise de terre consistant en quelques grandes plaques de zinc posées sur le sol. Une plaque carrée de zinc de 45 centimètres de côté était disposée au sommet de l'antenne comme capacité auxiliaire. L'antenne réceptrice, verticale, était placée à une distance d'une cinquantaine de mètres de l'antenne d'émission.

Pour l'exécution des expériences, une fraction déterminée de la longueur de l'antenne d'émission était recourbée à angle droit, et l'on portait la portion horizontale dans les différents azimuts tout autour de l'axe vertical de l'antenne d'émission.

On se servait, comme détecteur d'ondes, d'un *détecteur thermique* constitué par un élément thermo-électrique tellure-bismuth disposé dans une enceinte vide. Cet élément thermo-électrique se trouvait en contact avec une résistance échauffée par le passage du courant oscillatoire, et intercalée entre l'antenne réceptrice et la terre. Un courant de 1 milliampère donnait au spot du galvanomètre une déviation de 1 centimètre.

Les longueurs d'ondes émises étaient mesurées à l'aide d'un *ondemètre* constitué par un résonateur fermé de capacité connue et de self-induction variable (et calculable). La résonance était réalisée en notant le maximum des indications d'un détecteur thermique

intercalé dans le résonateur (on reconnaît l'emploi de méthodes connues).

En portant sur des rayons vecteurs, tracés selon les divers azimuts donnés à l'antenne d'émission, des longueurs proportionnelles au *courant* (intensité efficace) dans l'antenne réceptrice pour la direction correspondante, on obtient des courbes fermées ou diagrammes indicateurs de la répartition de l'énergie rayonnée.

Ces diagrammes montrent qu'il y a un maximum d'énergie rayonnée dans l'azimut de 180°, c'est-à-dire quand la partie horizontale de l'antenne d'émission est dirigée *en sens opposé* de l'antenne réceptrice, et un *minimum* dans l'azimut de 0°, c'est-à-dire quand la partie horizontale de l'antenne d'émission est dirigée *vers* l'antenne réceptrice.

Il existe encore deux régions de minima relatifs situées aux environs de 105° à 110° (sur la droite ou sur la gauche).

Les inégalités les plus marquées s'obtiennent, pour l'antenne de 6 mètres, quand la portion verticale présentant 60 centimètres de longueur, la portion horizontale atteint une longueur de $5^{m},40$.

Les longueurs des ondes émises étaient égales à 30 mètres et correspondaient par suite à une valeur égale à 5 fois la longueur de l'antenne (on doit observer en effet que le rapport de la longueur de l'antenne au diamètre est vraisemblablement très faible).

La théorie permet de retrouver les principaux résultats des observations.

Marconi a obtenu des diagrammes analogues aux précédents en opérant avec une antenne *réceptrice* recourbée et dirigée dans différents azimuts.

L'explication des inégalités d'énergie reçue devient un peu différente. Elle résulte de ce que la force électromotrice qui agit sur l'antenne réceptrice provient de trois causes :

1° Celle qui est due à l'action exercée sur la portion verticale de l'antenne réceptrice par la force électrique de l'onde incidente : cette force électrique est *perpendiculaire* à la surface du sol;

2° Celle qui est due à l'action exercée sur la portion verticale de l'antenne réceptrice par la force magnétique, qui est *parallèle* à la surface du sol;

3° Celle qui est due aux changements périodiques de sens des lignes de force magnétiques qui passent sous la portion horizontale de l'antenne.

La force électromotrice totale est la somme vectorielle de ces trois forces partielles : on voit aisément que cette somme est variable selon la direction donnée à la branche horizontale du fil récepteur.

C. Tissot.

T. XXIII; 1er semestre 1907.

E. RUTHERFORD. — The velocity and energy of the α particles from radioactive substances (Vitesse et énergie des particules α émises par les substances radioactives). — P. 110-118.

L'auteur a précédemment établi la formule :

$$\frac{V}{V_0} = 0,348 \sqrt{r + 1,25},$$

où V est la vitesse d'une particule α après passage à travers un écran, et r sa portée dans l'air, V_0 étant la vitesse initiale des particules α émises par le radium C et ayant dans l'air une portée de $7^{cm},06$. V_0 étant égal à $2,06 . 10^9$ centimètres par seconde, il en résulte que la vitesse V d'une particule α capable d'ioniser l'air à la distance de r centimètres est donnée par :

$$V = 0,717 \sqrt{r + 1,25} . 10^9 \text{ centimètres par seconde.}$$

Cette relation est fondée sur l'hypothèse, vérifiée dans un grand nombre de cas, que les particules α qui proviennent des rayons α des divers éléments radioactifs ont une masse identique.

Un grand tableau (p. 112) donne pour les divers éléments radioactifs et leurs produits de transformation : la période de transformation, la portée des rayons α dans l'air, la vitesse des particules α en centimètres par seconde et l'énergie cinétique de ces particules. Donnons un extrait de ce tableau :

	Portée dans l'air	Vitesse	Énergie cinétique
Uranium.............	3,5 cm.	$1,56 . 10^9$	$2,41 . 10^{14}e$
Radium..............	3,5	$1,56 . 10^9$	$2,41 . 10^{14}e$
Radium C............	7,06	$2,06 . 10^9$	$4,21 . 10^{14}e$
Thorium X...........	5,7	$1,89 . 10^9$	$3,52 . 10^{14}e$
Actinium X..........	6,55	$2,00 . 10^9$	$3,95 . 10^{14}e$

G.-F.-C. SEARLE. — The impulsive motion of electrified substances (Le mouvement impulsif des substances électrisées). — P. 118-149.

Calcul, fondé sur les principes de l'électromagnétisme, de l'énergie rayonnée par la variation du mouvement d'une particule électrisée.

OTTO HALM. — On radioactinium (Sur le radioactinium). — P. 165-181.

L'auteur a mis en évidence l'existence d'un nouveau terme dans la série des produits de désagrégation de l'actinium : c'est le *radioactinium*, qui est directement produit à partir de l'actinium, et qui lui-même donne lieu directement à l'actinium X. Le radioactinium émet uniquement des rayons α et a, pour période de réduction à la moitié, dix-neuf jours et demi.

G.-A. SCHOTT. — On the electron theory of matter and on radiation (Sur la théorie électronique de la matière et la radiation). — P. 189-214.

Etudes théoriques des diverses vibrations possibles, dans des systèmes d'anneaux d'électrons, et des cas où les périodes vibratoires possibles sont en nombre limité, formant des séries de lignes spectrales, et des cas où elles sont, dans certains intervalles, en nombre illimité, correspondant à des bandes spectrales.

A.-S. EVE. — The ionization of the atmosphere over the Ocean (Ionisation de l'atmosphère au-dessus de l'Océan). — P. 248-259.

Très intéressante série d'observations entreprise pour voir si le nombre d'ions existant dans l'air au-dessus de l'Océan est du même ordre de grandeur que dans l'air au-dessus de la terre ferme. M. Eve a fait une série de mesures au bateau, au cours d'une traversée de l'Atlantique, entre Montréal et Liverpool. Voici, en quelques points et à quelques dates, les valeurs trouvées pour les nombres d'ions positifs et négatifs (n_+ et n_-) dans 1 centimètre cube d'air :

			n_+	n_-
20 juin	5 h. s.	Montréal	336	296
22 juin	8 h. m.	Golfe du St-Laurent	721	673
26 juin	2 h. s.	55° lat., 36° l.	686	647
30 juin	10 h. m.	54° lat., 5° l.	1 273	872

La conclusion qui se dégage de ces nombres et surtout du tableau complet, dont ceci n'est qu'un extrait, est qu'il existe autant d'ions libres dans l'air au-dessus de l'Océan qu'au-dessus du sol. D'autre part, la quantité de sels de radium ou d'émanations qui existe dans l'eau de mer est certainement trop faible pour expliquer le pouvoir ionisant de l'air qui surmonte la mer. Il est possible que l'émanation du radium, produite au-dessus de la terre ferme par les sels de radium contenus dans le sol, soit entraînée par les vents jusqu'au-dessus de la pleine mer.

A.-L. WOOD et N.-R. CAMPBELL. — Diurnal periodicity of the spontaneous ionization of air and other gases in closed vessels (Variation diurne de l'ionisation spontanée de l'air et d'autres gaz en vases clos). — P. 265-277.

De l'air ou un gaz enfermé dans un récipient métallique acquiert une certaine ionisation, qui varie avec le temps, qui augmente durant plusieurs jours jusqu'à atteindre un maximum avec le plomb, qui atteint presque tout de suite sa valeur moyenne définitive avec le zinc.

Mais, indépendamment de cette période variable du début, il y a, dans les journées pour lesquelles la valeur moyenne est stationnaire, une véritable variation diurne. L'ionisation varie souvent un peu irrégulièrement; mais, en traçant les courbes qui représentent l'ionisation aux vingt-quatre heures de la journée, avec de l'anhydride carbonique dans un vase de plomb, on reconnaît qu'il y a tous les jours un maximum très marqué entre 21 heures (9 heures du soir) et 23 heures (11 heures du soir) et un minimum entre 12 et 15 heures. Il y a, en outre, un second minimum, moins marqué, entre 24 heures et 6 heures (du matin) et un second maximum, moins marqué que le premier, entre 8 heures et 11 heures.

On retrouve les mêmes caractères essentiels aux courbes qui représentent l'état d'ionisation du gaz d'éclairage dans du plomb, et aussi à celles qui sont relatives à l'anhydride carbonique dans du zinc. Les caractères généraux de la variation diurne sont indépendants du gaz et du métal et sont les caractères généraux de la variation diurne du potentiel de l'air.

P.-E. SHAW. — On spark potentials in liquid dielectrics (Sur le potentiel explosif dans les diélectriques liquides). — P. 277-279.

Si on représente le potentiel explosif (en volts) en fonction de la distance (en microns) dans un liquide diélectrique donné, on a une courbe qui, d'après Earhart ([1]), présenterait toujours un coude (ou, si l'on veut, un genou, « aknee ») pour 330 volts.

Jusqu'à 330 volts, on a une droite passant par l'origine ; au delà, la distance explosive augmentant beaucoup, le potentiel explosif augmente très peu. M. Shaw constate que le coude existe nécessairement avec tous les diélectriques. Le coude existe pour les potentiels explosifs dans l'air.

L. de La Rive. — On the introduction of Döppler's factor into the solution of the equations of the electron theory (Sur l'introduction du facteur de Döppler dans la solution des équations de la théorie électronique). — P. 279-285.

L'auteur montre la nécessité de tenir compte de la vitesse de propagation des actions émanées de l'électron dans le calcul de sa période d'oscillation.

P.-J. KIRKBY. — Chemical effets of the electric discharge in rarefied hydrogen and oxygen (Effets chimiques de la décharge électrique dans l'hydrogène et l'oxygène raréfiés). — P. 289-312.

Dans un tube à gaz raréfié à mélange d'oxygène et d'hydrogène, on fait passer la décharge; d'autre part, on absorbe au fur et à mesure la vapeur d'eau produite, à l'aide d'anhydride phosphorique, et on note la diminution de pression qui en résulte.

Avec un tube comprenant deux ampoules, l'une tout près de la cathode, l'autre tout près de l'anode, on a reconnu ainsi que la quantité de vapeur d'eau produite était plus grande du côté de la cathode.

Parmi les nombreux résultats obtenus dans nombre de cas particuliers, citons le suivant relatif à l'énergie nécessaire pour séparer les deux atomes d'une molécule d'oxygène. L'énergie nécessaire pour briser une molécule en ions n'est pas supérieure, d'après Townsend, à celle que prend un ion en se déplaçant d'une chute de potentiel

---

(1) *Phys. Rev.*, XXIII, p. 358-369.

de 5 volts. Les expériences actuelles de l'auteur montrent que la rupture d'une molécule en atomes demande une dépense de travail inférieure à celle que comporte la rupture d'une molécule en ions, car les ions sont engendrés par les collisions d'ions en mouvement contre les molécules du gaz, et on a au moins 5 fois plus de molécules d'eau formée que de couples d'ions. On peut donc fixer la valeur $5 . 10^{-12}$ ergs (pratiquement la même que celle qui est nécessaire pour briser en ions une molécule d'oxygène) comme la limite supérieure du travail mis en jeu dans la séparation en atomes d'une molécule d'oxygène.

Lord KELVIN. — An attempt to explain the radioactivity of radium (Un essai pour expliquer la radioactivité du radium). — P. 313-316.

C'est la suite des considérations émises antérieurement par l'illustre physicien sur les atomes munis d'un électrion qui, lorsqu'il est au centre, est dans une position stable, où il représente une très grande énergie potentielle. L'électrion peut occuper une autre position d'équilibre stable, mais très près de la limite de l'atome, avec une très petite énergie potentielle. Lord Kelvin appellera atomes *chargés* ceux qui ont un électrion au centre, non chargés les autres atomes.

Prenons un cristal de chlorure ou de bromure de radium, avec des atomes non chargés au début. Au bout d'un très court espace de temps, quelques atomes deviendront chargés, et cet échange de position des charges se fera jusqu'à ce qu'on ait atteint une proportion moyenne d'atomes chargés. L'énergie du travail accompli en chargeant les atomes de radium est fournie aux dépens de la chaleur thermométrique du cristal. Le cristal se refroidit ainsi, jusqu'à ce que la chaleur envoyée par conductibilité et *par rayonnement* par la matière qui entoure le cristal ait compensé l'effet refroidissant du chargement des atomes.

Un certain nombre des atomes chargés, probablement en très petit nombre, deviennent, dans une seconde phase et suivant la loi des moyennes cinétiques, des atomes non chargés, qui expulsent leurs électrions, avec explosion. Le cristal privé de quelques électrions tend alors à repousser et à expulser à son tour des atomes sans charge, c'est-à-dire de l'électricité vitreuse ou des rayons α, tandis que les électrions expulsés constitueraient les particules β.

L'intérêt d'une explication cherchée dans cette voie est qu'elle per-

mettrait d'éviter l'hypothèse « monstrueuse » d'une énergie initiale énorme et quasi infinie dans un cristal de sel de radium.

W.-H. BRAGG. — On the ionization of various gases by the α particles of radium (n° 2) (Sur l'ionisation de divers gaz par les particules α du radium). — P. 333-357.

Continuation des importantes recherches de l'auteur. Il étudie pour les divers gaz la valeur du produit RI dont la signification a été donnée (1).

G.-A. BLANC. — On the radioactive matter in the earth and the atmosphere (Sur la matière radioactive dans la terre et l'atmosphère). — P. 378-381.

L'auteur déduit d'expériences faites à Rome, soit à l'air libre, soit dans les catacombes, que le produit actif contenu dans l'atmosphère et qui vient se déposer sur un fil chargé négativement serait composé en grande partie de produits de transformation du radiothorium, et non pas, comme l'avait indiqué Eve, d'émanation du radium. Le principal argument de Blanc est qu'on augmente l'activité induite en prolongeant la durée de l'exposition du fil chargé, beaucoup plus que ne le comporterait l'exposition à une atmosphère ne contenant que de l'émanation du radium et qui donnerait au fil une activité induite égale à 99 0/0 de sa valeur maximum au bout d'environ trois heures.

SIR OLIVER LODGE. — The density of the æther (La densité de l'éther). P. 488-507.

M. Lodge rappelle quelques-unes des hypothèses qu'il avait développées, dès 1889, dans ses *Modern Views of Electricity*, et qu'il reprend en les développant dans un chapitre d'une nouvelle édition de cet ouvrage.

Il est amené, par divers ordres de considérations, à penser que la charge électrique d'un électron est égale à la surface de cet électron supposé sphérique et qu'elle lui est égale à la fois comme valeur numérique et comme dimensions. Admettre que la quantité d'électricité a les dimensions d'une surface, c'est fixer par là même les

---

(1) Voir *J. de Phys.*, 4e série, t. IV, p. 211, 1905; V, p. 118, 849; 1906.

dimensions de toutes les grandeurs électriques et magnétiques. L'inverse de la constante diélectrique sera une force par unité de surface, ou, si l'on veut, un coefficient d'élasticité. Par conséquent, la perméabilité magnétique sera une densité, puisque le rapport de ces deux grandeurs est le carré d'une vitesse de propagation.

La masse d'un électron est de l'ordre de 10^{-27} grammes, son volume de l'ordre de 10^{-39}. Par conséquent, la densité du milieu qui constitue l'électron et qui est la densité même de l'éther est de l'ordre de 10^{12}. Comme Lodge admet que ρ (densité de l'éther) $= 4\pi\mu$ (μ, perméabilité magnétique), il s'ensuit que $\mu = 10^{11}$ environ. La constante diélectrique $= 10^{-32}$(centimètres cubes par erg). L'énergie cinétique interne constitutionnelle de l'éther, qui lui confère ses propriétés et le rend capable de transmettre des ondes, est ainsi de l'ordre de 10^{33} ergs par centimètre cube. Il y a ainsi une énergie de $3 . 10^{17}$ kilowatt-heures, ou la production totale d'une station d'un millier de kilowatts de puissance pendant trente millions d'années, qui existe d'une façon permanente, bien qu'inaccessible jusqu'ici, dans chaque millimètre cube de l'espace.

Les lignes de force magnétique fermées qui s'entrelacent avec un courant sont des lignes suivant lesquelles circule l'éther, mais avec une vitesse qui se compte par millimicrons par seconde. Pour donner à une particule d'éther, dans une bobine, une vitesse de 1 centimètre par seconde, il faudrait avoir un solénoïde de grande longueur, dont chaque centimètre serait parcouru par un courant de 1000 ampères circulant 3000 fois, c'est-à-dire un solénoïde donnant 4 millions d'unités d'intensité de champ. Et l'auteur termine par la description d'essais, jusqu'ici infructueux, pour observer ce glissement magnétique de l'éther.

W.-H. BRAGG. — The influence of the velocity of the α particle upon the stopping power of the substance through which it passes (L'influence de la vitesse de la particule α sur le pouvoir d'arrêt de la substance à travers laquelle elle passe). — P. 507-517.

M. Bragg, dont les beaux travaux sur la « portée » (*the range*) des rayons α dans l'air et à travers divers corps sont classiques, a trouvé que le « pouvoir d'arrêt » de certains corps peut n'être pas indépendant de la vitesse de la particule α au moment où ces corps sont rencontrés, et qu'en particulier une feuille d'or ne produit pas

le même effet si elle est contre le sel de radium ou si elle est à $1^{cm},5$ de distance de ce radium.

Avec l'aluminium au contraire, en faisant traverser la feuille par la particule, on ne fait pas varier la portée totale de la particule, à quelque distance du sel de radium que l'on place la feuille.

Il en résulte cette conséquence intéressante qu'un ensemble de deux feuilles d'or et d'aluminium, par exemple, produit des effets différents suivant le métal qui est traversé le premier.

JOHN-MEAD ADAMS. — Note on a spectrum of the Röntgen rays from a focus tube, and the relatively selective absorption of Röntgen rays in certain metals (Note sur un spectre de rayons Röntgen produits par un tube focus, et sur l'absorption sélective relative des rayons Röntgen dans certains métaux). — P. 576-578.

L'auteur a mis en évidence l'hétérogénéité d'un faisceau de rayons Röntgen, qui se traduit par une absorption sélective par les métaux et qui peut encore être révélée par l'action magnétique sur le faisceau cathodique qui donne naissance aux rayons Röntgen.

A la place de l'anticathode ordinaire des tubes focus, on met une bande de platine courbée en arc de cercle ayant la cathode pour centre. Un aimant approché du tube dans la position convenable rejette le foyer des rayons cathodiques latéralement sur cette bande. On étudie la distribution des rayons sur la bande de platine à l'aide d'une chambre noire simple à écran métallique percé d'un petit trou sans lentille, et à écran fluorescent. On constate aisément ainsi que le foyer est étalé sur la bande ; par suite, que les rayons Röntgen provenant de rayons cathodiques qui diffèrent entre eux en vitesse ou en charge par unité de masse ont des propriétés différentes.

NORMAN CAMPBELL. — The effect of change of temperatures on spontaneous ionization.(L'effet d'un changement de température sur l'ionisation spontanée). — P. 614-622.

On a soumis à des changements alternatifs de température un vase dans lequel on étudie, par les méthodes habituelles, l'état d'ionisation spontanée de l'air intérieur. On n'a pas constaté à proprement parler de variation de cette ionisation avec la température, mais on a reconnu qu'il y a accroissement de l'ionisation durant l'échauffement initial et décroissement durant le refroidissement initial.

J. DE KOWALSKI.— Some applications of the theory of electrons to the theory of phosphorescence (Quelques applications de la théorie des électrons à la théorie de la phosphorescence). — P. 622-627.

L'auteur admet, avec J.-J. Thomson, qu'un système de corpuscules, appartenant à un atome, commence à produire de la lumière aussitôt que son énergie interne dépasse un certain minimum, que J.-J. Thomson appelle la valeur critique. Cette valeur peut être atteinte soit par élévation de la température (c'est la manière ordinaire et barbare de produire de la lumière, avec un rendement déplorable), soit par augmentation du nombre d'électrons du système de corpuscules. Si la luminosité d'un système de corpuscules est obtenue par accroissement du nombre des électrons, le système restera lumineux tant que son énergie ne tombera pas au-dessous de la valeur critique.

Cela posé, l'auteur suppose que tout corps phosphorescent ou fluorescent est composé de deux sortes de systèmes de corpuscules, doués de propriétés différentes et intimement unis. Il les appelle système *électronogène* et système *luminophore*.

Un système électronogène a la propriété d'émettre des électrons quand la lumière agit sur lui. Presque tous les corps contiennent des systèmes électronogènes, comme le prouvent les expériences sur les rayons secondaires produits à leur surface. Un système luminophore est un système de corpuscules dont l'énergie interne est très voisine de la valeur critique. Par conséquent, l'absorption par ce système d'une quantité relativement faible d'électrons suffit à le rendre lumineux. Tout atome pourra contenir un ou plusieurs systèmes luminophores, mais chaque système luminophore ne produit qu'une espèce de lumière ayant un spectre caractéristique.

Dans le cas de la fluorescence, les électrons ne sont absorbés que temporairement par le corps luminophore.

L'auteur développe les conséquences de cette théorie et montre comment elle rend compte des faits expérimentaux. L'un des plus saillants est justement la nécessité, pour produire la phosphorescence, de la juxtaposition de deux substances différentes, appelées par les expérimentateurs le corps dissolvant et le corps actif. Le métal actif joue, pour M. de Kowalsky, le rôle de système luminophore. Les sulfures employés possèdent, au plus haut degré, le pouvoir de

produire des rayons secondaires sous l'influence de la lumière ; il est très probable qu'ils contiennent les systèmes électronogènes.

J.-J. THOMSON. — On rays of positive electricity (Sur les rayons d'électricité positive). — P. 561-576.

Goldstein a découvert en 1886 les rayons qui traversent une cathode perforée dans un tube à décharge; il les a appelés « kanalstrahlen ». J.-J. Thomson croit préférable de leur donner, aujourd'hui que leur nature est bien connue, le nom de « rayons d'électricité positive » ou « rayons positifs ». Si, au début, ils ont paru insensibles aux champs magnétiques, c'est parce qu'ils sont beaucoup moins déviables que les rayons cathodiques, et qu'il faut employer des champs très intenses pour les dévier.

J.-J. Thomson a étudié ces rayons, issus d'une cathode perforée, puis traversant, en arrière de la cathode, un petit tube de plomb assez long et très étroit, de manière à définir un pinceau de rayons extrêmement net. Plus loin, en arrière, est un écran fluorescent sur lequel le faisceau vient former une tache, et, au préalable, il est passé entre deux plateaux d'aluminium qui peuvent être chargés d'électricité, et en même temps entre les pôles d'un électro-aimant de du Bois. En étudiant l'influence séparée ou combinée des champs électrique et magnétique, on a tout ce qu'il faut pour avoir la vitesse de ces rayons et le rapport de la charge électrique à la masse des particules.

La tache fluorescente ne se déplace pas purement et simplement par application d'un champ électrique et magnétique, elle s'étale en une bande, ou mieux en deux bandes distinctes. Avec l'hydrogène, avec l'hélium à très basses pressions, on trouve seulement deux ondes correspondant à deux valeurs distinctes de $\frac{e}{m}$, à savoir 10^4 et $5 . 10^3$. La première valeur est celle qui correspond à la charge portée par un atome d'hydrogène dans l'électrolyse ; la seconde, à cette charge portée par la masse d'une molécule d'hydrogène. Pour l'hélium aux pressions plus élevées, on trouve une troisième bande phosphorescente sur l'écran, correspondant à une valeur de $\frac{e}{m}$ égale au quart de la valeur 10^4, c'est-à-dire à $2,5 . 10^3$. Le porteur de la charge paraît être, en ce cas, l'atome d'hélium.

G.-A. SCHOTT. — On the radiation from moving systems of electrons and on the spectrum of canal rays (Sur la radiation d'un système d'électrons en mouvement, et sur le spectre des rayons-canaux). — P. 657-688.

J. Stark a montré que le spectre des rayons-canaux contient des séries de lignes, chaque ligne étant divisée en une ligne étroite non déplacée, due à des ions approximativement stationnaires, et une ligne large déplacée, due à des ions se mouvant avec des vitesses de 10^7 à $5 . 10^7$ centimètres par seconde.

En cherchant à expliquer théoriquement le phénomène, l'auteur a traité le problème théorique suivant :

« Etant donné un système d'électrons en mouvement sur leurs orbites, et disposés de telle sorte que leur radiation dans un milieu extérieur soit annulée par compensation mutuelle, cette compensation subsiste-t-elle quand le système est animé d'un mouvement de translation à travers l'éther ? »

On trouve, en appliquant les méthodes de calcul de Lorentz, que les radiations dues à des perturbations existant dans un système d'électrons sont augmentées en intensité par le mouvement du système, mais qu'un mouvement de translation uniforme ne produit pas d'ondes périodiques dans le milieu extérieur; un mouvement variable du système donne, au contraire, des ondes périodiques, soit quand il y a résonance, soit quand les variations de vitesse et d'orientation du système sont suffisamment rapides.

Certaines de ces conclusions ne sont pas d'accord avec les hypothèses initiales de Stark, qui les a d'ailleurs modifiées par la suite [1].

C.-V. BURTON. — Notes on æther and electrons (Remarques sur l'éther et les électrons). — P. 693-708.

A.-H. BUCHERER. — The action of uniform electric and magnetic fields on moving electrons (L'action de champs électrique et magnétique uniformes sur des électrons en mouvement). — P. 721-722.

SIR OLIVER LODGE. — Note on the æther and on the hypothetical magnetic flow (Note sur l'éther et sur le flux magnétique hypothétique). — P. 727-728.

Le premier et le troisième de ces mémoires théoriques ont trait à la question de l'assimilation d'un champ électrique ou magnétique

[1] J. STARK, *Nature*, t. LXXIII, p. 78, 389, 533 ; — *Ann. der Physik*, t. CCCXXVI, p. 401 ; — *Phys. Zeitschrift*, t. VIII, p. 79.

à un déplacement réel de quelque chose dans l'espace. M. Burton arrive à la conclusion que ni le vecteur électrique ni le vecteur magnétique ne sont susceptibles d'être identifiés à une vitesse de translation de l'éther. M. Lodge, revenant sur ses publications antérieures à la suite d'un discours du professeur Hicks, déclare que le « flux magnétique hypothétique » n'est pas une partie essentielle de sa doctrine relative à la « substantialité » et à l'extraordinaire « massivité » d'une partie quelconque de l'éther dans l'espace. Et il cite l'argument suivant du professeur Hicks contre l'assimilation d'un champ magnétique à un écoulement réel de quelque chose : Un conducteur qui se meut à angle droit d'un champ magnétique engendre une force électromotrice. Si le champ magnétique lui-même n'était autre chose qu'un mouvement d'éther le long des lignes d'induction, alors ce mouvement pourrait être composé avec le mouvement du conducteur de façon à équivaloir à un conducteur stationnaire dans un champ incliné d'un angle différent. Mais, dans un conducteur stationnaire, aucune force électromotrice d'induction n'est engendrée. Par conséquent, quand un conducteur se meut de façon à engendrer une force électromotrice, il doit couper une *structure* de quelque chose et non un simple flux. Ainsi le courant magnétique qu'on a pu imaginer, — quoiqu'on n'en ait pas prouvé la non-existence, — peut être regardé comme un hors-d'œuvre dans une théorie de l'éther, et il devient improbable.

M. Bucherer arrive à la conclusion paradoxale qu'un électron se mouvant dans un champ électromagnétique uniforme qui provient de la composition de deux champs uniformes donnés ne subit pas une action qui ne dépende que du champ résultant, mais que cette action dépend des champs composants et n'est pas la même si ces champs varient en conservant le même champ résultant.

Louis-T. MORE. — The fatigue of metals subjected to Röntgen radiation (La fatigue des métaux soumis aux rayons de Röntgen). — P. 708-721.

Les métaux soumis quelques heures aux rayons de Röntgen subissent en général une « fatigue », c'est-à-dire que leur « activité » ou leur propriété d'émettre des rayons secondaires diminue d'une quantité qui peut atteindre 10 0/0 de leur pouvoir émissif initial. La « fatigue » n'est pas un effet durable, et l'activité se recouvre après

un repos relativement court. Cela n'est vrai que pour les métaux dont la surface n'est pas polie, et encore y a-t-il exception pour le cuivre et l'aluminium. Avec le fer et le plomb fraîchement polis, la radiation secondaire du métal augmente, au contraire, et atteint un maximum au bout d'une heure ou deux d'exposition aux rayons X.

Ce qui prouve que ces phénomènes de fatigue intéressent uniquement la couche superficielle où le métal est en contact avec le gaz qui l'entoure, c'est qu'un gaz tout à fait inerte empêche presque complètement le phénomène, et qu'un gaz chimiquement actif tel que l'ozone exagère beaucoup la « fatigue » dans le cas du fer et du cuivre polis. Le phénomène est à rapprocher de la « fatigue photo-électrique » découverte par Hallwachs.

E. GARRETT. — Electrical conductivity produced by heating salts (Conductivité électrique produite par des sels chauffés). — P. 728-747.

L'air compris dans un vase entre la paroi conductrice, reliée à la terre, et une électrode centrale isolée, reliée à l'électromètre, acquiert une conductivité plus grande en présence de certains composés inorganiques, de certains sels métalliques chauffés à une température modérée, et tout particulièrement en présence des sels haloïdes du zinc. Avec du chlorure de zinc à 360°, on a une conductivité analogue à celle de l'air au voisinage du phosphore ; cette conductivité est réduite notablement $\left(\text{à } \frac{1}{8} \text{ de sa valeur dans une expérience}\right)$ si l'on fait passer l'air qui est resté au contact du chlorure de zinc dans un serpentin refroidi par de l'acide carbonique solide.

Les ions produits dans ces expériences sont tous de gros ions, à faible vitesse ; vers 200°, ces vitesses s'expriment en centimètres par seconde pour un champ de 1 volt par centimètre.

Avec l'iodure de zinc, par exemple, dans un tube où la pression est 10 millimètres de mercure, on a une vitesse de $1^{cm},05$; avec le même sel et une pression de 80 centimètres, une vitesse de $0^{cm},21$. Entre certaines limites de pression, le produit de la vitesse par la pression est à peu près constant. Les ions produits sont, dans tous les cas, incapables de traverser une couche d'aluminium de $0^{cm},0008$ d'épaisseur.

J.-T. BOTTOMLEY. — On experiments with vacuum gold-leaf electroscopes on the mechanical temperature effects in rarefied gases (Sur des expériences avec l'électroscope à feuilles d'or sur les effets mécaniques de la température dans les gaz raréfiés). — P. 747-759.

On sait que l'on a essayé de mettre en évidence une diminution de l'activité du radium par l'emploi d'un électroscope à feuilles d'or maintenu dans le vide. Les rayons β traversant le verre, il ne reste à l'intérieur du tube à vide que les rayons α, qui chargent positivement les feuilles d'or et les font diverger jusqu'à ce qu'elles viennent toucher deux plaques métalliques reliées au sol; alors elles retombent, pour recommencer à diverger. Dans un électroscope construit par l'auteur, où la pression était réduite à 1 vingt-millionième d'atmosphère, la *période* des feuilles d'or était de 3 et 1/4 minutes.

On a approché de cet appareil un brûleur Bunsen, et l'on a observé, au bout de peu de temps, que les feuilles d'or paraissaient repoussées par la flamme.

L'une d'elles arrive ainsi à toucher le plateau qui est en regard bien avant l'autre. En ce cas, la *période* des feuilles est grandement accrue. La chaleur de la main suffit à produire un effet analogue et à donner une allure dissymétrique aux feuilles. Une foule d'expériences analogues sont décrites, quelques-unes dans lesquelles les feuilles éprouvent une distorsion (expériences illustrées par des figures). A noter que, quand ces expériences ont été décrites devant la Société royale, sir William Crookes a indiqué qu'il avait observé, dès 1872, certains mouvements des feuilles d'or dans le vide analogues à ceux que décrit l'auteur.

B. BRUNHES.

ANNALEN DER PHYSIK;

T. XXII, n°s 1, 2, 3; 1907.

R. LADENBURG. — Ueber die innere Reibung zäher Flüssigkeiten und ihre Abhängigkeit vom Druck (Frottement interne des liquides visqueux et sa variation avec la pression). — P. 287-310.

Stokes a calculé la résistance éprouvée par une sphère se mouvant avec une vitesse constante dans un liquide visqueux indéfini,

Si le frottement extérieur, c'est-à-dire de la sphère sur le liquide, est assez grand pour que celle-ci entraîne avec elle la couche de liquide adhérente, le mouvement de la sphère dépend seulement du frottement interne.

Si R désigne la résistance ; k, le coefficient de frottement interne du liquide ; l, le rayon de la sphère ; a, la vitesse de de cette dernière, on a :

$$R = 6\pi k\rho a.$$

Si la sphère tombe sous l'action de la pesanteur, son mouvement, d'abord accéléré, devient uniforme quand :

$$6\pi k\rho a = \frac{4}{3}\pi g\rho^3(s - \sigma),$$

s et σ étant les densités de la sphère et du liquide, d'où :

$$R = \frac{2}{9}\pi g R^2 \frac{s - \sigma}{a}.$$

Le calcul suppose que le liquide a une étendue indéfinie et que la vitesse de la sphère est assez petite pour qu'on puisse négliger son carré.

Lorsque le liquide est renfermé dans un tube, le diamètre du tube influe sur les résultats de l'expérience.

La viscosité déterminée par l'expérience diffère de la viscosité calculée par la formule de quelques centièmes encore, quand le diamètre du tube est 90 fois celui de la sphère.

Cette influence des parois peut se calculer et on est conduit à substituer à l'équation de Stokes la suivante :

$$k' = \frac{2}{9} g R^2 \frac{s - \sigma}{a\left(1 + 2,4\frac{R}{\rho}\right)},$$

qui s'accorde mieux avec les faits.

La méthode s'applique à la détermination des viscosités relatives : la durée de chute de sphères égales dans des vases identiques est proportionnelle à la viscosité du liquide.

La viscosité augmente beaucoup quand la température baisse ou quand la pression s'élève : de 25 0/0 par degré, de 1 0/0 par atmosphère. La loi de Poiseuille se vérifie encore pour des liquides dont la viscosité est 10^5 fois plus grande que celle de l'eau.

B. WEINBERG. — Ueber die innere Reibung des Eises (Frottement intérieur de la glace). — XVIII, p. 81-92, et XX, p. 321-333.

Le coefficient de frottement intérieur de la glace est déterminé en étudiant la torsion de prismes ou de cylindres dont l'axe a une direction définie par rapport à l'axe optique.

Dans les premiers instants qui suivent l'application de la force, il se produit une forte déformation élastique, qui croît avec une vitesse asymptotique à une limite constante. Après la suppression de la force, le retour à l'état initial se fait avec une vitesse variant suivant une loi analogue. Si PgR est le moment du couple de torsion ; μ, le coefficient de frottement interne ; r, le rayon du cylindre de glace ; l, sa longueur ; $\frac{d\varphi}{d\psi}$, la vitesse angulaire du miroir fixé au cylindre :

$$PgR = \mu \frac{\pi r^4}{2l} \frac{d\varphi}{dt}.$$

En moyenne, $\frac{d\varphi}{d\psi}$ est égal à 10^{-8} sec^{-1}, μ est égal à 10^{13} cm^{-1}-gr-sec^{-1} à la température de — 6° pour un cylindre parallèle à l'axe optique, à $5 . 10^9$ pour un cylindre perpendiculaire à cette direction, à la température de — 1°,25.

Une élévation de température produit deux effets. L'un, immédiat, est une diminution de μ entraînant une augmentation de $\frac{d\varphi}{dt}$. L'augmentation des vitesses de cisaillement provoque une nouvelle diminution de μ et une nouvelle augmentation de $\frac{d\varphi}{dt}$.

Si f est la force à l'époque t, f_0 la force à l'époque o, N le module relatif à la déformation, λ l'amplitude finale de la déformation, T la durée du relâchement, on a d'après Schwedoff :

$$f = N\lambda + (f_0 - N\lambda) e^{-\frac{t}{T}}.$$

Cette loi paraît se vérifier pour la glace.

G. ZEMPLEN. — Ueber die Oberflächenspannungen wässeriger Lösungen (Sur la tension superficielle des solutions aqueuses). — T. XX, p. 783-797, et XXII, p. 391-397.

D'après Eötvös, l'énergie superficielle moléculaire σ de tous les liquides homogènes doit être une fonction linéaire de la température

et le coefficient de température être le même pour tous ces corps. On aurait :

$$\sigma = \gamma(T' - T),$$

où γ serait un facteur constant : 2,1, le même pour tous les corps, et T′ une température voisine de la température critique. Cette loi s'applique aussi aux mélanges de liquides homogènes n'exerçant l'un sur l'autre aucune action chimique, si on prend comme poids moléculaire du mélange la moyenne des poids moléculaires des constituants :

$$\mu = \frac{\Sigma k_i \mu_i}{\Sigma k_i},$$

k_i étant le nombre de molécules de poids μ_i qui entrent dans le mélange.

L'eau fait exception à la loi d'Eötvös, et il doit en être de même des dissolutions aqueuses considérées comme des mélanges. Cette propriété, jointe à plusieurs autres, fait regarder l'eau comme formée de molécules complexes ou associées. On peut calculer, comme l'a fait Weinstein, le nombre $x = \frac{\mu}{18}$ de molécules associées par la formule :

$$A\left(\frac{\mu}{s}\right)^{\frac{2}{3}} = 2{,}1\,(365 - T).$$

Appliqué aux dissolutions, ce calcul permet de rechercher si la dissolution influe sur le degré d'association de l'eau. S'il s'agit d'un électrolyte, il faudra que le calcul tienne compte de la dissociation électrolytique.

La détermination de la tension superficielle d'une dissolution aqueuse présente quelques difficultés, si on veut mesurer la flèche du ménisque dans un tube. L'eau pure se rassemble avec le temps sur la surface du ménisque, si bien que la flèche change progressivement et finit par prendre la valeur correspondant à l'eau pure. Pour supprimer cette difficulté, l'auteur fait communiquer la partie supérieure du tube avec un réfrigérant, qui, par son extrémité inférieure, communique avec le bas du tube. L'eau qui recouvre le ménisque distille et, après s'être condensée dans le réfrigérant, revient se mélanger à la dissolution. Le ménisque, dans ces conditions, conserve une forme constante.

On vérifie ainsi que la loi d'Eötvös s'applique aux dissolutions aqueuses comme aux mélanges de liquides.

M. Pann et M. Grabowsky ont cherché la même vérification ; mais, comme ils prennent constamment 18 pour poids moléculaire de l'eau, ils trouvent pour γ une valeur très différente de 2,1. En refaisant les calculs sur les mêmes données expérimentales, mais en tenant compte de l'association des molécules d'eau, M. Zemplen arrive à des valeurs de γ très voisines de 2,1 (entre 2,01 et 2,57).

J. TRAUBE. — Volumen und Valenz. Atom und Elektron (Volume et valence. Atome et électron). — P. 519-543.

La réfraction moléculaire mesure, d'après la théorie de Clausius-Mossoti, le volume effectif des atomes. Dans un grand nombre de combinaisons organiques, la réfraction moléculaire est proportionnelle au nombre total de valences : $\frac{M_a}{n} = 0{,}785$ en moyenne. Si on admet qu'une valence représente un centre d'action occupé par un ou plusieurs électrons, ce que l'auteur propose d'appeler valon, et avec J.-J. Thomson que ces valons constituent l'atome, on en conclura qu'un valon occupe toujours le même volume. C'est la loi d'Avogadro étendue à la constitution interne des atomes.

Le volume occupé par les électrons est égal à la différence $b - M_a$ entre le covolume de Van der Waals et la réfraction moléculaire ; les deux grandeurs ne sont pas rigoureusement proportionnelles, et d'ailleurs le covolume varie beaucoup avec la température.

Si on appelle b_0 le covolume à la température du zéro absolu, $\frac{b_0 - M_a}{n}$ varie plus que $\frac{M_a}{n}$ dans la série des combinaisons ; mais toute cause qui diminue $\frac{b_0 - M_a}{n}$ augmente $\frac{M_a}{n}$. En particulier, les combinaisons qui renferment le groupe oxhydrile et qui sont partiellement associées ont toujours un volume d'électrons $b - M_a$ plus grand que le volume normal.

Le quotient du volume critique par le volume au zéro absolu est à peu près constant : le rapport $\frac{b_c - M_a}{n}$ sera à peu près constant pour les combinaisons non associées, plus grand pour les autres. A la température d'ébullition normale, $\frac{v}{v - b} = 3{,}75$, et le volume moléculaire sera à peu près égal à 3,75 fois le nombre des valences.

Pour les combinaisons cycliques, il faut diminuer le nombre des valences d'une certaine quantité, si on veut les faire rentrer dans cette règle.

En comparant les diverses combinaisons à une même température, 0° par exemple, on trouve que $\frac{b - M_a}{n}$ est plus grand pour les substances normales que pour les substances associées, tandis que les covolumes sont plus petits. Les substances associées ne représentent donc pas des combinaisons atomiques, mais des substances dont les molécules ont une très grande pression interne.

N. SCHILLER. — Eine Bemerkung über die Beziehung zwischen der absoluten Temperatur und der kinetischen Energie eines thermodynamischen System (Remarque sur la relation entre la température absolue et l'énergie cinétique d'un système thermodynamique). — P. 573-578.

L'état du système est supposé défini par les paramètres $v_1, v_2, \ldots, v_n$ et la température absolue θ. Le travail des forces extérieures est exprimé par :

$$- d\mathfrak{E} = \sum^{i=n} p_i dv_i,$$

ou $p_1, p_2, \ldots, p_n$ sont des fonctions de $v_1, v_2, \ldots, v_n$ et de θ.

La quantité de chaleur $d\Phi$ fournie au système aura pour expression :

$$d\Omega = cd\theta + \sum_{i=1}^{i=n} l_i dv_i = \theta dS,$$

S étant l'entropie.

L'inverse $\frac{1}{T}$ de l'énergie cinétique ne sera un facteur intégrant de dQ que si l'on a :

$$\frac{dp_i}{d\theta} = c \frac{d\psi}{dv_i},$$

ψ étant une fonction arbitraire de $v_1, v_2, \ldots, v_n$.

R. GANS. — Zur Theorie des Ferromagnetismus. I. Mitteilung : Gibt es wahren Magnetismus ? (Théorie du magnétisme. Premier mémoire : Existe-t-il du magnétisme vrai ?) — P. 481-505.

En réalité, nous ne pouvons affirmer qu'il existe du magnétisme vrai ou du magnétisme libre, puisque l'expérience ne nous fait con-

naître que des forces magnétiques. La question est de savoir quelle est l'hypothèse qui conduit à la représentation la plus simple et la plus complète des phénomènes observés, notamment si les propriétés du champ magnétique peuvent rentrer dans un même système de formules, qu'il s'agisse d'aimants permanents ou de courants.

Dans la théorie des centres de force magnétique (ou sources de lignes de force), la perméabilité est une fonction uniforme de l'intensité H du champ. Dans la théorie des tourbillons, les phénomènes dépendent non de H, mais de $\mu H'$: il en est de même pour l'énergie magnétique.

Les expériences de l'auteur, effectuées sur des aimants permanents, l'ont conduit aux conclusions suivantes :

1. La perméabilité des aimants permanents est constante;

2. Le magnétisme vrai de ces aimants est constant, et le flux d'induction peut s'exprimer par :

$$\mathfrak{B} = \mu H + M,$$

où μ et M sont des constantes;

3. La perméabilité vraie $\frac{d\mathfrak{B}}{dH}$ est la même pour les aimants permanents et pour l'acier aimanté temporairement, pourvu qu'on calcule le champ à l'intérieur de l'aimant permanent en admettant qu'il existe du magnétisme vrai, c'est-à-dire que le vecteur μH peut présenter des discontinuités;

4. Pour une même valeur de l'induction, la perméabilité de l'acier aimanté n'est pas la même, suivant que le champ extérieur est produit par des aimants permanents ou temporaires;

5. La courbe $\frac{d\mathfrak{B}}{dH} = f(H)$ se compose de deux droites raccordées par un arc de courbe très court.

W. BLOCK. — Untersuchungen am stromliefernden Daniellelement (Recherches sur la pile Daniell en circuit fermé). — P. 505-519.

La mise de l'élément en court-circuit pendant dix minutes environ influe différemment sur la variation de la force électromotrice, suivant la résistance introduite ensuite dans le circuit.

Si la résistance extérieure est grande (500 ohms et aud-essus), la

mise en court-circuit ne modifie pas la marche de la force électromotrice. Si la résistance extérieure est comprise entre 500 et 100 ohms, le régime variable de la force électromotrice est prolongé. Avec une résistance extérieure de 100 à 20 ohms, la force électromotrice devient, après le court-circuit, suffisamment constante au bout de trente minutes, tandis qu'autrement elle éprouve une augmentation notable pendant plusieurs heures.

Le coefficient de température n'est pas le même suivant que la pile est en circuit ouvert ou en circuit fermé.

La polarisation de l'élément ne dépend que de l'intensité du courant lorsque les solutions sont concentrées, tandis qu'elle dépend de la densité quand les solutions sont diluées.

G. SCHULZE. — Spannungsgefälle an Aluminiumanoden (Chute de potentiel sur les anodes en aluminium). — P. 543-558 (1).

Le pouvoir inducteur spécifique ε de l'oxygène, en prenant pour unité le volume sous la pression de 760 millimètres de mercure, est donné par la formule :

$$\frac{C^2V^2 \cdot 57,7}{\varepsilon} \text{ atmosphères,}$$

si C microfarads est la capacité du condensateur formé par l'aluminium et l'électrolyte et V volts la différence de potentiel entre les deux armatures; la pression à laquelle est soumise la couche gazeuse est égale à :

$$\varepsilon - 1 = \frac{0,000546}{v}.$$

En supposant $\varepsilon = 1$, cette pression peut atteindre 5 500 atmosphères lorsque la couche est très mince.

Il semble qu'en abaissant cette pression on doit provoquer une vive expansion de la couche gazeuse. Si l'anode a été formée sous une différence de potentiel de 400 volts et qu'on réduise cette différence à 4 volts, la pression tombe de 2 100 à 0,21 atmosphère.

Cependant les mesures de la capacité montrent que la couche gazeuse ne s'est pas dilatée d'une manière notable, ce qui peut tenir à la condensation du gaz dans les pores de la croûte solide. D'après

(1) Cf. *J. de Phys.*, ce volume, p. 493.

ce premier résultat, on peut admettre pour ε la valeur 1,4, qui correspond à 3000 atmosphères.

Moyennant cette hypothèse, on peut calculer l'épaisseur de la couche gazeuse. Elle est très faible et, par suite, le champ électrique y est très grand : $8,2 . 10^7 \frac{\text{volt}}{\text{cm}}$ ($\varepsilon = 1,4$) ou $11,5 . 10^7$ ($\varepsilon = 4$) au début, et encore $4,5 . 10^7$ ou $6,3 . 10^7$, quand l'épaisseur est $0^{cm},01$.

D'après les mesures de Earhardt, de Shaw, de Hobbs, la différence de potentiel explosive entre des électrodes très rapprochées (jusqu'à $0^{cm},05$) est proportionnelle à la distance, indépendante de la nature et de la pression du gaz interposé et variable avec la nature du métal : 105 volts par micron jusqu'à 3,2 μ pour l'aluminium, 195 jusqu'à 1,8 μ pour le platine. Hobbs en conclut que l'électricité est transportée par les ions des électrodes. Ces ions ne peuvent être que des électrons négatifs, les seuls qui soient en liberté dans les métaux. Jusqu'à présent, il semble impossible de faire passer ces électrons du métal dans un gaz, sous la seule action d'un champ électrostatique. Dans la couche gazeuse qui recouvre les anodes d'aluminium, le champ est, d'après les chiffres cités, 40 à 60 fois plus grand que le champ de disrupture trouvé par Hobbs. Cette apparente contradiction s'explique si on admet le transport des électrons négatifs de la cathode à l'anode. La cathode est l'électrolyte qui ne renferme pas d'électrons négatifs libres : le transport n'est donc pas possible. Le passage de l'électricité ne peut avoir lieu que par les ions négatifs de l'électrolyte : or ceux-ci ont une masse beaucoup plus grande que celle des électrons et exigent un champ beaucoup plus grand pour devenir susceptibles d'ioniser le gaz.

Quand on renverse le sens du courant, l'épaisseur de la couche diminue, mais assez lentement et sans jamais devenir nulle : elle tend vers une valeur constante, égale aux 0,6 environ de sa valeur initiale (électrolyte : borate de sodium ; anode formée sous 406 volts avec une densité de courant de $0,002 \frac{\text{amp}}{\text{cm}^2}$).

Dans ce sens de courant, la chute de potentiel à l'intérieur de la couche gazeuse est de l'ordre de grandeur des différences de potentiel mesurées par Hobbs.

L'expérience suivante confirme l'explication.

L'anode d'aluminium est formée sous une différence de potentiel

donnée jusqu'à ce qu'elle ne se modifie plus quand on interrompt le courant. Puis on verse dans la cuve du mercure de manière à déplacer tout l'électrolyte. On ferme ensuite de nouveau le circuit sur une force électromotrice croissante. A un moment donné, il se produit une décharge disruptive, accompagnée d'un bruit sec, alors que la différence de potentiel est notablement moindre que pendant la formation. Et cette décharge passe directement du mercure à l'aluminium, à travers la croûte solide, qui est pourtant conductrice. En effet, après la décharge, la différence de potentiel entre les deux métaux est nulle. De plus, la différence de potentiel disruptive est d'autant plus grande que la formation a été plus prolongée (sous la même différence de potentiel); or il a été montré (*loc. cit.*) que l'épaisseur de la croûte solide croît avec la durée de la formation, tandis que l'épaisseur de la couche gazeuse reste constante.

G. DOLEZALEK et H.-G. MOLLER. — Ueber Beseitigung der ungleichmässigen Stromverteilung in Wechselstromleitern (Suppression de l'inégalité de répartition des courants alternatifs dans les conducteurs). — P. 559-568.

Des bobines de self-induction sont intercalées sur les différentes couches concentriques du câble. Si la longueur du câble est l centimètres, r centimètres le rayon de la couche et q centimètres carrés sa section, la bobine doit avoir une self-induction de L centimètres, telle que :

$$L = \frac{\pi l r^2}{q}.$$

Il est à remarquer que cette expression est indépendante de la fréquence.

On peut ainsi réduire de 78 0/0 l'accroissement de résistance provoqué par l'inégale répartition de la densité du courant.

A. EINSTEIN. — Ueber die Gültigkeitsgrenze des Satzes von thermodynamischen Gleichgewicht und über die Möglichkeit einer neuen Bestimmung der Elementarquanta (Limite de validité du théorème de l'équilibre thermodynamique; possibilité d'une détermination nouvelle des charges élémentaires). — P. 569-573.

Application à un condensateur de la relation établie par Boltzmann entre l'entropie et le degré de probabilité d'un état donné.

F.-W. ADLER. — Ueber die Mach Lippmannsche Analogie zum zweiten Haupsatz (Sur l'analogie électrique du principe de Carnot, signalée par Mach et Lippmann). — P. 587-594.

Une sphère électrisée décrit le cycle suivant :

1° Dilatation à potentiel constant, V_1 ; 2° dilatation à l'état isolé, le potentiel s'abaissant de V_1 à V_2; 3° contraction à potentiel constant, V_2; 4° contraction à l'état isolé, jusqu'à ce que le potentiel et le rayon reprennent leurs valeurs initiales.

Le rendement du cycle a pour expression :

$$\frac{E'}{E + E'} = \frac{V_1 - V_2}{V_1},$$

E désignant l'énergie électrique empruntée à la source dont le potentiel est V_1, E′ l'énergie restituée à la source dont le potentiel est V_2.

Cette relation est analogue à celle qui exprime le rendement d'un cycle de Carnot :

$$\frac{\varphi'}{\varphi - Q'} = \frac{T'}{T - T'}.$$

Le potentiel V correspond à la température T, tandis que, dans les variations de l'énergie, considérées au point de vue de la conservation de l'énergie, c'est le carré du potentiel qui joue le rôle de la température.

M. Adler fait remarquer que le cycle électrique et le cycle thermique ne sont pas comparables. Si l'agent des transformations thermiques est un gaz parfait, les isothermes sont des courbes d'énergie constante, et toute l'énergie fournie le long de ces courbes est transformée en travail. Le long des isopotentiels, l'énergie électrique croît proportionnellement à la capacité et la transformation en travail n'est que partielle. De plus, le long des adiabatiques thermiques, le travail est le même, tandis qu'il n'en est pas de même le long des adiabatiques électriques.

L'analogie entre le phénomène thermique et le phénomène électrique est plus exacte si l'on prend pour l'analogue du potentiel V la racine carrée $\sqrt{p}$ de la pression du gaz.

Le cycle de Mach-Lippmann correspondrait à un cycle thermique formé de deux isobares et de deux adiabatiques.

R. KUCH et T. RETSCHINSKY. — Temperaturemessungen im Quecksilberlichtbogen der Quarzlampe (Mesures de températures dans l'arc mesure de la lampe en quartz). — P. 595-602.

Trois éléments thermo-électriques sont placés dans la lampe, de telle sorte que leurs soudures soient l'une dans l'axe du tube, les autres de chaque côté, à égale distance de l'axe et de la paroi.

Pour une différence de potentiel constante, la température moyenne de l'arc augmente avec l'intensité. A intensité constante, la température croît rapidement avec la différence de potentiel.

Elle diminue à partir de l'arc lumineux vers l'extérieur. De plus, tandis que la température, indiquée par l'élément thermoélectrique placé dans l'axe du tube, croît proportionnellement à la différence de potentiel, celle des deux autres éléments croît moins vite ; cette différence d'allure traduit la contraction éprouvée par le filament lumineux, quand la différence de potentiel croît.

Au régime de 4 ampères sous 60 volts, la température atteint déjà 1 700°; si elle continuait à croître suivant la même loi, elle deviendrait, sous 200 volts, 6 000 à 7 000°.

J.-D. Van der WAALS jeune. — Zur Frage der Wellenlänge der Röntgenstrahlen (Sur la question de la longueur d'onde des rayons de Röntgen). — P. 603-605.

M. Wien (1) a calculé la longueur d'onde des rayons de Röntgen, d'après le rapport de l'énergie des rayons cathodiques à l'énergie des rayons de Röntgen et des rayons secondaires. Ce mode de calcul n'est légitime que si les électrons arrivés sur l'anticathode perdent leur vitesse, sans que celle-ci change de direction.

Il est peu probable que cette condition soit remplie ; si elle l'était, les rayons de Röntgen seraient polarisés.

M. Lamotte.

(1) *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 607, 1906.

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ PHYSICO-CHIMIQUE RUSSE ;

T. XXXVIII ; 1906.

N. BOULGAKOV. — Étude de la décharge oscillante au moyen du galvanomètre. P. 33-43.

L'auteur charge et décharge alternativement un condensateur par le jeu d'un diapason interrupteur. La décharge se produit dans un circuit comprenant un galvanomètre et une résistance R de 14 000 ohms.

Lorsque la résistance R n'est pas inductive, on observe une déviation bien déterminée de l'équipage du galvanomètre. Si l'on remplace la résistance R par une autre de même valeur, mais inductive (le secondaire d'une bobine de Ruhmkorff), on observe une autre déviation soit plus grande, soit plus petite. Si l'on répète cette substitution en diminuant chaque fois la capacité du condensateur, on observe alternativement des augmentations et des diminutions de déviation. L'auteur démontre ce fait théoriquement et expérimentalement.

N. BOULGAKOV et N. SMIRNOV. — Méthode pour déterminer les capacités à l'aide d'un courant intermittent. — P. 46-56.

Les auteurs disposent un circuit comprenant une batterie d'accumulateurs, un galvanomètre, une grande résistance (de l'ordre de 1 mégohm) et un diapason interrupteur.

Les vibrations du diapason produisent dans ce circuit un courant intermittent et il en résulte une déviation de l'équipage mobile du galvanomètre.

Un interrupteur à godets permet de placer un condensateur en dérivation aux extrémités du conducteur formé par le galvanomètre et la grande résistance. Le même interrupteur permet de faire passer à volonté un courant permanent d'intensité connue dans le galvanomètre et d'en déterminer ainsi la constante.

Lorsqu'on place le condensateur en dérivation, la déviation du galvanomètre prend une nouvelle valeur $d + \delta$. La connaissance de δ permet de calculer la capacité du condensateur.

W.-T. MITKEWIC. — Electrodes-sondes permettant les mesures électrométriques concernant les électrolytes. — P. 71-73.

L'auteur s'est proposé de faire des électrodes parasites au contact desquelles il n'y ait pas de polarisation.

Ces électrodes sont constituées de la manière suivante : un petit ballon de verre est placé dans la partie large d'un entonnoir cylindrique également en verre; la partie rétrécie de cet entonnoir est capillaire et son extrémité affleure au point de l'électrolyte dont on veut avoir le potentiel. Le ballon est rempli de mercure et l'entonnoir est rempli de l'électrolyte étudié. Le mercure et l'électrolyte forment ainsi les deux armatures d'un condensateur dont le diélectrique est la paroi du ballon.

Pour avoir la différence de potentiel entre deux points d'un électrolyte, on emploie deux semblables électrodes dont on fait affleurer les extrémités aux deux points choisis et l'on relie les deux masses de mercure à un électromètre. La différence de potentiel entre les deux masses de mercure, que mesure l'électromètre, est proportionnelle à la différence de potentiel à mesurer.

B.-L. ROSING. — Sur un nouveau moyen de mesurer les coefficients de self-induction. — P. 74-80.

On emploie un dispositif de pont à corde. On dispose un pont de Wheatstone de la manière suivante : deux portions d'un même fil métallique constituent les deux premières branches du pont, une résistance non inductive R forme la troisième branche, enfin la quatrième branche est constituée par le conducteur de résistance X dont on veut déterminer le coefficient de self-induction L. Les deux extrémités du fil métallique sont reliées aux deux bornes d'un galvanomètre. Les deux autres sommets du pont sont reliés aux deux pôles d'une batterie de piles. Un contact court-circuit permettant de mettre la batterie de pile en court-circuit sur elle-même et, par conséquent, d'annuler la différence de potentiel entre ses extrémités, complète le dispositif.

L'équilibre en régime permanent étant établi, si l'on met la batterie de piles en court-circuit, il se produit une décharge dans le galvanomètre. Cette décharge correspond à une quantité d'électri-

cité q et, si l'on appelle r_1 et r_2 les résistances des deux portions du fil métallique, ρ la résistance de la dérivation qui contient le galvanomètre, et i l'intensité du courant qui parcourt la résistance inductive, on a :

$$q = \frac{Li}{(X + R)\left(1 + \frac{\rho}{r_1 + r_2}\right) + \rho};$$

i peut être mesuré directement, q se déduit de la déviation du galvanomètre. Cette formule permet donc de calculer le coefficient de self-induction L.

W. LERMANTOV. — Sur l'expression numérique de la dureté des corps solides. P. 82-84.

L'auteur a pu préparer un échantillon d'acier partiellement trempé rayant franchement le même acier non trempé et possédant cependant une dureté absolue inférieure. Cette dureté a été mesurée par la méthode de Brinell : Une sphère d'acier trempé a été pressée entre les deux échantillons à comparer au moyen d'une presse hydraulique. Il s'est produit un enfoncement de $2^{mm},639$ de diamètre dans l'échantillon non trempé et un enfoncement de $2^{mm},967$ de diamètre dans l'échantillon partiellement trempé.

Cette expérience démontre clairement que la dureté sclérométrique des minéralogistes et la dureté absolue de Hertz-Auerbach correspondent à des propriétés différentes de la matière.

Pour reproduire un échantillon analogue à celui qu'a obtenu l'auteur, il faut porter l'acier, avant de le tremper, à une température très peu inférieure à sa température critique. Si on le porte à une température plus élevée de 5 à 10° C., la dureté absolue se trouve notablement augmentée sans que la dureté sclérométrique ait sensiblement varié. En réglant la température avec soin, on peut obtenir un tranchant rayant le verre et capable cependant de s'allonger notablement sous le choc du marteau avant de se craqueler.

W. MITKEWIC. — Contribution à la théorie du fluxmètre Grassot. — P. 86-94.

La théorie que M. Grassot a faite pour expliquer le mode d'action de son fluxmètre [1] paraît à première vue sujette à diverses res-

(1) GRASSOT, *Bull. des séances de la Soc. française de Phys.*, p. 27; 1904.

trictions. L'auteur démontre qu'il faut lever ces restrictions et que l'instrument donne des indications exactes, quelle que soit la manière dont varie avec le temps la force électromotrice d'induction qui agit sur la bobine exploratrice.

L.-J. KORDYS. — Les spectres de bandes. — P. 96-119.

D'après l'auteur, les spectres de bandes se forment quand la température et le degré de raréfaction des gaz sont tels qu'il se produise un commencement de dissociation de leurs molécules. Les spectres de lignes résultent d'une dissociation plus complète des molécules en atomes indépendants.

Ces assertions sont corroborées par un grand nombre de citations extraites des mémoires de divers auteurs.

P. KHOLODNY. — Sélénium colloïdal. — P. 129-147.

L'auteur détermine la densité du sélénium colloïdal. En rapprochant les nombres qu'il obtient de ceux que les auteurs indiquent pour la densité des différentes variétés de sélénium, il trouve que le sélénium colloïdal est du sélénium amorphe.

N.-P. MYSKIN. — Sur le mouvement des corps plongés dans le flux de l'énergie radiante. — P. 149-184.

Deux portions contiguës d'un radiomètre exposé à l'action d'une énergie radiante se repoussent mutuellement. Elles sont, en outre, soumises à l'action d'un couple. Ce couple a le sens des aiguilles d'une montre pour les parties qui reçoivent de l'énergie et le sens inverse pour les parties qui rayonnent. Lors même que la température du radiomètre est uniforme, un couple subsiste. Ce couple a le sens inverse des aiguilles d'une montre. Il a été constaté, sous la pression atmosphérique, avec un radiomètre dont le système mobile était constitué par un disque de mica suspendu à un bifilaire. La lumière diffuse naturelle ou artificielle produisait une déviation du disque, et cette déviation variait avec l'intensité de la lumière. L'étude de la déviation poursuivie pendant deux ans par l'auteur

donne des indications sur les variations d'intensité de la radiation solaire.

A. DINNIK. — La formule de H. Hertz et sa vérification expérimentale. P. 242-249.

L'auteur a étudié par une méthode galvanométrique la durée du contact pendant le choc de deux sphères identiques.

Il a vérifié ainsi la formule de H. Hertz [1] :

$$t = 2{,}9432\,\mathrm{R}\sqrt[5]{\frac{25\pi^2\delta^2(1-\sigma^2)^2}{8c\mathrm{E}^2}};$$

t est la durée du contact; R désigne le rayon des sphères; δ, leur densité ; E, leur coefficient d'élasticité; σ, leur coefficient de Poisson ; c, leur vitesse relative avant le choc.

La vérification, très bonne pour l'acier, s'est montrée moins satisfaisante pour le zinc et défectueuse pour le plomb.

L'auteur a établi une formule plus générale que celle de H. Hertz :

$$t = 2{,}9432\sqrt[5]{\frac{25\pi^2\left(\frac{1-\sigma_1^2}{\mathrm{E}_1}+\frac{1-\sigma_2^2}{\mathrm{E}_2}\right)\left(\frac{1}{\mathrm{R}_1}+\frac{1}{\mathrm{R}_2}\right)}{16c\left(\frac{1}{\mathrm{R}_1^3\delta_1}+\frac{1}{\mathrm{R}_2^3\delta_2}\right)^2}}.$$

Cette formule se réduit d'ailleurs à la première lorsque les deux sphères sont identiques.

$$\mathrm{R}_1 = \mathrm{R}_2, \qquad \delta_1 = \delta_2, \qquad \mathrm{E}_1 = \mathrm{E}_2, \qquad \sigma_1 = \sigma_2.$$

Il a vérifié cette formule dans le cas d'une sphère et d'un plan d'acier.

B. KANEVSKIJ. — Sur la pile sèche Hellesen. — P. 283-288.

Le coefficient thermique de la pile Hellesen est presque nul. Sa capacité est plus grande pour un faible courant de décharge, et elle augmente avec la température. Le rendement de la pile rechargée est de 0,103 et sa force électromotrice augmente par le repos.

---

(1) H. Hertz, *Gesammelte Werke*, 1, p. 155.

BORIS WEINBERG. — Sur le frottement intérieur de la glace.
P. 186-224, 250-281, 289-328, 329-361.

Ce travail débute par une étude critique des différentes méthodes employées pour déterminer le coefficient de frottement intérieur des solides (p. 186-224). Le résultat de cette étude, c'est qu'on ne connaît guère que l'ordre de grandeur de ce coefficient pour les différents solides. Dans le cas particulier de la glace, l'ordre de grandeur est lui-même incertain.

Pour lever cette incertitude, l'auteur a déterminé expérimentalement le coefficient de frottement intérieur η pour la glace cristalline de la Néva et pour la glace granuleuse des glaciers du Tyrol (p. 250-281 et 289-328). Il a employé dans ce but la méthode de torsion des cylindres. Les résultats se sont montrés très variables avec la température θ et la vitesse de cisaillement α', mais ils sont assez bien représentés par les formules suivantes :

$$\eta = 0{,}95\left(1{,}13 - \frac{0{,}54}{\theta}\right)^{-1} 10^{13} + \frac{5{,}6 \cdot 10^{5}}{\alpha'} \quad \text{(C. G. S.)}$$

pour la glace de la Néva et

$$\eta = 0{,}38\left(1{,}32 - \frac{0{,}65}{\theta}\right)^{-1} 10^{13} + \frac{0{,}9 \cdot 10^{5}}{\alpha'}$$

pour la glace du Tyrol.

η est ainsi déterminé avec un écart moyen de 27 0/0.

La forme du second membre des formules précédentes permet d'appliquer à la glace la théorie de la relaxation que Schwedoff a édifiée pour les solutions aqueuses étendues de gélatine. D'après cette théorie, l'on a :

$$\eta = \mathrm{NT} + \frac{\mathrm{N}\lambda}{\alpha'},$$

N étant le module de cisaillement, T la durée de la relaxation et λ la limite d'élasticité.

Dans le cas de la glace de la Néva, $\mathrm{N} = 1\,(1 - 0{,}13\theta)10^{10}$ à 40 0/0 près. On en déduit : $\mathrm{T} = 950$ secondes et $\lambda = 5{,}6 \cdot 10^{-5}$. Pour la glace du Tyrol, $\mathrm{N} = 0{,}8\,(1 - 0{,}65\theta)\,10^{10}$, $\mathrm{T} = 480$ secondes, $\lambda = 10^{-5}$.

L'auteur a rapproché les résultats de ces expériences des résultats que peut donner une étude de la marche des glaciers (p. 329-361). Il a fait dans ce but une théorie dans laquelle il assimile les glaciers à des canaux remplis d'un fluide très visqueux et coulant très lentement. Cette théorie lui a permis de calculer le coefficient de frottement interne de la glace du glacier de Hintereisferner (Tyrol), glacier dont la vitesse et la forme du lit sont connues. Ce coefficient de frottement a été trouvé égal à $(1,67 \pm 0,95) . 10^{13}$. Cette valeur concorde d'une façon inespérée avec la valeur $(1,74 \pm 1,10) . 10^{13}$ qui correspond, d'après les expériences de l'auteur, à la vitesse de cisaillement du glacier.

TH. SVEDOV. — La théorie balistique de la décharge disruptive. — P. 365-394.

Ce mémoire débute par la traduction d'un article écrit en allemand par l'auteur (décédé actuellement) et relatif à la théorie balistique de la décharge disruptive dans le cas de l'air à la pression atmosphérique [1].

La suite du mémoire, relative au cas des pressions variables, a été rédigée par MM. Baumgart, Weinberg et Lebedinskij, à l'aide de documents recueillis dans les papiers de l'auteur défunt. Il y est montré d'abord comment, de la théorie esquissée au début, on peut déduire la loi de Paschen relative à la relation qui existe entre la densité d'un gaz et la distance explosive, les limites dans lesquelles cette loi est applicable et l'existence d'un minimum du potentiel disruptif. Il y est montré ensuite que la théorie de l'auteur conduit, pour les propriétés quantitatives des électrons, aux mêmes valeurs que les diverses considérations faites à ce sujet. Le mémoire se termine enfin par une comparaison des résultats des expériences de MM. Orgler, Paschen, Earhart et Carr avec ceux qu'on peut déduire de la formule de l'auteur, celle-ci ayant été étendue par l'emploi de nouveaux coefficients d'un usage plus général que les premiers.

A. SATKEVIC. — Sur la manière d'exprimer la première loi de la thermodynamique. — P. 397-408.

La première loi de la thermodynamique s'énonce habituellement

(1) *Ann. der Phys.*, XIX p. 918; 1906.

sous la forme suivante :

$$Jdq = dU + pdv,$$

dU étant l'augmentation d'énergie interne du milieu; p, la pression du gaz ; v, son volume ; J, l'équivalent mécanique de la chaleur ; dq, la quantité de chaleur mise en jeu.

L'auteur reproche à cette expression de nécessiter trois restrictions : 1° la force vive du système est supposée nulle ; 2° le travail des forces extérieures est, en fait, supposé nul ; 3° la pression extérieure est supposée uniforme et normale à la surface pressée. Il se propose d'établir que ces restrictions sont inutiles et qu'en outre elles obscurcissent le véritable sens de la loi. Dans cette intention, il détermine la valeur de l'accroissement de force vive d'un élément du système. Cet accroissement de force vive provient de trois sources : 1° du travail des forces extérieures, notamment de la pesanteur ; 2° de la partie du travail des pressions dont la différentielle est :

$$v\left(\frac{dp}{dx}dx + \frac{dp}{dy}dy + \frac{dp}{dz}dz\right);$$

3° du travail de viscosité dR correspondant au transport de l'élément sans déformation. La somme des travaux des deux premières sortes est nulle. On a donc simplement :

$$Jdq = dU + pdv + dR.$$

Cette expression ne diffère de la première que par l'introduction du terme de viscosité dR, terme qui s'annule d'ailleurs lorsque la viscosité peut être considérée comme négligeable. Cet énoncé nécessite seulement la continuité du mouvement ; il ne nécessite pas l'existence d'un état stationnaire.

Y. ZERNOV. — Comparaison de différentes méthodes pour mesurer en valeur absolue l'intensité du son. — P. 410-418.

L'auteur a comparé la méthode basée sur l'emploi d'une lame mobile (Lord Rayleigh, M. Altberg) à la méthode du manomètre oscillatoire de M. Max Wien.

La lame mobile et la membrane du manomètre étaient placées dans le même nœud d'un tuyau sonore. Ce tuyau était excité par un dia-

pason muni d'une boîte de résonance et entretenu par un courant de grande intensité. Les interruptions du courant étaient produites par un dispositif basé sur l'emploi d'un diapason régulateur (procédé de M. Lebedev). Les deux procédés, perfectionnés par l'auteur, lui ont donné des résultats identiques à 2 0/0 près.

D. ROZANSKIJ. — Sur la théorie de l'arc chantant. — P. 455-462.

L'auteur détermine théoriquement les conditions de stabilité de l'arc chantant. Ces conditions sont déterminées par la forme de la courbe caractéristique de l'arc et par la série des valeurs que prend la dérivée de la force électromotrice par rapport à l'intensité pendant la durée d'une période. La période de l'arc doit être plus grande que celle du circuit oscillateur en dérivation sur lui. L'auteur donne le moyen de calculer la différence des deux périodes ainsi que l'amplitude des oscillations stationnaires de l'arc.

T. FRIESENDORFF. — Sur la détermination de la dureté des corps solides élastiques. — P. 464-466.

Lorsqu'une pression P agit sur une sphère de rayon R placée sur la surface plane du corps dont on veut déterminer la dureté, il se produit un enfoncement au-dessous de la surface plane (procédé de M. Brinell). La profondeur W_0 de cet enfoncement peut se déduire de la formule :

$$W_0 = \sqrt[3]{\frac{q}{256} \frac{P^2C^2}{R}}.$$

C est un coefficient dont l'inverse peut servir à caractériser la dureté. Sa valeur est reliée à celle du coefficient de Young E et au coefficient de Poisson η par l'équation :

$$C = \frac{4(1-\eta^2)}{E}.$$

Pour les corps comme le verre, on peut déterminer cette valeur en mesurant la profondeur de l'enfoncement et le rayon de son contour.

A. PETROVSKIJ. — Les oscillations électriques dans les circuits de la bobine d'induction. — P. 468-478.

Il est impossible d'obtenir la résonance des deux circuits d'une bobine d'induction pour les oscillations libres, mais on peut obtenir la résonance du secondaire avec les interruptions du circuit primaire. Il faut pour cela munir le secondaire d'une capacité de $\frac{3}{1000}$ à $\frac{3}{100}$ de microfarad ou faire varier la période des interruptions. Le fait de la résonance est constaté par l'existence d'un maximum du voltage disruptif. La résonnance a pu être manifestée pour des périodes d'interruption doubles ou triples de la période des oscillations du secondaire. P. Klein.

B. WALTER. — Ueber die Bildungsweise und das Spektrum des Metalldampfes im elektrischen Funken (Mode de formation et spectre de la vapeur métallique dans l'étincelle électrique). — *Ann. der Physik*. T. XXI, p. 223-238 ; 1906. — Une planche hors texte, photographie de spectres.

MM. de Kowalski et Huber, étudiant le spectre d'étincelle de quelques alliages (1), ont annoncé que 1° l'intercalation d'une selfinduction sur le circuit de la bouteille fait disparaître plus de raies avec les métaux purs qu'avec les alliages ; 2° avec des alliages Zn-Cu, Mg-Cu, l'augmentation de la selfinduction fait disparaître d'abord les raies de Zn ou de Mg, et ils expliquent ces faits par des différences de points d'ébullition.

L'auteur, n'acceptant pas cette explication, a repris les expériences et : 1° constaté que les électrodes en laiton donnent toutes les raies du zinc plus faiblement que le métal pur, et toutes les raies du cuivre sans affaiblissement ; les propriétés de l'alliage ne sont pour rien dans ce phénomène, qui se produit également avec deux électrodes, l'une en zinc, l'autre en cuivre ; 2° retrouvé le second résultat de Kowalski et Huber.

D'anciennes photographies d'étincelles dans lesquelles intervenaient de très rapides oscillations électriques, lui ayant montré que la vapeur métallique se produit exclusivement au pôle négatif, l'ont

---

(1) *C. R.*, t. CXLII, p. 994 ; 1906.

fait songer à la pulvérisation cathodique. Il a alors étudié le phénomène dans trois tubes identiques, cylindriques, réunis à la même trompe, et munis d'électrodes filiformes zinc — cuivre — laiton, en faisant varier la pression et l'intensité moyenne du courant de décharge. Il a ainsi reconnu, d'après l'allure du dépôt et la température des diverses régions du tube : 1° que le cuivre se pulvérise beaucoup plus facilement que le zinc à froid et aux températures peu élevées ; 2° qu'à une température qui doit être voisine du point de fusion du zinc, ce dernier se pulvérise avec une extrême rapidité [1].

Dans le cas des électrodes en laiton, le dépôt avait toujours la couleur du laiton ; les métaux sont alors arrachés ensemble.

L'explication serait donc la suivante, qui rendrait compte à la fois des phénomènes observés, de la coexistence dans le spectre des étincelles de deux sortes de raies, les *raies d'arc*, non affectées par un champ magnétique, et les *raies d'étincelles*, plus voisines de la cathode et tassées vers la cathode par le champ magnétique (Schenk), et de la disparition des raies d'étincelles amenée par la selfinduction (Hemsalech).

Les particules métalliques arrachées à la cathode emportent avec elles des charges négatives plus ou moins grandes, qu'elles conservent encore, même quand elles sont incandescentes, au voisinage de la cathode, mais qu'elles perdent peu à peu dans la partie moyenne de l'étincelle : ce sont ses particules *électrisées* qui émettent les raies d'étincelle, tandis qu'elles émettent les raies d'arc quand elles sont déchargées. La selfinduction augmentant la période et abaissant par conséquent l'intensité moyenne du courant dans chaque étincelle, il faut plus longtemps pour amener à l'incandescence les particules pulvérisées, et elles ont le temps de perdre leur charge avant de devenir lumineuses ; on conçoit donc qu'une augmentation de la selfinduction fasse disparaître les raies d'étincelles, et surtout celles du métal le plus difficile à pulvériser.

P. Lugol.

---

[1] Cf. Crookes, *Proc. Roy. Soc.*, t. L, p. 88 ; 1892.

OCTOBRE 1907.

RECHERCHES SUR LA CAPILLARITÉ;

Par M. H. OLLIVIER [1].

Toutes les complications qu'on rencontre dans l'étude des gouttes disparaissent par l'emploi des petites gouttes. De plus, un certain nombre de phénomènes se prêtant à des mesures (formation de la goutte en deux temps sous l'influence d'un corps élastique; rejaillissement simple et régulier) ne s'observent qu'avec les petites gouttes.

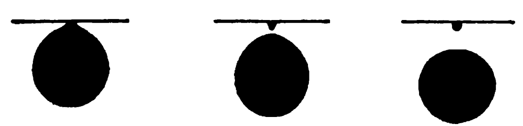


Fig. 1. — Dessins calqués représentant la chute d'une petite goutte.

I. Les gouttes d'eau de moins de 10 millimètres cubes qui s'échappent d'un orifice percé dans une paroi enduite de cire, puis enfumée, sont de volume constant. Quand elles se détachent, elles ne laissent à l'orifice qu'un petit mamelon de volume négligeable. Elles ne présentent pas, comme les grosses, de ligament visible ni de goutte satellite. Il n'y a plus à distinguer la goutte tombée et la goutte totale (*fig.* 1).

Leur forme est très sensiblement sphérique dès qu'elles sont détachées. Leur poids est donné par la loi de Tate corrigée de la pression hydrostatique (formule de Guglielmo) :

$$T = \frac{P}{2\pi r}\left(1 + \frac{r}{R}\right).$$

T, tension superficielle;
P, poids de la goutte;
R, son rayon moyen;
r, rayon de l'orifice.

Ce poids *diminue* quand la durée de formation descend au-dessous de 1 ou 2 secondes, résultat conforme aux prévisions théoriques.

(1) Communication faite à la Société française de Physique : séance du 17 mai 1907. Le mémoire détaillé a été publié, en février et mars 1907, dans les *Annales de Chimie et de Physique* (8e série, t. X, p. 229 à 321). Quelques expériences plus récentes sont, en outre, indiquées dans cet article.

Au contraire, le poids des grosses gouttes varie en fonction de la vitesse d'écoulement d'une façon très compliquée et dont il est très difficile de rendre compte.

II. **Influence de la compressibilité sur la formation des gouttes.** — Lorsque le liquide envoyé à l'orifice d'écoulement peut, au lieu de grossir la goutte, comprimer jusqu'à un certain degré un corps élastique, le mode de formation de la goutte est profondément changé. L'expérience peut se faire avec divers orifices d'écoulement. Les petits orifices percés dans une paroi enduite de cire, puis enfumée, sont de beaucoup les meilleurs [1].

L'appareil employé dans le cas de l'eau comprend : 1° un réservoir recevant de l'eau parfaitement filtrée et de niveau constant ; 2° un filtre ; 3° un robinet à pointeau, membrane et vis différentielle permettant un réglage très délicat ; 4° une petite chambre A en nickel épais, portant le petit orifice d'écoulement. Toutes les pièces sont rigides et la plus petite bulle d'air a été soigneusement expulsée.

Dans ces conditions, quand une petite goutte se détache, le pédoncule qui la rattache à l'orifice s'amincit et se coupe [2]. La goutte tombe, mais elle laisse à l'orifice d'écoulement un ménisque très bombé (de poids d'ailleurs négligeable), qui grossit rapidement et qui devient la goutte suivante. Autrement dit, dès qu'une goutte tombe, la goutte suivante perle.

Au contraire, si la chambre A renferme une bulle d'air, ou si elle communique avec le robinet par un tube de caoutchouc, on constate qu'après la chute d'une goutte la suivante ne se montre pas tout de suite. Il faut attendre un temps θ_1. Brusquement, la goutte perle ; en un temps inappréciable à l'œil, elle a presque atteint sa grosseur définitive ; elle grossit ensuite lentement pendant une seconde période θ_2, puis elle tombe.

Ordre de grandeur du phénomène :

Avec des gouttes de 5 milligrammes environ (et un débit de 900 milligrammes à l'heure), une *bulle d'air de* $0^{cm^3},2$ produit une période d'attente $\theta_1 = 11^s,5$; la période de grossissement lent est $\theta_2 = 8^s,5$.

Plus le volume de la bulle d'air est grand, plus la période

---

[1] Il faut absolument éviter que la cire pénètre dans le trou.
[2] Voir *fig.* 1.

d'attente θ_1 est longue et plus la goutte perle brusquement au bout de cette période d'attente.

Et même, si le volume de la bulle d'air dépasse une certaine valeur, le liquide sort avec tant de violence au bout du temps θ_1 qu'il s'échappe en un jet de faible durée.

Explication du phénomène. — La formation d'une goutte à un orifice non mouillé de rayon r débute par la formation d'un très petit mamelon, qui, d'abord plat, devient progressivement hémisphérique et de rayon r. Son volume est négligeable ; mais, pendant sa formation, la pression capillaire augmente et atteint son maximum

$$\Phi = \frac{2T}{r}$$

avant que l'on puisse apercevoir la goutte.

Le robinet envoie de l'eau dans la chambre A (qui porte l'orifice) ; les corps élastiques qui y sont contenus se compriment jusqu'à ce que la pression devienne Φ ; c'est la période θ_1. Dès que la pression dépasse Φ, le renflement grossit, son rayon de courbure augmente, la pression capillaire diminue très vite ; les corps élastiques qui étaient comprimés dans A se détendent rapidement et la goutte perle en un temps très court ; c'est la rupture d'un équilibre instable. La période θ_1 doit donc être proportionnelle au volume du corps élastique enfermé dans A. C'est bien ce que l'expérience montre.

Si la bulle d'air est enfermée dans un tube de verre communiquant avec A, on voit très bien dans ce tube l'augmentation progressive de la pression jusqu'au maximum Φ et la détente brusque de l'air qui fait jaillir le liquide de l'orifice.

La goutte, ayant grossi pendant le temps θ_2 jusqu'à avoir son rayon maximum R, se détache à la façon ordinaire. Mais le ménisque très bombé qu'elle laisse derrière elle à l'orifice d'écoulement s'aplatit aussitôt [1] jusqu'à avoir R pour rayon de courbure ; la pression dans la chambre A est, au moment du détachement,

$$\varepsilon = \frac{2T}{R},$$

valeur petite.

Le robinet envoyant sans cesse (mais toujours très lentement) de

(1) En un temps beaucoup trop court pour pouvoir être apprécié.

l'eau, les phénomènes décrits ci-dessus se reproduisent dans le même ordre.

Applications. — Au lieu d'employer, comme corps élastique, quelques dixièmes de centimètre cube d'air, on peut employer quelques litres (2 à 4) d'un liquide enfermé dans un récipient épais en communication avec A. On mesure la période d'attente θ_1 ; sans toucher au robinet, on détermine le volume d'air v qui donne la même valeur de θ_1 que le volume V du liquide employé. Ces volumes V et v subissent donc la même diminution de volume Δv pour la variation de pression employée. On a donc le rapport des compressibilités apparentes de l'air et du liquide. On en déduit bien simplement la compressibilité du liquide. *On n'a pas à mesurer la diminution du volume* Δv, comme dans les méthodes employées jusqu'ici pour l'étude de la compressibilité. *On mesure le volume beaucoup plus grand* v.

En plaçant successivement dans le même récipient plusieurs liquides, on a les différences de leurs compressibilités (1).

En plaçant un liquide de compressibilité connue dans une enveloppe solide, on trouve ainsi le coefficient d'élasticité de cette enveloppe.

Cette méthode ne met en jeu que des variations de pression de quelques centimètres d'eau. Elle convient particulièrement à la mesure des coefficients d'élasticité des enveloppes minces et fragiles, et de celles qui présentent des déformations permanentes. Elle donne la valeur vraie du coefficient d'élasticité, c'est-à-dire la dérivée du volume par rapport à la pression. Sa sensibilité est réglable à volonté. On augmente la précision en prenant des orifices étroits et en serrant le robinet de façon à avoir pour θ_1 des valeurs de l'ordre de la minute.

Je pense que cette méthode donnerait de bons résultats pour l'étude du point critique de certains corps, la compressibilité isotherme étant infinie au point critique.

Cas de l'air. — L'air est enfermé dans un tube horizontal communiquant avec la chambre A. Le volume de la bulle est v. La pression de l'air de la bulle est :

$$H = B + \varphi - f.$$

(1) Les coefficients de compressibilité des solides peuvent être mesurés par le même procédé.

B, pression atmosphérique augmentée de la pression fixe résultant de la différence de niveau entre l'orifice d'écoulement et le tube à air ;

φ, pression capillaire développée à l'orifice d'écoulement ;

f, tension maxima de la vapeur d'eau (l'air de la bulle est saturé).

Soit v_0 le volume de la bulle mesuré au moment où la pression barométrique est H_0. On a, puisque la température est constante,

$$v(B + \varphi - f) = v_0(H_0 - f).$$

Pendant le temps dt, la pression capillaire augmente de $d\varphi$. Le volume v diminue. La valeur de cette diminution est :

$$-dv = \frac{v_0(H_0 - f)\,d\varphi}{(B + \varphi - f)^2}.$$

D'autre part :

Soit h la différence de niveau entre l'eau du réservoir et l'orifice d'écoulement. Pendant le temps dt, le robinet envoie dans la chambre A un volume d'eau égal à $\rho(h - \varphi)\,dt$ (où ρ est une constante qui caractérise le degré d'ouverture du robinet). Ce volume est égal à dv.

$$\rho(h - \varphi)\,dt = \frac{v_0(H_0 - f)\,d\varphi}{(B + \varphi - f)^2}.$$

Dans toutes mes expériences, h restait très grand devant φ. L'erreur commise en remplaçant (dans cette dernière formule) φ par sa valeur moyenne était insignifiante.

Il est facile de trouver cette valeur moyenne et d'intégrer l'équation.

A l'origine du temps (moment du détachement d'une goutte), le ménisque a pour courbure R, rayon maximum d'une goutte. La pression φ a pour valeur :

$$\varepsilon = \frac{2T}{R}.$$

Au temps θ_1, la pression φ atteint son maximum $\Phi = \frac{2T}{r}$, et la goutte perle.

La valeur moyenne de φ est $\frac{\Phi + \varepsilon}{2}$. D'où la formule :

$$\text{(I)} \qquad \rho\left(h - \frac{\Phi + \varepsilon}{2}\right)\theta_1 = \frac{v_0(H_0 - f)(\Phi - \varepsilon)}{\left(B + \frac{\Phi + \varepsilon}{2} - f\right)^2},$$

Expériences sur les corps peu compressibles. — Je me suis servi pour ces expériences d'un gros piézomètre cylindrique en acier (capacité, 3860 centimètres cubes ; épaisseur des parois, 15 millimètres) entièrement immergé dans une cuve d'eau. L'orifice du couvercle, tourné vers le haut, se raccordait avec l'une des branches d'un gros robinet à trois voies (*sans fuites*). La deuxième branche de ce robinet communiquait avec un tube horizontal à air, et la troisième avec la chambre A portant l'orifice d'écoulement.

Je suis arrivé à remplir le piézomètre d'eau ne renfermant plus que d'insignifiantes traces de gaz.

J'ai d'abord cherché le volume d'air équivalant au piézomètre plein d'eau. J'ai placé dans le tube à air 210 millimètres cubes d'air mesurés sous la pression $H_0 = 1018$ centimètres d'eau à la température de 18°,05. Je tournais le robinet à trois voies de façon à mettre la chambre A alternativement en communication avec le piézomètre et avec le tube à air :

Valeurs de θ_1	pour le piézomètre..............	11ˢ,6
	pour le tube à air...............	11ˢ,3

J'ai ensuite introduit dans le piézomètre, au moyen d'un entonnoir capillaire, 2 litres de mercure, en opérant sous l'eau de façon à ne laisser entrer aucune bulle d'air ; 2 litres d'eau ayant été ainsi remplacés par 2 litres de mercure, j'ai mesuré θ_1 (le robinet à pointeau ayant été un peu plus serré) :

Valeurs de θ_1	pour le piézomètre..............	9ˢ,2
	pour le tube à air...............	15ˢ,0

Il est facile de déduire de ces chiffres la différence des coefficients de compressibilité de l'eau et du mercure et le coefficient d'élasticité du vase d'acier.

Soient :

E, la capacité du piézomètre ;

M, le volume du mercure ;

(E — M), le volume de l'eau ;

ξ, le coefficient d'élasticité du piézomètre ;

μ, le coefficient de compressibilité du mercure ;

η, le coefficient de compressibilité de l'eau.

Pendant le temps dt, la pression capillaire augmente de $d\varphi$.

L'augmentation de capacité du piézomètre est $E\xi d\varphi$;

La diminution de volume du mercure est $M\mu d\varphi$;
La diminution de volume de l'eau est $(E - M)\,\eta d\varphi$.
La somme de ces trois quantités est :

$$dv = [E(\xi + \eta) - M(\eta - \mu)]\,d\varphi.$$

D'autre part :

Pendant le temps dt, le robinet envoie dans la chambre A un volume d'eau égal à $\rho\,(h - \varphi)\,dt$. Ce volume est égal à dv :

$$\rho(h - \varphi)\,dt = [E(\xi + \eta) - M(\eta - \mu)]\,d\varphi.$$

Comme dans le cas de l'air, on peut, sans erreur appréciable, remplacer φ par sa valeur moyenne $\frac{\Phi + \varepsilon}{2}$. On a donc :

$$\text{(II)} \qquad \rho\left(h - \frac{\Phi + \varepsilon}{2}\right)\theta_1 = [E(\xi + \eta) - M(\eta - \mu)](\Phi - \varepsilon).$$

	Pressions en centimètres d'eau.	Pressions en C. G. S.
h	424,8	$424{,}8 \times g$
Φ	18,5	$18{,}5 \times g$
ε	1,6	etc.
B	1 020	
H_0	1 018	
f	21	
v_0		$0^{cm^3},210$

Première mesure. — Piézomètre plein d'eau :

θ_1	$11^s,6$
E	$3\,860^{cm^3}$
M	0

La formule (II) donne :

$$(1) \qquad 3860(\xi + \eta) = \rho\,\frac{424{,}8 - 10{,}05}{16{,}9} \times 11{,}6.$$

Deuxième mesure. — Tube à air : $\theta_1 = 11^s,3$; ρ n'a pas changé. La formule (I) donne :

$$(2) \qquad \frac{(0{,}21)(1\,018 - 21)(16{,}9)}{(1\,020 + 10{,}05 - 21)^2} = \rho(424{,}8 - 10{,}05)\,g \times 11{,}3,$$

d'où

$$\xi + \eta = 5{,}57 \times 10^{-11}\ \text{C. G. S.}$$

Troisième mesure. — Piézomètre (eau et mercure) :

θ_1	$9°,2$
E........................	$3\,860^{cm^3}$
M	$2\,000^{cm^3}$

La formule (II) donne :

$$(3) \qquad 3\,860(\xi + \eta) - 2\,000(\eta - \mu) = \rho' \frac{424,8 - 10,05}{16,9} \times 9,2.$$

Quatrième mesure. — Tube à air : $\theta_1 = 15°$; ρ' est le même que dans la troisième mesure. La formule (I) donne :

$$(4) \qquad \frac{(0,21)(1\,018 - 21)(16,9)}{(1\,020 + 10,05 - 21)^2} = \rho'(424,8 - 10,05)g \times 15.$$

En divisant membre à membre les équations (3) et (4), on élimine ρ'. On connaît $\xi + \eta$. On a la valeur de $\eta - \mu$:

$$\eta - \mu = 4,33 \times 10^{-11} \text{ C. G. S.}$$

Or $\mu = 0,39 \times 10^{-11}$ C. G. S. (d'après M. Amagat, *Annales de Chim. et de Phys.*, t. XXII, 1891).

Il en résulte les valeurs suivantes :

Coefficient de compressibilité C. G. S. de l'eau à 18°,05	$\eta = 4,72 \times 10^{-11}$
Coefficient d'élasticité du piézomètre.........	$\xi = 0,85 \times 10^{-11}$

Comparaisons avec les résultats antérieurs. — Un grand nombre de physiciens ont mesuré le coefficient de compressibilité de l'eau (on trouvera une liste détaillée des indications bibliographiques dans les Tables de Landolt). Les résultats sont assez discordants.

En C. G. S.	
$10^{11}\eta = 4,54$ à 17°,18	(Schumann).
4,62 à 18°	(Röntgen).
4,56 à 18°	(Grassi, méthode de Regnault).
4,51 à 15°	(Jamin, Amaury et Descamps).
4,59 à 18°	(Pagliani et Vincentini, pour une compression de 5 atmosphères).
4,23 à 17°,6	(Amagat, *Comptes Rendus*, t. CIII, 1886, p. 432, pour une compression de 242 atmosphères).
4,86 à 8°,1	valeur déduite de la vitesse du son dans l'eau (1 435^m par seconde, d'après Colladon et Sturm).

Le coefficient de compressibilité décroît avec la pression (Colladon et Sturm). Il tombe à la moitié de sa valeur pour une pression de 3 000 atmosphères (Amagat, *loc. cit.*, et aussi *Comptes Rendus*, 1893, p. 43).

Le nombre $4{,}72 \times 10^{-11}$ C. G. S. donné par la méthode capillaire est plus grand que les nombres antérieurement trouvés pour des compressions plus fortes et se rapproche du nombre déduit de la vitesse du son.

Emploi des gouttes de mercure. — Sous l'influence d'un corps élastique, les gouttes de mercure donnent, comme les gouttes d'eau, deux périodes θ_1 et θ_2.

Pour un même orifice et un même débit, la valeur de θ_1 est environ six fois plus grande pour le mercure que pour l'eau. La sensibilité est si grande que l'expérience est difficile à faire. De plus, si l'on se sert pour faire écouler les gouttes d'un tube de verre étiré, on constate qu'après la chute d'une goutte le ménisque remonte dans le tube d'une quantité proportionnelle au volume v du corps élastique influençant. Le ménisque revient à l'orifice pendant le temps θ_1 ; la goutte perle alors tout d'un coup, grossit lentement (période θ_2), puis tombe. La mesure de l'ascension du ménisque pourrait, dans les applications, remplacer celle de θ_1.

III. **Contact de l'eau avec les surfaces enfumées.** — Avant d'étudier d'autres phénomènes présentés par les petites gouttes, il est nécessaire d'indiquer les principales propriétés des surfaces enfumées, dont il sera constamment question dans la suite.

On peut distinguer, au point de vue des propriétés capillaires de l'eau, trois espèces de surfaces solides :

1° Les surfaces mouillées (cas du verre très propre) ;

2° Les surfaces touchées, mais non mouillées (cas de la cire, du suif, etc.) ;

3° Les surfaces non touchées.

C'est le cas des surfaces suivantes :

1° Métal poli enduit d'un peu de cire et recouvert soit de noir de fumée, soit d'anhydride arsénieux ;

2° Surface polie enduite de cire, de paraffine, de suif, etc., et recouverte de poudre de lycopode ;

3° Feuilles de diverses plantes.

L'eau ne mouille pas du tout une telle surface et ne touche que les sommets des très petites aspérités dont elle est hérissée. On aperçoit entre la goutte et le plan une couche d'air interposée qui produit la

réflexion totale de la lumière. L'angle de raccordement est nul, comme dans le cas de la caléfaction. La goutte *roule* sans aucun frottement pour la plus petite inclinaison du plan.

De toutes ces surfaces, les meilleures sont les surfaces métalliques polies, enduites de cire et enfumées. On chauffe la plaque, on la frotte avec un tampon de coton imbibé d'une solution filtrée de cire dans la benzine, on laisse refroidir. On enfume ensuite la plaque en plusieurs fois en la passant vivement dans la flamme d'une lampe à pétrole à mèche large et plate. Il ne faut enfumer ni dans la partie supérieure de la flamme (le noir ne tiendrait pas), ni dans la partie inférieure. Il faut éviter l'échauffement de la plaque ; on ne doit pas voir fondre la cire. Au bout de quelques jours, on plonge la plaque dans une cuvette d'eau.

Pour s'assurer que l'angle de raccordement est nul, on peut observer le dégagement de l'air au contact d'une surface enfumée plongée dans l'eau. L'air s'étale indéfiniment sur la surface et ne donne un angle de raccordement sensible qu'aux points où se trouvent de gros fumerons.

On immerge dans l'eau, dans une position un peu inclinée, une large plaque enfumée percée d'un petit trou. Un tube, soudé à la plaque du côté opposé au noir, permet d'envoyer un courant d'air par ce petit trou. Le jet d'air, au lieu de se dégager normalement à la surface, s'étale en une nappe brillante (1) extrêmement large, aplatie sur le noir de fumée.

Si, en certains points, le noir a été touché, imprégné de cire ou lavé à l'alcool, la brillante nappe d'air contourne les zones altérées sans jamais en franchir la limite.

Si la surface est bien horizontale (le noir dirigé vers le haut), l'air forme de grosses bulles dont l'angle de raccordement est nul et qui courent sur la surface avec une extrême mobilité pour la moindre inclinaison du plan.

Si l'on verse une goutte d'alcool sur le trou, le noir de fumée perd immédiatement ses propriétés : l'air se dégage directement de l'orifice en un jet normal à la paroi.

Ces phénomènes sont comparables aux phénomènes bien connus présentés par l'eau en contact avec une surface qu'elle mouille parfaitement.

---

(1) Brillante à cause de la réflexion totale.

Les surfaces enfumées pourraient être nommées *surfaces parfaitement mouillées par l'air*.

Adhérence normale. — On forme une goutte d'eau au bout d'un tube vertical Ω, et l'on arrête l'arrivée de l'eau un peu avant que la goutte ne se détache. La plus petite force verticale que l'on ajoute alors au poids de la goutte provoque le détachement.

Une petite surface S horizontale placée sous la goutte peut monter ou descendre à volonté; on peut l'amener tangente au point le plus bas de la goutte, la remonter encore un peu et la faire redescendre ensuite très délicatement.

Si cette petite surface S est du verre propre ou du verre enduit de cire, de paraffine, etc. (surfaces des deux premiers groupes), la goutte se détache du tube Ω et se dépose sur la surface; on peut dire qu'il y a adhérence de l'eau suivant la normale.

Si la surface S est enfumée, on peut la faire redescendre sans détacher la goutte du tube Ω. L'adhérence de l'eau sur les surfaces enfumées est nulle dans le sens de la normale.

Adhérence tangentielle. — Si l'on considère une surface solide plongée dans un liquide en mouvement qui la mouille, la couche liquide placée au voisinage immédiat de la paroi adhère au solide et a une vitesse nulle. C'est sur cette couche liquide immobile que les autres couches liquides viennent frotter. Il n'y a pas de glissement à la paroi (Whetham).

Il en est de même dans le cas de l'eau sur le verre argenté et dans le cas du mercure sur le verre.

Il n'y a pas non plus de glissement à la paroi sur les surfaces enfumées.

J'ai fait à ce sujet un grand nombre d'expériences avec deux disques horizontaux de 12 centimètres de diamètre, dont l'un est fixe et dont l'autre, suspendu à un fil de torsion, oscille autour de ce fil au-dessus du premier disque. Les disques sont plongés dans l'eau. On peut faire varier leur distance d de $0^{mm},5$ à 60 millimètres. J'ai mesuré en fonction de d les valeurs du décrément logarithmique qui exprime l'amortissement des oscillations. Ces valeurs sont les mêmes, que les disques soient nus, enduits de cire ou enfumés. Le glissement à la paroi est donc le même dans les trois cas. Comme il est nul pour les surfaces que l'eau peut mouiller, il résulte de mes expériences qu'il est nul pour les surfaces enfumées. Un glissement à la paroi conduisant à remplacer la surface par une surface parallèle distante de la

première de deux fois l'épaisseur de l'enduit aurait été mis en évidence.

IV. **Étude directe et chronophotographique du rejaillissement régulier des petites gouttes.** — Description du phénomène. — Une petite goutte d'eau G tombe d'une hauteur de quelques centimètres sur une plaque métallique inébranlable, un peu inclinée et enfumée avec les précautions ci-dessus indiquées. La goutte s'aplatit par le choc, puis prend très vivement une forme plus ramassée et rebondit en se divisant en deux gouttes qui sont projetées en l'air :

1° Une gouttelette G′, dont le diamètre peut dépasser le $\frac{1}{3}$ de celui de G, est projetée avec une très grande vitesse normalement à la plaque et décrit une parabole en vibrant énergiquement ; elle s'élève, en général, beaucoup plus haut que l'orifice d'écoulement (et même, dans certains cas, beaucoup plus haut que le niveau du liquide dans le réservoir). C'est pour cela qu'il faut incliner un peu la plaque, sinon cette goutte G′ serait projetée juste sur l'orifice d'écoulement. Cette gouttelette G′ retombe sur le plan enfumé et rejaillit à son tour ;

2° La partie principale Γ de la goutte s'élève à 1 centimètre ou 2 centimètres en vibrant très énergiquement, ce qui produit de beaux jeux de lumière. Elle est projetée dans la direction donnée par la loi de la réflexion. Elle décrit une parabole, retombe un peu plus loin sur la surface, où elle rebondit de nouveau.

Le phénomène est admirablement régulier si les gouttes sont petites, si elles tombent régulièrement, si la plaque a été enfumée comme on l'a vu au paragraphe III, et si elle est bien *immobile*. Dès que deux ou trois gouttes ont rejailli, on peut en faire tomber un très grand nombre au même point; la gouttelette G′ projetée en l'air chaque fois décrit exactement la même trajectoire : une petite pointe de verre horizontale, placée au point le plus haut de la trajectoire, recueille toutes les gouttes G′. Si l'on met un écran entre l'orifice d'écoulement et la plaque sans toucher à l'appareil et si l'on enlève cet écran le lendemain pour observer le rejaillissement, les gouttes G′ viennent encore s'embrocher sur la pointe de verre.

Il faut éviter, en faisant ces expériences, de souffler sur les gouttes en respirant ; il est bon de mettre l'appareil dans une petite cage de verre pour éviter tout courant d'air.

Ces phénomènes ne se produisent que sur les surfaces *non touchées*

par l'eau (Voir § III), c'est-à-dire sur les surfaces enfumées ou enduites d'anhydride arsénieux ou de lycopode.

On n'observe aucun phénomène de ce genre sur les surfaces graissées, cirées, vaselinées, etc.

Si l'on a, par exemple, une surface enduite de cire et qui a été enfumée sans fondre la cire, elle donne un très beau rejaillissement. Si l'on chauffe un peu la plaque, la cire fond, englobe le noir de fumée et forme une sorte de vernis que l'eau ne mouille pas plus que la cire; mais la surface est devenue lisse au lieu d'être hérissée; le rejaillissement est totalement supprimé.

De même, les petites gouttes de mercure rejaillissent très bien sur les mêmes surfaces enfumées et ne rejaillissent pas sur le verre propre, que pourtant elles ne mouillent pas.

Première série d'expériences. — Le rejaillissement ne dépend pas de la nature de la surface frappée, pourvu qu'elle ne soit pas touchée par l'eau. Le noir de fumée, l'anhydride arsénieux et le lycopode donnent lieu au même rejaillissement.

Deuxième série d'expériences. — *Variations du rejaillissement quand la hauteur de chute z varie seule.* — On fait descendre progressivement la surface enfumée. z augmente de quantités connues.

Pour de faibles hauteurs de chute (1 centimètre), la goutte qui tombe rebondit sur la surface en vibrant, mais elle ne se divise pas en deux gouttes Γ et G'. Lorsque la hauteur de chute augmente, la hauteur à laquelle s'élève la goutte en rebondissant s'accroît régulièrement.

z croissant toujours, on finit par apercevoir des gouttelettes extrêmement petites et projetées extrêmement haut (à une hauteur de 30 ou 40 fois la hauteur de chute). Sans la résistance de l'air, la hauteur atteinte serait encore bien plus grande. Il y en a quatre ou cinq formant une petite gerbe. Elles sont tellement petites qu'il est impossible de les voir sans un éclairage latéral puissant, l'œil regardant sur un fond noir, et leur trajectoire change tellement sous l'influence des plus petits courants d'air que les mesures sont impossibles. On ne les voit d'ailleurs qu'avec des gouttes d'au moins 8 milligrammes. Les gouttes de 4 milligrammes ou de 5 milligrammes ne donnent pas de gerbe visible.

Il se produit alors un phénomène singulier. Jusque-là on entendait au moment du choc, en faisant bien attention, un bruit très faible et

très sourd. Il en est ainsi jusqu'à une valeur critique de z. Si z dépasse cette valeur critique d'une quantité faible $\left(\frac{1}{50}\text{ de millimètre}\right)$, on entend un bruit bien plus fort, bien plus aigu, qui ressemble à un pétillement de faible durée. Si l'on augmente tout doucement la hauteur de chute z, on constate que ce bruit aigu présente une série de *crescendo* et *decrescendo* très accusés; les decrescendo vont jusqu'à l'extinction. Après un dernier crescendo, le bruit ne s'entend plus du tout pour aucune autre valeur de z.

Le phénomène est exactement le même si l'on remplace la plaque enfumée par diverses plaques enfumées de dimensions très variables, ou par une pièce creuse. Il ne dépend aucunement de l'objet frappé, pourvu que la surface de cet objet soit enfumée. On n'a rien sur une surface graissée.

L'influence de la vitesse d'écoulement sur ce phénomène est considérable. Quand les gouttes se succèdent un peu vite $\left(\frac{1}{2}\text{ seconde}\right)$, on n'entend plus le bruit.

z ayant augmenté au delà de la zone où l'on entend le bruit, on ne tarde pas à observer un rejaillissement régulier simple, avec subdivision de la goutte, et projection d'une goutte G'; c'est le phénomène décrit en tête de ce chapitre.

La goutte G' est d'abord très petite et va très haut (30 centimètres). La hauteur z' qu'elle atteint varie rapidement avec z en présentant des séries de maxima et de minima.

Il apparaît quelquefois une gouttelette ε abandonnée très peu de temps après le choc ; elle tombe et rebondit ; ou bien elle décrit une trajectoire rectiligne sur la surface enfumée.

z croissant toujours, la gouttelette projetée G' devient très belle. La gerbe signalée ci-dessus par des valeurs inférieures de z ne se voit plus du tout. L'admirable régularité du phénomène permet de faire l'étude des variations de z' en fonction de z.

Quand z dépasse 10 centimètres, il y a plusieurs gouttes projetées; et, si z continue à croître, on n'observe plus qu'un éparpillement de la goutte sur la surface et des éclaboussures irrégulières.

Variations de z' en fonction de z. — Ces variations sont représentées par des courbes très compliquées. La détermination d'un très grand nombre de points est indispensable; l'expérience est donc fort longue (dix heures).

J'ai tracé un assez grand nombre de ces courbes. Elles ont toutes la même allure. Je me contente d'en donner une (*fig.* 2).

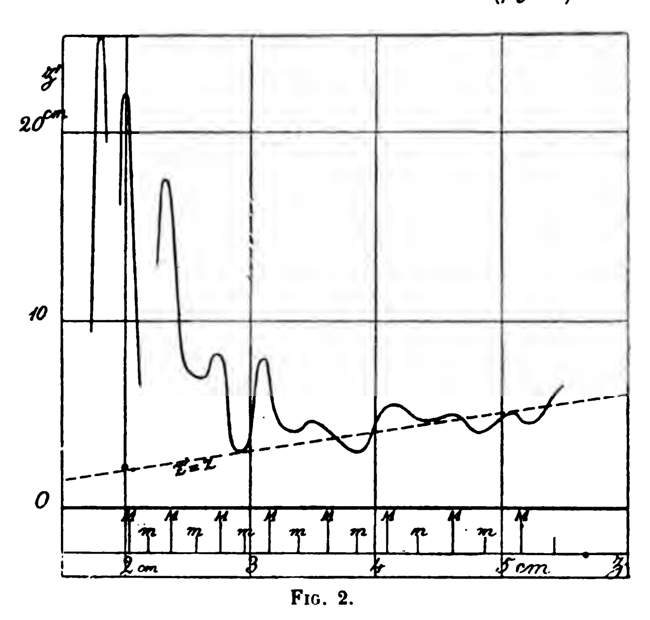


Fig. 2.

Données de l'expérience :
Poids des gouttes, $7^{mg},60$;
Durée de la formation, $1^{s},45$;
Pente de la surface frappée, 9 0/0 ;
Abscisses, valeurs de z ;
Ordonnées, valeurs de z'.

Les points marqués M et *m* sont les positions des maxima et des minima calculées d'après les formules de la vibration des gouttes.

Rattachement de ces faits a la vibration des gouttes. — Ces maxima et ces minima correspondent aux espaces parcourus par la goutte pendant les périodes successives de sa vibration.

Une goutte se détache étant allongée ; la tension superficielle tend à rendre la goutte sphérique. Elle s'aplatit donc ; mais, quand la forme sphérique est atteinte, l'aplatissement continue jusqu'à un certain degré. Les pressions capillaires intervenant en sens contraire tendent à allonger la goutte, etc. La vibration s'effectue ainsi pendant la chute avec un faible amortissement.

Cette vibration, qui donne alternativement à la goutte la forme

d'un ellipsoïde allongé, d'une sphère, d'un ellipsoïde aplati, d'une sphère, d'un ellipsoïde allongé, etc., est appelée *vibration ellipsoïdale ou symétrique*.

Elle n'est pas seule. La goutte ne conserve pas une forme symétrique. Aussitôt détachée, elle a la forme d'un œuf avec le gros bout en bas ; il en résulte un deuxième mouvement vibratoire ; pendant la chute, l'ovoïde présente alternativement son gros bout vers le haut et vers le bas, avec des formes intermédiaires sphériques. Cette *vibration ovoïdale ou dissymétrique* a une amplitude au moins aussi grande que la première dans la plupart des cas. Elle s'amortit plus vite.

Lord Rayleigh a calculé les diverses vibrations des gouttes au moyen des fonctions de Legendre.

Pour une goutte de 7^{mg},6, le nombre des vibrations par seconde est, d'après les formules de lord Rayleigh :

Pour la vibration ellipsoïdale....................	93
— ovoïdale......................	180

D'après cela, j'ai calculé les valeurs de z pour lesquelles la vitesse vibratoire du pôle supérieur de la goutte passe par un maximum ou un minimum. Il y a concordance avec les maxima et les minima de rejaillissement, comme on le voit sur la courbe (*fig.* 2).

Pour lever les derniers doutes, j'ai fait l'expérience suivante:

Les gouttes tombent d'une hauteur z_0 (1 centimètre environ) sur un premier plan enfumé, incliné.

Elles rebondissent très bien et décrivent une parabole en vibrant fortement. On les reçoit sur une deuxième surface enfumée située à un niveau inférieur.

Si z_0 est un peu grand, la goutte vibre très fortement ; elle ne donne plus, sur le deuxième plan enfumé, de rejaillissement avec subdivision. Elle rebondit sans se couper. Ce fait sera expliqué un peu plus loin.

Si z_0 est suffisamment petit, la goutte vibre après le premier choc en présentant uniquement une vibration ellipsoïdale de très grande amplitude (je m'en suis assuré par la chronophotographie).

En éclairant latéralement par une forte lampe, une goutte immobile donne deux points brillants (un donné par la réflexion et un par la réfraction) ; une goutte qui tombe donne deux traits de feu, trajectoire de ces points brillants. Ces lignes lumineuses se rapprochent et s'écartent périodiquement, présentant ainsi des *renflements* et

des *gorges*. Les renflements correspondent aux ellipsoïdes aplatis et les gorges aux ellipsoïdes allongés.

La deuxième surface enfumée reçoit le choc de ces gouttes. On observe un fort rejaillissement avec subdivision, si elle est placée un peu au-dessous d'un des *renflements*. Il n'y a pas subdivision dans les autres positions.

En déplaçant cette surface enfumée, on voit ainsi périodiquement apparaître et disparaître le rejaillissement avec subdivision. On l'obtient chaque fois que l'on coupe les traits de feu au-dessous de leur renflement, c'est-à-dire chaque fois que l'on reçoit le choc d'une goutte sphérique en train de s'allonger.

La goutte sphérique qui s'allonge est la figure pour laquelle la vitesse vibratoire du pôle supérieur est maximum.

Ainsi, aux maxima M de la vitesse vibratoire correspondent les maxima de rejaillissement (c'est-à-dire les maxima de z'). Aux minima m de la vitesse vibratoire correspondent les minima de rejaillissement. Et si ces minima sont trop petits, il n'y a plus rejaillissement avec subdivision : la goutte rebondit sans se couper.

Les grosses gouttes montrent très bien en tombant des figures allongées et aplaties. Ainsi Lenard a étudié les vibrations de gouttes de 5 millimètres de diamètre simplement par la photographie.

Mais les petites gouttes prennent tout de suite une forme très sensiblement sphérique. On a de la peine à distinguer l'ellipsoïde allongé de l'ellipsoïde aplati ([1]). Les mesures faites par la photographie sont impossibles. L'observation du rejaillissement fournit au contraire un moyen très délicat de mesurer les éléments de ces oscillations.

Action d'un champ magnétique. — Un orifice d'écoulement est placé au-dessus de l'entrefer d'un électro-aimant puissant, et hors du champ. Les gouttes issues de cet orifice passent dans l'entrefer et viennent tomber sur un plan enfumé placé au-dessous et hors du champ. Le rejaillissement est le même, que l'électro-aimant soit excité ou non. Un champ magnétique ne produit aucun amortissement appréciable des oscillations des gouttes tombantes.

Mais, si l'orifice d'écoulement est dans l'entrefer, le rejaillissement varie énormément quand on excite l'électro-aimant. Sans prendre de précautions spéciales, on fait ainsi varier très facilement z' de plu-

([1]) Pourtant, à cause de la faible valeur de la période, la *vitesse* vibratoire est grande. Elle est de l'ordre de la vitesse de chute, au moins pour les premiers centimètres du parcours. Ces vibrations ne sont donc pas négligeables.

sieurs centimètres. M. Pierre Sève avait prévu ce résultat, et nous avons fait l'expérience ensemble (mai et juin 1907).

Quand une goutte d'eau (diamagnétique) est formée dans un champ magnétique intense et qu'elle tombe, elle est soumise à des forces qui la repoussent hors du champ et qui, par suite, augmentent sa vitesse. Un raisonnement simple montre qu'au point de vue du mouvement du centre de gravité, tout se passe comme si la hauteur de chute de la goutte était augmentée d'une quantité égale à la dénivellation ϵ de l'eau dans un tube en U dont une des branches est dans le champ et l'autre hors du champ.

Il est très difficile de mettre directement en évidence l'accroissement de vitesse de la goutte. Il est, au contraire, très facile de montrer cet accroissement au moyen du rejaillissement.

La surface enfumée qui reçoit le choc des gouttes doit être assez inclinée pour que les gouttelettes projetées n'aillent pas dans l'entrefer.

Si l'on établit le champ, la hauteur de rejaillissement z' varie beaucoup, comme si la vitesse de chute avait augmenté.

La différence des temps de chute ne doit pas dépasser la durée d'une période vibratoire de la goutte. Le maximum du champ à employer dépendra donc de la grosseur de la goutte.

Le phénomène est exactement inverse avec une solution magnétique (par exemple une solution diluée de sulfate de manganèse). La vitesse des gouttes est diminuée au moment où elles sortent du champ [1].

Rejaillissement des liquides autres que l'eau. — Les solutions aqueuses ayant une grande tension superficielle (ammoniaque, solutions salines, etc.) rejaillissent aussi bien que l'eau. Les solutions très denses rejaillissent moins énergiquement.

Les liquides de faible tension superficielle (alcool, éther, pétrole) ne rejaillissent pas : ils s'étalent sur le noir de fumée.

Les solutions aqueuses d'alcool, de savon, d'acide formique, à partir d'une certaine concentration, ne rejaillissent plus.

Les petites gouttes de *mercure*, qui ne rejaillissent pas sur le verre propre, rejaillissent aussi bien que les gouttes d'eau sur les surfaces enfumées. Les gouttes de mercure vibrent plus fortement que les gouttes d'eau. Les maxima et les minima de rejaillissement sont extrêmement accusés.

---

[1] Voir *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 24 juin 1907.

Applications aux solutions aqueuses. — On peut se servir du rejaillissement pour apprécier de très faibles changements dans la composition des liquides de grande tension superficielle. La sensibilité de cette méthode est très grande. Elle peut rendre des services dans les cas où l'on ne peut pas employer des méthodes statiques comme celle des ascensions dans un tube ; c'est le cas de tous les colloïdes.

En 1890, lord Rayleigh a attiré l'attention sur l'erreur que l'on commet en mesurant par une méthode statique la tension superficielle de certains liquides, tels que les solutions d'oléate de soude.

On dissout dans l'eau des quantités progressivement croissantes d'oléate.

Par la méthode statique, on trouve que la tension superficielle des solutions d'oléate tombe très rapidement au tiers de sa valeur environ et se maintient ensuite à ce chiffre, quelle que soit la concentration.

Par la méthode dynamique (1), on trouve au contraire que la tension superficielle diminue lentement sans chute brusque et sans asymptote quand la concentration augmente.

Il se forme rapidement à la surface de la solution exposée à l'air une pellicule de faible tension superficielle : d'où nécessité absolue d'employer des surfaces constamment renouvelées.

Dans le rejaillissement, le brassage de la masse au moment du choc est très énergique ; la gouttelette est détachée et projetée en l'air en un temps très court (de l'ordre du millième de seconde). On peut donc espérer atteindre ainsi une valeur de la tension superficielle bien moins inexacte que celle donnée par la méthode des tubes capillaires.

Avec de petites gouttes, la sensibilité est extrêmement grande. Aussi, pour pouvoir employer des solutions un peu concentrées, j'ai dû diminuer la sensibilité en prenant des gouttes plus grosses (gouttes issues d'un tube de $0^{mm},75$ de diamètre extérieur, à bout mouillé).

Avec les solutions non colloïdales (mélanges d'eau et d'alcool), j'ai trouvé que, z restant fixe, z' varie à peu près proportionnellement à la tension superficielle. Avec les solutions d'oléate de soude, la

(1) Ecoulement du liquide par un orifice elliptique.

valeur de la tension superficielle donnée par le rejaillissement est supérieure à celle que donne l'ascension capillaire. Les solutions d'oléate à $\frac{1}{400}$, $\frac{1}{80}$, $\frac{1}{40}$, qui donnent toutes la même ascension capillaire, donnent des valeurs décroissantes de z'. La hauteur de rejaillissement z' dépend donc non pas de la tension superficielle *statique*, mais de la tension superficielle vraie.

Étude chronophotographique du rejaillissement. — Il était indispensable, pour continuer l'étude du phénomène, d'obtenir, de millième en millième de seconde, les photographies des formes de la goutte pendant le choc (Voir la reproduction de quelques-unes de ces séries dans le mémoire détaillé).

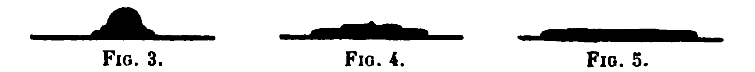


FIG. 3. FIG. 4. FIG. 5.

La première phase du phénomène est l'aplatissement de la goutte sur le plan enfumé. Il a toujours lieu par des gradins. La partie

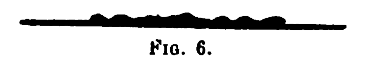


FIG. 6.

inférieure est déjà aplatie que la partie supérieure est encore bien hémisphérique. Puis la goutte s'aplatit totalement sur le plan, et d'autant plus que la hauteur de chute est plus grande (*fig.* 3, 4, 5).

Si la goutte est grosse, elle s'aplatit en formant des ondes très creusées (*fig.* 6) ; elle revient sur elle-même par un mouvement ondulé. C'est ce qui explique les traces de cercles concentriques et de rayons laissées par la goutte sur le plan, si le noir n'est pas adhérent.

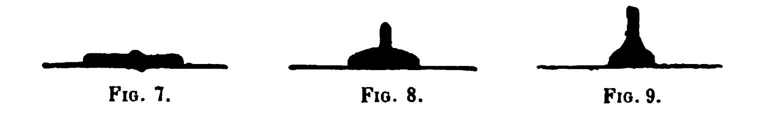


FIG. 7. FIG. 8. FIG. 9.

La goutte se resserre très vivement. Il se produit alors un *jet central* animé d'une très grande vitesse, et qui entraîne toute la goutte (*fig.* 7, 8, 9) $\left(\text{ordre de grandeur de cette vitesse, } 500\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)$.

La goutte s'allonge beaucoup et prend une forme *annelée* (*fig.* 10). Le segment supérieur, dont la vitesse est très grande, se détache et forme la goutte G′ (*fig.* 11).

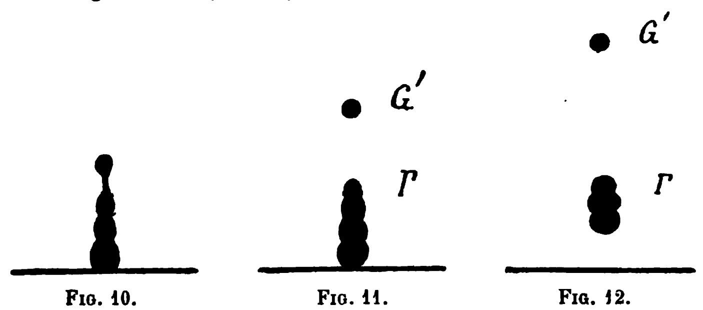


Fig. 10. Fig. 11. Fig. 12.

Le reste Γ de la goutte exécute alors de très violentes vibrations. Le haut de la goutte, qui vient de perdre la gouttelette G′, n'a plus de vitesse ; le bas de la goutte s'en rapproche rapidement (*fig.* 12, 13, 14, 15).

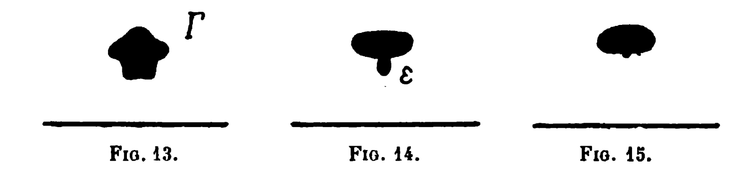


Fig. 13. Fig. 14. Fig. 15.

On peut remarquer qu'une gouttelette ε se forme à un certain moment sous la goutte Γ. Le plus souvent elle est réabsorbée par Γ. Mais quelquefois aussi elle s'en détache. Elle constitue la petite gouttelette signalée plus haut sous le nom de *gouttelette abandonnée* ε.

Explication générale du phénomène. — La goutte qui tombe sur le plan enfumé s'étant aplatie, la courbure de sa surface est très grande sur son pourtour et nulle sur ses deux bases planes. Les pressions capillaires développées sont donc appliquées uniquement sur le pourtour de la goutte ; les forces produites convergent toutes vers l'axe N. Les molécules liquides prennent donc des accélérations dirigées vers cet axe (*fig.* 16).

Or, *toutes les fois qu'il y a afflux de liquide vers un axe, il se produit un jet suivant cet axe.*

Telle est l'explication du *jet central* qui s'élance suivant l'axe de

la goutte et qui entraîne tout le liquide. La goutte prend donc une forme très allongée.

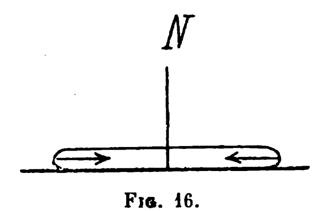


Fig. 16.

On sait d'ailleurs qu'un cylindre liquide n'est pas stable dès que sa hauteur dépasse le périmètre de sa base. La tension superficielle le découpe en sphères.

C'est par un phénomène analogue que le cône allongé formé par la goutte est découpé par la tension superficielle; d'où l'explication des formes annelées et du détachement d'une ou de plusieurs gouttes projetées.

La goutte G' s'étant détachée, le reste Γ vibre énormément, en passant par une série de formes allongées et aplaties. C'est encore par suite d'un afflux de liquide vers l'axe que la gouttelette ε apparaît et est quelquefois détachée.

Si l'on mélange à l'eau une substance qui abaisse la tension superficielle, le rejaillissement est diminué ou supprimé. Cela tient à ce que les pressions capillaires développées sur le pourtour de la goutte sont diminuées si la tension superficielle est diminuée. La vitesse du jet central est alors moindre, et la gouttelette G', si elle se détache, va moins haut.

Lorsque la hauteur de chute n'est pas trop grande, la goutte qui tombe sur une surface paraffinée s'étale, revient sur elle-même, se soulève quelquefois un peu et reprend une forme ramassée, avec un angle de raccordement presque droit.

Lorsque la hauteur de chute est plus grande, l'étalement de la goutte devient plus grand et la goutte se divise en plusieurs autres qui s'éparpillent sur la surface (Voir dans le mémoire détaillé la reproduction des chronophotographies).

Le phénomène commence comme sur le noir de fumée. Mais ici il y a adhérence à la cire dans le sens de la normale.

On a vu (§ III) les expériences qui prouvent l'existence de cette adhérence normale de l'eau à la cire. Dans le cas des surfaces enfu-

mées, il n'y a aucune adhérence normale. C'est pour cela que le rejaillissement peut se produire.

Choc des gouttes d'eau sur les surfaces solides que l'eau peut mouiller (verre très propre). — *Il n'y a pas de rejaillissement* si la surface est sèche : l'eau s'étale.

Choc de l'eau sur les surfaces solides non mouillées et dépourvues d'enduit pulvérulent (surfaces non mouillées, mais touchées : cire, paraffine, etc.). — Sur une surface solide enduite de cire, de paraffine, de suif, etc., les gouttes d'eau ne rejaillissent jamais. La présence du noir de fumée (ou de l'anhydride arsénieux, etc.) est indispensable.

Une goutte qui a déjà rebondi et qui vibre très fortement ne se subdivise plus quand elle tombe sur une deuxième surface enfumée. Cela s'explique facilement. La goutte n'est plus de révolution. Elle s'aplatit en donnant une figure qui n'a plus de centre. Il n'y a plus afflux du liquide avec un axe ; donc, plus de jet central, plus de gouttelette projetée.

Si elle est déjà couverte d'une petite couche d'eau, on a à envisager l'un des cas suivants.

Choc d'une goutte liquide sur une membrane liquide. — On forme une lame liquide avec une dissolution du savon résineux de M. Izarn. On laisse tomber sur cette membrane de grosses gouttes du même liquide. Pour de faibles hauteurs de chute, il y a rebondissement. Pour de grandes hauteurs de chute, la goutte traverse la membrane sans la rompre. Il y a une hauteur de chute intermédiaire pour laquelle il y a rejaillissement véritable, avec projection d'une gouttelette.

Choc d'une goutte d'eau sur une couche d'eau. — Les phénomènes qui se produisent dépendent non seulement de l'orifice d'écoulement et de la hauteur de chute, mais aussi de l'*épaisseur de la couche frappée*. Il y a souvent rejaillissement.

Lorsque l'épaisseur de la couche frappée est petite (inférieure à 1 millimètre d'habitude), le choc produit seulement des ondes qui se propagent sur la surface du liquide. Si la hauteur de chute augmente (toujours pour la même épaisseur de la couche frappée), on voit se produire un grand nombre de petites gouttes qui rayonnent tangentiellement à la surface autour du point frappé. Pour des hauteurs de chute de 1 mètre ou 2 mètres, il se produit des éclaboussures ; un très grand nombre de petites gouttes sont projetées sui-

vant les trajectoires très inclinées sur l'horizon; on en voit une multitude d'autres, extrêmement petites, qui sont projetées suivant des trajectoires moins inclinées : elles forment une sorte de brouillard léger au-dessus de la surface frappée.

Un rejaillissement simple (projection suivant la verticale d'une gouttelette animée d'une grande vitesse) peut se produire quand la hauteur de l'eau au-dessus du fond devient supérieure à une certaine valeur.

Si l'on maintient fixe cette épaisseur de la couche frappée et si l'on fait croître progressivement la hauteur de chute z, il arrive un moment où le rejaillissement se produit. La hauteur minimum est très bien déterminée.

La hauteur z' atteinte par la goutte projetée croît très vite et dépasse de beaucoup la hauteur de chute. En même temps, à la surface du liquide, le fort soulèvement qui s'est produit forme une goutte qui ne va pas bien haut et qui roule quelquefois sur la surface.

Le rejaillissement diminue beaucoup quand l'épaisseur de la couche frappée augmente.

(On trouvera les détails et les photographies dans le mémoire détaillé.)

RÉSUMÉ

I. *Formation des petites gouttes.* — Les gouttes d'eau de moins de 10 millimètres cubes qui s'échappent d'un orifice percé dans une paroi enfumée sont de volume constant, si l'on prend les précautions indiquées.

Elles ne présentent pas, comme les grosses, de ligament visible ni de goutte satellite. Le ménisque restant en arrière est de volume négligeable : il n'y a plus à distinguer la goutte tombée et la goutte totale.

Leur forme est très sensiblement sphérique dès qu'elles sont détachées. Leur volume est donné par la loi de Tate corrigée de la pression hydrostatique ; il diminue quand la durée de formation descend au-dessous de 1 ou 2 secondes.

Toutes les complications qu'on rencontre dans l'étude des gouttes disparaissent par l'emploi des petites gouttes.

II. J'ai cherché des applications de ces petites gouttes. J'en ai trouvé une que je crois nouvelle : c'est l'application à la compressibilité.

La formation des gouttes à un orifice très petit et non mouillé présente deux périodes : une période d'attente θ_1 après laquelle la goutte perle brusquement; une période de grossissement lent θ_2 après laquelle la goutte tombe.

$\theta_1 = 0$ si l'appareil est rigide et sans fuite. Si le liquide est en contact avec un corps élastique de volume v, θ_1 est proportionnel à v et au coefficient d'élasticité du corps. On met ainsi en évidence, non seulement la compressibilité des gaz, mais encore celle des liquides et des solides. J'ai pu par ce procédé mesurer notamment la compressibilité de l'eau, comprimée par la pression capillaire d'une petite goutte.

Les grosses gouttes ne donnent aucun phénomène analogue.

De tous les orifices que l'on peut employer pour ces expériences, les orifices percés dans une paroi enfumée sont de beaucoup les meilleurs.

III. Le troisième chapitre renferme l'étude des propriétés des surfaces enfumées, déjà utilisées dans les deux chapitres précédents et dont il est constamment question dans la suite.

Les surfaces enfumées sont hérissées de petits murs de noir et de protubérances très fines et très serrées dont l'eau ne peut toucher que le sommet. L'angle de raccordement de l'eau est nul et il n'y a pas d'adhérence dans le sens normal.

La surface est parfaitement mouillée par l'air. Une grande quantité d'air est enfermée dans les cellules et entre les murs de noir. On peut enlever cet air sans faire perdre à la surface toutes ses propriétés.

Bien que l'eau roule avec une extrême facilité sur ces surfaces, *il n'y a aucun glissement à la paroi.*

IV. *Phénomènes de rejaillissement.* — Une goutte d'eau qui frappe une surface solide ne rejaillit que dans un seul cas : celui où la surface n'est pas touchée par l'eau. Une goutte d'eau qui tombe sur un liquide rejaillit dans certains cas. Le plus simple, le plus régulier et le plus intéressant de ces phénomènes est le rejaillissement des *petites* gouttes sur les surfaces enfumées.

Ce phénomène est simple, en ce sens qu'il se réduit à une subdivision de la goutte en deux gouttelettes dont la plus petite est projetée très haut suivant la direction de la normale. Il n'y a aucune des éclaboussures qui accompagnent le rejaillissement de l'eau sur l'eau.

Ce phénomène est régulier; il se produit identique à lui-même des milliers de fois; les gouttes projetées suivent des trajectoires toujours les mêmes, indépendantes de la nature de l'enduit pulvérulent.

Ce phénomène permet de mettre en évidence et d'étudier la vibration des petites gouttes, qu'il est difficile de voir directement.

Il permet de mettre très facilement en évidence le magnétisme ou le diamagnétisme des solutions.

Il permet d'apprécier de faibles changements dans la composition des liquides. Il donne une méthode dynamique très délicate pour la mesure des grandes tensions superficielles.

DE L'EIKONAL

(ÉTUDES D'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE);

Par M. André PELLETAN.

La construction des appareils optiques a donné lieu dans divers pays à des recherches approfondies; ces théories, qui sont d'ordre purement mathématique, mais qui ont conduit à des résultats pratiques considérables, ne sont pas appliquées en France et y demeurent très peu connues. Il nous a paru intéressant d'exposer les principes fondamentaux de cette science et d'appeler sur elle l'attention des physiciens et des ingénieurs.

CHAPITRE I.

DIOPTRIQUE DE GAUSS.

Gauss est le premier qui ait donné une théorie systématique de l'Optique; ses formules conduisent à une première approximation; on pourrait en quelque façon définir son œuvre en disant que, dans la recherche des inconnues, il s'est borné aux termes du premier ordre. Les études de ses continuateurs, notamment celles de Hamilton, Seidel et Schwarzschild, ont eu pour but de déterminer les termes d'ordre supérieur; il est logique, pour exposer ces nouvelles

théories, de rappeler brièvement les principes de celle qui leur a servi de base et d'établir quelques formules dont nous aurons à faire usage.

DU STIGMATISME.

Un faisceau de rayons qui a la forme d'un cône est dit stigmatique. Tel est le cas lorsqu'il émane d'un point lumineux; quand il traverse un appareil optique, il se transforme ; on s'efforce de réaliser cette condition qu'à la sortie il soit redevenu stigmatique.

Nous supposons qu'il possède cette propriété ; elle implique une certaine dépendance entre les figures des objets et celles des images ; à chaque point de l'un correspond un point de l'autre, et à chaque rayon de l'un, c'est-à-dire à chaque droite de l'un, correspond dans l'autre une droite. Ces conditions forment la base d'une théorie de géométrie optique. Quand, dans deux espaces, les figures se correspondent de telle sorte que chaque point et chaque droite de l'un aient pour conjugués un point et une droite de l'autre, les deux systèmes sont dits homographiques. Nous pourrions étudier leurs propriétés dans toute leur généralité ; mais cette étude sera beaucoup plus claire et plus simple si nous disons d'abord quelques mots de la constitution des systèmes optiques usuels ; nous exposerons donc sommairement leurs dispositions les plus générales.

DES APPAREILS OPTIQUES.

Les appareils optiques sont formés de lentilles terminées par des surfaces sphériques, c'est-à-dire de corps de révolution. On les monte toujours de façon que leurs axes soient dans le prolongement les uns des autres ; l'ensemble de l'appareil possède donc cette propriété que, si un objet tourne autour de l'axe commun d'un certain angle, son image tourne d'un angle égal. L'homographie donnée par les appareils optiques n'est pas une homographie quelconque. Elle a la « symétrie de révolution » par rapport à une droite.

Les faisceaux qui pénètrent dans un appareil optique sont toujours limités ; dans les lunettes, par exemple, leur frontière est constituée par l'ouverture antérieure, c'est-à-dire par le bord de l'objectif. Cet orifice, qui limite le passage des rayons, porte le nom de *pupille*.

Si la pupille est en avant de l'appareil, elle est dite pupille d'en-

trée, elle a une conjuguée par rapport à l'ensemble de l'optique; celle-ci, dite pupille de sortie, n'a qu'une existence purement géométrique, elle n'est pas matérialisée. Tout rayon qui traverse l'une traverse aussi l'autre, et réciproquement; en conséquence, nous pouvons considérer indifféremment les faisceaux comme limités à la première ou à la seconde. Si la pupille est en arrière, la pupille d'entrée sera sa conjuguée par rapport à l'appareil. Si, enfin, elle est dans

Fig. 1.

l'intérieur, nous devons considérer (*fig.* 1) le groupe G de surfaces optiques qui la précède et le groupe G_1 qui la suit. Soit ab l'image de AB par rapport à G, a_1b_1 son image par rapport à G_1; ab sera la pupille d'entrée, a_1b_1 la pupille de sortie. Elles sont évidemment conjuguées l'une de l'autre par rapport à l'ensemble du système.

HOMOGRAPHIE OPTIQUE.

Nous avons vu que, si l'on suppose les faisceaux stigmatiques, les figures correspondantes dans le champ des objets et dans celui des images sont homographiques. De ce principe découle toute la théorie. Si l'on prend deux systèmes d'axes dans les deux champs, et si l'on désigne par XYZ, $X_1Y_1Z_1$ les coordonnées de deux points conjugués, ces quantités sont liées par des équations de la forme :

$$(1)\qquad X_1 = \frac{a_1X + b_1Y + c_1Z + d_1}{mX + nY + pZ + q},$$

$$(2)\qquad Y_1 = \frac{a_2X + b_2Y + c_2Z + d_2}{mX + nY + pZ + q},$$

$$(3)\qquad Z_1 = \frac{a_3X + b_3Y + c_3Z + d_3}{mX + nY + pZ + q}.$$

Nous simplifierons ces équations par un choix convenable des axes.

Prenons pour axe des X et des X_1 l'axe de révolution. Les plans des YZ et des Y_1Z_1 seront les plans de front passant par O et O_1. Le plan des XY sera un plan arbitrairement choisi, passant par AA_1, et celui des X_1Y_1 sera son conjugué dans le plan des images. Les

plans des ZX et Z_1X_1 seront respectivement perpendiculaires à ces derniers.

Pour les axes des X et des X_1, la direction positive sera celle dans laquelle se propage la lumière. Pour les autres axes, la direction positive sera définie, comme d'habitude, par cette condition qu'en passant de OX à OY, de OY à OZ et de OZ à OX, on tourne dans le sens direct.

Les origines peuvent être prises en des points quelconques de l'axe, mais on les choisit généralement d'une des trois manières suivantes :

1° Elles sont placées aux foyers. Les équations qui réunissent les coordonnées XYZ et $X_1Y_1Z_1$ de deux points homologues P et P_1 sont les équations (1), (2), (3) données plus haut.

Il est facile de reconnaître que X_1 ne dépend que de X, et non de Y et de Z. Soit Q et Q_1 les plans de front passant par P et P_1. Tous les points du plan Q ont la même abscisse X. Si le point P se déplace dans le plan Q, X reste constant, Y et Z varient d'une manière quelconque; cependant le point P_1 se déplace dans le plan Q_1, et X_1 ne change pas ; X_1 est donc fonction de X seulement; il est nécessaire pour cela que l'on ait $b_1 = c_1 = n = p = 0$. La formule (1) se réduit donc à $X_1 = \frac{a_1X + d_1}{mX + q}$.

Le plan des YZ est plan focal; son conjugué est à l'infini, c'est-à-dire que, pour $X = 0$, on doit avoir $X_1 = 0$. Ceci exige que a_1 et q soient nuls. Donc :

$$X_1 = \frac{d_1}{mX}; \tag{4}$$

n, p et q étant nuls, la formule qui donne Y_1 se réduit à :

$$Y_1 = \frac{a_2X + b_2Y + c_2Z + d_2}{mX}. \tag{5}$$

Le plan des Z_1X_1 est conjugué du plan des ZX ; pour $Y = 0$, on doit avoir $Y_1 = 0$. Donc :

$$Y_1 = \frac{b_2Y}{mX}. \tag{6}$$

On trouvera de même :

$$Z_1 = \frac{c_3Z}{mX}. \tag{7}$$

Quand on fait accomplir aux plans des XY et des ZX un quart de révolution autour de l'axe des X, les plans des X_1Y_1 et des Z_1X_1 tournent également d'un angle droit autour de l'axe des X_1. Les Y et les Z, comme les Y_1 et les Z_1, se permutent aux signes près ; Y et Y_1 deviennent $+Z$ et $+Z_1$, Z et Z_1 deviennent $-Y$ et $-Y_1$. Il en résulte que $b_2 = c_3$.

Les équations peuvent donc, en posant $f = \frac{b_2}{m}$ et $ff_1 = -\frac{d_1}{m}$, se mettre sous la forme :

$$(8) \qquad X_1 = -\frac{ff_1}{X}, \qquad Y_1 = f\frac{Y}{X}, \qquad Z_1 = f\frac{Z}{X};$$

$$(9) \qquad X = -\frac{ff_1}{X_1}, \qquad Y = -f_1\frac{Y_1}{X_1}, \qquad Z = -f_1\frac{Z_1}{X_1}.$$

Les longueurs f et f_1 sont ce que l'on appelle les focales du système.

L'image d'une figure de front est semblable à la figure elle-même, puisque :

$$\frac{Y}{Z} = \frac{Y_1}{Z_1}.$$

Si l'on interposait des miroirs en nombre impair sur la trajectoire des rayons entre les diverses lentilles, l'image se trouverait renversée, et les termes en z et z_1 changeraient de signes.

On remarquera que les points de l'axe qui ont pour abscissse $+f$ et $-f_1$ sont conjugués. C'est ce que l'on appelle les points principaux ou quelquefois les nœuds. Les nœuds forment avec les foyers les éléments cardinaux du système.

2° Si l'on prend ces nœuds pour origines, les équations deviennent :

$$X_1 + f_1 = -\frac{ff_1}{X - f}, \qquad Y_1 = \frac{fY}{X - f}, \qquad Z_1 = -\frac{fZ}{X - f};$$

$$X - f = -\frac{ff_1}{X_1 + f_1}, \qquad Y = -\frac{f_1Y_1}{X_1 + f_1}, \qquad Z_1 = -\frac{f_1Y_1}{X_1 + f_1},$$

ce qui peut s'écrire :

$$(10) \qquad \frac{f}{X} - \frac{f_1}{X_1} = 1, \qquad Y_1 = \frac{fY}{X - f}, \qquad Z_1 = \frac{fZ}{X_1 - f};$$

$$(11) \qquad \frac{f}{X} - \frac{f_1}{X_1} = 1, \qquad Y = -\frac{f_1Y_1}{X_1 + f_1}, \qquad Z = -\frac{f_1Y_1}{X_1 + f_1}.$$

3° Si l'on prend pour origines deux points conjugués quelconques

dont les distances aux plans focaux sont ξ et ξ_1, nos équations s'écrivent :

$$(12)\qquad \frac{\xi}{X} - \frac{\xi_1}{X_1} = 1, \qquad Y_1 = \frac{fY}{X-\xi}, \qquad Z = \frac{fZ}{X-\xi};$$

$$(13)\qquad \frac{\xi}{X} - \frac{\xi_1}{X_1} = 1, \qquad Y = -\frac{f_1Y_1}{X_1-\xi_1}, \qquad Z = -\frac{f_1Z_1}{X_1-\xi_1}.$$

On prend généralement pour origines les centres des pupilles d'entrée et de sortie, et alors les équations prennent la forme (12) et (13).

Toute figure de front a pour image une figure semblable ; le rapport de similitude est $\frac{Y_1}{Y}$ ou $\frac{Z_1}{Z}$. C'est ce qu'on appelle le grossissement G.

Si l'on prend les origines aux foyers [équations (8) et (9)] :

$$G = \frac{Y_1}{Y} = \frac{Z_1}{Z} = \frac{f}{X} = -\frac{X_1}{f_1}.$$

Et si on prend les origines en deux points conjugués quelconques [équations (12) et (13)] :

$$G = \frac{f}{X-\xi} = -\frac{X_1-\xi_1}{f_1}.$$

SYSTÈME OPTIQUE RAPPORTÉ AU PLAN DES PUPILLES.

Prenons pour origines les centres des pupilles. Soient M et M_1 les abscisses du plan des figures et du plan des images. Y, Z, Y_1, Z_1 sont liées par les équations (12) et (13), dans lesquelles on fera $X = M$, $X_1 = M_1$:

$$(14)\qquad \frac{\xi}{M} - \frac{\xi_1}{M_1} = 1, \qquad Y_1 = \frac{f}{M-\xi}Y, \qquad Z_1 = \frac{f}{M-\xi}Z.$$

La première de ces deux équations peut se mettre identiquement sous la forme :

$$(15)\qquad \frac{f}{M-\xi} \times \left(-\frac{f_1}{\xi_1}\right)\frac{M}{M_1} \times \frac{f}{f_1} = 1;$$

$\frac{f}{M-\xi}$ est le grossissement quand on passe des figures aux images, $-\frac{f_1}{\xi_1}$ est le grossissement entre les plans des pupilles; représentons-

les par $\frac{l_1}{l}$ et $\frac{\lambda_1}{\lambda}$, et remarquons que le rapport $\frac{f}{f_1}$ est égal à $\frac{n_1}{n}$, n et n_1 étant les indices de réfraction dans les milieux d'entrée et de sortie; on déduit alors de l'équation (15):

$$(16) \qquad \frac{n\lambda l}{M} = \frac{n_1\lambda_1 l_1}{M_1}.$$

Posons maintenant:

$$(17) \qquad \begin{aligned} y &= \frac{Y}{l} \cdot \frac{n\lambda l}{M}, & z &= \frac{Z}{l} \cdot \frac{n\lambda l}{M}; \\ y_1 &= \frac{Y_1}{l_1} \cdot \frac{n_1\lambda_1 l_1}{M_1}, & z_1 &= \frac{Z_1}{l_1} \cdot \frac{n_1\lambda_1 l_1}{M_1}; \end{aligned}$$

y, z, y_1, z_1 sont ce qu'on appelle les coordonnées réduites. On voit immédiatement que les rapports $\frac{y}{y_1}$ et $\frac{z}{z_1}$ sont égaux à l'unité en vertu de l'équation (16). On aura donc dans l'optique de Gauss:

$$y = y_1,$$
$$z = z_1.$$

CHAPITRE II.

DES LONGUEURS OPTIQUES.

DÉFINITION DE LA LONGUEUR OPTIQUE D'UNE LIGNE.

Considérons (*fig.* 2) un rayon d'une couleur simple, d'une longueur d'onde λ, qui traverse successivement divers milieux A, B, C, ..., pour lesquels les indices de réfraction soient n_A, n_B, n_C, ... Soient V_A,

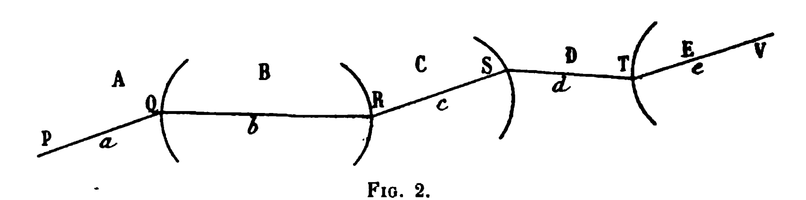


Fig. 2.

V_B, V_C, ..., les vitesses de la lumière correspondante à cette même longueur d'onde λ. On sait que ces quantités sont inversement propor-

tionnelles aux indices de réfraction, et que, si l'on prend pour unité des vitesses celle de la lumière dans le vide, on aura :

$$n_A = \frac{1}{V_A},$$
$$n_B = \frac{1}{V_B},$$
$$n_C = \frac{1}{V_C},$$
$$\cdots\cdot$$

A la surface séparative des divers milieux, notre rayon va se briser en Q, R, S, ... Soient a, b, c, ..., les longueurs des différents segments (*fig.* 2).

Les temps employés par la lumière pour parcourir ces segments successifs sont respectivement égaux au quotient de chaque longueur par la vitesse correspondante, soit:

$$\frac{a}{V_A}, \quad \frac{b}{V_B}, \quad \frac{c}{V_C}, \quad \ldots,$$

et la durée totale qu'emploie la lumière pour aller de P en V est la somme L de ces quotients :

$$L = \frac{a}{V_A} + \frac{b}{V_B} + \frac{c}{V_C} + \ldots = n_A a + n_B b + n_C c + \ldots$$

On appelle cette somme la *longueur optique d'un rayon.*

DIFFÉRENTIELLE DE LA LONGUEUR OPTIQUE D'UN RAYON.

Réfraction sur une surface quelconque. — Considérons (*fig.* 3) un rayon PMQ qui se réfracte en M sur la surface S, et une ligne formée de

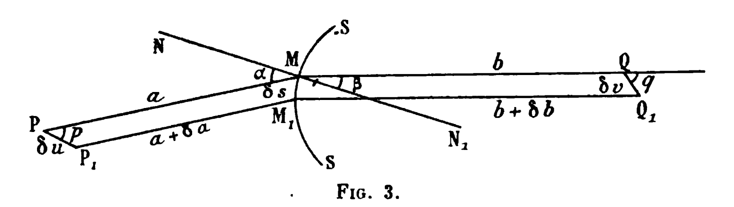


Fig. 3.

deux segments P_1M_1 et M_1Q_1 infiniment voisins de PM et de MQ et se coupant comme eux sur S. Les longueurs optiques de PMQ

et $P_1M_1Q_1$ sont $L = n_A a + n_B b$, et $L + \delta L$:

$$L + \delta L = n_A(a + \delta a) + n_B(b + \delta b),$$
$$\delta L = n_A \delta a + n_B \delta b.$$

Supposons qu'une ligne brisée passe d'une manière continue de la position PMQ à la position $P_1M_1Q_1$. Appliquons le théorème connu relatif à la variation infiniment petite de la longueur d'une droite; nous savons qu'elle est égale à la somme des longueurs parcourues par ses extrémités multipliées par les cosinus des angles que forment les tangentes à ces trajectoires avec la direction de la droite :

$$\delta a = \delta s \sin \alpha - \delta u \cos p,$$
$$\delta b = - \delta s \sin \beta + \delta v \cos q,$$

d'où :

$$\delta L = n_B \delta v \cos q - n_A \delta u \cos p.$$

Réflexion sur une surface quelconque. — Considérons (*fig.* 4) un rayon PMQ qui se réfléchit en M sur une surface S, et une autre ligne formée de deux droites quelconques P_1M_1 et M_1Q_1, infiniment voisines de PM et de MQ et se coupant également sur S.

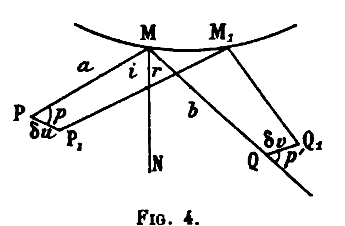


FIG. 4.

La longueur $l = $ PMQ est $a + b$.

La longueur $l + \delta l = P_1M_1Q_1$ est $a + \delta a + b + \delta b$.

Nous aurons comme ci-dessus, en désignant par δs, δu et δv les longueurs MM_1, PP_1, QQ_1, et par p et q les angles en P et Q :

$$\delta a = \delta s \sin i - \delta u \cos p, \qquad \delta b = - \delta s \sin r + \delta v \cos q.$$

D'où en ajoutant :

$$\delta l = \delta v \cos q - \delta u \cos q.$$

Si on appelle L la longueur optique, L est égal à $n_A l$ et l'on a :

$$\delta L = n_A \delta v \cos q - n_A \delta u \cos q,$$

équation qui est de la même forme que celle du paragraphe précédent. Pour la réflexion comme pour la réfraction, la variation δL est la différence des produits des longueurs optiques de PP_1 et QQ_1 par les cosinus des angles qu'elles forment avec le rayon.

Cas général. — Soit un rayon PQ (*fig.* 5) qui se brise sur des surfaces réfringentes ou réfléchissantes, et une ligne P_1Q_1 formée de segments infiniment voisins des précédents et se rencontrant comme eux sur les mêmes surfaces.

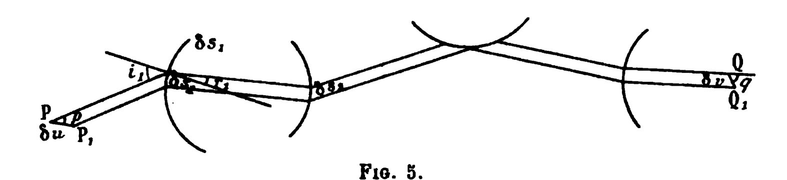


Fig. 5.

Si L est la longueur optique PQ, $L + \delta L$ la longueur optique P_1Q_1 on aura $\delta L = n_A\delta a + n_B\delta b + n_C\delta c + \ldots$

$$n_A\delta a = n_A\delta u \cos p - n_A\delta S_1 \sin i_1,$$
$$n_B\delta b = n_B \sin r_1 - n_B\delta S_2 \sin i_2,$$
$$n_C\delta c = n_C \sin r_2 - n_C\delta S_3 \sin i_3,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

d'où, en ajoutant toutes ces équations et en remarquant que :

$$n_A \cos i_1 = n_B \cos r_1,\ n_B \cos i_2 = n_C \cos r_2,\ \ldots\ldots :$$
$$\delta L = \delta v \cos q - \delta u \cos p.$$

De cette formule nous allons tirer plusieurs conclusions :

1° Supposons que les points P et P_1 coïncident ainsi que les points Q, Q_1. On voit que, lorsqu'on déforme progressivement le contour PQ pour le faire passer de la première position à la seconde, ses extrémités restant fixes, la différentielle de la longueur optique est nulle. Cette condition est caractéristique d'un *maximum* ou d'un *minimum*. Ce principe constitue le théorème de Fermat. Celui-ci l'avait énoncé en disant que la lumière suit toujours le plus court chemin. Sous cette forme, le théorème n'est pas exact ; la longueur optique de la trajectoire est, suivant les cas, un maximum ou un minimum.

2° Considérons (*fig.* 6) un faisceau de rayons issu d'un point P est

portons sur chacun d'eux une longueur optique PQ constante. Quel est le lieu S du point Q?

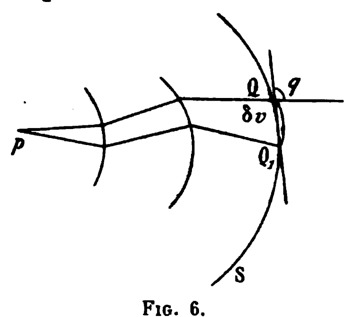


Fig. 6.

Prenons deux rayons infiniment voisins, PQ et PQ_1.

Dans notre formule :

$$\delta L = \delta v \cos q - \delta u \cos p,$$

nous devons faire $\delta L = 0$, puisque L est constante; d'ailleurs $\delta u = 0$, puisque P et P_1 coïncident ; il en résulte :

$$0 = \delta v \cos q \left\{ \begin{array}{l} \cos q = 0, \\ \delta v \quad = 0. \end{array} \right.$$

1° Supposons que nous ayons $\cos q = 0$, $q = \frac{\varpi}{2}$. Toute droite QQ_1, qui est une tangente à la surface S, est perpendiculaire au rayon. En d'autres termes, le rayon est normal à S. Cette surface est ce que l'on appelle la surface d'onde. En général, si on considère un ensemble de droites, il n'existe pas de surface à laquelle toutes ces lignes soient normales. Il est remarquable qu'un faisceau de rayons issu d'un même point jouisse de cette propriété.

Les surfaces d'ondes correspondant à un même point, et situées dans un même milieu, sont parallèles entre elles. Dans des milieux différents, elles sont optiquement parallèles, c'est-à-dire que les longueurs optiques des rayons compris entre elles sont égaux.

2° Si l'on a $\delta v = 0$, tous les rayons issus du point P convergent vers un même point Q, les longueurs optiques comptées suivant les divers rayons sont égales entre elles : en effet, δu et δv étant nuls, δL l'est également.

FONCTION CARACTÉRISTIQUE D'HAMILTON.

Soient n et n_1 les indices de réfraction dans des milieux extrêmes, L la distance optique de deux points P et P_1, dont les coordonnées sont x, y, z, x_1, y_1, z_1, et qui sont situés l'un dans le champ des objets, l'autre dans le champ des images ; L est une fonction de leurs coordonnées, et l'on peut écrire :

$$L = V(x, y, z, x_1, y_1, z_1).$$

Si nous laissons x, y, z constants, et que nous considérions x_1, y_1, z_1 comme des coordonnées courantes, l'équation $V = k$ représentera le lieu des points qui sont à une distance optique constante d'un foyer lumineux P, c'est-à-dire une surface d'onde. Si m_1, p_1, q_1 sont les cosinus directeurs de la normale, qui n'est autre que le rayon, on aura :

$$m_1 = \frac{\frac{\partial V}{\partial x_1}}{\sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z_1}\right)^2}},$$

$$p_1 = \frac{\frac{\partial V}{\partial y_1}}{\sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z_1}\right)^2}},$$

$$q_1 = \frac{\frac{\partial V}{\partial z_1}}{\sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z_1}\right)^2}}.$$

On trouverait encore, m, p et q étant les cosinus directeurs du rayon incident :

$$m = \frac{\frac{\partial V}{\partial x}}{\sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2}},$$

$$p = \frac{\frac{\partial V}{\partial y}}{\sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2}},$$

$$q = \frac{\frac{\partial V}{\partial z}}{\sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2}}.$$

Considérons (*fig*. 7) la surface $V = k$, x_1, y_1, z_1 étant maintenant considérés comme des constantes, et x, y, z comme les coordonnées

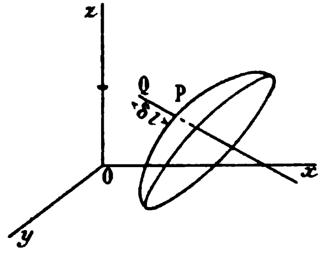


Fig. 7.

courantes. Prenons sur le prolongement du rayon, c'est-à-dire sur la normale, une longueur $PQ = \delta l$. L'accroissement de la fonction v, quand on passera de P à Q, sera :

$$\delta V = \frac{\partial V}{\partial x}\delta x + \frac{\partial V}{\partial y}\delta y + \frac{\partial V}{\partial z}\delta z,$$

δx, δy et δz étant les projections de PQ sur les axes, c'est-à-dire égaux à $m\delta l$, $p\delta l$, $q\delta l$.

On aura :

$$\delta V = \delta l\left[m\frac{\partial V}{\partial x} + p\frac{\partial V}{\partial y} + q\frac{\partial V}{\partial z}\right] = \delta l\sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2}.$$

D'ailleurs δv est le différentiel de la longueur optique du rayon ou $n\delta l$. Donc :

$$\delta l\sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2} = n\delta l.$$

D'où :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2 = n,$$

$$m = n\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad p = n\frac{\partial V}{\partial y}, \qquad q = n\frac{\partial V}{\partial z},$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z_1}\right)^2 = n,$$

$$m_1 = n_1\frac{\partial V}{\partial x_1}, \qquad p_1 = n_1\frac{\partial V_1}{\partial y_1}, \qquad q_1 = n_1\frac{\partial V_1}{\partial z}.$$

Les dérivées partielles de V sont, à un coefficient constant près, les cosinus directeurs du rayon incident ou émergent. La fonction V a été nommée par Hamilton la fonction caractéristique du système.

PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES D'UN FAISCEAU DE RAYONS.

Un faisceau de rayons est un ensemble de normales à une surface, et jouit, par conséquent, de propriétés particulières ; rappelons les principales.

Si l'on considère les normales à une surface S le long d'une ligne de courbure γ, elles forment une développable ; c'est une normalie de courbure N.

Toutes les normales à S sont tangentes à deux surfaces Σ_1 et Σ_2 qui sont les focales de S. Σ_1 et Σ_2 sont les lieux des centres de courbure des sections principales en chaque point de S. Ce sont aussi les lieux des arêtes de rebroussement des normalies N. Σ_1 correspond aux lignes de courbure du premier système, Σ_2 aux lignes de courbure du second.

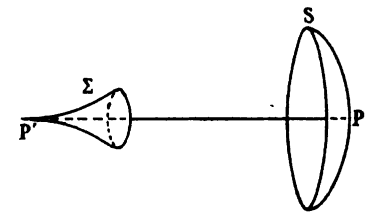


Fig. 8.

Si l'on considère (*fig.* 5) une surface de révolution dont le sommet esten P, l'unique focale Σ est la surface engendrée par la rotation de la développée de la courbe méridienne de S, tournant autour de l'axe. Elle présente une pointe en P′.

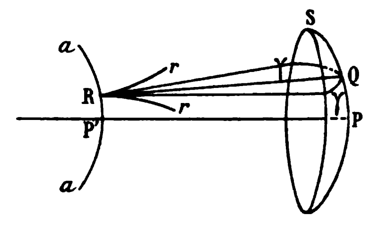


Fig. 9.

Si la surface d'onde possède un plan de symétrie H, l'une de ses focales présentera une arête, comme il est facile de le voir. Je dis

d'abord que les arêtes des normalies de courbure de l'un des systèmes présenteront chacune un point de rebroussement : en effet, soit γ nue des lignes de courbure de l'onde qui sont symétriques par rapport au plan H ; soit ω la normalie correspondante, r l'arête de ω ; r est l'une des développées de γ. Or celle-ci possède son sommet en Q, dans le plan de symétrie ; le point correspondant de la développée est, d'après un théorème connu, un point de rebroussement.

Il en résulte que la focale Σ présente une arête : en effet cette focale est le lieu des lignes r, celles-ci possèdent des points de rebroussement R. Le lieu de ces points R est une arête de Σ.

Considérons maintenant (*fig.* 9) une surface d'onde ayant deux plans de symétrie, par exemple un demi-ellipsoïde : soit Q son sommet ; d'après ce qui précède, les deux focales présentent chacune arête ; celles-ci couvrent la forme et la disposition indiquées dans la une figure ci-contre. Ces arêtes a_1a_1 et a_2a_2 seront situées dans les plans de symétrie, c'est-à-dire en croix.

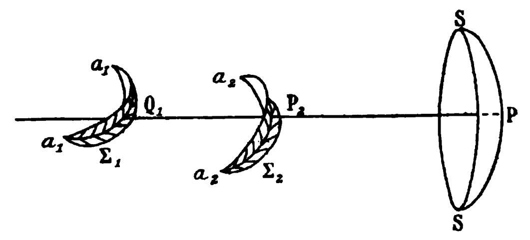


Fig. 10.

Si la surface d'onde, sans être ellipsoïdale, possède un sommet, c'est-à-dire un point Q pour lequel les courbures des deux sections normales principales passent par un maximum ou un minimum, les surfaces Σ_1 et Σ_2 offriront les mêmes propriétés et présenteront des arêtes ; seulement ces dernières pourront être des courbes gauches.

Nous avons dit que les appareils optiques ont toujours la symétrie de révolution autour d'un axe XX′. Si l'on considère un point lumineux L, le plan de LXX′ sera un plan de symétrie, et l'onde émergente S sera symétrique par rapport à lui ; sa section par ce plan est dite « méridienne » ; elle sera évidemment une ligne de courbure ; toutes les autres lignes de courbure du même système sont dites « méridiennes », ainsi que la focale correspondante Σ_1. Les autres lignes de courbure et la focale Σ_2 sont appelées « sagittales ».

Lorsque l'axe de l'onde PL (*fig.* 10) est faiblement incliné sur l'axe de révolution XX′, cette surface possède toujours un sommet Q dans le voisinage de P. Nos deux focales présenteront donc chacune une arête ; si le faisceau a une faible ouverture, tous les rayons passeront dans le voisinage des deux arcs de courbe a_1 et a_2 normaux à la même droite QQ_1Q_2.

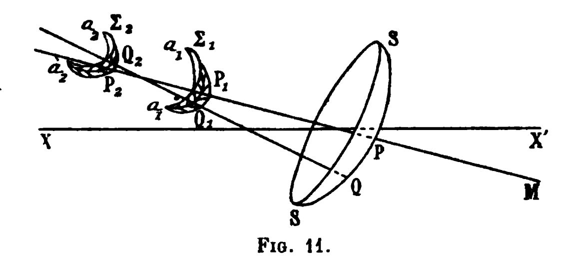


Fig. 11.

Sturm a énoncé ce théorème en ne considérant que des faisceaux infiniment petits et en substituant des éléments rectilignes aux éléments curvilignes ; on peut dire alors que tous les rayons s'appuient sur deux éléments de droites perpendiculaires à l'axe et disposés en croix. Mais ce théorème ne s'applique qu'à un cas théorique, celui de faisceaux élémentaires.

Le point P_1, où l'axe de l'onde touche Σ_1, est l'image méridienne du point P. Le point P_2, où le même axe touche Σ_2, est l'image sagittale. La distance P_1P_2 est l'astigmatisme. Si l'on suppose que le point L se déplace dans un plan de front, les lieux de P_1 et P_2 sont dits les surfaces méridienne et sagittale. Elles sont de révolution autour de l'axe de l'appareil XX′. Si, par la combinaison des lentilles, on détruit l'astigmatisme, le point L n'a qu'une seule image, les deux surfaces méridienne et sagittale se confondent. La courbure de leurs sections normales au sommet est appelée « courbure du champ ».

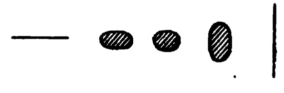


Fig. 12.

Lorsque l'astigmatisme existe et qu'on reçoit (*fig.* 11) le faisceau sur un plan de front passant par P_1, sa trace est un trait mince, ayant la direction méridienne. En P_2, la trace sera également un

trait, mais il aura la direction perpendiculaire à la précédente. Entre les deux lefaisceau formera une tache elliptique ou circulaire, comme le montre la *fig.* 12.

Lorsque l'astigmatisme est détruit, les deux surfaces focales se confondent en une surface unique Σ. Si l'axe du faisceau est l'axe de l'appareil optique, Σ a la forme représentée sur la *fig.* 8 ; si on reçoit le faisceau sur un écran de front placé en P′, le faisceau donnera une tache circulaire; c'est ce qu'on appelle l'aberration sphérique ; si le point L (*fig.* 13) est excentré (c'est-à-dire situé en dehors de l'axe), le faisceau sera encore tangent à une surface unique,

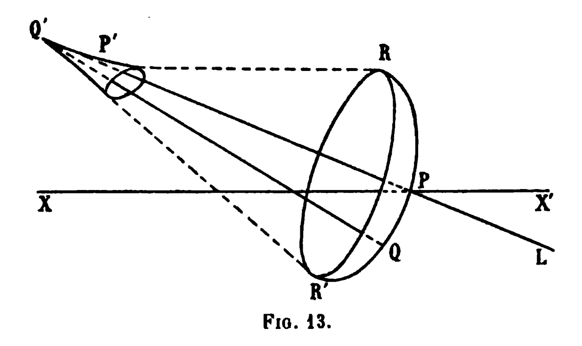


Fig. 13.

et l'aberration sphérique subsistera. Mais le faisceau sera dissymétrique autour de son axe central PP′ et produira sur l'écran, outre la tache due à l'aberration sphérique, une traînée lumineuse qui s'allongera suivant la direction radiale et qui offrira un peu l'apparence de la queue d'une comète ; on l'appelle « l'aigrette ».

CHAPITRE III.

DE L'EIKONAL.

EXPRESSION ANALYTIQUE DE LA VARIATION DE LONGUEUR D'UN RAYON.

Considérons (*fig.* 14) un rayon traversant successivement divers milieux ; nous supposerons d'abord que les deux milieux extrêmes, celui des objets et celui des images, soient l'atmosphère ; leur indice de réfraction pourra être pris égal à l'unité. Soient X, Y, Z, X_1, Y_1,

Z_1, les coordonnées de ses deux extrémités par rapport à leurs axes respectifs. Soient encore $X + \delta X$, $Y + \delta Y$, $Z + \delta Z$, $X_1 + \delta X_1$, $Y_1 + \delta Y_1$, $Z_1 + \delta Z_1$, les coordonnées des extrémités Q et Q_1 de

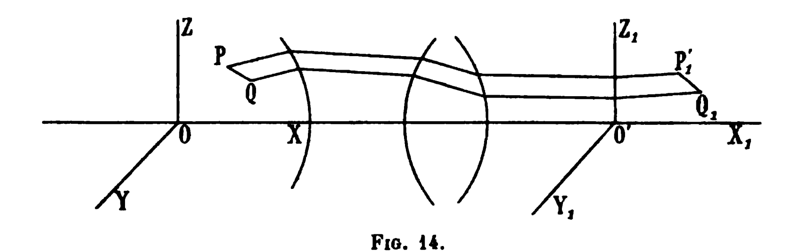


FIG. 14.

rayons infiniment voisins. Nous avons vu que la différence δL des longueurs optiques des deux rayons est la différence des projections de PQ et P_1Q_1 sur PP_1. Si m, p et q, m_1, p_1 et q_1 sont les cosinus directeurs du rayon en P et P_1,... nous aurons :

$$(1) \qquad \delta L = m_1\delta X_1 + p_1\delta Y_1 + q_1\delta Z_1 - m\delta X - p\delta Y - q\delta Z.$$

NOMBRE D'ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES POUR DÉTERMINER LA POSITION D'UN RAYON INDÉFINI.

Pour déterminer la position d'une droite dans l'espace, il faut quatre paramètres. Quatre éléments définissent donc un rayon dans un milieu homogène. Il en est de même pour la trajectoire d'un

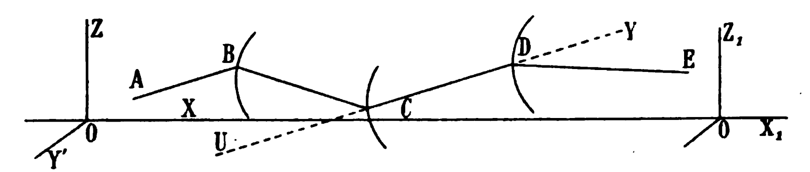


FIG. 15.

rayon qui traverse un appareil optique : c'est une ligne brisée, formée de plusieurs segments. (*fig* 15) Mais, si l'on connaît la droite à laquelle appartient l'un quelconque d'entre eux, CD par exemple, tous les autres se trouvent par là même déterminés.

Il suffit donc, pour que notre trajectoire soit complètement connue, de nous donner, par exemple, la position de la droite que suit

l'un des segments du rayon. Ainsi les positions d'un rayon dans le champ des objets et de son conjugué dans le champ des images dépendront de quatre variables.

Soient m, p et q, m_1, p_1 et q_1 les cosinus directeurs des deux segments extrêmes par rapport à leurs axes respectifs; m et m_1 sont des fonctions de p, q et p_1, q_1 ; car il existe entre ces quantités les relations :

$$m = \sqrt{1 - p^2 - q^2},$$
$$m_1 = \sqrt{1 - p_1^2 - q_1^2}.$$

Nous prendrons p et q, p_1 et q_1 pour variables indépendantes ; quand leurs valeurs seront données, les positions des rayons incident et émergent seront définies; on peut se demander si elles le sont sans ambiguïté ; on démontre facilement que, si les surfaces d'onde sont convexes, il ne peut exister qu'une couple de rayons conjugués, ayant chacun une direction donnée.

CHOIX DES AXES.

Il convient de prendre pour plans des YZ et des Y_1Z_1 les plans des pupilles. Nous supposerons provisoirement que ceux-ci coïncident avec les plans nodaux, ce qui est pratiquement exact pour un grand nombre d'appareils. Dans le cas contraire, il faudra faire subir à nos formules quelques modifications qui seront indiquées ultérieurement.

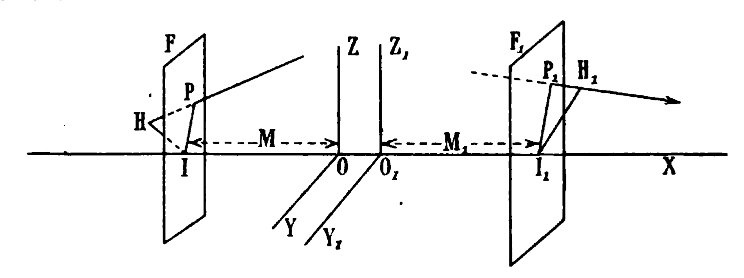


FIG. 16.

Le plan de front F est celui dans lequel se trouve l'objet dont on cherche l'image. Le plan F_1 est celui dans lequel l'image doit se former. I et I_1 sont les points où l'axe perce F et F_1, M et M_1 leurs distances aux origines. Des points tels que P et P_1 situés dans les

deux plans F et F_1 ont leurs abscisses constantes et sont déterminés par leurs coordonnées Y et Z, Y_1 et Z_1.

DE LA FONCTION E.

La fonction E et l'Eikonal sont des filiales de la fonction caractéristique d'Hamilton.

Projetons les points I et I_1 sur les deux segments extrêmes d'un rayon P et P_1 (*fig.* 16). Soient H et H_1 leurs projections. La fonction E relative à ce rayon est sa longueur optique comptée entre H et H_1. Si je désigne par L la longueur optique du rayon PP_1 :

$$E = L + PH - P_1H_1;$$

PH est la projection de IP sur la direction mpq, les composants de IP suivant les axes sont O, Y et Z. Donc :

$$PH = pY + qZ.$$

De même :

$$P_1H_1 = p_1Y_1 + q_1Z_1.$$

Et par suite E est représenté par la formule :

$$E = L + pY + qZ - p_1Y_1 - q_1Z_1. \quad (2)$$

Nous supposerons L, Y, Z, Y_1 et Z_1 exprimés en fonction de pq et p_1q_1 ; E est alors une fonction de ces quatre variables :

$$E = \Phi(p, q, p_1, q_1).$$

DÉRIVÉES PARTIELLES DE LA FONCTION E.

Considérons (*fig.* 17) deux rayons PP_1 et QQ_1 infiniment voisins l'un de l'autre. Soient toujours Y, Z, Y_1, Z_1 et $Y + \delta Y$, $Z + \delta Z$, $Y_1 + \delta Y_1$, $Z + \delta Z_1$ les coordonnées de leurs extrémités, L et $L + \delta L$ les longueurs optiques PP_1 et QQ_1. En différentiant l'équation (2), on obtient :

$$\delta E = \delta L + \delta(pY + qZ) - \delta(p_1Y_1 + q_1Z_1).$$

Et, en remplaçant δL par sa valeur tirée de (1) au premier paragraphe de ce chapitre et remarquant que δX et δX_1 sont nuls :

$$\delta E = Y\delta p + Z\delta q - Y_1\delta p_1 - Z_1 dq_1. \quad (3)$$

Les dérivées partielles de E par rapport aux variables sont : Y, Z, — Y_1 et — Z_1.

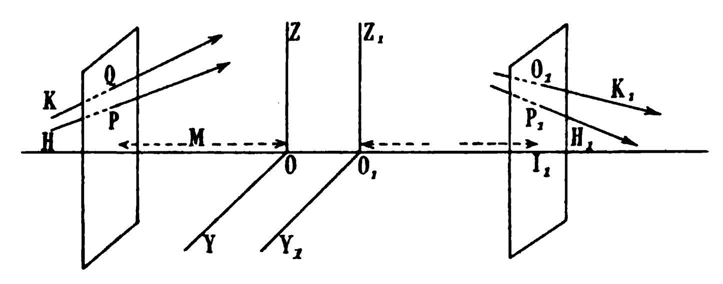


Fig. 17.

DÉFINITION DE L'EIKONAL.

Considérons maintenant (*fig.* 18) deux points R et R_1 pris sur un même rayon de telle façon que PR = M, $P_1R_1 = M_1$. Soient

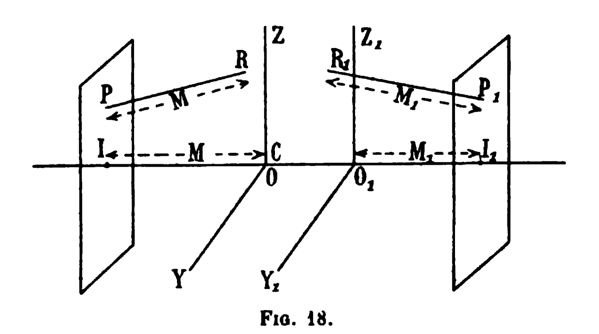


Fig. 18.

ξ, η, ζ, ξ_1, η_1 et ζ_1 leurs coordonnées ; on aura évidemment :

$$(4)\qquad \frac{\eta - Y}{M} = p, \quad \frac{\zeta - Z}{M} = q, \quad \frac{\eta_1 - Y_1}{M_1} = p_1, \quad \frac{\zeta_1 - Z_1}{M_1} = q_1.$$

Les points R et R_1 ne sont pas situés dans les plans des pupilles ; mais, comme la ligne PR est très peu inclinée sur l'une et qu'elle est

égale à la distance du point P au plan des yz, ils en seront très voisins. On pourra, aux termes près du troisième ordre, considérer η et ζ, η_1 et ζ_1 comme les coordonnées suivant les axes des y et des z des traces des rayons sur les plans des pupilles. Les relations (4) peuvent s'écrire :

$$\eta = Y + Mp,$$
$$\zeta = Z + Mq,$$
$$\eta_1 = Y_1 + M_1 p_1,$$
$$\zeta_1 = Z_1 + M_1 q_1.$$

Tirons des équations (4) les valeurs δp, δq, δp_1 et δq_1 et portons-les dans l'équation (3). Il vient :

$$\delta E = -\frac{Y\delta Y + Z\delta Z}{M} + \frac{Y_1\delta Y_1 + Z_1\delta Z_1}{M_1} + \frac{Y\delta\eta + Z\delta\zeta}{M} - \frac{Y_1\delta\eta_1 + Z_1\delta\zeta_1}{M_1},$$

ou identiquement :

$$\delta E = \left\{ \begin{array}{l} -\dfrac{Y\delta Y + Z\delta Z}{M} + \dfrac{Y_1\delta Y_1 + Z_1\delta Z_1}{M}, \\ + \dfrac{Y(\delta\eta - \delta\eta_1) + \delta Y(\eta - \eta_1)}{M} + \dfrac{Z(\delta\zeta - \delta\zeta_1) + \delta Z(\zeta - \zeta_1)}{M}, \\ + \left(\dfrac{Y}{M} - \dfrac{Y_1}{M_1}\right)\delta\eta_1 + \left(\dfrac{Z}{M} - \dfrac{Z_1}{M_1}\right)\delta\zeta_1 + (\eta - \eta_1)\dfrac{\delta Y}{M} + (\zeta - \zeta)\dfrac{\delta Z}{M}. \end{array} \right.$$

Les deux premières lignes représentent la différentielle exacte d'une fonction ; posons

$$\varphi = \frac{Y^2 + Z^2}{2M} - \frac{Y_1^2 + Z_1^2}{2M} - \frac{Y}{M}(\eta - \eta_1) - \frac{Z}{M}(\zeta - \zeta_1).$$

Si nous considérons maintenant la fonction S égale à la somme $E + \varphi$, sa différentielle sera :

$$\delta S = \left(\frac{Y}{M} - \frac{Y_1}{M_1}\right)\delta\eta_1 + \left(\frac{Z}{M} - \frac{Z_1}{M_1}\right)\delta\zeta_1 - (\eta - \eta_1)\frac{\delta Y}{M} - (\zeta - \zeta_1)\frac{\delta Z}{M}.$$

Posons :

$$y = \frac{Y}{M}, \qquad z = \frac{Z}{M}, \qquad y_1 = \frac{Y_1}{M_1}, \qquad z_1 = \frac{Z_1}{M_1};$$

y, z, y_1 et z_1 seront les coordonnées réduites des points P et P_1 :

$$\delta S = (y - y_1)\delta\eta_1 + (z - z_1)\delta\zeta_1 - (\eta - \eta_1)\delta y - (\zeta - \zeta_1)\delta z.$$

Si nous prenons pour variables indépendantes les quantités y, z,

η_1, ζ_1, S sera une certaine fonction F de ces variables :

$$S = F(y, z, \eta_1, \zeta_1).$$

Ses dérivées partielles par rapport aux variables sont $y - y_1$, $z - z_1$, $-(\eta - \eta_1)$ et $-(\zeta - \zeta_1)$.

La fonction S est ce que l'on appelle l'*Eikonal*.

DES APPLICATIONS DE L'EIKONAL.

Que représentent nos coordonnées réduites yz, $y_1 z_1$? Si l'appareil optique réalisait rigoureusement les conditions de l'optique de Gauss, il en résulterait deux conséquences :

1° Tous les rayons issus d'un point P situé dans le plan F viendraient se concentrer en un point P_1 ;

2° L'image serait semblable à la figure qui l'a donnée, et le rapport de similitude serait $\frac{M}{M_1}$; on aurait donc :

$$\frac{Y}{M} = \frac{Y_1}{M_1}, \qquad \frac{Z}{M} = \frac{Z_1}{M_1},$$

$$y_1 = y, \qquad z_1 = z.$$

Les coordonnées réduites du point P_1 seraient égales à celles du point P.

En réalité, quelque perfectionné que soit un appareil, les conditions de l'optique de Gauss ne sont jamais rigoureusement remplies. Soit T le point du plan des images dont les coordonnées sont y et z. Chaque rayon issu du point P va percer le plan des images en un point P_1 différent de T, et l'écart constitue ce que l'on appelle l'*aberration*. Celle-ci peut être mesurée par les différences $y - y_1$ et $z - z_1$, qui sont les dérivées partielles de l'Eikonal.

Ces dérivées sont exprimées au moyen des variables y, z, c'est-à-dire des coordonnées du point P, et des quantités η_1 et ζ_1, c'est-à-dire des coordonnées du point qu'on peut considérer comme la trace du rayon sur le plan de la pupille de sortie; entre quelles limites peuvent varier ces quantités ?

L'image est limitée par un diaphragme. Le point $Y_1 Z_1$ doit tomber dans l'intérieur du cercle qui en constitue l'ouverture. Soit A le rayon de ce dernier, on devra avoir :

$$Y_1^2 + Z_1^2 < A^2.$$

Soit a le rayon de *diaphragme réduit*, c'est-à-dire tel que l'on ait :

$$\frac{a}{A} = \frac{y_1}{Y_1} = \frac{z_1}{Z_1}.$$

L'inégalité ci-dessus s'écrira :

$$y_1^2 + z_1^2 < a^2,$$

ou, si l'on veut, en négligeant les éléments seulement d'ordre supérieur, qui n'ont pas d'importance quand il s'agit de la limitation du champ :

$$y^2 + z^2 < a^2.$$

Le faisceau lumineux a pour limites les bords de la pupille de sortie. Chaque rayon lumineux forme sa trace sur le plan de cette pupille dans l'intérieur du cercle de rayon σ qui en constitue l'ouverture; donc

$$\eta_1^2 + \zeta_1^2 = \sigma^2.$$

CAS OU LES PLANS DES PUPILLES NE COÏNCIDENT PAS AVEC LES PLANS PRINCIPAUX.

Supposons maintenant que les plans des pupilles ne puissent être considérés comme confondus avec les plans nodaux, et que les indices de réfraction des deux milieux extrêmes soient différents et égaux à n et n_1; on prendra les plans des pupilles pour plans des YZ et des Y_1Z_1, et on posera :

$$y = \frac{Y}{l}\frac{n\lambda l}{M}, \quad z = \frac{Z}{l}\frac{n\lambda l}{M}, \quad \eta = \frac{Y}{\lambda} + \frac{M}{\lambda}p, \quad \zeta = \frac{Z}{\lambda} + \frac{M}{\lambda}q,$$

$$y_1 = \frac{Y}{l_1}\frac{n\lambda l}{M}, \quad z_1 = \frac{Z_1}{l_1}\frac{n\lambda l}{M}, \quad \eta_1 = \frac{Y_1}{\lambda_1} + \frac{M}{\lambda}p, \quad \zeta_1 = \frac{Z_1}{\lambda_1} + \frac{M_1}{\lambda_1}q_1;$$

M et M_1 ont la même signification que ci-dessus ; l et l_1, λ et λ_1 sont, comme nous l'avons déjà dit, des nombres tels que les rapports $\frac{l}{l_1}$ et $\frac{\lambda}{\lambda_1}$ représentent, le premier le grossissement entre les plans des objets et des images, le deuxième le grossissement entre les plans des pupilles.

CONDITIONS DU STIGMATISME

Nous avons trouvé les relations :

$$y - y_1 = + \frac{\partial S}{\partial \eta_1}, \qquad z - z_1 = + \frac{\partial S}{\partial \zeta_1},$$
$$\eta - \eta_1 = - \frac{\partial S}{\delta y}, \qquad \zeta - \zeta_1 = - \frac{\partial S}{\delta z}.$$

Pour que le faisceau émergent soit stigmatique, il faut que $y - y_1$ et $z - z_1$ soient nuls pour toute valeur de η_1 et ζ_1. On doit donc avoir :

$$\frac{\partial S}{\partial \eta_1} = 0, \qquad \frac{\partial S}{\partial \zeta_1} = 0.$$

CHAPITRE IV.

DES ABERRATIONS.

ORDRE DE GRANDEUR DES DIFFÉRENTS TERMES.

On classe les aberrations d'après leur ordre en y, z, η_1 et ζ_1. Mais, dans les termes du même ordre, il y a encore lieu de faire une distinction; par exemple, parmi les termes du 3e ordre, il y a lieu de considérer séparément ceux qui sont du 3e ordre en y, z, ceux qui sont du 2e ordre en y, z et du 1er en η_1, ζ_1, et ainsi de suite. Il arrive souvent que quelques-uns de ces groupes soient négligeables et que d'autres ne le soient pas. Nous désignerons l'ordre d'un groupe par le symbole (m, n), m désignant son ordre en y, z, et n son ordre en η_1 et ζ_1. Par exemple $y\eta_1^2 + z\zeta_1^2$ est d'ordre (1, 2).

EXPRESSION DE L'EIKONAL.

L'Eikonal est indépendant du choix des axes; c'est la somme de deux parties; la première est la longueur optique d'un rayon comptée entre les pieds des perpendiculaires abaissées sur lui de deux points fixes, quantité qui ne dépend pas de la position des plans des coordonnées; la seconde est la fonction φ ; il est facile de reconnaître que cette dernière ne change pas non plus quand on fait tourner les

axes. Si donc on fait pivoter les plans de coordonnées autour de l'axe général du système, la fonction S ne changera pas de valeur.

Ceci posé, nous pouvons prendre pour variables les quantités :

$$
\begin{aligned}
r &= y^2 + z^2,\\
\rho &= \eta_1^2 + \zeta_1^2,\\
\kappa &= y\eta_1 + z\zeta_1,
\end{aligned}
$$

et une autre quantité quelconque, par exemple y. Nous aurons alors :

$$S = F(r, \rho, \kappa, y).$$

Quand on fait tourner les axes, r, ρ et κ ne changent pas; ce sont des invariants ; y peut prendre, au contraire, toutes les valeurs possibles dans les limites du champ. Voilà donc une fonction de y qui ne varie pas avec y; elle en est indépendante et peut s'écrire :

$$S = F(r, \rho, \kappa).$$

On reconnaît facilement que la fonction E est paire en y, z, η_1 et ζ_1. Elle est developpable en série ordonnée suivant les puissances entières de r, ρ et κ :

$$
S = \left\{
\begin{array}{l}
Mr + N\rho + P\kappa,\\
A\rho^2 + B\rho\kappa + C\kappa^2 + DR\rho + ER\kappa + FR^2 + T_1\rho^3 + T_2\rho^2\kappa + T_3\rho^2R\\
+ T_4\rho\kappa^2 + T_5\kappa^3 + T_6R\rho\kappa + T_7R^2\rho + T_8R\kappa^2 + T_9R^2\kappa + T_{10}R^3 + \ldots
\end{array}
\right.
$$

ABERRATIONS DU TROISIÈME ORDRE.

Différentions cette équation par rapport à η_1 et ζ_1, en nous bornant aux termes du second degré, et supposons que le point du champ des images soit situé dans le plan des yz, ce qui revient à faire $z = 0$. Qu'allons-nous obtenir ? Les expressions de $y - y_1$ et $z - z_1$. Les termes du premier ordre seront évidemment nuls ; car, d'après la théorie de Gauss, si l'on ne considère que les termes du premier ordre, $y = y_1$ et $z = z_1$. Donc $M = N = P = 0$, notre développement ne contiendra que des termes du troisième ordre au moins :

$$
\begin{aligned}
\Delta y = y_1 - y = &- 4A\eta_1^2(\eta_1^2 - \zeta_1^2) - By(\eta_1^2 + \zeta_2^1)\\
&- 2By\eta_1^2 - 2Cy^2\eta_1 - 2Dy^2\eta_1 - Ey^3,\\
\Delta z = z_1 - z = &- 4A\zeta_1(\eta_1^2 + \zeta_1^2) - 2By\eta_1\zeta_1 - 2Dy^2\zeta_1.
\end{aligned}
$$

L'aberration totale peut se décomposer en plusieurs parties ; nous

allons grouper les termes suivant leur degré et considérer ce que représente chaque groupe.

Posons :

$$\eta_1 = \sigma \cos \varphi,$$
$$\zeta_1 = \sigma \sin \varphi.$$

Quand σ reste constant, le point $\eta_1 \zeta_1$ décrit un cercle dans le plan de la pupille de sortie, le point correspondant dans le plan des images décrit une certaine ligne que l'on appelle la courbe d'aberration.

L'aberration sphérique. — Les termes d'ordre (0, 3) donnent:

$$\Delta y = - 4A\sigma^3 \cos \varphi,$$
$$\Delta z = - 4A\sigma^3 \sin \varphi.$$

Les courbes d'aberration, en supposant que l'aberration sphérique existe seule, sont des cercles concentriques.

L'aigrette. — Si nous prenons les termes d'ordre (1, 2), nous trouvons :

$$\Delta y = - By\sigma^2 (1 + 2 \cos^2 \varphi) = - By\sigma^2 (2 + \cos^2 \varphi),$$
$$\Delta z = - By\sigma^2 \sin^2 \varphi.$$

Les courbes d'aberration sont encore des cercles (*fig.* 19). On remarquera que cette aberration n'existe pas quand $y = 0$, c'est-à-dire pour un point de l'axe.

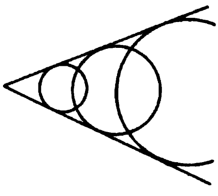


Fig. 19.

L'astigmatisme et la courbure du champ. — L'astigmatisme et la courbure du champ sont représentés par le groupe de termes d'ordre (2, 1) :

$$\Delta y = - 2(C + D)\, y^2 \sigma \cos \varphi,$$
$$\Delta z = - 2Dy^2 \sigma \sin \varphi.$$

Les courbes d'aberration sont des ellipses. Nous avons vu plus haut que, si nous considérons tous les points du plan des objets, le

lieu de leurs images sagittales et de leurs images méridiennes sera formé de deux surfaces de révolution qu'on pourra assimiler à des sphères ; leurs courbures sont les « courbures du champ » sagittale ou méridienne. Désignons-les par ρ_s et ρ_m. On démontre que l'on a :

$$\rho_s = -4D\rho_m = -4(C + D).$$

Si ρ_s et ρ_m sont nulles toutes deux, les surfaces correspondantes se réduisent à des plans et coïncident. C'est ce qui arrive lorsque $C = D = 0$. Nous signalerons ici un théorème intéressant dû à Petzval. Si un appareil est composé de plusieurs lentilles ayant $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_p$ pour puissances (la puissance est l'inverse de la focale), et pour indices $n_1, n_2, \ldots, n_p$, on a :

$$\frac{\varphi_1}{n_1} + \frac{\varphi_2}{n_2} \ldots + \frac{\varphi_p}{n_p} = -2C - 4D.$$

La relation

$$\frac{\varphi_1}{n_1} + \frac{\varphi_2}{n_2} \ldots + \frac{\varphi_p}{n_p} = 0$$

peut donc remplacer l'une des équations $C = 0$ ou $D = 0$.

L'astigmatisme et la courbure du champ offrent cette particularité qu'on ne peut les corriger qu'en formant l'objectif de lentilles séparées dont la distance soit comparable à leurs focales.

La distorsion. — Prenons les termes d'ordre (3, 0) :

$$\Delta y = -Ey^3,$$
$$\Delta z = 0.$$

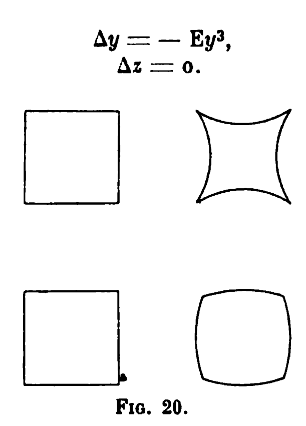


Fig. 20.

Cette aberration produit non pas une tache, mais un déplacement de point-image suivant la direction radiale. Cette déviation est pro-

portionnelle au cube de la distance au centre. Il est facile de voir qu'il en résulte une déformation des figures. Une ligne droite se transforme en une ligne courbe (*fig.* 20). Si E est positif, la convexité de cette dernière sera tournée vers le centre. Un carré, par exemple, prendra la forme représentée par la figure ci-contre (le coussinet). Si E est négatif, la convexité changera de sens; le carré prendra la forme représentée au-dessous (le barillet).

Cette aberration porte le nom de distorsion.

ABERRATIONS DU CINQUIÈME ORDRE.

On obtiendra les aberrations du cinquième ordre en différentiant les termes du 6e degré dans le développement ci-dessus.

Aberration sphérique du cinquième ordre. — Termes d'ordre (0, 5):

$$\Delta y = -6T_1\sigma^5 \cos\varphi,$$
$$\Delta z = -6T_1\sigma^5 \sin\varphi.$$

Aigrette du cinquième ordre. — Termes d'ordre (1, 4):

$$\Delta y = -T_2 y\sigma^4 (2 + \cos 2\varphi),$$
$$\Delta z = -2T_2 y\sigma^4 \sin 2\varphi.$$

Aberration sphérique latérale. — Termes d'ordre (2, 3) formant deux groupes; le premier donne :

$$\Delta y = -4T_3 y^2\sigma^3 \cos\varphi,$$
$$\Delta z = -4T_3 y^2\sigma^3 \cos\varphi.$$

Les cercles d'aberration correspondant à ces trois groupes sont des cercles.

Le papillon. — Le second groupe des termes d'ordre (2, 3) donne :

$$\Delta y = -2T_4 y^2\sigma^3 \cos\varphi (1 + \cos^2\varphi),$$
$$\Delta z = -2T_4 y^2\sigma^3 \cos^2\varphi \sin^2\varphi.$$



FIG. 21.

Les courbes d'aberration ont la forme représentée ci-contre (*fig.* 21).

La flèche. — Termes d'ordre (3, 2) :

$$\Delta y = -\ 3T_5 y^3 \sigma^2 \cos^2 \varphi,$$
$$\Delta z = 0.$$

Cette aberration s'ajoute à la distorsion.

L'aigrette secondaire. — Termes d'ordre (3, 2) :

$$\Delta y = -\ T_6 y^3 \sigma^2 (2 + \cos 2\varphi),$$
$$\Delta z = -\ T_6 y^3 \sigma^2 \sin 2\varphi.$$

Même forme de courbes d'aberration que pour l'aigrette primaire.

Astigmatisme et courbure du champ secondaire. — Terme d'ordre (4,1) :

$$\Delta y = -\ 2(T_7 + T_8)\, y^4 \sigma \cos\varphi,$$
$$\Delta z = -\ 2T_7 y^4 \sigma \sin\varphi.$$

La distorsion secondaire. — Termes d'ordre (0, 5) :

$$\Delta y = T_9 y^5,$$
$$\Delta z = 0.$$

CHAPITRE V.

DES OBJECTIFS DE LUNETTE.

COMPENSATION DE L'ABERRATION CHROMATIQUE.

Pour achromatiser un système de lentilles destiné aux visées à grande distance comme les objectifs de lunette, on fait en sorte que la focale résultante de leur combinaison soit la même pour deux raies déterminées du spectre, par exemple pour les raies C et F.

Soit φ la puissance d'une lentille, n l'indice de réfraction correspondant à la raie C, R et R′ les rayons des deux surfaces sphériques qui la terminent; ces derniers sont affectés du signe + ou du signe — suivant que leur direction, prise de la périphérie au centre de la sphère, a le même sens que la marche de la lumière ou un sens opposé :

$$\varphi = (n - 1)\left[\frac{1}{R} - \frac{1}{R'}\right].$$

Soit δn l'accroissement de l'indice quand on passe de la raie C à la

raie F, $\delta\varphi$ l'accroissement correspondant de la puissance :

$$\delta\varphi = \delta n \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{R'}\right] = \frac{\delta n}{n-1}\varphi;$$

$\frac{\delta n}{n-1}$ est ce qu'on appelle le pouvoir dispersif. Nous le représenterons par $\frac{1}{\nu}$.

$$\delta\varphi = \frac{\varphi}{\nu}, \qquad \varphi + \delta\varphi = \frac{\nu+1}{\nu}\varphi.$$

Considérons maintenant un système de lentilles dont les puissances calculées avec les indices $n_1, n_2, \ldots, n_p$, relatifs à la raie C, soient respectivement $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_p$. La focale résultante Ψ s'exprime par un développement entier par rapport à ces dernières quantités :

$$\Psi = F(\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_p).$$

Si maintenant $\varphi_1 + \delta\varphi_1, \varphi_2 + \delta\varphi_2, \ldots, \varphi_p + \delta\varphi_p$ sont les puissances des mêmes lentilles calculées avec les indices relatifs à la raie F, et $\Psi + \delta\Psi$ la nouvelle résultante :

$$\Psi + \delta\Psi = F(\varphi_1 + \delta\varphi_1, \varphi_2 + \delta\varphi_2, \ldots, \varphi_p + \delta\varphi_p),$$

ou, en remplaçant les $\delta\varphi$ par leurs valeurs et résolvant par rapport à $\delta\Psi$:

$$\delta\Psi = F\left(\frac{\nu_1+1}{\nu_1}\varphi_1, \frac{\nu_2+1}{\nu_2}\varphi_2, \ldots, \frac{\nu_p+1}{\nu_p}\varphi_p\right) - F(\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_p).$$

En écrivant que $\delta\Psi$ est nul, on aura la première équation de l'achromatisme :

$$F\left(\frac{\nu_1+1}{\nu_1}\varphi_1, \frac{\nu_2+1}{\nu_2}\varphi_2, \ldots, \frac{\nu_p+1}{\nu_p}\varphi_p\right) - F(\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_p) = 0.$$

Quand les lentilles sont séparées, cette condition ne suffit pas à produire l'achromatisme : il faut encore que les plans focaux pour les rayons des diverses couleurs soient identiques. — Il en résulte une nouvelle équation.

COMPENSATION DES ABERRATIONS GÉOMÉTRIQUES.

Nous avons vu que, pour que le faisceau émergent soit stigmatique, il faut que les dérivées $\frac{\partial S}{\partial \eta_1}$ et $\frac{\partial S}{\partial_1 \zeta}$ soient constamment nulles; pratiquement, il n'est pas nécessaire qu'elles soient rigoureusement égales à zéro, il suffit qu'elles soient d'un ordre de grandeur négligeable pour toute valeur de y, z et de η_1, ζ_1 comprise dans les limites entre lesquelles ces coordonnées peuvent se mouvoir et qui sont déterminées par l'ouverture du diaphragme et de la pupille.

Quel critérium nous permettra de reconnaître si une aberration est négligeable ou non? Ici quelques explications sont nécessaires.

L'œil, même placé à la distance de visibilité distincte, ne peut percevoir les objets au delà d'un certain degré de petitesse; lorsque l'angle formé par les rayons visuels qui aboutissent à deux points voisins descend au-dessous d'un certain *angle limite* ε, les deux points paraissent confondus à l'observateur. Cette quantité ε varie d'un individu à l'autre; les valeurs qu'en ont données les divers auteurs sont très différentes. Nous le prendrons égal à $\frac{1}{10000}$, l'angle étant exprimé en parties de rayon.

Si maintenant nous considérons un point P, les rayons de Gauss qui en émanent vont se concentrer quelque part en P_1 dans le plan des images. Un rayon aberrant formera, au contraire, sa trace sur le même plan en un point Q_1. Pour que l'écart P_1Q_1 produise un effet négligeable, il faut et il suffit que l'angle des deux rayons visuels aboutissant à ces deux points soit inférieur à ε. Cet angle, que nous appellerons *l'aberration angulaire*, et que nous désignerons par θ, dépend évidemment de la distance à laquelle est placé le point de vue. Cherchons son expression.

Supposons que nous ayons pris pour plans des YZ et Y_1Z_1 les plans nodaux; supposons, en outre, ainsi qu'il arrive pour les lunettes, que les points sur lesquels on vise soient très éloignés, et qu'ils forment, par suite, leur image dans un plan très voisin du plan focal; la longueur que nous avons désignée dans nos formules par M_1 devient égale à la focale F de l'objectif. Si maintenant nous désignons par Y', Z' les coordonnées du point P, par Y_1, Z_1, comme

ci-dessus, celles du point Q_1 :

$$y = \frac{Y'}{F}, \qquad z = \frac{Z'}{F},$$
$$y_1 = \frac{Y_1}{F}, \qquad z_1 = \frac{Z_1}{F}.$$

D'où en retranchant membre à membre :

$$y - y_1 = \frac{Y' - Y_1}{F}, \qquad z - z_1 = \frac{Z' - Z_1}{F}.$$

On reconnaît facilement que $y - y_1$ et $z - z_1$ sont les deux composants de l'aberration angulaire, quand on place l'œil à une distance F de l'image :

$$\theta = \sqrt{(y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}.$$

Cette formule suppose que le point de vue soit placé à une distance F de l'image ; mais, en réalité, on observe celle-ci avec un oculaire dont la focale est f, et tout se passe alors comme si l'intervalle entre l'œil et l'image était réduit à f. En rapprochant ainsi le point de vue, on amplifie l'aberration angulaire dans le rapport inverse des distances, c'est-à-dire dans le rapport $\frac{F}{f} = G$ (G étant le grossissement de la lunette). L'aberration angulaire devient donc en définitive :

$$\theta_1 = G\theta = G\sqrt{(y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}.$$

C'est cet angle θ_1 qui doit être inférieur à l'angle limite ε. Il n'y a qu'à en chercher le maximum.

On reconnaît d'ailleurs facilement que les limites entre lesquelles varie le radical sont les mêmes que celles de $y - y_1$ et $z - z_1$, c'est-à-dire de $\frac{\partial S}{\partial \eta_1}$ ou $\frac{\partial S}{\partial \zeta_1}$. On peut donc remplacer l'équation ci-dessus par :

$$\frac{\partial S}{\partial \eta_1} < \frac{\varepsilon}{G},$$

inégalité qui doit être satisfaite pour toutes les valeurs des variables.

Les limites de cette étude ne nous permettent pas de développer les formules par lesquelles on détermine les coefficients A, B, C, D, E,

relatifs aux diverses aberrations. Ces calculs, plus ou moins compliqués, n'offrent d'ailleurs aucune difficulté théorique.

Dans les lunettes ordinaires de théodolites, le maximum des quantités y et z est le rapport du rayon du diaphragme à la focale ; il ne dépasse généralement pas $\frac{1}{100}$; le grossissement se tient dans les environs de 20. Si l'on se reporte aux équations (4) du chapitre III, on voit que, dans le développement de l'Eikonal, les quantités η_1 et ζ_1 y figurent toujours avec le dénominateur M_1, c'est-à-dire avec le dénominateur F ; ce seront, par suite, les quantités $\frac{\eta_1}{F}, \frac{\zeta_1}{F}$ qui entreront dans nos formules ; dans les lunettes usuelles, le maximum de ces quotients, n'est autre que le rapport du rayon de l'objectif à la focale ; il est presque toujours inférieur à $\frac{1}{20}$.

Avec ces données, on peut évaluer l'ordre de grandeur des diverses aberrations. On voit qu'elles sont d'autant plus petites qu'elles contiennent en facteurs des puissances plus élevées de y et z. Ainsi la plus à craindre de toutes sera l'aberration sphérique, puis l'aigrette, puis l'astigmatisme et la courbure du champ, et enfin la distorsion.

Les termes du cinquième degré sont négligeables ; le plus important est l'aberration sphérique, qui ne contient pas les quantités y et z. Celle-ci sera donc de même ordre de grandeur que $\left(\frac{\eta_1}{F}\right)^5$, c'est-à-dire que $\left(\frac{1}{20}\right)^5$. On pourrait la représenter par $K \times \frac{1}{20^5}$, K étant un coefficient numérique, et l'on devra avoir :

$$K \frac{1}{20^5} < \frac{\varepsilon}{G},$$

ou, en faisant $\varepsilon = \frac{1}{10000}$ et $G = 20$:

$$K < 16.$$

Or le calcul montre que K n'atteint pas cette valeur dans les appareils usuels ; il n'y a donc pas lieu de tenir compte de l'aberration sphérique du cinquième ordre dans les objectifs ordinaires, mais elle ne serait plus négligeable si l'on voulait leur donner une plus grande ouverture.

Quant aux autres aberrations, qui contiennent en facteur des puissances de y et z, il n'y a pas lieu de s'y arrêter.

DE L'OBJECTIF ASTRONOMIQUE.

Avec les lunettes astronomiques, on vise presque toujours sur un point que l'on amène au centre du champ, c'est-à-dire sur l'axe. C'est donc au point central ou dans son voisinage immédiat que l'on doit obtenir des images nettes. Il faudra d'abord que nos dérivées partielles $\frac{\partial S}{\partial \eta_1}$ et $\frac{\partial S}{\partial \zeta_1}$ soient nulles pour $y = z = 0$.

Mais cela n'est pas suffisant ; on doit demander également de bonnes images dans le voisinage immédiat du point central ; il faut donc aussi que $\frac{\partial S}{\partial \eta_1}$ et $\frac{\partial S}{\partial \zeta_1}$ aient de très petites valeurs pour les petites valeurs de y et z. En développant $\frac{\partial S}{\partial \eta_1}$ et $\frac{\partial S}{\partial \zeta_1}$ par la formule de Taylor en fonction de y et z, on obtient :

$$\frac{\partial S}{\partial y_1} = \left[\frac{\partial S}{\partial \eta_1}\right]_0 + y\left[\frac{\partial^2 S}{\partial y \partial \eta_1}\right]_0 + z\left[\frac{\partial^2 S}{\partial z \partial \eta_1}\right]_0 + \cdots$$

Les quantités entre crochets représentent les valeurs des dérivées pour $y = z = 0$. Nous négligeons les termes d'ordre supérieur au premier en y et z.

Il nous faudra annuler non seulement $\left[\frac{\partial S}{\partial \eta_1}\right]_0$, mais encore $\left[\frac{\partial^2 S}{\partial y \partial \eta_1}\right]_0$ et $\left[\frac{\partial^2 S}{\partial z \partial \eta_1}\right]_0$. Si nous nous reportons aux formules des aberrations, nous voyons que la seule d'entre elles pour laquelle $\frac{\partial S}{\partial \eta_1}$ ne s'annule pas quand on fait $y = z = 0$ est l'aberration sphérique. La seule pour laquelle $\frac{\partial S}{\partial y_1 \partial \eta_1}$ et $\frac{\partial S}{\partial z \partial \eta_1}$ ne s'annulent pas est l'aigrette ; ce sera donc ces deux-là qu'il conviendra de compenser. Les objectifs ainsi corrigés sont dits aplanétiques.

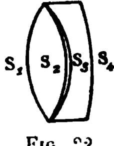


Fig. 22.

On forme l'objectif astronomique de deux lentilles accolées (*fig.* 22), une biconvexe et un ménisque divergent. Autrefois on donnait aux deux

surfaces contiguës S_2 et S_3 la même courbure, de façon à pouvoir les coller l'une à l'autre. Mais cette pratique avait des inconvénients; l'inégalité de dilatation amenait des efforts qui, à la longue, déformaient les objectifs. Cette méthode, qui est encore suivie par quelques constructeurs, doit être abandonnée.

Soient φ_1 et φ_2 les puissances des deux lentilles; prenons pour unité la puissance résultante:

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 1.$$

L'équation d'achromatisme s'écrit:

$$\frac{\varphi_1}{\nu_1} + \frac{\varphi_2}{\nu_2} = 0.$$

On en déduit φ_1 et φ_2. Reste à calculer les rayons de courbure R_1, R_1', R_2, R_2'.

Posons:

$$U_1 = -\frac{\varphi_1}{2},$$

$$U_2 = -\varphi_1 - \frac{\varphi_2}{2};$$

$$\alpha = \frac{n_1(n_1+2)}{\varphi_1(n_1+2)^2} + \frac{n_2(n_2+2)}{\varphi_2(n_2+1)^2}, \qquad \beta = -\frac{n_1 U_1}{(n_1+1)^2} - \frac{n_2 U_2}{(n_2+1)^2}.$$

$$\gamma = \frac{1}{16}\left(\frac{n_1}{n_1-1}\right)^2 \varphi_1^3 + \frac{1}{16}\left(\frac{n_2}{n_2-1}\right)^2 \varphi_2^3 - \frac{\varphi_1^2}{4}\left(\frac{n_1 U_1}{n_1+1}\right)^2 - \frac{\varphi^2}{4}\left(\frac{n_2 U_2}{n_2+1}\right)^2.$$

Résolvons l'équation:

$$\alpha Q^2 - \beta Q + \gamma = 0.$$

Les courbures $\frac{1}{R_1}$, $\frac{1}{R_1'}$, $\frac{1}{R_2}$, $\frac{1}{R_2'}$ seront données par les expressions:

$$\left.\begin{matrix}\frac{1}{R_1}\\ \frac{1}{R_1'}\end{matrix}\right\} = \frac{2Q}{\varphi_1}\frac{n_1}{n_1+1} - U_1\frac{2n_1+1}{n_1+1} \pm \frac{\varphi_1}{2(n_1-1)};$$

le signe + devant le dernier terme se rapporte à $\frac{1}{R_1}$, le signe — à $\frac{1}{R_1'}$.

$$\left.\begin{matrix}\frac{1}{R_2}\\ \frac{1}{R_2'}\end{matrix}\right\} = -\frac{2Q}{\varphi_2}\frac{n_2}{n_2+1} - V_2\frac{2n_2+1}{n_2+1} \pm \frac{\varphi_2}{2(n_3-1)}.$$

Ces formules, qui sont dues à Harting, conduisent à des résultats bien supérieurs à ceux que fournissaient les anciennes méthodes.

DE L'OBJECTIF TOPOGRAPHIQUE.

Avec des lunettes employées en topographie, les visées ne se font pas seulement au centre du champ ; elles se font aussi dans le voisinage du bord. Quand on emploie les niveaux ou les tachéomètres, on fait des lectures sur les fils extrêmes. Quand on fait usage du cleps de Porro, on lit les divisions de la mire au moyen d'oculaires sépa-

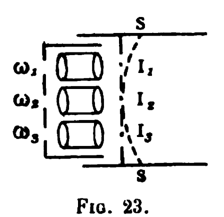


Fig. 23.

rés $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, (*fig.* 23) qui sont placés en face de différents fils I_1, I_2, I_3, et ceux-ci doivent être aussi écartés que possible. Le diaphragme doit donc avoir une grande largeur ; les limites de y et z sont alors beaucoup plus étendues que dans les lunettes destinées à l'astronomie. C'est une erreur malheureusement trop répandue d'employer le même objectif pour les instruments astronomiques et les instruments topographiques ; pour les seconds, il convient de détruire non seulement l'aberration sphérique et l'aigrette, mais encore l'astigmatisme. Les objectifs ainsi corrigés sont dits anastigmatiques. La courbure du champ n'a aucune importance, même dans le cleps.

Si l'image se forme sur une surface courbe telle que SS (*fig.* 23), toutes ses parties ne seront pas simultanément au point pour l'observateur; mais il suffit de déplacer les oculaires pour ramener les images à distance de visibilité distincte.

Quant à la distorsion, elle déforme les images, mais elle n'en trouble pas la netteté ; elle produit le même effet que si on écartait ou si on rapprochait les fils ; il n'y a qu'à régler la distance de ceux-ci en conséquence, et on élimine ainsi l'influence de cette cause d'erreur.

Pour corriger l'aberration sphérique, l'aigrette et l'astigmatisme, il suffirait d'employer un système de deux lentilles, l'une convergente, l'autre divergente, séparées par un certain intervalle. Mais ce type ne donne pas de bons résultats, parce qu'il ne peut être achromatisé d'une façon complète ; la seconde équation de l'achromatisme ne peut en effet être satisfaite. On a obtenu au contraire d'excellents résultats avec l'objectif de Schwarzschild (objectif de Taylor modifié) composé de trois lentilles. Les deux extrêmes sont façonnées (*fig.* 24) dans le même crown, celle du milieu dans un flint.

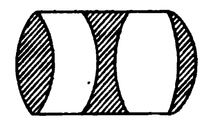


Fig. 24.

Nous ne développerons pas les calculs qui permettent de déterminer les courbures de ce dernier objectif, leur seul exposé exigerait plusieurs pages de formules. L'application de celles-ci donne lieu à un travail qui ne présente aucune difficulté, mais qui est extrêmement long et qui ne peut être entrepris que par un bureau de calculateurs.

CONCLUSION.

La construction des instruments optiques donne lieu à des études spéciales qui exigent des mathématiciens et des calculateurs.

En France, on trouve difficilement des personnes qui soient en état de déterminer les éléments d'un instrument d'après les méthodes modernes ; c'est là une lacune regrettable sur laquelle nous nous permettons d'appeler l'attention ; il serait à souhaiter que quelque administration publique, comme par exemple le Conservatoire des arts et métiers, prît l'initiative de créer un bureau central de mathématiques et calculs ; une pareille fondation rendrait service non seulement à la science et à l'industrie optiques, mais encore à beaucoup d'autres ; il arrive en effet que nombre de physiciens et d'ingénieurs, qui n'ont pas de loisirs suffisants ou qui ne disposent pas d'auxiliaires entraînés

au maniement des chiffres, reculent devant des opérations compliquées, qui ne seraient qu'un jeu pour un bureau de spécialistes; par une singulière contradiction, c'est dans notre pays, où les mathématiques sont infiniment plus répandues que partout ailleurs, qu'elles sont peut-être le moins utilisées et qu'elles y trouvent le moins d'applications pratiques; la création de l'établissement que nous souhaitons contribuerait à faire disparaître cette anomalie et à nous rendre la place à laquelle nous avons droit dans les branches de l'industrie où les mathématiques jouent un rôle.

SPECTROGRAPHE POUR LES SPECTRES VISIBLE ET ULTRA-VIOLET. — MICROSCOPE DE MESURE, LAMPE A ARC AU MERCURE ET BRULEUR AU SODIUM (INSTRUMENTS CONSTRUITS PAR LA MAISON ZEISS);

Par M. P. CULMANN (1).

1° *Spectrographe pour les spectres visible et ultra-violet, de MM. C. Pulfrich et F. Löwe.* — Cet instrument peut servir pour l'observation directe et pour la photographie. Pour l'observation visuelle directe, il est autocollimateur. Dans le dispositif autocollimateur, la même lunette fait, comme on sait, office de collimateur et de lunette d'observation. Les rayons émanant de deux sources lumineuses latérales pénètrent dans l'instrument par de petites fenêtres (F^1, *fig.* 1), sont dirigés par des prismes à réflexion totale (P_1, P_2, *fig.* 2 et 3), placés devant la fente S*p*, sur l'objectif O qui les rend parallèles. En A, ils tombent sur le prisme composé, le traversent, sont réfléchis sur la surface argentée BC, reviennent sur leur chemin et forment une image dans le plan de la fente, image qui s'observe au moyen de l'oculaire O*k*. Comme le montre la *fig.* 3, les prismes et la fente se trouvent dans la partie supérieure du champ, les spectres des deux sources lumineuses se forment, l'un au-dessous de l'autre, dans la partie inférieure.

(1) Communication faite à la Société française de Physique : séance du 15 mars 1907.

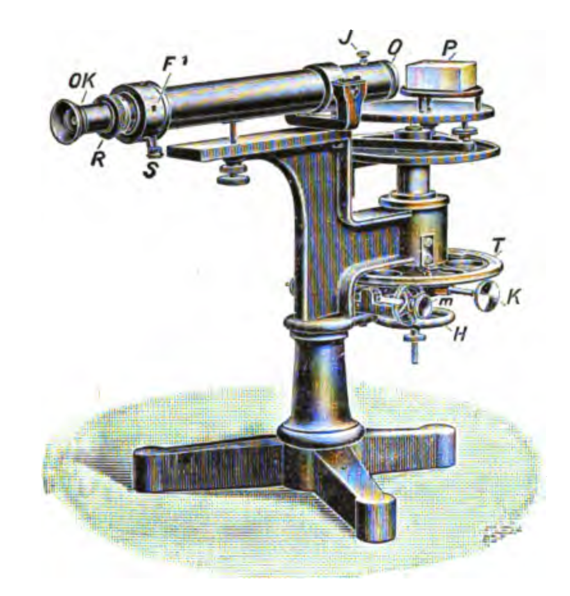


Fig. 1.

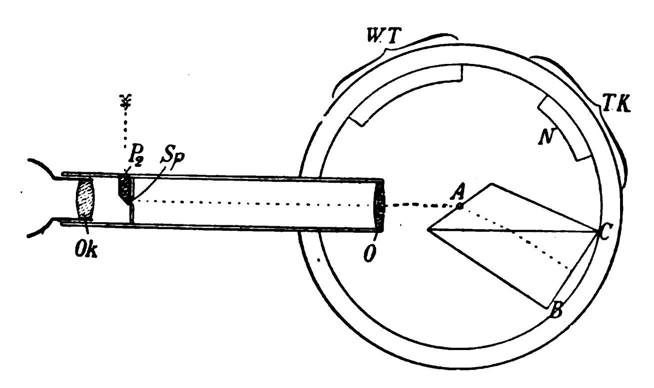


Fig. 2.

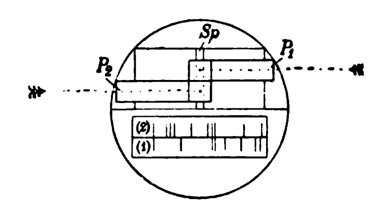


Fig. 3.

L'autocollimation a, suivant M. Pulfrich [1], deux avantages sur la méthode d'observation courante des spectres : 1° Elle permet de réaliser très facilement le minimum de déviation par un dispositif mécanique susceptible de fonctionner avec divers prismes. Il suffit, en effet, de faire tourner le prisme autour de la verticale passant par le point A où l'axe de la lunette coupe la première face du prisme pour que la raie qui se présente sur le réticule corresponde au minimum de déviation; 2° A grossissement égal, l'instrument est plus petit et, par conséquent, plus maniable. En outre, les sources lumineuses restent à la portée de l'observateur, qui se garantit facilement par de grands écrans contre leur rayonnement direct.

Le prisme est un demi-prisme de Rutherford. Comme l'objectif O, il est taillé dans des verres très transparents pour les rayons violets. Sa dispersion (double de l'angle de rotation du prisme) est de 11° 1/2 entre 760 et 450 $\mu\mu$. On le fait tourner, à la main, au moyen de la roue H et, micrométriquement, à l'aide de la vis *m*. Le cercle porte deux graduations : l'une, sur un arc de 105°, en demi-degrés avec vernier donnant la minute; l'autre, en longueurs d'onde. La réalisation de cette deuxième graduation présentait une certaine difficulté, parce que l'angle de rotation du prisme ne mesure que 5 à 6° pour tout le spectre visible et qu'il semblait, au premier abord, difficile d'arriver à tracer une division utile dans un espace aussi restreint. M. Löwe [2] a tourné la difficulté en se basant sur un principe analogue à celui du vernier. Un arc de cercle fixe de 70° est gradué de 5 en 5 $\mu\mu$ entre 410 et 760 $\mu\mu$. Les intervalles de cette division sont égaux entre eux. Supposons une raie ayant une longueur d'onde de 590 $\mu\mu$ (en pratique, on prend la raie la moins réfrangible 589,6 du sodium) amenée à la croisée des fils. On tracera, en regard du trait 590, un index qui ne servira que pour cette longueur d'onde et portera le chiffre 590. Admettons maintenant que, pour passer de la raie 590 à une autre raie, 715 par exemple, il faille déplacer le cercle d'un degré, on gravera l'index 715 sur le cercle mobile, un degré en avant du trait 715 de la division fixe. En opérant d'une manière analogue pour toutes les longueurs d'onde marquées sur l'arc du cercle fixe, on obtiendra, sur le cercle mobile, une série d'index chiffrés formant

(1) C. Pulfrich, *Ueber eine neue Spektroskop-Konstruktion* (*Zeitschrift für Instrumentenkunde*, XIV, p. 354; 1894).

(2) F. Löwe, *Ein neuer Spektrograph für sichtbares und ultraviolettes Licht* (*Zeitschrift für Instrumentenkunde*, XXVI, p. 331; 1906).

une deuxième division dont les intervalles augmentent vers le violet, et il suffira, pour obtenir la longueur d'onde d'une raie quelconque, d'amener celle-ci sur la croisée des fils et de chercher l'index qui se trouve en regard d'un trait du même nom. Il va sans dire qu'une division de ce genre ne peut être établie avec la même précision qu'une division en degrés et minutes. La division en longueurs d'onde ne sert que pour les mesures approchées. Lorsqu'on veut atteindre une précision plus grande, on mesure, en degrés et minutes, la distance qui sépare la raie inconnue d'une raie voisine connue et on transforme l'angle trouvé en longueurs d'onde à l'aide de la courbe de dispersion du prisme. Ce second procédé donne une approximation de 1/2 $\mu\mu$ environ. Pour atteindre toute la précision que l'instrument est capable de donner, il faut rattacher, par interpolation, la longueur d'onde de la raie inconnue à celle de deux ou trois raies voisines connues, en mesurant les distances au moyen de la vis micrométrique *m*. Un intervalle du tambour de cette vis (dont la course est suffisante pour parcourir tout le spectre visible) vaut 10 secondes.

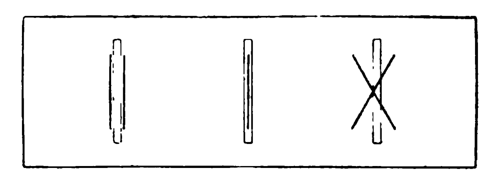


Fig. 4.

En guise de réticule, on a gravé sur un disque en verre, à 120° l'un de l'autre, trois repères différents (*fig.* 4) : une croix, un trait simple et un trait double. En faisant tourner le tube porte-oculaire au moyen de la bague molettée R (*fig.* 1), on amène successivement l'un ou l'autre de ces repères au milieu du spectre. Le premier sert pour mettre au point sur le côté droit immobile de l'image de la fente largement ouverte. Le second doit être placé au milieu d'une raie spectrale fine, la fente étant aussi étroite que possible. Le troisième enfin encadre une raie noire (du spectre solaire par exemple) sur fond clair.

Tout le dispositif décrit jusqu'à présent sert pour la vision. Lorsqu'on veut photographier le spectre, la lunette est uniquement employée comme collimateur, le demi-prisme de Rutherford est rem-

placé par un prisme complet comportant trois prismes simples accolés, et une chambre en métal léger (*fig.* 5) est assujettie sur l'axe du cercle au moyen du support B muni du contrepoids G. Le châssis de la chambre se déplace par crémaillère dans la direction verticale, ce qui permet de faire dix spectres successifs sur la même plaque (format 6 × 9 ou 6 1/2 × 9 centimètres). L'objectif de la chambre est semblable à celui de la lunette, mais on pourra prochainement le remplacer par un téléobjectif à foyer deux fois plus long

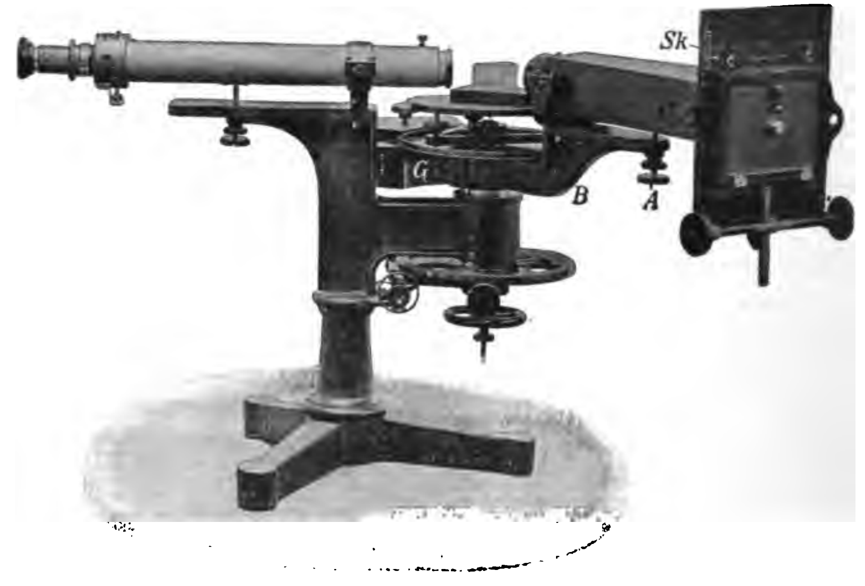


Fig. 5.

qui donnera une dispersion deux fois plus grande permettant de séparer les lignes D sur la plaque, comme on le fait facilement par l'observation visuelle au moyen de l'oculaire.

Tout en étant très transparente pour le violet, l'optique décrite jusqu'à présent ne permet cependant pas de dépasser 360 $\mu\mu$ environ. Au delà de cette limite, il faut recourir au quartz pour le prisme et au quartz combiné avec la fluorine pour les objectifs (les prismes P_1, P_2, ainsi que les cuves d'absorption et les lentilles du condensateur servant avec les tubes de Geissler, sont naturellement aussi taillés dans le quartz). Pour les prismes, on a adopté le montage indiqué par M. Young. Les deux moitiés d'un prisme de Cornu sont

montées, l'une sur le collimateur, l'autre sur l'objectif de la chambre, comme l'indique la *fig.* 6. La raie dont l'image tombe sur l'axe de la chambre est alors formée par des rayons ayant traversé les prismes parallèlement à leur base, c'est-à-dire au minimum de déviation, quelle que soit la position de la chambre. Il suffit, par conséquent,

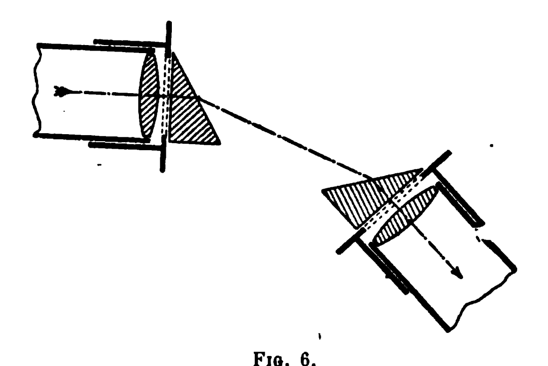


Fig. 6.

de déplacer la chambre pour photographier successivement, dans les meilleures conditions, les diverses régions du spectre. Les objectifs ($f = 250$ millimètres, ouverture $f/12$) sont sertis dans des tubes coulants qui s'échangent facilement. Le spectre est net quand les tubes sont poussés à fond. L'angle des prismes en quartz a été choisi de manière à ce que le milieu du spectre ultra-violet (275 $\mu\mu$) corresponde à la ligne F du spectre solaire, ce qui permet de photographier les régions principales du spectre visible et du spectre ultra-violet sans changer la position de la chambre.

On peut naturellement remplacer les prismes livrés avec l'appareil par d'autres prismes ou par un réseau.

La division angulaire permet de faire certaines mesures goniométriques avec l'instrument.

2° *Microscope de mesure de M. F. Löwe.* — Cet instrument (*fig.* 7) donne une précision intermédiaire entre celle de la règle divisée et celle de la machine à diviser ou du comparateur. Le microscope à réticule, avec la crémaillère de mise au point, est monté sur un chariot qui se déplace de 20 millimètres au moyen d'une vis micrométrique. Le pas de cette vis est de 1 millimètre, et son tambour est divisé en 100 parties. Un intervalle du tambour correspond, par conséquent, à un déplacement de 1 centième de millimètre.

L'instrument affecte diverses formes suivant les buts auxquels il est destiné (mesures des empreintes formées par des sphères d'acier sur les plaques de métaux, mesures des diamètres des tubes capil-

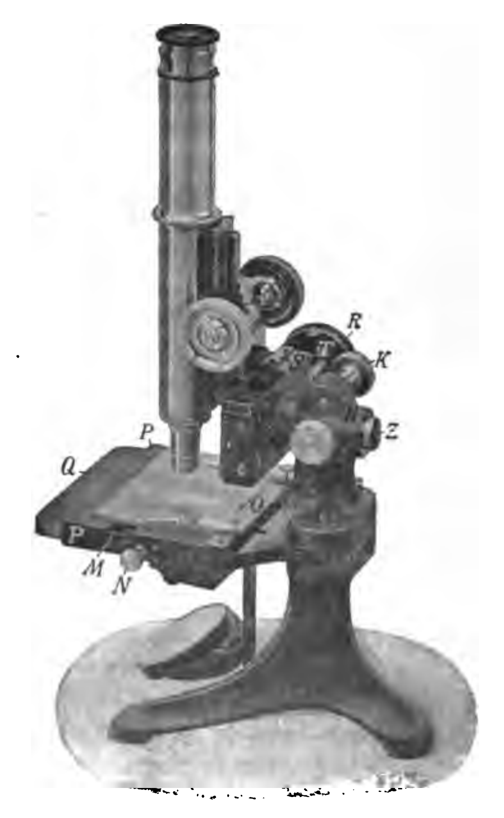


Fig. 7.

laires, etc.). Le modèle représenté par la figure est destiné à la mensuration des négatifs spectroscopiques des formats 6 × 9 et 6 1/2 × 9 centimètres, mais il peut s'adapter à d'autres dimensions. La plaque est assujettie au moyen de deux pinces-valets sur un cadre mobile PP formant surplatine. Ce cadre coulisse d'avant en arrière sur la platine proprement dite Q et s'immobilise à volonté à l'aide du bouton N. Ce mouvement perpendiculaire à la direction de la vis micrométrique facilite la comparaison des régions correspondantes des divers spectres photographiés sur une même plaque.

Deux échelles perpendiculaires l'une à l'autre permettent de retrouver aisément un point donné de la plaque.

Après avoir desserré le bouton K et enlevé la goupille qui se voit sur le devant de la douille H, on peut retirer de la monture le mi-

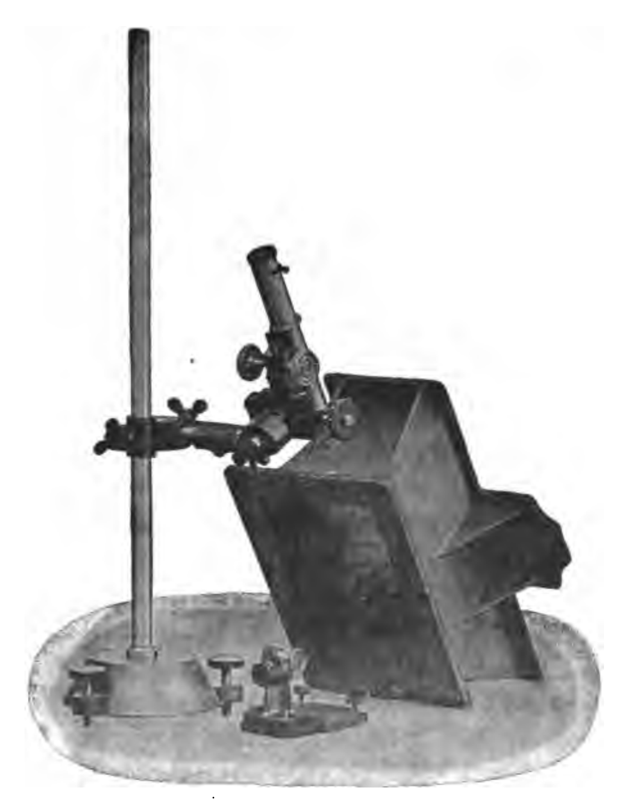


Fig. 8.

croscope avec le chariot et la vis micrométrique. L'instrument sert alors, sur un support quelconque, par exemple sur celui de la *fig.* 8, ou sur un banc d'optique, aux mesures courantes du laboratoire. Il se prête parfaitement sous cette forme à la mesure des images optiques, des cercles de Ramsden, etc. Le support représenté est muni de vis calantes qui facilitent la réalisation du parallélisme entre la longueur à mesurer et la direction de mouvement du microscope.

3° *Lampe à arc au mercure de M. H. Siedentopf* (*fig.* 9). — Cette lampe comporte deux parties : un vase en verre contenant le mercure

et une boîte métallique qui l'entoure. Comme dans la lampe Pérot et Fabry, les pôles *b* et *c* sont concentriques, le pôle positif *c* étant placé à l'intérieur. Pour éviter l'épuisement du mercure en *c*, on a fait communiquer *c* avec un vase plus grand *a*.

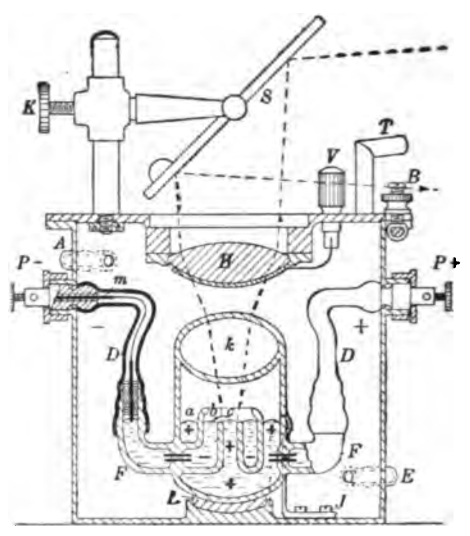


Fig. 9.

La lumière émise par le cratère positif *c* et par une partie des vapeurs de l'arc est reçue par une lentille biconvexe H faisant corps avec le couvercle de la boîte métallique, passe par un diaphragme-iris (non représenté sur la figure), puis tombe sur un miroir S réglable en hauteur et en inclinaison. Celui-ci la renvoie dans une direction horizontale. L'ensemble de ce dispositif permet d'obtenir un faisceau rond de lumière monochrômatique intense dont le diamètre est réglable à volonté.

Immédiatement au-dessus de l'arc se trouve une ampoule en verre *k* dans laquelle le vide a été fait. Protégée contre un refroidissement trop intense, la paroi intérieure de cette ampoule reste suffisamment chaude pour ne pas condenser les vapeurs de mercure qui la baignent. Il est bon, — dans l'intérêt de la durée de la lampe, — de remplir la boîte métallique d'eau distillée, mais il faut veiller à ce que le vase en verre ne dépasse jamais le niveau de l'eau. Si la lampe doit brûler plus d'une heure de suite, on établit une circulation d'eau au moyen des tubulures A et E.

Le courant est amené au vase de verre par des fils entourés de tubes de caoutchouc D. La lampe repose sur une lame de caoutchouc L et est retenue en place par des ressorts garnis de caoutchouc. Sur la figure, la lampe est fixe; mais, dans le dernier modèle, elle est montée sur une bascule à ressort actionnée par un bouton placé sur le couvercle, ce qui facilite l'allumage. Un autre bouton V commande

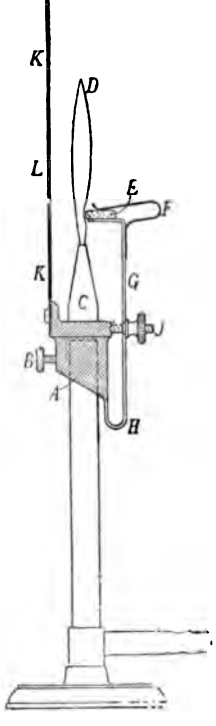


Fig. 10.

un ressort flexible qui sert à chasser les bulles d'air formées sous la lentille H.

La lampe fonctionne normalement à 18 volts et 8 ampères. Elle peut être poussée pendant quelque temps à 20 ampères, mais ce régime abrège considérablement sa vie et donne lieu à un arc moins stable.

4° *Brûleur au sodium de M. F. Löwe* (*fig.* 10). — Un large bec plat C est monté sur un bec Bunsen et fournit une flamme ayant environ 5 centimètres de large. Cette flamme est alimentée de sel par une

longue plaque de pierre ponce E imbibée de sel. La plaque est retenue par le ressort F, et sa distance à la flamme est réglée au moyen du bouton J. Devant la flamme se trouve un écran K qui la limite, afin de masquer ses contours à l'œil et d'éviter ainsi la fatigue résultant des changements continuels de la forme extérieure de la flamme.

Ce brûleur est surtout destiné à servir avec les réfractomètres à réflexion totale ou à incidence rasante qui exigent une source lumineuse monochromatique de grande dimension.

DES POINTS DE FUSION DU TANTALE ET DU TUNGSTÈNE;

Par MM. C.-W. WAIDNER et G.-K. BURGESS (1).

Les échelles de températures sont, en général, repérées au moyen des températures de fusion et d'ébullition des corps purs et surtout des éléments chimiques. Un nombre considérable de ces températures a été établi de façon satisfaisante au-dessous de 1 200° C., et on a fait certains progrès de 1 200° à 1 800°, notamment dans de récents travaux (2) sur les points de fusion du palladium et du platine. Au-dessus de 1 800°, nous n'avons pas encore de points de repère satisfaisants. Dans cette région, les seules températures qui aient été approximativement obtenues sont : le point de fusion de l'iridium (3) et la température de l'arc électrique (4). Il y a quelques corps simples dont les points de fusion se trouvent entre ces deux dernières températures; parmi eux sont le tantale et le tungstène. Leur récente préparation en filaments à l'usage des lampes à incandescence nous procure ces éléments sous une forme commode pour l'estimation de leur point de fusion. Pour que l'on puisse déterminer le point de fusion d'un métal converti en filament et placé dans le vide, il faut que ce métal ait une basse tension de vapeur, afin qu'il ne se désagrège pas avant la fusion, comme le fait le carbone, par exemple.

---

(1) Communication faite à la Société française de Physique : séance du 7 juin 1907.

(2) Nernst und Wartenberg, *Verh. Deutsch. hys. Ges.*, **8**, p. 48; 1906; — Holborn und Valentiner, *Ann. der Physik*, **22**, p. 1; 1907; — Waidner and Burgess, *Bull. Bureau of Standards*, **3**, p. 163; 1907.

(3) Nernst, *Phys. Zs.*, **4**, p. 733; 1903.

(4) Waidner and Burgess, *Bull. Bureau of Standards*, **1**, p. 109; 1904.

Avant de nous occuper des expériences, définissons d'abord l'échelle thermométrique dans laquelle ces déterminations furent faites. Jusqu'à 1 200° nous considérons cette échelle comme définie par les points de fusion du zinc = 419°, de l'antimoine = 630°,5 et du cuivre = 1 084°, résultats donnés par le thermomètre à gaz et reproduits par des couples thermoélectriques de platine rhodié.

Au-dessus de 1200°, il faut avoir recours à l'extrapolation. A cet effet nous avons employé la loi de Wien :

$$J = C_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}},$$

où J est l'intensité de lumière d'une longueur d'onde λ, T la température absolue, et où C_2 a la valeur de 14 500 pour unc orps noir ou radiateur intégral. En se servant de verres absorbants, de miroirs ou de disques à secteurs, placés devant le pyromètre optique, toute température T_1 peut être déterminée lorsque le coefficient d'absorption K de l'écran est connu ; ce qui nous donne :

$$\log \frac{J_1}{J_2} = \log K = \frac{C_2 \log e}{\lambda} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right),$$

où T_2 est la température apparente donnée par le pyromètre optique à travers l'écran, et T_1 la température cherchée, dans l'échelle absolue.

Le pyromètre optique a été calibré jusqu'à 1 300° C. avec le couple thermoélectrique en visant un corps noir perfectionné. Ce corps noir, du genre Lummer-Kurlbaum, est muni de spires de chauffage supplémentaires dépassant ses deux bouts, qui ont permis d'obtenir jusqu'à 1 300° des températures constantes à un degré près sur 12 centimètres de longueur. Le pyromètre optique employé ici est celui de MM. Holborn et Kurlbaum. Le filament d'une petite lampe à incandescence en carbone est amené au même éclat, pour une couleur donnée, que l'objet incandescent visé. La température est déduite de la valeur du courant de la lampe mesuré par un ampèremètre sensible.

Après cet étalonnage du pyromètre optique, nous avons établi certains points fixes à températures élevées, à savoir : les points de fusion du palladium et du platine, employant ici comme radiateur un tube d'iridium de 25 centimètres de longueur et de 2 centimètres d'ouverture. Ces mesures nous ont donné 1 546° C. pour le palladium

et 1 753° C. pour le platine. Nous nous sommes servis successivement de lumière rouge ($\lambda = 0,67\ \mu$), verte ($\lambda = 0,55\ \mu$), et bleue ($\lambda = 0,47\ \mu$), et de disques à secteurs, de miroirs et de verres absorbants comme écrans. La concordance de ces mesures est de l'ordre de 5°. Le couple thermoélectrique nous donne pour le palladium 1 530° et pour le platine 1 706°, en se servant de la formule :

$$E = a + bt + ct^2.$$

Nous trouvons que les déterminations par la loi de Wien donnent dans cette région les vraies températures beaucoup plus exactement que la formule thermoélectrique empirique.

Notre méthode de détermination des points de fusion du tungstène et du tantale consiste à trouver d'abord la relation entre le courant et la température (¹) jusqu'à 1 950° C., pour de courts filaments formés d'une seule boucle montée dans le vide comme pour les lampes à incandescence. On augmente ensuite le courant jusqu'à la fusion du filament, et on note le courant à l'instant même de la température de fusion.

Le dispositif expérimental qui sert à comparer les lampes à tungstène et à tantale avec le pyromètre optique est le suivant : Un ruban de carbone parcouru par un courant et monté dans le vide est placé entre la lampe pyrométrique et la lampe à tungstène ou à tantale. La température de ce ruban est mesurée par le pyromètre, et la lampe à filament métallique portée au même éclat que le ruban. Si maintenant le ruban de carbone et le filament métallique étaient des corps noirs, nous aurions la vraie température du filament de métal donnée par le pyromètre, et, pour trouver les données nécessaires à son calibrage, il ne faudrait que mesurer le courant qu'il a fallu envoyer dans le fil de métal pour obtenir les diverses températures.

Puisque ni le ruban de carbone ni le filament métallique ne sont des corps noirs, il est nécessaire de déterminer leur radiation sélective, ce qui s'obtient en calibrant la lampe métallique à l'aide de verres monochromes placés devant la lampe — verres rouges, verts et bleus. Malheureusement, sauf pour le corps noir, il n'y a pas de loi reliant les températures équivalentes données par les différentes couleurs spectrales avec la vraie température, de sorte que nous

(¹) Voir : *The Electrical World*, 10 novembre 1906 ; — ou *l'Éclairage électrique*, t. L, p. 8, 70 ; 1907.

sommes obligés de procéder empiriquement. Nous trouvons que, pour les métaux en forme de fil monté comme ci-dessus, la vraie température est donnée approximativement, dans les cas où il n'y a pas de radiation sélective anormale, comme par exemple dans le bec Auer, en ajoutant à la lecture de la température avec la lumière bleue la différence entre les lectures de la température en lumière bleue et en lumière rouge (Voir *fig.* 1). Cette méthode nous a donné par exemple à peu près 1 760° pour le point de fusion des filaments de platine montés comme lampes dans le vide. La correction pour la radiation sélective du ruban de carbone est petite et est égale à 7° pour la différence entre le rouge et le bleu.

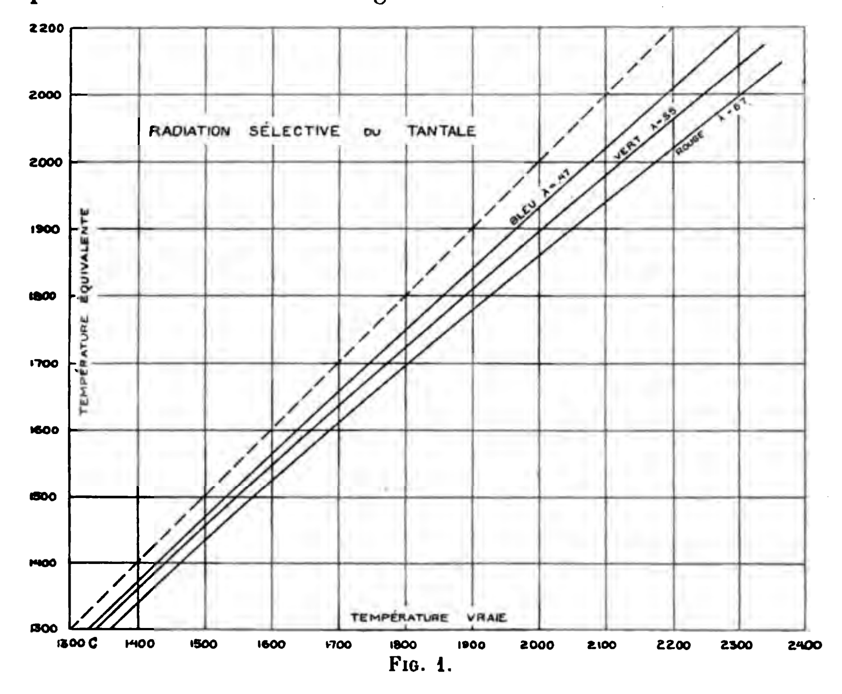


Fig. 1.

Il reste encore à signaler la correction concernant la détérioration du filament métallique quand il est porté à la température de fusion. Nous avons fait cette correction en chauffant plusieurs filaments presque jusqu'à la température de fusion, et en notant le changement qui en résultait quand on refaisait les mesures.

Les tableaux ci-joints donnent les résultats obtenus par cette méthode pour les points de fusion du tungstène et du tantale.

Point de fusion du tungstène.

Lampe Nos	Diamètre du filament mou	Equation	Courant Ampères	Température équivalente ($\lambda = 67\mu$)
1	0,15	$I = 1{,}008 - 0{,}0_3391\, t + 0{,}0_6548\, t^2$	4,23	2 850°
5	0,15	$I = 1{,}344 - 0_3396\, t + 0_6518\, t^2$	4,67	2 950
15	0,05	$I = 0253 + 0_4936\, t + 0_7680\, t^2$	803	2 870
34	0,26	$I = 303 + 0_3364\, t + 0_51320 t^2$	12,45	2 900
36	0,07	$I = 0395 + 0_31814 t + 0_61620 t^2$	1,855	2 905
35	0,07	$I = 0445 + 0_31734 t + 0_61320 t^2$	1,527	2 907
37	0,07	$I = 9327 + 0_31605 t + 0_11750 t^2$	1,919	2 912
38	0,07	$I = 0505 + 0_31796 t + 0_61048 t^2$	1,855	2 845

Valeur moyenne de la température équivalente ($\lambda = 67\mu$).	2 892
Correction pour la détérioration	+ 50
Correction pour la radiation sélective	+ 138
Point de fusion, température vraie	3 080°

Point de fusion du tantale.

Lampe Nos	Equation	Courant Ampères	Température équivalente ($\lambda = 67\mu$)
29	$I = 0{,}0154 + 0{,}0_4232 t + 0{,}0_7960 t^2$	0,770	2 687°
28	$I = 0299 - 0_4107 t + 0_7990 t^2$	728	2 710
27	$I = 0227 + 0_4796 t + 0_7788 t^2$	773	2 722
25	$I = 0100 + 0_7502 t + 0_7852 t^2$	783	2 730
24	$I = 0126 + 0_4331 t + 0_7924 t^2$	768	2 686

Valeur moyenne de la température équivalente ($\lambda = 67\mu$).	2 707
Correction pour la détérioration	+ 35
Correction pour la radiation sélective	+ 163
Point de fusion, température vraie	2 910°

Nous avons utilisé du tungstène de diverses provenances et ayant subi des préparations différentes. Les filaments furent de différents diamètres. On remarquera qu'il n'y a pas de différence appréciable entre les points de fusion des divers échantillons, qui sont tous probablement d'un haut degré de pureté. Ceci est encore indiqué par le coefficient de température de la résistance électrique du tungstène, laquelle est donnée par :

$$R = R_0(1 + 0{,}0039t + 0{,}0_511t^2)$$

entre 0° et 2 000° C.

Le tantale vient de la maison Siemens et Halske. Son coefficient de température, entre 0° et 2 000°, est :

$$R = R_0(1 + 0{,}0027t),$$

ce qui indique un degré de pureté moindre que celle du tungstène.

THE PHYSICAL REVIEW

Vol. XXII et XXIII; 1906.

W. COBLENTZ. — Infra red emission spectra (Spectres d'émission dans l'infra-rouge). — P. 1-30.

L'auteur se propose d'étudier la région du spectre située au delà de 2 μ, en utilisant comme sources l'arc entre électrodes métalliques, ou entre charbons imprégnés de chlorures alcalins, ou enfin la décharge dans un tube contenant des gaz ou des vapeurs raréfiés; l'instrument utilisé pour les recherches est le radiomètre à déflexion.

En ce qui concerne l'arc entre électrodes métalliques, on constate que les oxydes formés émettent une radiation continue d'intensité suffisante pour masquer toute raie d'émission, s'il en existe dans la région étudiée. Pour les chlorures alcalins, on retrouve bien les fortes raies d'émission indiquées par Snow, mais au delà de 2 μ on n'a trouvé aucune raie. Dans le tube à vide, les conditions sont plus favorables aux observations. On a étudié H^2O, C^2H^5OH, H, Az, AzH^3, CO, CO^2; l'azote est le seul de ces gaz à posséder de véritables raies dans l'infra-rouge; elles se placent à $\lambda = 0,75\,\mu$, $0,90\,\mu$, $1,06\,\mu$. D'autre part, CO, CO^2 et C^2H^5OH donnent une large bande à $4^{\mu},75$; la variation d'intensité de cette bande montre un accroissement progressif avec la pression, mais sans maximum, tandis que, pour les raies de l'azote, il y a un maximum très marqué pour la pression de 2 millimètres. A noter encore que le spectre d'émission de C^2H^5OH en vapeur est continu.

CARPENTER BISBEE. — The equal arm balance (La balance à bras égaux). P. 31-44.

Etude théorique et expérimentale de la balance ordinaire.

F. C. GATES. — The conductivity of the air due to the sulphate of quinine (Conductibilité de l'air due au sulfate de quinine). — P. 45-46.

Le sulfate de quinine, chauffé au-dessus de 100°, devient phosphorescent quand on le laisse refroidir et en même temps rend con-

ducteur l'air environnant. L'auteur établit que les effets dépendent tous deux de l'hydratation du sulfate de quinine. Dans l'air sec, ils ne se produisent pas, et inversement on peut les produire à la température ordinaire en faisant passer de l'air humide sur du sulfate de quinine desséché.

G. HULETT. — Electrolytic mercurous sulphate as depolarizer for standard cells (Emploi dans les piles étalons de sulfate mercureux électrolytique). — P. 47-51.

Le sulfate mercureux électrolytique paraît préférable au produit vendu comme chimiquement pur.

A. ZELENY. — The capacity of mica condensers (Capacité des condensateurs en mica). — P. 65-79.

La capacité d'un condensateur, mesurée au balistique, ne correspond ni à la charge totale, ni à la charge libre. Il s'écoule plusieurs centièmes de seconde après la décharge de l'électricité libre et avant qu'une fraction mesurable de la charge absorbée soit libérée. On devrait donc définir la capacité d'un condensateur comme la charge qu'il prend sans l'absorber au potentiel d'un volt ; les capacités pourraient alors être définies à un dix-millième près, ce qui permettrait une grande précision dans l'étalonnage des balistiques.

C. BARUS. — Condensation nuclei (Noyaux de condensation). — P. 82-110.

Longue étude de l'ionisation (ou de la nucléation) atmosphérique et de ses rapports avec la météorologie.

E. ADAMS. — The absorption of alpha rays in gases and vapors (Absorption des rayons α par les gaz et les vapeurs). — P. 111-112.

On détermine, pour chaque gaz, la distance maximum à laquelle le polonium produit sur un écran au sulfure de zinc une scintillation visible; cette distance D varie en raison inverse de la pression P. En général, le produit DP varie comme en raison inverse de la racine carrée du poids atomique du fluide interposé ; il n'y a que

deux ou trois exceptions, les observations ayant porté sur un grand nombre de gaz, depuis l'hydrogène jusqu'au nickel-carbonyle.

K. GUTHE. — A new determination of the E. M. F. of the Clark and cadmium standard cells by means of an absolute electrodynamometer (Mesures absolues de la force électromotrice des étalons Latimer Clark et au cadmium). — P. 117-119.

On trouve, pour l'élément au cadmium à 20°, 1^v,01847 et 1^v,01877 suivant le type, et pour le Latimer Clark 1^v,43293 à 15°. Il en résulte pour l'équivalent électrochimique de l'argent 1^{mgr},11774 par coulomb.

E. RUTHERFORD. — Magnetic and electric deflection of the α rays from radium. Some properties of the α rays from radium (Déviation électrique et magnétique des rayons α du radium. Propriétés de ces rayons). — P. 122-125.

Les valeurs de $\frac{e}{m}$ obtenues par l'expérience sont comprises entre 5×10^3 et $5,2 \times 10^3$. La vitesse initiale de projection des rayons du radium est 2×10^9 centimètres-seconde. Quand cette vitesse a été réduite d'environ 60 0/0 de sa valeur, leur effet photographique est extrêmement faible. L'auteur part de là pour opposer la théorie de Becquerel à celle de Bragg et Kleeman ; il adopte cette dernière.

J. HUBBARD. — On the conditions of sparking at the break of an inductive circuit (Conditions pour qu'il se produise une étincelle à la rupture d'un circuit inductif). — P. 129-158.

Le problème qu'on résout d'abord par le calcul est le suivant : Avec quelle vitesse doit-on couper un circuit défini par sa résistance, sa self-induction et sa capacité pour qu'il ne se produise pas d'étincelle à la rupture? Les expériences ne vérifient qu'en partie le résultat obtenu théoriquement. Elles montrent que la vitesse minima de rupture est une fonction linéaire du courant initial, qu'elle croît quand on diminue la capacité ou quand on augmente l'inductance; elles prouvent qu'il y a un retard entre l'existence du potentiel explosif et l'apparition de l'étincelle, retard dû vraisemblablement au temps nécessaire pour ioniser le diélectrique interposé.

G. PIERCE. — Experiments on resonance in wireless telegraph circuits (Résonance en télégraphie sans fil). — P. 159-180.

Etude très complète, mais impossible à résumer, des conditions de résonance dans les divers systèmes de télégraphie sans fil.

C. LYNDE. — The effect of pressure on surface tension (Effet de la pression sur la tension superficielle). — P. 181-191.

Un tube, présentant une partie large et une partie étroite, contient les deux liquides. Il peut être enfermé dans un piézomètre et soumis à des pressions allant jusqu'à 2500 atmosphères. On lit, à travers deux œilletons de verre, les déplacements du ménisque.

Conclusions : La tension superficielle croît avec la pression pour les contacts mercure-eau, mercure-éther et sulfure de carbone-éther. Elle décroît quand la pression augmente pour les ménisques eau-éther et eau-chloroforme. La variation est proportionnelle à la pression et indépendante du diamètre du tube capillaire.

F. TUFTS. — The phenomena of ionization in flame gases and vapors (Ionisation dans les gaz ou les vapeurs incandescents). — P. 193-220.

Le principe de ces recherches expérimentales paraît nouveau et très intéressant : La flamme à étudier est une bande étroite, mais ayant 21 centimètres de développement. A ses deux bouts, elle prend contact avec deux lames de platine recouvertes de chaux et chauffées dans deux brûleurs spéciaux dans lesquels on injecte du nitrate de potassium ; de telles électrodes ne présentent pas de résistance appréciable au passage de courants d'intensité mesurée qu'on envoie, par elles, à travers la flamme. Deux électrodes parasites formées de fils fins de platine donnent la différence de potentiel entre deux points de la flamme ; cette différence, divisée par l'intensité, donne la résistance.

Dans ces conditions, on constate qu'il n'y a pas, dans la flamme Bunsen, de courant de saturation ; on étudie la conductibilité des différentes parties de cette flamme aux diverses allures de combustion ; on trouve la loi de variation de la conductibilité en fonction du gaz consommé, puis en fonction des divers sels injectés dans la

flamme ; les expériences indiquent qu'il y a proportionnalité entre l'intensité des raies lumineuses émises par la flamme et la conductibilité de celle-ci, au moins pour le sodium et le lithium ; pour le calcium, la relation paraît être plus complexe.

C. CHILD. — Conductivity of vapor from the mercury arc (Conductibilité dans la région avoisinant l'arc au mercure). — P. 221-231.

Tout l'espace intérieur du tube où passe l'arc mercuriel devient fortement conducteur ; dans la partie lumineuse, la région frontale est la plus brillante et la plus conductrice ; cette conductibilité n'est due ni à des ions venant de l'arc, ni à la radiation émise par cet arc ; l'opinion de l'auteur est que, lorsque les ions commencent à se recombiner (?), ils sont dans un état d'équilibre instable analogue à celui des atomes de la matière radioactive.

A. ELWELL. — The electrical production of ozone (Production électrique de l'ozone). — P. 232-244.

Ces expériences montrent l'avantage que présentent, pour le rendement en ozone, l'emploi de la décharge silencieuse donnée par le courant alternatif et l'interposition de diélectriques solides entre les électrodes.

C. HUDSON. — The freezing of pure liquids and solutions under various kinds of positive and negative pressure, and similarity between osmotic and negative pressure (Congélation des liquides purs et des solutions aux pressions positives et négatives ; analogies entre la pression osmotique et une pression négative). — P. 257-264.

On peut constituer un cycle d'opérations en partant du système formé par un liquide à la pression p, le liquide congelé à la pression P et leur vapeur à la pression p'. Si on appelle V_i le volume spécifique du solide, V_ω celui du liquide, les principes de thermodynamique mènent à la relation :

$$V_i \frac{\partial P}{\partial T} - V_\omega \frac{\partial p}{\partial T} + (V_i - V_\omega) \frac{\partial p'}{\partial T} = -\frac{L}{T}.$$

Cette formule, appliquée à l'eau, montre que si, maintenant la

glace à pression constante, on accroît d'une atmosphère la pression de l'eau, la température de congélation s'élève de $0^{\circ},0824$. Si, dans les solutions salines, il y a abaissement du point de congélation, c'est que la pression propre de l'eau, dans ces solutions, est négative et comparable à une tension positive; cette pression négative est causée par la substance dissoute et est identique à la pression osmotique de la solution.

H. REESE. — On optical rotation (Sur la polarisation rotatoire). — P. 265-278.

Étude mathématique d'où résultent les conséquences suivantes : la séparation d'un rayon polarisé rectilignement en deux circulaires déviés inégalement s'explique par la théorie de la diffraction; cette même théorie explique aussi les différences de vitesse de propagation des deux circulaires droit et gauche. Cette théorie est mathématiquement équivalente à celle de Fresnel.

E. NICHOLS et E. MERRITT. — Studies in luminescence : VI. The decay of phosphorescence of Sidot blende (Etudes sur la luminescence : VI. Décroissement de la phosphorescence de la blende de Sidot). — P. 279-293.

Les résultats obtenus pour l'intensité I en fonction du temps t peuvent être représentés par une expression de la forme :

$$I = \frac{K\alpha}{(c + \alpha t)^2}.$$

Les auteurs déduisent cette formule des hypothèses de Wiedemann et Schmidt, qui font de la dissociation électrolytique la cause la plus probable de la luminescence.

F. BENEDICT. — A method of calibrating gas meters (Sur la graduation des compteurs à gaz). — P. 294-299.

Le compteur est relié à un tube rempli d'oxygène comprimé, dont on mesure les variations de poids, en même temps qu'on note les indications du compteur.

K. HONDA et T. TERADA. — On the geyser in Atami (Japan) [Le geyser d'Atami (Japon)]. — P. 300-311.

Le fonctionnement de ce geyser peut s'expliquer par une théorie analogue à celle de Tyndall.

L. AUSTIN. — On an emission of negatively charged particle produced by canal rays (Les rayons-canaux émettent des particules chargées négativement). — P. 312-319.

Quand les rayons-canaux rencontrent un métal relié au sol, ils éprouvent une légère réflexion diffuse. Il se produit également des particules, chargées négativement, avec des vitesses très différentes ; cette émission croît avec l'angle d'incidence des rayons-canaux et est semblable à l'émission secondaire produite par les rayons cathodiques.

B. BOLTWOOD. — On the relative proportion of the total α-ray activity of radioactive mineral due to the separate radioactive constituents (Constituants des minerais radioactifs, au regard de l'émission des rayons α). — P. 320.

L'actinium est un produit de désintégration de l'uranium ; le radiothorium dérive de même du thorium ordinaire ; enfin l'activité pour l'émission des rayons α par les minéraux en équilibre de radioactivité est la somme de deux facteurs, dont l'un dépend seulement de la teneur en uranium et l'autre de la teneur en thorium.

G. HULETT. — Mercurous sulphate and the standard cells (Sulfate mercureux et piles étalons). — P. 321-338.

Détails sur la préparation du sulfate mercureux électrolytique et son application, comme dépolarisant, aux piles étalons.

H. IVES. — Improvements in the diffraction process of color photography (Améliorations du procédé de photographie colorée par diffraction). — P. 339-344.

Le procédé inventé par Word, en 1899, consiste à remplacer,

dans la photographie trichrome, les fragments colorés par des couleurs de diffraction. La modification essayée par l'auteur, avec un plein succès, consiste à disposer ces couleurs en traits fins, rouges, verts et bleus, juxtaposés, au lieu d'opérer par superposition. Ce résultat est obtenu par l'emploi d'un réseau de construction spéciale.

J. SHEDD et P. FITCH. — On the measurement of the index of refraction by the interferometer (Mesure de l'indice de réfraction par l'interféromètre). — P. 345-350.

L. HARTMAN. — Concerning the temperature of the Nernst lamp (Sur la température de la lampe Nernst). — P. 351-356.

De cette étude résulte que la température du cylindre de magnésie, fonctionnant dans les conditions normales, est voisine de 1500°.

W. COBLENTZ. — Note on a new form of radiometer (Nouvelle forme de radiomètre). — P. 358-359.

Il s'agit d'une combinaison, dans un même appareil, du radiomètre et du radiomicromètre de Boys.

C. WAIDNER et G. BURGESS. — On the determination of melting points by radiation methods (Mesure des points de fusion par les méthodes optiques). — P. 359-360.

On place un grain du corps à étudier sur un ruban de platine parcouru par un courant croissant. Dès qu'on observe la fusion au microscope, on détermine la température du platine à l'aide d'un pyromètre optique. La méthode est applicable entre 600 et 1650° et permet d'opérer dans un gaz autre que l'air.

F. BATES. — Spectral lines as light sources in polariscopic measurements (Mesures du pouvoir rotatoire à la lumière de raies spectrales). — P. 363.

Quand on prend comme source lumineuse, dans un polariscope à pénombre, deux raies spectrales d'inégale intensité (comme les raies D_1 et D_2), la rotation mesurée diffère de celle qu'on aurait obtenue, les intensités étant égales, d'un angle:

$$\delta = \frac{1}{2}\frac{K-1}{K+1}(a_1 - a_2),$$

où K représente le rapport des intensités et $a_1 - a_2$ une fonction de la dispersion rotatoire.

E. ROSA et N. DORSEY. — The ratio of the electromagnetic and electrostatic units (Rapport des unités électromagnétiques et électrostatiques). — P. 367-368.

De nombreuses expériences, faites par la méthode du condensateur, donnent comme moyenne $v = 2,996 \times 10^{10}$; les auteurs estiment cette valeur exacte à $\frac{1}{5000}$ près.

W. COBLENTZ. — Water of cristallization and water of constitution (Eau de cristallisation et eau de constitution). — P. 368-370.

On a examiné plus de trente minéraux contenant de l'eau de cristallisation (chassée par chauffage à basse température); tous ont montré les bandes d'absorption de H^2O, à l'exception d'un petit nombre pour lesquels il y a désaccord parmi les minéralogistes. Inversement, les minéraux qui contiennent de l'eau de constitution ne présentent pas le spectre de l'eau, à l'exception du sucre de canne.

D'autres bandes caractérisent les sulfates, les silicates ; on trouve dans les micas des bandes disposées en série harmonique.

W. WHITE. — The constancy of platinum thermoelements and other thermoelements problems (Sur les couples thermo-électriques). — P. 372-375.

Le platine pur s'altère au voisinage de platine commercial contenant de l'iridium, du rhodium, etc., quand la température est supérieure à 1 000° : telle paraît être la cause de variation du pouvoir thermo-électrique des couples formés avec du platine.

S. ALLEN. — The velocity, and ratio $\frac{e}{m}$ for the primary and secondary β-rays of radium (Vitesse et valeur de $\frac{e}{m}$ pour les rayons β primaires et secondaires du radium). — P. 375-377 et p. 65-94.

Quand les rayons β frappent des solides, ils donnent des rayons secondaires dont la quantité et le pouvoir pénétrateur dépendent de

la nature et de la densité du solide frappé ; ces rayons sont déviés par un champ magnétique dans le même sens que les rayons primaires. Les rayons secondaires donnent à leur tour des rayons tertiaires moins pénétrants. Les rayons γ se comportent comme les rayons β, mais avec une moindre émission de rayons secondaires.

L'auteur a repris les expériences de Kaufmann sur la variation du rapport $\frac{e}{m}$ avec la vitesse ; ses résultats, qui confirment ceux de Kaufmann, sont résumés aux tableaux suivants:

Rayons β primaires.

Couche absorbante	Vitesse en cm-sec.	$\frac{e}{m}$
0	$2,20 \times 10^{10}$	$1,40 \times 10^{7}$
6 feuilles de papier	2,37	1,27
10 —	2,40	1,21
14 —	2,45	1,17
18 —	2,49	1,10
22 —	2,54	1,07
30 —	2,60	1,04
1,5 mm. de verre	2,69	0,96
0,3 mm. de cuivre	2,77	0,90
0,4 mm. de zinc	2,88	0,76
0,8 —	2,95	0,64
1,2 —	2,97	0,59

Rayons secondaires émis par le plomb.

Couche absorbante	Vitesse en cm-sec.	$\frac{e}{m}$
0	»	»
6 feuilles de papier	$2,35 \times 10^{10}$	$1,27 \times 10^{7}$
14 —	2,40	1,21
22 —	2,50	1,16
20 —	2,58	1,09

S. WILLIAMS. — The reflexion of cathode rays from thin metallic films (Réflexion des rayons cathodiques par des lames métalliques minces). — P. 1-21.

La réflexion des rayons cathodiques ne se produit pas tout entière à la surface dù métal, mais une partie notable des rayons réfléchis ont pénétré à l'intérieur ; comme cette pénétration augmente avec la chute du potentiel, il en résulte qu'à partir d'un certain potentiel critique une lame mince d'aluminium réfléchit moins qu'une

lame épaisse, puisque alors une partie des rayons ont été perdus par transmission. Cette diminution du pouvoir réflecteur avec l'épaisseur se manifeste d'abord dans les rayons les plus déviés ; en accroissant le potentiel, on peut aussi la constater dans le reste du faisceau cathodique.

Pour l'aluminium, les potentiels critiques correspondant aux épaisseurs 0,56 μ, 1,90 μ et 2,44 μ sont respectivement 11 000, 16 500 et 21 800 volts. Ces résultats sont en accord qualitatif, mais non quantitatif, avec les théories de Warburg.

H. GOODWIN et R. MAILEY. — On the physical properties of fused magnesium oxyde (Propriétés de la magnésie fondue). — P. 22-30.

La Königliche Porzellan Manufactur livre des creusets, tubes, etc., en oxyde pur de magnésium. Les propriétés de ce produit sont : densité, 3,48 à 3,56 ; point de fusion, 1 910° ; conductibilité électrique, très inférieure à celle de la porcelaine jusqu'à 1 100°, où se produit l'augmentation connue ; coefficient de dilatation égal à celui du platine.

C. BARUS. — Distributions of colloidal nuclei and of ions in dust free carbone dioxyde and in coal gas (Distribution des noyaux colloïdaux et des ions dans CO^2 et le gaz d'éclairage privés de poussières). — P. 31-36.

E. NICHOLS et E. MERRITT. — Studies in luminescence : VII. Further experiments on the decay of phosphorescence in Sidot blende and certain other substances (Etudes sur la luminescence : VII. Nouvelles expériences sur la phosphorescence de la blende de Sidot, et sur d'autres substances). — P. 37-54.

Études faites au photomètre Lummer. En portant le temps en abscisses, et en ordonnées $I^{-\frac{1}{2}}$ (I étant l'intensité du rayonnement de la blende), on obtient deux droites reliées par une partie courbe ; le coefficient angulaire de ces droites varie quand on agit sur les deux facteurs de l'excitation, qui sont la durée et l'intensité. Enfin la phosphorescence d'un corps soumis à une excitation donnée dépend des excitations antérieures à celle-là ; mais cet effet peut être aboli et l'écran ramené à l'état neutre par une exposition à la lumière rouge ou infra-rouge.

A. DE FOREST-PALMER. — An inductance and capacity bridge (Pont pour la mesure des inductances et des capacités). — P. 55-63.

H. TAYLOR. — Limitations of the ballistic method for magnetic induction (Limites d'emploi de la méthode balistique pour la mesure de l'induction magnétique). — P. 95-100.

La méthode de tracé point par point des cycles d'hystérésis donne des résultats erronés, surtout pour le fer électrolytique, parce qu'il y a non seulement hystérésis, mais viscosité.

W. HENDERSON. — The thermo-electric behavior of silver in a thermo-element of the first class (Pouvoir thermo-électrique de l'argent par rapport aux solutions salines du même métal). — P. 101-124.

Deux électrodes d'un même métal, plongées dans une solution saline du même métal, sont maintenues à des températures différentes; on mesure la force électromotrice produite pour diverses concentrations. Dans le cas du cuivre, du zinc et du cadmium, un accroissement de concentration produit une augmentation de force électromotrice ; c'est l'inverse qui se produit avec l'argent.

W. COBLENTZ. — Infra red absorption and reflection spectra (Spectres d'absorption et de réflexion dans l'infra-rouge). — P. 125-153.

Nouvel exposé plus complet des recherches analysées ci-dessus sur l'eau de cristallisation et l'eau de constitution.

L. JOSLIN. — The contemporaneous variations of the nucleations and the ionizations of the atmosphere at Providence (Variations simultanées de l'ionisation et de la nucléation atmosphériques à Providence). — P. 154-165.

Il n'y a aucune relation entre le nombre des noyaux et le nombre des ions présents dans l'atmosphère à un moment quelconque.

G. HULETT. — The cadmium standard cell (La pile-étalon au cadmium). P. 166-183.

Dans les éléments de construction habituelle, la cathode n'est pas un système en équilibre et la force électromotrice diminue avec le

temps. Mais, quand on emploie comme dépolarisant le sulfate mercureux électrolytique, la force électromotrice, qui vaut $1^{v},01843$ à 25°, semble déterminée à un cinquante-millième près; l'élément au cadmium peut alors servir d'étalon primaire à la place du Latimer Clark.

J. COFFIN. — The influence of frequency upon the self-inductance of cylindrical coils of *m*-layers (Influence de la fréquence sur la self-inductance de bobines cylindriques de *m*-couches). — P. 193-211.

Quand la fréquence varie de zéro à l'infini, la self-inductance peut diminuer de 0,3 0/0. L'auteur donne des formules, établies par le calcul, et qui permettent de déterminer, aux différentes valeurs de la fréquence, la valeur exacte de la variation subie.

S. COOK. — On the velocity of sound in gases, and the ratio of the specific heats, at the temperature of liquid air (Vitesse du son dans les gaz et rapport $\frac{C}{c}$ à la température de l'air liquide). — P. 212-237.

Les mesures qui se rapportent à l'air et à l'oxygène sont faites par la méthode de Kundt. Elles montrent que $\frac{C}{c}$ décroît quand la température s'abaisse; en prenant 1,408 pour sa valeur aux conditions normales 0 et 760, on trouverait 1,34 environ à la température absolue $T = 90,7$.

A. COLE. — The use of Wehnelt interrupter with the Righi exciter for electric waves (Emploi de l'interrupteur Wehnelt et de l'excitateur Righi pour produire des ondes électriques). — P. 238-244.

On trouvera dans ce mémoire des indications utiles sur les moyens de montage de l'expérience de Hertz. L'emploi simultané du Wehnelt et de l'excitateur Righi donne aux ondes émises une énergie telle qu'on peut employer comme récepteur un couple thermo-électrique avec un galvanomètre de sensibilité médiocre.

W. COBLENTZ. — The temperature of the Moon (La température de la Lune). — P. 247-248.

Le spectre de la Lune donné par Langley comprend un maximum

entre 8 et 10 μ. Or l'auteur, en étudiant le pouvoir réflecteur des feldspaths, micas et amphiboles, trouve une bande de réflexion métallique entre 8 et 10 μ. Il est donc aussi raisonnable d'attribuer le maximum observé par Langley à une réflexion de la lumière solaire qu'à une émission par le sol de la Lune échauffé par la radiation solaire.

L. MORSE. — Electric double refraction in carbon disulphide at low potentials (Biréfringence électrique du sulfure de carbone pour de faibles différences de potentiel). — P. 252-253.

Elmen avait affirmé que la biréfringence n'était pas proportionnelle au carré du champ, lorsque celui-ci est assez faible ; de nouvelles expériences de l'auteur contredisent cette conclusion.

F. BLAKE et C. FOUNTAIN. — On the reflection and transmission of electric waves by screens of resonators and by grids (Réflexion et transmission des ondes électriques par des écrans de résonateurs et par des grillages). — P. 257-278.

Ces expériences forment la suite des expériences bien connues de Garbasso et d'Ashkinass. Elles donnent les conclusions suivantes :

1° Dans un système de résonateurs linéaires, la longueur de ces résonateurs correspondant à la résonance optimum est indépendante de leur distance comptée dans la direction de la force électrique, et en raison directe de leur distance comptée perpendiculairement à cette force ;

2° La dimension des résonateurs correspondant au maximum de résonance dépend des propriétés diélectriques du support de ces résonateurs ;

3° Le rapport de la longueur d'onde à la longueur du résonateur, qui doit être égal à 2,5 d'après Mac-Donald et à 2 d'après Poincaré, est en réalité égal à 2,25 ;

4° Un réseau formé de fils métalliques parallèles arrête complètement les ondes électriques de longueur λ si les fils, parallèles à la force électrique, sont distants d'environ $\frac{1}{40}\lambda$; si leur distance est $\frac{4}{5}\lambda$, ils laissent passer la totalité de la radiation incidente.

C. TROWBRIDGE. — The duration of the afterglow produced by the electrodeless ring discharge (Durée de la lueur résiduelle dans la décharge annulaire sans électrodes). — P. 279-307.

Les armatures intérieures de deux bouteilles de Leyde communiquent avec un éclateur et le secondaire d'une bobine d'induction; les armatures extérieures sont réunies par un fil qui s'enroule autour d'un récipient contenant un gaz raréfié. Quand une décharge oscillante se produit, elle excite dans le récipient une lueur qui subsiste, dans certaines expériences, plus de 40 secondes. Cet effet s'observe à des pressions gazeuses comprises entre $2^{mm},4$ et $0^{mm},002$; sa durée semble prouver qu'il ne faut pas en chercher la cause dans des oscillations des électrons, mais plutôt dans celles d'une forme polymérisée du gaz, comme le suggère J.-J. Thomson. On trouvera dans ce mémoire une étude détaillée de ce curieux phénomène qui paraît permettre d'expliquer les lueurs persistantes qui accompagnent le passage des météores dans les régions de l'atmosphère où l'air est suffisamment raréfié.

J. ZELENY et A. ZELENY. — The temperature of solid carbone acid and its mixtures with ether and alcohol, at different pressures (Températures de CO^2 solide et mélangé à l'alcool ou à l'éther sous diverses pressions). — P. 308-314.

La température des mélanges baisse d'environ $0^{\circ},17$ quand la pression diminue d'un centimètre de mercure.

C. THWING. — Measurements of the internal temperature gradient in common materials (Gradient de température interne des matériaux communs). — P. 315-320.

Une masse solide étant maintenue dans une enceinte à zéro, on mesure sa température intérieure à l'aide d'une pile thermo-électrique; tous les corps essayés, métaux communs, magnésie, marbre, grès, ont donné une température intérieure en excès sur la température à la surface. L'auteur attribue ce fait à la présence de corps radioactifs dans les substances étudiées; il note en même temps un certain nombre de sources d'erreurs qui peuvent rendre cette conclusion incertaine.

B. MOORE. — A spectrophotometric study of solutions of copper and cobalt (Spectrophotométrie des solutions de cuivre et de cobalt). — P. 321-357.

Étude spectrophotométrique des chlorure, sulfate, nitrate et acétate de cuivre, des chlorures, sulfate et nitrate de cobalt à divers états de concentration. Elle confirme la loi d'Ostwald, d'après laquelle les solutions étendues ayant un ion coloré commun ont la même couleur.

R. EARHART. — Spark potentials in liquid dielectrics (Potentiels explosifs dans les liquides isolants). — P. 358-369.

Le gradient de potentiel explosif est plus élevé aux très petites distances qu'aux distances moyennes et grandes. Aux distances faibles, l'air est un meilleur isolant que les diélectriques liquides.

C. HUDSON. — Hydration in solution (Formation des hydrates). — P. 370-381.

L'auteur tire les conséquences théoriques d'expériences, relatées ailleurs, sur l'hydratation du sucre de lait; le corps anhydre et son hydrate coexistent en équilibre dans la solution; il n'y a point de discontinuité dans les propriétés de la solution à la température de transition.

W. WHITE. — Every-day problems of the moving coil galvanometer (Problèmes courants sur le galvanomètre à cadre mobile). — P. 382-398.

Étude théorique du fonctionnement des galvanomètres d'Arsonval.

A. ZELENY. — On precision measurements with the moving coil ballistic galvanometer (Mesures de précision avec le balistique à cadre mobile).— P. 399-421.

Etude à la fois pratique et théorique.

H. CLARK. — Optical properties of carbon films (Propriétés optiques de pellicules de carbone). — P. 422-443.

L'auteur a réussi à obtenir, par ionoplastie, des pellicules minces

parfaitement uniformes de carbone en employant comme cathode du charbon de sucre, avec un courant continu dont la tension est voisine de 1100 volts et la densité de 0,05 milliampère par millimètre carré de cathode. Il a aussi utilisé les dépôts formés à l'intérieur des lampes à incandescence ; l'étude de ces pellicules donne les résultats suivants : 1° la réflexion, l'absorption et l'indice de réfraction varient avec les conditions et la méthode de dépôt; 2° il y a, pour $\lambda = 610\ \mu\mu$, une anomalie dans l'indice de réfraction ; 3° la transmission des pellicules cathodiques décroît uniformément depuis le rouge visible jusqu'à $\lambda = 226{,}6\ \mu\mu$, au delà de cette limite le carbone est complètement opaque ; 4° le pouvoir réflecteur décroît, dans le spectre visible, du rouge au bleu, sauf une légère augmentation pour $\lambda = 730\ \mu\mu$.

C. BARUS. — The moisture precipitated in the fog chamber per cubic centimeter. (Poids de brouillard précipité par centimètre cube). — P. 444-446.

W. WHITE. — The constancy of thermo-elements (Sur la constance des couples thermo-électriques). — P. 449-474.

Étude expérimentale des principaux couples thermo-électriques ; la cause générale de leurs irrégularités est le défaut d'homogénéité soit chimique, soit physique.

A. TROWBRIDGE et H. TAYLOR. — Note on the comparison of capacities (Sur la comparaison des capacités). — P. 475-488.

Emploi, pour la comparaison des capacités et des inductances, d'un nouveau dispositif préférable au pont de Maxwell ; la limite d'erreur dans les comparaisons atteint un dix-millième. On constate, par cette méthode, que le rapport des capacités de deux condensateurs en mica est le même, qu'on le mesure avec le courant continu ou avec le courant alternatif, à condition d'éliminer l'effet de l'absorption.

L. INGERSOLL. — An improved method of measuring the infra red dispersion of magnetic rotation and the magnetic rotation dispersion of water (Méthode de mesure de la dispersion rotatoire magnétique dans l'infra-rouge ; dispersion rotatoire magnétique de l'eau). — P. 489-497.

La lumière, préalablement dispersée, traverse le corps expéri-

menté, placé dans un champ magnétique et entre deux nicols à 45°. Un bolomètre mesure la radiation émergente.

Pour l'eau, les résultats obtenus sont comparés à la rotation de la lumière jaune, prise pour unité.

Longueur d'onde en μ.	0,589	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30
Rotations observées...	1	0,695	0,514	0,389	0,312	0,254	0,220	0,201

Ils sont bien représentés par la formule de Drude :

$$\delta = \frac{1}{n}\left[\frac{a}{\lambda^2} + \frac{b\lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_1^2)^2}\right],$$

En revanche, la formule de dispersion

$$\delta = K\lambda \frac{dn}{d\lambda}$$

proposée par Becquerel et Larmor, ne se prête pas à cette représentation.

B. HILL. — The irreversibility of the Heusler alloys (Sur l'irréversibilité des alliages de Heusler). — P. 498-503.

Les alliages magnétiques de Heusler contiennent 0,63 à 0,74 de cuivre, 0,22 à 0,34 d'aluminium et 0,01 à 0,04 de manganèse; ils fondent au voisinage de 1000°; l'intensité d'aimantation initiale, pour un échantillon, était $\mathfrak{I} = 175$ à la température ordinaire; elle diminuait rapidement avec la température en s'annulant à 320°. Mais, en chauffant l'alliage à 730°, $\mathfrak{I}$ ne vaut plus, après refroidissement, que 47.

R. WELLS. — Note on the vibration galvanometer (Sur le galvanomètre à vibration). — P. 504-506.

Étude d'un appareil dû à Max Wien (*Annalen der Physik*, mars 1901, p. 439).

L. Houllevigue.

TABLE DES MATIÈRES.

OCTOBRE 1907.

(Voir la suite à la page 2.)

Tours. — Imprimerie Deslis Frères.

Le Gérant : J. [illegible]

Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, G. LIPPMANN, E. MASCART,
L. POINCARÉ,

ET

MM. B. BRUNHES, M. LAMOTTE et G. SAGNAC,
adjoints à la rédaction,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

QUATRIÈME SÉRIE.

TOME VI. — NOVEMBRE 1907.

(*Clos le* 15 *Octobre*.)

PARIS,

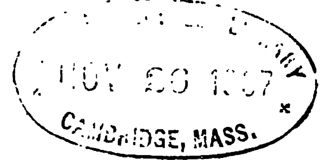
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
97, BOULEVARD ARAGO (14e).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. **Lucien Poincaré**, 130, rue **de Rennes**, à Paris, 6e.

Tout ce qui concerne l'administration (demandes d'abonnements, réclamations, etc.) **doit être adressé à M. Sandoz**, boulevard Arago, 97, à Paris, 14e.

Par application de la loi du 7 avril 1879, **tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemarck, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs** n'ont qu'à verser la somme de 17 francs pour la France ou 18 francs pour les pays ci-dessus désignés, **au nom de M.** Sandoz, *Secrétaire du Journal*, 97, boulevard Arago, **à Paris, 14e. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.**

NOVEMBRE 1907.



SUR LES SPECTRES CANNELÉS DES RÉSEAUX PARALLÈLES;

Par M. GEORGES MESLIN.

CHAPITRE I.

CANNELURES NORMALES.

Diverses théories ont été présentées pour expliquer, dans l'expérience des réseaux parallèles, la production des franges d'interférence, c'est-à-dire des cannelures qui sillonnent les spectres, lorsque la lumière, issue d'une fente étroite, tombe sur l'appareil et fait son image sur l'écran dans les conditions de production des spectres purs(1).

Le principe de ces différentes théories est d'ailleurs le même, c'est celui que M. Crova a formulé(2) en attribuant ces cannelures à l'interférence des deux rayons qui ont traversé l'un des réseaux sans subir la diffraction et qui ont été diffractés, l'un par le premier, l'autre par le second réseau. Mais on peut adopter différentes hypothèses au sujet du choix des deux rayons qui se combinent entre eux pour interférer.

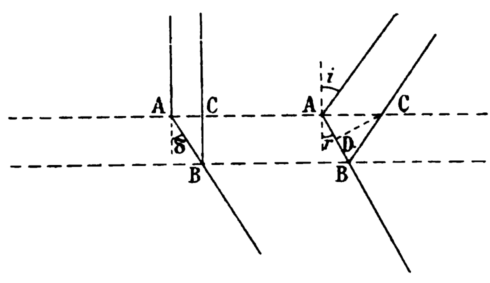


FIG. 1.

1° On peut, par exemple, prendre les deux rayons qui *sortent* de l'appareil au même point (*fig.* 1) ; c'est ainsi que M. Crova présente

(1) Ces restrictions sont nécessaires pour distinguer les franges d'interférence des franges de l'ouverture appelées aussi franges de diffraction et sur lesquelles je ne reviens pas ici (Voir *Annales de Chimie et de Physique*, 7e série, t. III, p. 362 ; — et *J. de Phys.*, 3e série, t. III, p. 168 ; 1894).

(2) CROVA, *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. I, p. 407.

le calcul qui conduit pour le retard à l'expression

$$e\left(\frac{1}{\cos\delta} - 1\right)$$

dans le cas de l'incidence normale, et à

$$e\left[\frac{1}{\cos r} - \frac{\cos(i+r)}{\cos r}\right]$$

dans le cas général de l'incidence quelconque.

La condition d'interférence sera donc donnée par :

$$e\left[\frac{1}{\cos r} - \frac{\cos(i+r)}{\cos r}\right] = (2p-1)\frac{\lambda}{2},$$

avec

$$\sin i + \sin r = \text{KN}\lambda,$$

où

e désigne l'épaisseur comprise entre les deux réseaux;
N, le nombre de traits par unité de longueur;
K, l'ordre du spectre;
i, l'angle d'incidence;
r, l'angle de diffraction;
δ, la valeur de la déviation.

Ces équations conduisent, si l'incidence est normale, à la relation :

$$\sin\delta = \frac{2p-1}{e\text{NK}},$$

qui exprime un certain nombre de particularités du phénomène (écartement des cannelures, influence de la distance des réseaux, du nombre de traits par unité de longueur, du numéro d'ordre du spectre considéré, etc.).

2° On pourrait aussi bien admettre que l'interférence se produit entre deux rayons qui sont *entrés* au même point (*fig.* 2) et qui, par conséquent, proviennent d'un rayon initial unique; l'expression du retard serait alors

$$e(1-\cos\delta) \text{ pour l'incidence normale,}$$

et

$$e\left[\frac{1}{\cos i} - \frac{\cos(i+r)}{\cos i}\right] \text{ pour une incidence } i.$$

En faisant le calcul comme plus haut, on arriverait, pour le cas où

le rayon tomberait normalement, à l'équation :

$$\operatorname{tang}\frac{\delta}{2}=\frac{2p-1}{2e\mathrm{NK}}=\left(p-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{e\mathrm{NK}}.$$

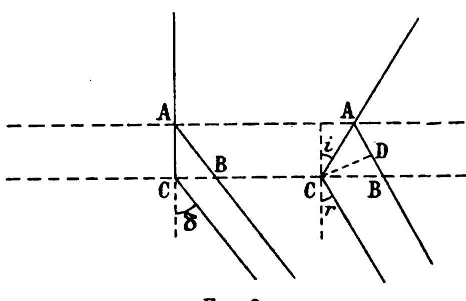


Fig. 2.

3° On pourrait encore imaginer que l'interférence se produit entre deux rayons qui ont été diffractés sur les deux points les plus voisins l'un de l'autre, c'est-à-dire situés sur la même normale aux deux réseaux (*fig.* 3); cette hypothèse, qui, dans le cas où le rayon incident tombe perpendiculairement, coïncide avec la précédente, donne pour la valeur du retard :

$$e(\cos r - \cos i) ;$$

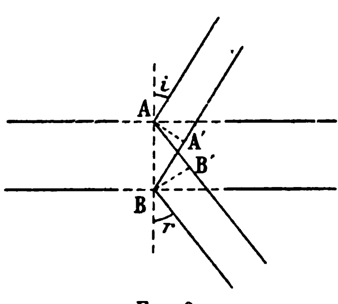


Fig. 3.

c'est l'expression adoptée par M. Mascart[1]; elle conduit évidemment, pour l'incidence normale, à la même expression que plus haut :

$$\operatorname{tang}\frac{\delta}{2}=\left(p-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{e\mathrm{NK}}.$$

(1) Mascart, *Traité d'Optique*, I, p. 490.

4° Ces formules sont toutes du même type ; pour les valeurs de δ, qui sont toujours petites, on a :

$$\delta = \frac{2p-1}{e\mathrm{NK}},$$

qui donne l'énoncé des lois fondamentales relatives aux cannelures fournies par les réseaux parallèles ; mais les hypothèses précédentes doivent être complétées ou modifiées pour rendre compte des particularités suivantes qui ont été signalées par M. Garbe (1).

A. En déplaçant transversalement l'un des réseaux, les cannelures se transportent dans le même sens ou en sens inverse, suivant que le réseau déplacé est du côté de l'écran ou du côté de la source.

B. En déplaçant transversalement la fente, les cannelures se transportent en sens inverse de la radiation sur laquelle elles se formaient et, en faisant pivoter le système des deux réseaux d'un angle ω, les cannelures éprouvent dans le même sens un déplacement angulaire 2ω.

La première expérience montre qu'il faut introduire dans la théorie, indépendamment des directions de diffraction, quelque chose qui caractérise la position d'un des réseaux par rapport à l'autre.

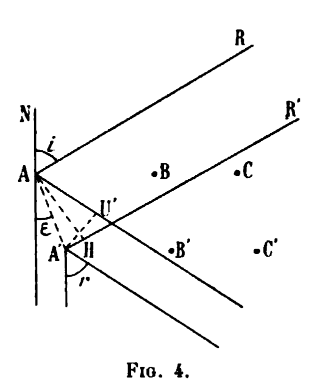


Fig. 4.

Pour y parvenir, M. Garbe a considéré comme condition de l'interférence régulière la combinaison de deux rayons qui ont été diffractés sur deux points *homologues* des deux réseaux ; en désignant alors par ε (*fig.* 4) l'angle de la normale aux deux réseaux et de la

(1) Garbe, *J. de Phys.*, 2e série, t. IX, p. 52 ; 1890.

droite qui joint deux points homologues, ce qui définit leur position relative, il obtient pour le retard :

$$\frac{e}{\cos \varepsilon}[\cos(r-\varepsilon)-\cos(i+\varepsilon)],$$

et il en déduit la loi relative au déplacement transversal des réseaux dans le cas de l'incidence normale.

Mais on peut montrer que cette théorie rend compte de toutes les autres particularités du phénomène, et, tout d'abord, de la loi relative à la distance angulaire des cannelures, sans qu'on ait besoin de recourir à la formule :

$$\operatorname{tang}\frac{\delta}{2}=\left(p-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{eNK};$$

cette équation a été établie dans une hypothèse toute différente, qui n'est d'accord avec l'hypothèse actuelle que dans un cas doublement particulier, lorsque l'incidence est normale et lorsqu'en outre les points homologues des deux réseaux sont sur la même normale au plan des réseaux ; il n'y a donc pas lieu de conserver cette formule, mais de chercher à déduire toutes les conséquences de l'expression du retard :

$$\frac{e}{\cos \varepsilon}[\cos(r-\varepsilon)-\cos(i+\varepsilon)],$$

qui devra permettre, en particulier, de prévoir l'action relative au déplacement angulaire des réseaux ou au déplacement transversal de la fente (troisième loi de M. Garbe, déduite de l'expérience). On peut y parvenir de la façon suivante :

Soit une cannelure noire qui se produit dans un spectre sur une radiation λ ; on a donc :

$$(1)\qquad e\,\frac{\cos(r-\varepsilon)-\cos(i+\varepsilon)}{\cos\varepsilon}=(2p-1)\frac{\lambda}{2}.$$

On a aussi, puisque la radiation λ est diffractée dans la direction r :

$$(2)\qquad \sin i+\sin r=KN\lambda.$$

Entre ces deux équations nous allons éliminer λ pour obtenir la relation entre r, p et i, de façon à étudier comment varie r en fonction de p pour les diverses incidences, ce qui nous donnera la distance angulaire des cannelures, etc. ; pour cela, divisons membre à membre ces

deux équations ; on obtient successivement :

$$\frac{\cos(r-\varepsilon)-\cos(i+\varepsilon)}{\cos\varepsilon\,(\sin i+\sin r)}=\frac{2p-1}{2}\,\frac{1}{e\mathrm{NK}},$$

$$\frac{2\sin\frac{r-i-2\varepsilon}{2}\sin\frac{r+i}{2}}{2\cos\varepsilon\,\cos\frac{r-i}{2}\sin\frac{r+i}{2}}=\frac{2p-1}{2}\,\frac{1}{e\mathrm{NK}};$$

en simplifiant et en remplaçant au dénominateur le produit des cosinus par une somme de cosinus :

$$(3)] \quad \frac{\sin\frac{r-i-2\varepsilon}{2}}{\frac{1}{2}\left(\cos\frac{r-i-2\varepsilon}{2}+\cos\frac{r-i+2\varepsilon}{2}\right)}=\frac{2p-1}{2}\,\frac{1}{e\mathrm{NK}},$$

$$\frac{\operatorname{tang}\frac{r-i-2\varepsilon}{2}}{\frac{1}{2}\left(1+\frac{\cos\frac{r-i+2\varepsilon}{2}}{\cos\frac{r-i-2\varepsilon}{2}}\right)}=\frac{2p-1}{2}\,\frac{1}{e\mathrm{NK}};$$

le quotient des deux cosinus qui figure au dénominateur et qui est de la forme $\frac{\cos(a+x)}{\cos(a-x)}$ est très voisin de 1 ; il suffit en effet, pour cela, que l'une des deux quantités a ou x, c'est-à-dire $\frac{r-i}{2}$ ou ε, soit petite ; or elles le sont toutes les deux si on opère au voisinage du minimum de déviation ; d'ailleurs ε est toujours petit, car il est inférieur à φ, angle sous lequel, d'un point d'un des réseaux, on aperçoit la période de l'autre ; on a donc :

$$\operatorname{tang}\frac{r-i-2\varepsilon}{2}=\frac{2p-1}{2}\,\frac{1}{e\mathrm{NK}},$$

ou sensiblement :

$$\frac{r-i-2\varepsilon}{2}=\frac{2p-1}{2}\,\frac{1}{e\mathrm{NK}},$$

d'où :

$$r=\frac{2p-1}{e\mathrm{NK}}+2\varepsilon+i,$$

ou :

$$r=\frac{2p-1}{\mathrm{K}}\,\varphi+2\varepsilon+i, \qquad \text{en posant :} \qquad \varphi=\frac{s}{e}=\frac{1}{e\mathrm{N}}.$$

L'une quelconque de ces deux formules, qu'on aurait pu d'ailleurs déduire de (3) avec des approximations analogues, contient toutes les lois du phénomène. En effet:

1° La présence du premier terme $\frac{2p-1}{eNK}$ ou $\frac{2p-1}{K}\varphi$ permet d'énoncer les propriétés fondamentales relatives à l'espacement des cannelures, l'influence de e, de N, etc.; d'une manière générale, si p augmente de 1, r augmente de 2φ dans le premier spectre et de $\frac{2\varphi}{K}$ dans le spectre d'ordre K;

2° Le second terme fournit la loi relative au déplacement transversal d'un des réseaux (quatrième loi de M. Garbe); si ε croît de φ, r augmente de 2φ, ce qui signifie qu'on passe d'une bande à la précédente dans le premier spectre, à l'antéprécédente dans le deuxième, etc.

On peut dire encore que, si ε croît de φ, il faut que p décroisse de K (1 pour le premier spectre, 2 pour le deuxième, etc.) pour que l'équation

$$r = \frac{2p-1}{K}\varphi + 2\varepsilon + i$$

continue à être satisfaite pour la même valeur de r, c'est-à-dire si on envisage ce qui se passe au même point;

3° Enfin, le troisième terme, i, nous fournira la loi relative au déplacement transversal de la fente ou, ce qui revient au même, au déplacement angulaire des réseaux.

Supposons, en effet, que i croisse de ω; pour que l'équation

$$r = \frac{2p-1}{K}\varphi + 2\varepsilon + i$$

soit encore satisfaite, il faut que r croisse aussi de ω ; mais alors la cannelure ne se produira plus dans la même direction r, c'est-à-dire sur la même radiation λ ; elle se produira sur une autre couleur, dont la longueur d'onde λ' sera donnée par :

$$\sin(i+\omega) + \sin(r+\omega) = KN\lambda'.$$

Cherchons ce qu'est devenue pendant ce mouvement la radiation λ : si i augmente, il faut que r_λ diminue pour que la condition

$$\sin i + \sin r_\lambda = KN\lambda$$

soit toujours remplie, et, dans les limites où les sinus peuvent être confondus avec les arcs, si i *augmente* de ω, r_λ *diminue* de ω, la déviation $i + r_\lambda$ restant sensiblement la même.

Prenons d'abord le cas où la variation de i est obtenue par rotation des réseaux, la normale tourne et, durant ce mouvement, i augmente pendant que r_λ diminue de la même quantité, la couleur est diffractée au même point de l'écran ; mais, comme la cannelure se forme dans une direction qui a tourné de ω par rapport à la normale dont le déplacement angulaire est lui-même ω, l'écart total de la bande noire par rapport à sa position initiale est 2ω.

Si le phénomène est obtenu par déplacement de la fente, la normale restant immobile, r_λ doit varier en sens inverse de i, la couleur se déplace donc d'un côté pendant que la cannelure est entraînée de l'autre côté symétriquement par rapport à leur position initiale commune.

Ce sont les deux formes expérimentales sous lesquelles M. Garbe a établi sa troisième loi.

Ces cannelures, dont l'écartement angulaire est donné par l'expression $\frac{2\varphi}{K}$, se superposent aux franges de diffraction qui sont également visibles dans les différents spectres, aussi bien que dans l'image de l'ouverture ; il est vrai que les cannelures sont d'autant plus nettes que la fente est étroite; mais on peut, pour une valeur convenable de sa largeur, observer simultanément les deux systèmes dont la superposition produit des apparences assez complexes.

Rappelons en effet que les franges de l'ouverture ont une période réelle égale à φ si l'on envisage les franges brillantes dont les alternances sont colorées; mais la période apparente est $\frac{\varphi}{2}$ (1) si l'on porte son attention sur les franges obscures ou si l'on opère dans l'intervalle où les franges sont achromatiques, ce qui a lieu, dans le cas des réseaux au cinquantième, dès que leur distance est supérieure à 2 millimètres ; on peut donc dire que pratiquement la période est $\frac{\varphi}{2}$, surtout si l'on observe ces franges de diffraction dans les spectres successifs où les parties brillantes sont colorées par les teintes

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 7e série, t. III ; p. 362 ; — *J. de Phys.*, 3e série, t. III, p. 168 ; 1894.

spectrales sur lesquelles elles se projettent et où l'on envisage surtout les franges sombres.

Ces dernières sont quatre fois plus resserrées que les cannelures dans le premier spectre, et deux fois plus seulement dans le second; leur écartement est le même dans le quatrième et le rapport des distances est plus complexe dans les autres, puisqu'il est exprimé, d'une manière générale, par

$$\frac{\frac{2\varphi}{K}}{\frac{\varphi}{2}} \quad \text{ou} \quad \frac{4}{K}.$$

La superposition de ces deux groupes de franges peut donc produire des dessins compliqués dans lesquels il est assez difficile de démêler ce qui provient de l'un ou l'autre système.

CHAPITRE II.

CANNELURES SUPPLÉMENTAIRES.

M. Garbe a montré que l'on pouvait de la façon suivante opérer la distinction entre les franges de l'ouverture et les franges d'interférence : on fait pivoter la fente dans un plan parallèle aux réseaux : les franges de l'ouverture (ou franges de diffraction) restent verticales, en

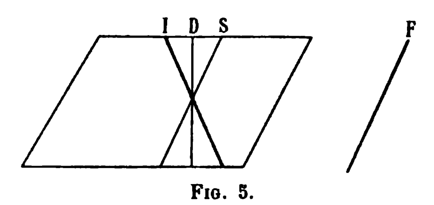


Fig. 5.

D (*fig.* 5), tandis que, d'une part, les spectres et les raies spectrales S tournent comme l'image de la fente F et que, d'autre part, les franges d'interférence I s'inclinent symétriquement en sens contraire. Ces résultats sont d'ailleurs conformes à ce que la théorie permet de prévoir, car, pour les cannelures, le déplacement d'un point de la fente entraîne une variation de i, c'est-à-dire un changement égal de r, comme il a été dit au chapitre précédent; quant aux franges de l'ou-

verture, elles ne dépendent que de la position relative des deux systèmes de traits des réseaux.

Lorsqu'on répète cette expérience en réglant avec soin la netteté des franges et en examinant bien les spectres, on y aperçoit plusieurs autres systèmes de cannelures différemment espacées entre elles et présentant différentes inclinaisons.

Ainsi, avec les réseaux que j'emploie, j'observe nettement dans le premier et dans le troisième spectre les cannelures normales présentant l'inclinaison ω (pour la direction $-\omega$ de la fente), mais j'observe aussi :

Dans le	quatrième	spectre,	des franges	(système S_1)	d'inclinaison	$\omega + \omega_1$,
»	deuxième	»	»	(» S_2)	»	$\omega + \omega_2$,
»	troisième	»	»	(» S_3)	»	$\omega + \omega_3$,
»	deuxième	»	»	(» S_4)	»	$\omega_1 - \omega_4$,

et même, dans le premier spectre, des franges couchées dans le même sens que la fente, mais plus éloignées qu'elle de la verticale et présentant par rapport à celle-ci une inclinaison $-\omega-\omega_5$ (système S_5).

Les quantités ω_1, ω_2, ..., sont positives et telles que :

$$\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 \dots$$

Afin de mesurer la direction de ces diverses cannelures ainsi que leur écartement, je les produisais sur un écran rigide recouvert d'une feuille de carton, et il suffisait de passer avec un crayon ou une estompe sur la trace de ces cannelures, sur l'image de la fente ou des raies spectrales, pour en obtenir un dessin exact et faire ensuite les mesures à loisir.

On peut aussi les photographier en remplaçant le carton par une plaque sensible; c'est ce que j'ai fait pour obtenir des épreuves dont quelques-unes ont été utilisées pour les planches qui accompagnent le présent mémoire (¹).

Ces cannelures peuvent s'expliquer en généralisant la théorie déjà présentée; au lieu de considérer l'interférence des rayons qui ont traversé l'un des réseaux sans subir la diffraction et qui ont été

(¹) Sur les clichés originaux, on trouve un grand nombre de systèmes de cannelures que l'on ne pouvait distinguer sur la projection; le changement dans la mise au point favorise d'ailleurs la netteté de tel ou tel système, de même qu'il intervient dans la production des images à travers un prisme suivant la valeur de l'incidence.

diffractés dans le spectre d'ordre K soit par le premier, soit par le second réseau, on peut envisager des combinaisons plus compliquées : On peut prendre d'abord le rayon qui a subi dans le premier réseau la diffraction d'ordre K' et dans le second réseau la diffraction d'ordre K'', et étudier son interférence avec celui qui a été soumis à la modification inverse (diffraction d'ordre K'' dans le premier réseau et d'ordre K' dans le deuxième), $K' + K''$ étant égal au numéro d'ordre K du spectre dans lequel on observe le phénomène résultant.

C'est ce que nous appellerons, pour abréger, la *combinaison symétrique*, dont nous avons déjà étudié un cas particulier correspondant à $K'' = o$.

Mais, en dehors de cette combinaison symétrique, on peut envisager le cas le plus général où l'on groupe ensemble les deux rayons suivants qui interfèrent dans le spectre d'ordre K :

D'une part, le rayon qui a subi sur le premier réseau la diffraction d'ordre K_1 et sur le deuxième réseau la diffraction d'ordre $K - K_1$, et, d'autre part, le rayon qui, dans le premier réseau, s'est diffracté vers le spectre d'ordre K_1' pour éprouver dans le second réseau la diffraction d'ordre $K - K_1'$.

Nous avons, en général, trois variables se rapportant aux numéros d'ordre K, K_1, K'_1 ; dans le *cas symétrique* seulement, on a :

$$K = K_1 + K_1',$$

et dans les circonstances les plus simples déjà étudiées, on a :

$$K = K_1, \qquad K_1' = o.$$

Dans le cas général, les équations relatives à ces deux rayons sont les suivantes :

$$\text{pour le premier :} \begin{cases} \sin i + \sin r_1 = K_1 N\lambda, \\ -\sin r_1 + \sin r = (K - K_1) N\lambda ; \end{cases}$$
$$\text{pour le second :} \begin{cases} \sin i + \sin r_1' = K_1' N\lambda, \\ -\sin r_1' + \sin r = (K - K_1') N\lambda, \end{cases}$$

équations qui se réduisent d'ailleurs à trois, puisque chaque groupe donne par addition :

$$\sin i + \sin r = KN\lambda.$$

En somme, on peut prendre un des deux systèmes équivalents :

$$\left\{\begin{aligned} \sin i + \sin r &= \mathrm{KN}\lambda, \\ \sin i + \sin r_1 &= \mathrm{K}_1\mathrm{N}\lambda, \\ \sin i + \sin r_1' &= \mathrm{K}_1'\mathrm{N}\lambda, \end{aligned}\right. \quad \text{ou :} \quad \left\{\begin{aligned} \sin i + \sin r &= \mathrm{KN}\lambda, \\ -\sin r_1 + \sin r &= (\mathrm{K}-\mathrm{K}_1)\mathrm{N}\lambda, \\ -\sin r_1' + \sin r &= (\mathrm{K}-\mathrm{K}_1')\mathrm{N}\lambda, \end{aligned}\right.$$

et pour les petits arcs :

$$\left\{\begin{aligned} i + r &= \mathrm{KN}\lambda, \\ i + r_1 &= \mathrm{K}_1\mathrm{N}\lambda, \\ i + r_1' &= \mathrm{K}_1'\mathrm{N}\lambda, \end{aligned}\right. \quad \text{ou :} \quad \left\{\begin{aligned} i + r &= \mathrm{KN}\lambda, \\ -r_1 + r &= (\mathrm{K}-\mathrm{K}_1)\mathrm{N}\lambda, \\ -r_1' + r &= (\mathrm{K}-\mathrm{K}_1')\mathrm{N}\lambda, \end{aligned}\right.$$

de sorte qu'en définitive on a :

$$i + r = \mathrm{KN}\lambda,$$

avec :

$$\left\{\begin{aligned} r_1 &= \mathrm{K}_1\mathrm{N}\lambda - i, \\ r_1' &= \mathrm{K}_1'\mathrm{N}\lambda - i, \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} r_1 &= -(\mathrm{K}-\mathrm{K}_1)\mathrm{N}\lambda + r, \\ r_1' &= -(\mathrm{K}-\mathrm{K}_1')\mathrm{N}\lambda + r. \end{aligned}\right.$$

On pourra, pour évaluer r_1 ou r_1', prendre une quelconque des dernières équations ou les combiner entre elles.

Proposons-nous maintenant d'évaluer le retard des deux rayons qui interfèrent, et occupons-nous d'abord du choix qu'il faut faire entre ces rayons qui remplissent les conditions générales imposées.

Dans le cas le plus simple où la diffraction ne se produisait que sur un des réseaux, on employait la loi d'homologie de M. Garbe; ici nous serons forcés d'avoir recours à une règle plus générale : le premier rayon se diffracte en deux points A et B, le second en deux points A′ et B′ ; l'interférence régulière ne se produira que s'il existe entre les positions A, B, A′, B′, une certaine relation ; si par exemple nous portons notre attention sur les différences de phase qui accompagnent la diffraction, il y aura aux points A et B des retards φ_1 et φ_2 (¹), aux points A′ et B′ des retards φ_1' et φ_2', de telle sorte qu'aux retards géométriques il faudra ajouter l'expression :

$$\varphi_1 + \varphi_2 - (\varphi_1' + \varphi_2'),$$

et l'interférence régulière due au chemin parcouru ne se produira que si l'on a :

$$(\varphi_1 + \varphi_2) - (\varphi_1' + \varphi_2') = \mathrm{C}^{\mathrm{te}}$$

(¹) *Annales de Chimie et de Physique, loc. cit.*

ou

$$(\varphi_1 - \varphi'_2) - (\varphi'_1 - \varphi_2) = C^{te};$$

en particulier dans le cas fondamental où chaque rayon passe à travers l'un des réseaux sans être diffracté, on a :

$$\varphi_2 = 0, \qquad \varphi'_1 = 0.$$

La condition précédente se réduit à :

$$\varphi_1 - \varphi'_2 = C^{te},$$

et cette condition est satisfaite par la loi d'homologie, puisqu'on a alors :

$$\varphi'_1 = \varphi'_2,$$

la modification étant identique aux deux points homologues A et B'.

Dans le cas général, la condition se présente sous une forme moins simple, parce que la diffraction se produit en quatre points, et en ces quatre points dans des conditions différentes, à cause des valeurs inégales de K_1, K'_1, $K - K_1$ et $K - K'_1$.

Aussi, sans entrer dans le détail de cette analyse, nous pouvons dire que les deux rayons interférents seront déterminés pour chaque position relative des réseaux par une valeur de l'angle ε que fait, avec la normale à leur plan, la droite qui joint les deux points tels que A' et B, ε étant, comme plus haut, un angle inférieur à φ ou connu à la valeur φ près de la période angulaire ; l'expérience nous montrant, d'autre part, par la production des cannelures, que cet angle ε a une valeur déterminée et constante dans ces conditions, valeur qui peut d'ailleurs être une fonction de K_1, K'_1 et K, comme nous le verrons plus loin.

Nous pouvons même, pour simplifier le calcul, supposer $\varepsilon = 0$, c'est-à-dire imaginer que nous avons donné à l'un des réseaux un déplacement transversal destiné à amener les deux points A' et B sur la même normale aux plans des réseaux.

Nous obtiendrons ainsi plus rapidement une formule moins compliquée sans enlever de généralité au problème, sauf en ce qui concerne le déplacement des réseaux, qui seront ainsi supposés immobiles.

D'ailleurs nous envisagerons ensuite le cas où ε est différent de zéro, pour avoir le terme constant à joindre à la formule précédente.

Le retard des deux rayons est égal (*fig.* 6) à :

$$A'C' + A'B' + B'E' - AB,$$

$$A'B' = \frac{e}{\cos r_1'}, \qquad AB = \frac{e}{\cos r_1},$$

$$A'C' = AA' \sin i = e \operatorname{tang} r_1' \sin i, \qquad B'E' = BB' \sin r = e \operatorname{tang} r_1 \sin r.$$

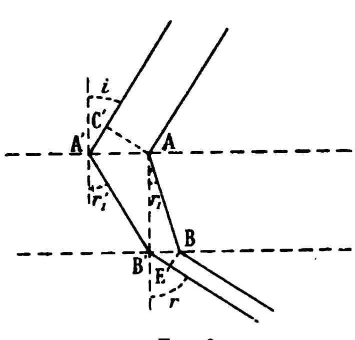


Fig. 6.

On a donc pour une cannelure noire la condition :

$$e \sin i \operatorname{tang} r_1' + e \sin r \operatorname{tang} r_1 + \frac{e}{\cos r_1'} - \frac{e}{\cos r_1} = (2p - 1)\frac{\lambda}{2}$$

ou

$$\frac{1 + \sin i \sin r_1'}{\cos r_1'} - \frac{1 - \sin r \sin r_1}{\cos r_1} = \frac{(2p-1)}{e}\frac{\lambda}{2},$$

et en supposant les arcs petits, comme il a été dit plus haut,

$$\frac{1 + i \,.\, r_1'}{1 - \frac{r_1'^2}{2}} - \frac{1 - r \,.\, r_1}{1 - \frac{r_1^2}{2}} = \frac{(2p-1)\lambda}{2e},$$

et, sensiblement, en faisant la division :

$$\left[1 + r_1'\left(i + \frac{r_1'}{2}\right)\right] - \left[1 - r_1\left(r - \frac{r_1}{2}\right)\right] = \frac{(2p-1)\lambda}{2e};$$

$$r_1'(2i + r_1') + r_1(2r - r_1) = \frac{(2p-1)\lambda}{e};$$

remplaçons r_1 et r_1' par leurs valeurs tirées des équations de la page 864, en ayant soin de mettre dans la parenthèse qui contient i la valeur de r_1', exprimée à l'aide de i, et de mettre en dehors de la parenthèse la valeur de r_1' exprimée avec r ; opérons de façon

symétrique pour r_1, et l'on a :

$$[r-(K-K'_1)N\lambda](i+K'_1N\lambda)-(i-K_1N\lambda)[r+(K-K_1)N\lambda]=\frac{(2p-1)\lambda}{e},$$

qui donne :

$$r(K_1+K'_1)N\lambda-i(2K-K_1-K'_1)N\lambda+(KK_1-KK'_1-K_1^2+K_1'^2)N^2\lambda^2=\frac{(2p-1)\lambda}{e};$$

λ est en facteur et disparaît, divisons par N et remplaçons $N\lambda$ par $\frac{i+r}{K}$ tirée de l'équation :

$$i+r=KN\lambda,$$

il vient après avoir multiplié par K :

$$r(K_1+K'_1)K-i(2K-K_1-K'_1)K+(K_1-K'_1)(K-K_1-K'_1)(i+r)=\frac{2p-1}{eN}K,$$

$$r(2KK_1-K_1^2+K_1'^2)-i[2K^2-(2KK_1-K_1^2+K_1'^2)]=\frac{2p-1}{eN}K,$$

$$r=\frac{2p-1}{eN}\frac{K}{2KK_1-K_1^2+K_1'^2}+i\frac{2K^2-(2KK_1-K_1^2+K_1'^2)}{2KK_1-K_1^2+K_1'^2}.$$

Parmi les seize combinaisons des équations primitives que l'on peut adopter pour faire cette élimination, on peut aussi avoir recours à la suivante qui mène rapidement au résultat ; elle consiste à évaluer r'_1 en fonction de i, et r_1 en fonction de r ; on obtient :

$$(K'_1N\lambda-i)(K'_1N\lambda+i)+[r-(K-K_1)N\lambda][(K-K_1)N\lambda+r]=\frac{(2p-1)\lambda}{e},$$

$$K_1'^2N^2\lambda^2-i^2+r^2-(K-K_1)^2N^2\lambda^2=\frac{(2p-1)\lambda}{e},$$

$$N^2\lambda^2[K_1'^2-(K-K_1)^2]-(i^2-r^2)=\frac{(2p-1)\lambda}{e},$$

remplaçons i^2-r^2 par $(i+r)(i-r)$, puis $i+r$ par $KN\lambda$; divisons par λN, il vient :

$$-N\lambda(K-K_1+K'_1)(K-K_1-K'_1)-(i-r)K=\frac{2p-1}{eN},$$

et, en substituant $\frac{i+r}{K}$ à la place de $N\lambda$, on obtient après avoir chassé K :

$$-(i+r)(K-K_1+K'_1)(K-K_1-K'_1)-(i-r)K^2=\frac{2p-1}{eN}K,$$

$$r[K^2-(K-K_1+K'_1)(K-K_1-K'_1)]-i[K^2+(K-K_1+K'_1)(K-K_1-K'_1)]=\frac{2p-1}{eN}K,$$

$$r=\frac{2p-1}{eN}\frac{K}{K^2-(K-K_1+K'_1)(K-K_1-K'_1)}+i\frac{K^2+(K-K_1+K'_1)(K-K_1-K'_1)}{K^2-(K-K_1+K'_1)(K-K_1-K'_1)}.$$

Cette formule est identique à la précédente, car on a :

$$K^2 - (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1') = 2KK_1 - K_1^2 + K_1'^2,$$

et aussi :

$$K^2 + (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1') = 2K^2 - (2KK_1 - K_1^2 + K_1'^2).$$

Il nous reste enfin à envisager le cas le plus général où ε est différent de zéro.

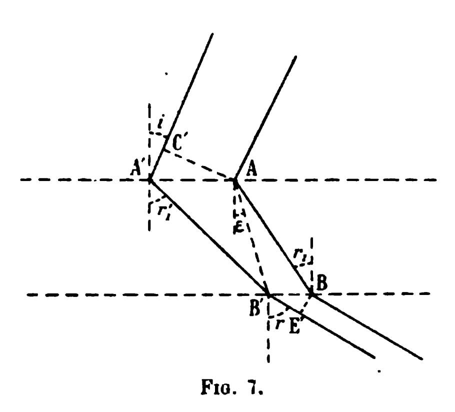


Fig. 7.

Le retard est égal à A'C' + A'B' + B'E' — AB (*fig.* 7) :

$$A'B' = \frac{e}{\cos r_1'}, \qquad AB = \frac{e}{\cos r_1}, \qquad AB' = \frac{e}{\cos \varepsilon},$$

$$A'C' = AA' \sin i, \qquad \frac{AA'}{AB'} = \frac{\sin(r_1' - \varepsilon)}{\cos r_1'},$$

d'où :

$$A'C' = \frac{e \sin i \sin(r_1' - \varepsilon)}{\cos \varepsilon \cos r_1'} = e \sin i (\operatorname{tang} r_1' - \operatorname{tang} \varepsilon);$$

de même :

$$B'E' = BB' \sin r, \qquad \frac{BB'}{AB'} = \frac{\sin(r_1 - \varepsilon)}{\cos r_1},$$

$$B'E' = \frac{e \sin r \sin(r_1 - \varepsilon)}{\cos \varepsilon \cos r_1} = e \sin r (\operatorname{tang} r_1 - \operatorname{tang} \varepsilon).$$

Le retard a donc pour expression :

$$e \sin i (\operatorname{tang} r_1' - \operatorname{tang} \varepsilon) + e \sin r (\operatorname{tang} r_1 - \operatorname{tang} \varepsilon) + \frac{e}{\cos r_1'} - \frac{e}{\cos r_1}$$

ou :

$$e \sin i \operatorname{tang} r_1' + e \sin r \operatorname{tang} r_1 + \frac{e}{\cos r_1'} - \frac{e}{\cos r_1} - e(\sin i + \sin r) \operatorname{tang} \varepsilon,$$

au lieu de :

$$e \sin i \operatorname{tang} r_1' + e \sin r \operatorname{tang} r_1 + \frac{e}{\cos r_1'} - \frac{e}{\cos r_1};$$

il suffira donc d'ajouter au premier membre de l'équation le terme :

$$- e(\sin i + \sin r) \operatorname{tang} \varepsilon$$

ou pour les angles suffisamment petits :

$$- e(i + r)\, \varepsilon.$$

La condition d'interférence sera donc exprimée par :

$$\left[1 + r_1'\left(i + \frac{r_1'}{2}\right)\right] - \left[i - r_1\left(r - \frac{r_1}{2}\right)\right] - (i + r)\, \varepsilon = \frac{(2p - 1)\, \lambda}{2e},$$

$$r_1'(2i + r_1') + r_1(2r - r_1) - (i + r)\, 2\varepsilon = \frac{(2p - 1)\, \lambda}{e},$$

et, en faisant la substitution et la simplification comme plus haut :

$$(K_1' N\lambda - i)(K_1' N\lambda + i) - [r - (K - K_1) N\lambda]\, [(K - K_1) N\lambda + r] - (i + r) 2\varepsilon = (2p - 1)\frac{\lambda}{e},$$

$$N^2\lambda^2 [K_1'^2 - (K - K_1)^2] - (i^2 - r^2) - (i + r)\, 2\varepsilon = \frac{(2p - 1)\, \lambda}{e},$$

$$- N\lambda (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1') - (i - r)\, K - 2\varepsilon K = \frac{(2p - 1)}{eN},$$

$$- (i + r)(K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1') - (i - r)\, K^2 - 2\varepsilon K^2 = \frac{(2p - 1)\, K}{eN},$$

$$r[K^2 - (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')]$$
$$- i[K^2 + (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')] - 2\varepsilon K^2 = \frac{2p - 1}{eN}\, K,$$

$$r = \frac{2p - 1}{eN}\, \frac{K}{K^2 - (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')}$$
$$+ 2\varepsilon \frac{K^2}{K^2 - (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')} + i \frac{K^2 + (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')}{K^2 - (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')}.$$

La discussion de cette formule nous permettra de trouver les lois relatives aux différents systèmes de cannelures, de même que la formule simple :

$$r = \frac{2p - 1}{eN}\, \frac{1}{K} + 2\varepsilon + i = (2p - 1)\, \frac{\varphi}{K} + 2\varepsilon + i,$$

dont elle est la généralisation, donnait les lois relatives aux franges ordinaires que, pour abréger, nous appellerons franges normales.

Étudions d'abord ce qui se produit dans la *combinaison symétrique* caractérisée par :

$$K = K_1 + K_1';$$

une des parenthèses est nulle, et l'on retombe sur la formule relative aux franges normales; ainsi, pour toute combinaison symétrique, les cannelures ont la même apparence que celles qu'on a précédemment étudiées ; toutefois elles ne se *superposent* pas à celles-ci, elles s'y *juxtaposent* seulement à cause de la variation de ε.

Ce n'est donc pas au cas d'une combinaison symétrique qu'il faut avoir recours pour expliquer la production des franges supplémentaires, qui se distinguent des premières par leurs distances et leurs inclinaisons. Pareille circonstance se présente si

$$K = K_1 - K_1'.$$

Si ε était le même pour ces différents systèmes, les cannelures coïncideraient et se renforceraient en se superposant; mais, ε étant une fonction de K_1, K_1' et K, il y aura un décalage de ces différents groupes l'inclinaison et l'écartement étant normaux dans chacun de ces groupes, supposons, par exemple, qu'il y ait dans un spectre trois de ces systèmes S′, S″, S‴, S′ correspondant aux franges normales, S″ et S‴ à des combinaisons symétriques ; l'intercalation des cannelures de S″ et de S‴ entre celles de S′ pourrait faire croire à des franges trois fois plus nombreuses, c'est-à-dire trois fois plus resserrées, alors que les unes et les autres ont l'inclinaison normale (symétrique de la fente) ; or la formule générale nous montrera qu'à l'inclinaison normale est lié un écartement normal, et le résultat de l'observation serait en contradiction avec cette loi, si l'on ne remarquait que ces franges appartiennent à des systèmes différents ; on peut reconnaître, en effet en les numérotant, que les cannelures 0, 3, 6, 9, ... sont toutes semblables entre elles et diffèrent au contraire, par leur largeur et leur netteté, des franges 1, 4, 7, 10, ... ; de même les franges numérotées 2, 5, 8, 11, ... forment un groupe à part ; on peut accentuer ces différences en modifiant la mise au point et les faire apparaître comme dans le cliché X (Voir les planches à la fin de ce mémoire) et surtout dans le cliché XI où on les observe dans les spectres de premier ordre, à droite et à gauche de l'image de la fente. Cette particularité montre que la mesure de la distance des franges doit être faite avec soin, de façon que l'écartement obtenu corres-

ponde bien aux franges d'un même groupe ; d'ailleurs on serait immédiatement averti de l'erreur par la mesure de l'inclinaison.

Revenons à la formule générale, pour en déduire les autres conséquences :

1° L'étude du premier terme :

$$\frac{2p-1}{eN}\frac{K}{K^2-(K-K_1+K_1')(K-K_1-K_1')}$$

ou

$$(2p-1)\varphi\frac{K}{K^2-(K-K_1+K_1')(K-K_1-K_1')}.$$

nous fournit les mêmes lois que précédemment pour l'influence de la distance e des réseaux ou de leur période $\frac{1}{N}$; mais la loi relative à la distance des franges est modifiée; leur intervalle angulaire correspond à :

$$2\varphi\frac{K}{K^2-(K-K_1+K_1')(K-K_1-K_1')}$$

au lieu de $\frac{2\varphi}{K}$; ces deux expressions ne deviennent identiques que si

$$K=K_1+K_1'$$

ou

$$K=K_1-K_1';$$

ce sont les deux cas que l'on vient d'envisager, parmi lesquels se trouve celui de la combinaison symétrique. Supposons qu'on étudie les phénomènes produits dans le spectre d'ordre K, et qu'on y observe des franges m fois plus éloignées les unes des autres que les franges normales ; on a :

$$\frac{K^2}{K^2-(K-K_1+K_1')(K-K_1-K_1')}=m;$$

m désigne le rapport des distances des franges mesurées dans les deux cas ; l'écartement des franges normales s'obtiendra soit par une mesure directe dans ce spectre, si elles y sont commodément observables, soit en se reportant à la mesure des franges de l'ouverture qui donne $\frac{\varphi}{2}$, d'où l'on déduit immédiatement $\frac{\varphi}{K}$; K étant connu, l'équation précédente fournit une relation entre K_1 et K_1', ce qui nous permettra de rechercher l'origine de ces cannelures, en tenant compte de ce que les nombres K_1, K_1' sont entiers.

2° L'étude du second terme :

$$2\varepsilon \frac{K^2}{K^2 - (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')},$$

nous permettra d'énoncer les lois relatives au déplacement transversal d'un des réseaux.

Si ε augmente de φ, il faut, pour que l'équation soit satisfaite pour la même valeur de r, que p diminue de K ; le nombre des franges qui passent en un point pour un déplacement égal à la période est donc égal à K (une dans le premier spectre, deux dans le second, etc...); c'est encore la loi précédemment énoncée.

3° Enfin, l'étude du dernier terme :

$$i \frac{K^2 + (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')}{K^2 - (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')},$$

nous fournira les lois relatives au déplacement transversal de la fente, ou au déplacement angulaire du réseau, ou, enfin, à la rotation de la fente dans un plan parallèle à celui des réseaux.

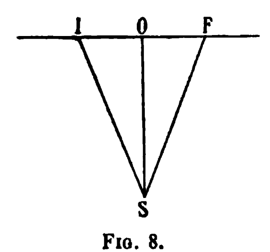


Fig. 8.

On sait que, dans ce dernier cas, les franges normales s'inclinaient en sens contraire et symétriquement par rapport aux franges de l'ouverture qui restaient parallèles aux traits (*fig.* 8); ce résultat provenait de ce que le coefficient de i était égal à 1 et qu'on avait :

$$dr = di.$$

Il n'en sera plus de même dans le cas général, car on a :

$$dr = di \frac{K^2 + (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')}{K^2 - (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')}.$$

Si, par un point S' (*fig.* 9), on mène des parallèles S'F', S'O', S'I' à

ces différentes directions, les longueurs O'I' et O'F' sont respectivement proportionnelles à *dr* et à *di*, et l'on a :

$$\frac{dr}{di} = \frac{O'I'}{O'F'} = \frac{K^2 + (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')}{K^2 - (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')} = q.$$

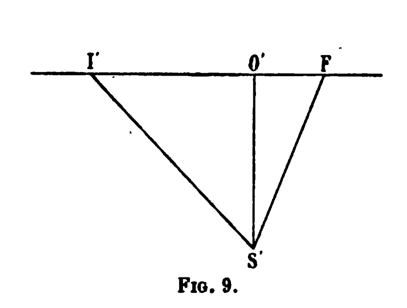


FIG. 9.

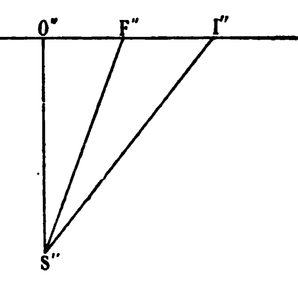


FIG. 10.

Dans le cas où l'inclinaison aurait lieu dans le même sens (*fig.* 10), le rapport précédent devrait être égal à $-\frac{O''I''}{O''F''}$ (1).

La mesure de ces segments fournirait encore une relation entre K, K_1, K'.

Toutefois ces deux équations :

$$\frac{K^2}{K^2 - (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')} = m$$

et

$$\frac{K^2 + (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')}{K^2 - (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')} = q,$$

ne sont pas distinctes, car la première peut s'écrire par une combi-

---

(1) Etant donnée la diversité des inclinaisons des franges observées, on peut se demander si certaines d'entre elles ne pourraient pas être parallèles à l'image même de la fente et des raies spectrales ; on devrait avoir :

$$(O'I') = (O'F') \qquad \text{ou} \qquad \frac{dr}{di} = -1,$$

c'est-à-dire :

$$\frac{K^2 + (K - K_1 + K'_1)(K - K_1 - K'_1)}{K^2 - (K - K_1 + K'_1)(K - K_1 - K'_1)} = -1 ;$$

cette équation fournit :

$$K = 0,$$

ce qui exclut la possibilité d'obtenir de telles cannelures dans les spectres de diffraction.

naison simple qui consiste à doubler le numérateur et à retrancher le dénominateur :

$$\frac{K^2 + (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')}{K^2 - (K - K_1 + K_1')(K - K_1 - K_1')} = 2m - 1.$$

Ces deux équations déterminent la même fonction de K, K_1, K_1', et l'on doit avoir :

$$q = 2m - 1,$$

de sorte que ces deux mesures (écartement et inclinaison) ne sont pas indépendantes; elles doivent se vérifier l'une l'autre, si toutes les deux sont possibles.

Le mesure de l'écartement peut se faire généralement avec plus de précision, mais on devra constater qu'elle concorde avec le résultat de la mesure de l'inclinaison; nous avons en effet signalé plus haut un cas où d'autres franges pouvaient s'intercaler et conduire à une estimation trop faible de l'écart; il peut arriver aussi, par suite de la structure des réseaux, que certaines cannelures fassent périodiquement défaut, ce qui conduirait à une estimation trop forte; mais la mesure de l'inclinaison, bien que moins précise, permettra d'éviter ces erreurs et d'écarter le choix d'une grandeur qui serait un multiple ou un sous-multiple de la quantité cherchée.

Toutefois la mesure de l'inclinaison donnera aussi de bons résultats lorsque les cannelures d'un système se prolongeront dans un intervalle suffisant sans se mélanger avec d'autres; mais, s'il y a enchevêtrement de plusieurs groupes, l'ensemble formera de petits parallélogrammes sur lesquels l'estimation exacte de l'inclinaison deviendra plus difficile, surtout s'il s'agit de franges dont les directions sont assez voisines, auquel cas les lignes présentent une apparence plus ou moins ondulée, comme on le constate sur les spectres du 2e ordre dans les clichés II et XI (Voir les planches).

L'équation

$$q = 2m - 1$$

montre que, pour

$$q = 1, \quad \text{on a} \quad m = 1,$$

ce qui signifie qu'à *une distance normale* correspond *une inclinaison normale* : les cannelures supplémentaires se distinguent donc des franges ordinaires par ces deux caractères simultanés, distances anormales et inclinaisons anormales, qui sont connexes.

Voici quelques-uns des résultats obtenus par ces mesures et ces

calculs : comme les réseaux au 1/50 donnaient des spectres très intenses dans lesquels les cannelures supplémentaires étaient assez nombreuses et par cela même plus difficiles à démêler, j'ai d'abord opéré avec des réseaux au 1/100 dont les systèmes de franges étaient moins complexes. [1]

Cliché I :

Données	Réseaux au 1/100.	
	Distance des réseaux............	$0^{cm},5$
	— de l'écran...............	275 ,0
	2φ correspond à.................	1 ,1

Dans le spectre de premier ordre, on observe d'abord les cannelures normales distantes de $1^{cm},1$ et symétriques de la fente, puis un système de cannelures supplémentaires inclinées en sens inverse des précédentes et deux fois plus rapprochées ($0^{cm},55$) :

$$m = -\frac{1}{2}, \qquad q = -2 \text{ (c'est le système } S_5\text{, voir page 862)},$$

d'où l'on déduit :

$$K_1 = -1, \qquad K_1' = 1, \qquad K - K_1 = 2, \qquad K - K_1' = 0.$$

Ce système est donc produit par l'interférence des deux rayons suivants :

1° Celui qui, dans le premier réseau, a été diffracté vers le spectre de premier ordre à gauche et qui, dans le deuxième réseau, a subi vers la droite la diffraction de deuxième ordre;

2° Celui qui, dans le premier réseau, a été diffracté dans le spectre de premier ordre à droite, et qui a traversé le second réseau sans subir la diffraction.

On pourrait envisager aussi la solution :

$$K_1 = -1, \qquad K_1' = -1, \qquad K - K_1 = 2, \qquad K - K_1' = 2,$$

ce qui conduirait à combiner deux rayons analogues au premier de ceux qu'on vient de considérer.

Cliché II. — Mêmes données :

2φ correspond à $1^{cm},1$.

---

(1) Les planches réunies à la fin de ce mémoire donnent (avec une réduction de 1/2) la reproduction de quelques-uns des clichés obtenus.

Le spectre de premier ordre contient seulement les franges normales distantes de $1^{cm},1$ et pour lesquelles on a :

$$m = 1, \quad q = 1,$$

d'où

$$K_1 = 1 \quad \text{et} \quad K'_1 = 0, \quad K - K_1 = 0, \quad K - K'_1 = 1,$$

ou, ce qui revient au même :

$$K_1 = 0, \quad K'_1 = 1, \quad K - K_1 = 1, \quad K - K'_1 = 0.$$

Le spectre de deuxième ordre montre d'abord les franges normales distantes de $0^{cm},55$; il montre, en outre, des franges très inclinées et dont l'écartement est de 22 millimètres; on a donc :

$$m = 4, \quad q = 7 \quad \text{(c'est le système } S_2, \text{ page 862)},$$

ce qui fournit :

$$K_1 = 0 \quad \text{et} \quad K'_1 = \pm 1,$$
$$K - K_1 = 2, \quad K - K'_1 = \begin{cases} 1 \\ 3 \end{cases}.$$

Dans ce même spectre, on voit aussi des cannelures un peu moins inclinées que les franges normales, un peu plus rapprochées les unes des autres et pour lesquelles on a :

$$m = \frac{4}{5}, \quad q = \frac{3}{5} \quad \text{(c'est le système } S_4, \text{ voir page 862)}$$

d'où il résulte :

$$K_1 = 2, \quad K'_1 = \pm 1,$$
$$K - K_1 = 0, \quad K - K'_1 = \begin{cases} 1 \\ 3 \end{cases};$$

ce sont des rayons semblables aux précédents; mais, pour l'un d'eux, il y a eu permutation des effets produits par les deux réseaux.

Cliché III. — Mêmes données :

$$2\varphi \text{ correspond à } 1^{cm},1.$$

Ce cliché contient les spectres de troisième, quatrième et cinquième ordres, où se trouvent différents systèmes de cannelures généralement plus inclinées que les franges normales (c'est-à-dire plus écartées de la verticale).

Dans le troisième spectre, on aperçoit vers le bas les franges nor-

males distantes de $0^{cm},36$ c'est à dire de $\frac{2\varphi}{3}$; puis, on observe des losanges provenant des superpositions de plusieurs systèmes ; les plus inclinées correspondent à un écart de $3^{cm},3$, c'est-à-dire :

$$m = 9, \quad q = 17 \quad \text{(c'est le système } S_3\text{, page 862)},$$

ce qui donne :

$$K_1 = 0, \quad K'_1 = \pm 1,$$
$$K - K_1 = 3, \quad K - K'_1 = \begin{cases} 2 \\ 4 \end{cases};$$

les moins inclinées fournissent :

$$m = \frac{9}{8}, \quad q = \frac{5}{4},$$

d'où :

$$K_1 = 2, \quad K'_1 = 0,$$
$$K - K_1 = 1, \quad K - K'_1 = 3.$$

Dans le quatrième spectre, on observe à la partie inférieure les cannelures normales distantes de $0^{cm},27$ $\left(\frac{2\varphi}{4} \text{ environ}\right)$, puis dans tout le spectre un système de franges très régulières distantes de $1^{cm},1$ (c'est le système S_1 de la page 862) ; elles correspondent donc à :

$$m = 4, \quad q = 7,$$

c'est-à-dire à :

$$K_1 = 0, \quad K'_2 = 2,$$
$$K - K_1 = 4, \quad K - K'_2 = 2.$$

Enfin, on aperçoit aussi d'autres franges plus inclinées distantes de $4^{cm},4$, ce qui donne :

$$m = 16, \quad q = 31,$$

avec :

$$K_1 = 0, \quad K'_1 = \pm 1,$$
$$K - K_1 = 4, \quad K - K'_1 = \begin{cases} 3 \\ 5 \end{cases};$$

on énoncera donc comme plus haut ce qui est relatif à leur origine.

Dans le cinquième spectre, on note la présence de deux systèmes, dont un moins incliné que le système normal et dont l'autre est, au contraire, beaucoup plus incliné ; ce dernier est composé par des can-

nelures très larges et distantes de $5^{cm},5$, ce qui donne :

$$m = 25, \qquad q = 49,$$

d'où :

$$K_1 = 0, \qquad K_1' = \pm 1,$$

$$K - K_1 = 5, \qquad K - K_1' = \begin{cases} 4 \\ 6 \end{cases};$$

le premier peut provenir de :

$$\begin{matrix} K_1 = 2, & K_1' = 4 \\ K - K_1 = 3, & K - K_1' = 1 \end{matrix} \quad \text{pour} \quad m = \frac{25}{32} \quad \text{et} \quad q = \frac{9}{16},$$

ou de :

$$\begin{matrix} K_1 = 1, & K_1' = 5 \\ K - K_1 = 4, & K - K_1' = 0 \end{matrix} \quad \text{pour} \quad m = \frac{25}{34} \quad \text{et} \quad q = \frac{8}{17},$$

qui donne des phénomènes à peu près identiques, puisque m est à peu près le même dans les deux cas.

La recherche de l'origine des franges est d'ailleurs grandement facilitée par la formation préalable d'un tableau dans lequel on groupe pour chaque spectre tous les systèmes possibles classés d'après les valeurs de m, en remplaçant K_1 et K_1' par les valeurs entières simples voisines de 0 et de K, de façon à prévoir ainsi l'existence des systèmes les plus intenses et les plus commodes à observer.

Voici, à titre d'exemple, un tel tableau où, pour le spectre de deuxième ordre, on a réuni les valeurs de m :

Valeur de m, 2e spectre.

$$m = \frac{K^2}{K^2 - [(K - K_1)^2 - K_1'^2]}, \qquad K = 2,$$

$$m = \frac{4}{4 - (2 - K_1)^2 + K_1'^2}, \qquad q = 2m - 1.$$

	$K_1 = 4$	$K_1 = 3$	$K_1 = 2$	$K_1 = 1$	$K_1 = 0$	$K_1 = -1$	$K_1 = -2$	$K_1 = -3$
$K_1' = 0$		$\frac{4}{3}$	1	$\frac{4}{3}$		$-\frac{4}{5}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{4}{21}$
$K_1' = \pm 1$	4	1	$\frac{4}{5}$	1	4	-1	$-\frac{4}{11}$	$-\frac{1}{5}$
$K_1' = \pm 2$	1	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{7}$	1	-4	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{4}{17}$
$K_1' = \pm 3$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{13}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	1	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$

Toutes les observations précédentes ont été faites avec des réseaux

au $\frac{1}{100}$. Les réseaux au $\frac{1}{50}$ donnent des apparences analogues, mais plus complexes, en raison du nombre plus grand des systèmes supplémentaires ; c'est ce que montrent les clichés X et XI, sur lesquels on peut cependant retrouver la présence des groupes dont nous avons signalé la production avec les réseaux au $\frac{1}{100}$.

En raison de cette complexité, j'ai cherché un dispositif permettant de séparer ces différents systèmes ou de supprimer totalement un certain nombre d'entre eux ; c'est dans ce but que j'ai étudié les phénomènes produits par l'association de réseaux dont la période fut différente.

Supposons, pour fixer les idées, qu'on installe de la même façon que précédemment deux réseaux, l'un au $\frac{1}{50}$, l'autre au $\frac{1}{100}$, et proposons-nous encore de calculer la position des lignes d'interférence ; deux cas peuvent se présenter, suivant que le réseau dont la période est la plus faible est antérieur ou postérieur à l'autre sur le trajet des rayons lumineux ; désignons d'une manière plus générale par N et 2N le nombre de traits par millimètre pour chacun des réseaux et prenons d'abord le cas où le réseau éclairant est celui de N traits (1).

Les équations de la page 863 sont remplacées par les suivantes :

$$\left\{\begin{array}{l} \sin i + \sin r_1 = K_1 N\lambda, \\ -\sin r_1 + \sin r = K_2 \,.\, 2 \,.\, N\lambda, \end{array}\right.$$
$$\left\{\begin{array}{l} \sin i + \sin r_1' = K_1' N\lambda, \\ -\sin r_1' + \sin r = K_2' \,.\, 2 \,.\, N\lambda, \end{array}\right.$$

qui donnent par voie d'addition :

$$\sin i + \sin r = (K_1 + 2K_2)\, N\lambda,$$
$$\sin i + \sin r = (K_1' + 2K_2')\, N\lambda;$$

les deux rayons coïncideront à la sortie et pourront interférer à la condition que l'on ait :

$$K_1 + 2K_2 = K_1' + 2K_2' = K,$$

(1) Il est inutile de considérer le cas le plus général où le nombre de traits serait N et N′ car nous verrons plus loin, les obstacles qui s'opposent à la production des interférences et qui ne disparaissent en partie que si l'un de ces nombres est un multiple de l'autre ou si leur rapport est une fraction simple.

l'interférence se produisant dans le spectre d'ordre K relatif au réseau dont le nombre de traits est N.

Si alors nous remplaçons $2K_2$ et $2K'_2$ par leur valeur :

$$2K_2 = K - K_1, \qquad 2K'_2 = K - K'_1,$$

qui sont nécessairement des valeurs paires, les équations deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin i + \sin r_1 = K_1 N\lambda, \\ -\sin r_1 + \sin r = (K - K_1)\, N\lambda, \end{array} \right.$$

et

$$\begin{array}{l} \sin i + \sin r'_1 = K'_1 N\lambda, \\ -\sin r'_1 + \sin r = (K - K'_1)\, N\lambda; \end{array}$$

elles gardent donc exactement la même forme que si les réseaux étaient identiques et de période N ; la seule restriction introduite sera celle relative à la parité de $K - K_1$ et $K - K'_1$; les calculs se feront donc de la même façon et on aboutira à la même formule, dans laquelle on sera tenu seulement de remplacer K_1 et K'_1 par des entiers tels que $K - K_1$ et $K - K'_1$ soient pairs ; pour cela il suffira que K_1 et K'_1 soient de même parité que K.

Ainsi, dans le premier spectre, ce dispositif ne laissera subsister que les systèmes pour lesquels K_1 et K'_1 auront des valeurs impaires : dans le second spectre, il ne pourra rester que ceux pour lesquels ces nombres sont pairs, etc... ; dans les tableaux analogues à celui de la page 878, on pourra supprimer alternativement une ligne sur deux et une colonne sur deux, et il en résulte au point de vue expérimentale une sorte « d'épuration » qui fait apparaître des systèmes qu'il était précédemment difficile de distinguer.

Imaginons, au contraire, que, le réseau éclairant ayant 2 N traits par unité de longueur, le réseau éclairé en ait N.

Les équations s'écriront cette fois :

$$\begin{array}{l} \sin i + \sin r_1 = K_1 2N\lambda, \\ -\sin r_1 + \sin r = K_2 N\lambda \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{l} \sin i + \sin r'_1 = K'_1 2N\lambda, \\ -\sin r'_1 + \sin r = K'_2 N\lambda, \end{array}$$

qui donnent par addition :

$$\sin i + \sin r = (2K_1 + K_2)\, N\lambda \quad \text{et} \quad \sin i + \sin r = (2K'_1 + K'_2)\, N\lambda;$$

on aura encore la condition :

$$2K_1 + K_2 = 2K'_1 + K'_2 = K,$$

K étant l'ordre d'interférence du spectre dans lequel on observe le phénomène ; et étant relatif au réseau dont le nombre de traits est N.

En tirant :

$$K_2 = K - 2K_1 \quad \text{et} \quad K'_2 = K - 2K'_1,$$

il vient pour les équations fondamentales :

$$\begin{aligned} \sin i + \sin r_1 &= 2K_1 N\lambda, \\ -\sin r_1 + \sin r &= (K - 2K_1) N\lambda \end{aligned} \quad \text{et} \quad \begin{aligned} \sin i + \sin r'_1 &= 2K'_1 N\lambda, \\ -\sin r'_1 + \sin r &= (K - 2K'_1) N\lambda ; \end{aligned}$$

ces équations ne diffèrent de celles de la page 863 qu'en ce que K_1 et K'_1 ont été remplacés par $2K_1$ et $2K'_1$; elles conduiront donc à une formule identique, à cette seule substitution près :

$$r = \frac{2p-1}{eN} \frac{1}{K} \frac{K^2}{K^2 - (K - 2K_1 + 2K'_1)(K - 2K_1 - 2K'_1)} + \ldots,$$

ou encore on pourra conserver la première formule sous la réserve qu'on ne remplacera K_1 et K'_1 que par des valeurs paires (dont la

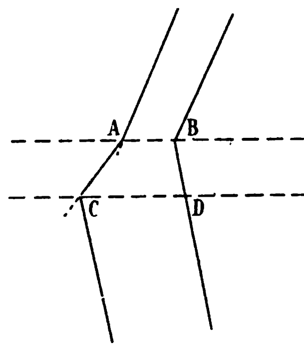


FIG. 11.

moitié représentera l'ordre de la diffraction subie dans le premier réseau) ; dans les tableaux analogues à celui de la page 878, on pourra supprimer alternativement une ligne sur deux et une colonne sur deux, mais on supprimera toujours les lignes et colonnes correspondantes aux valeurs impaires de K_1 et K'_1, quelle que soit la parité de K, si bien que cette simplification donnera le même résultat que plus haut dans les spectres d'ordre pair ; au contraire, dans le cas des spectres d'ordre impair, elle laissera subsister les éléments qu'on aura éliminés dans le premier cas, et réciproquement.

On pourra donc ainsi réaliser une simplification des apparences et une séparation des phénomènes favorable à une étude plus précise ; c'est ce que j'ai vérifié sur des clichés obtenus dans ces conditions.

On voit même apparaître sur ces clichés des systèmes annexes qui ne vérifient pas rigoureusement les formules précédentes, ou encore (et surtout dans le dernier cas) on n'aperçoit pas certains groupes que l'on pouvait s'attendre à y rencontrer.

L'explication de ces anomalies est intéressante au point de vue théorique, et je me contenterai d'en indiquer ici le principe.

Le désaccord provient d'une hypothèse qu'on a faite dès le début et qui consiste à assimiler une onde de diffraction à une onde ordinaire ; or cette assimilation n'est pas légitime, comme je l'ai montré dans mes études sur la constitution des ondes parагéniques [1].

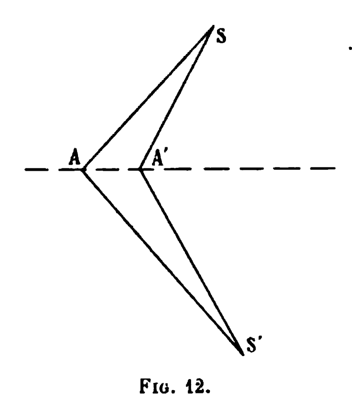


Fig. 12.

Lorsqu'un mouvement lumineux émane d'un point S (*fig.* 12) et tombe sur un système réfléchissant ou réfringent pour donner une image réelle ou virtuelle en S', on peut dire que le mouvement qui atteint un point M se comporte comme s'il émanait de S' et se propage sensiblement dans la direction S'M ; cette conséquence est vraie, du moins si le système est aplanétique, et l'on peut alors, à l'onde sphérique émanée de S, substituer l'onde sphérique émanée de S' et dont tous les points sont identiques entre eux.

Mais il n'en est plus de même si la transformation a lieu sur un réseau qui ne se comporte pas comme un système aplanétique. Le

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, *loc. cit.*, p. 376.

calcul même de la position du foyer montre que l'équivalence n'a lieu que si on met envisage la superposition des mouvements vibratoires concordants en S′ et groupés d'une façon particulière.

Ainsi un rayon tel que S′A sera concordant avec un autre rayon S′A′, A et A′ étant deux points homologues du réseau ; leur concordance résulte de ce qu'en réalité les deux chemins correspondants SAS′ et SA′S′ diffèrent d'une longueur d'onde, s'il s'agit de la diffraction du premier ordre ; et, si on considère la variation continue du chemin SBS′ depuis sa première position SAS′ jusqu'à la seconde SA′S′, le retard relatif croît de zéro à λ ; il y a donc une discordance qui, d'abord nulle, passe par un maximum, redevient nulle et reprend périodiquement les mêmes valeurs ; pour les systèmes aplanétiques, au contraire, tous les chemins tels que SBS′ sont équivalents, tandis que dans le cas des réseaux le résultat n'est exact que si l'on considère l'ensemble des mouvements vibratoires qui parviennent sur les divers éléments dans la région efficace ; l'onde émanée virtuellement de S′ n'est pas *uniforme* en ses différents points, elle a elle-même une structure périodique, comme le réseau qui lui a donné naissance, et, pour calculer l'action produite en un point antérieur M, il faut tenir compte de la position du point où la droite S′M coupe l'onde en question ; on introduit ainsi une différence de phase φ caractéristique de ce point et périodiquement variable ; cette structure *crénelée* de l'onde paragénique ne permet pas de confondre celle-ci avec une onde ordinaire dont la constitution est uniforme.

De même, lorsque, faisant tomber des rayons parallèles (venant de l'infini) sur un réseau, on étudie les spectres dans des directions déterminées, on totalise dans le calcul les actions provenant de tous les points du réseau et correspondant à la direction en question ; cette combinaison montre qu'il y a un maximum d'intensité pour la direction définie par :

$$\sin i + \sin r = KN\lambda,$$

et on ne peut envisager séparément un de ces rayons, puisque son existence est liée à celle de tous les rayons parallèles qui se combinent avec lui, dans la direction en question, c'est à dire, au point correspondant dans le plan focal de la lentille employée. Si du moins on a isolé par la pensée un tel rayon, il faut que le raisonnement puisse être reproduit pour tous les autres rayons qu'on aurait dû grouper avec lui et dont, « symboliquement », il représentait l'ensemble.

Il nous reste à voir dans quelles limites les raisonnements présentés plus haut sont compatibles avec ces vues.

Lorsqu'on analyse un mouvement vibratoire tombant sur un réseau, on peut, pour la commodité du raisonnement, grouper d'une certaine façon les actions qui se propagent suivant les différentes directions, afin de calculer l'effet produit au delà de l'appareil diffringent; mais cet artifice n'est légitime que s'il est possible de conserver ultérieurement ce même mode de groupement.

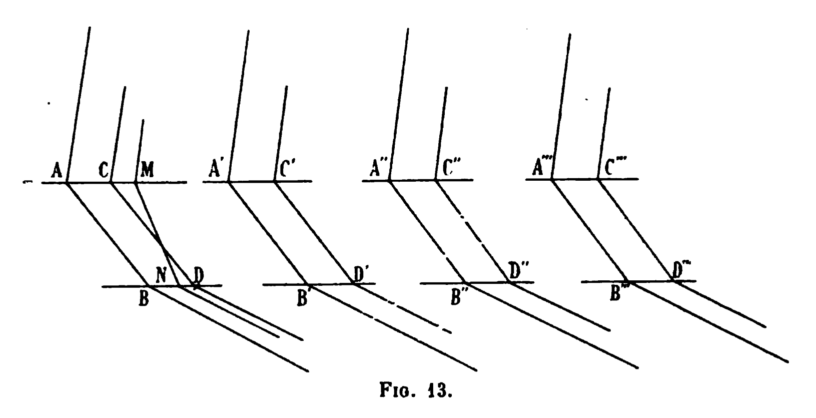


Fig. 13.

On peut, par exemple, réunir les mouvements vibratoires qui proviennent des points homologues A, A′, A″ (*fig.* 13) et considérer spécialement la direction du maximum, c'est-à-dire la direction dans laquelle ils sont efficaces; or, si les deux réseaux sont identiques, ces mouvements issus de A, A′, A″ atteignent des points B, B′, B″ *qui sont encore homologues*, et il en est de même lorsque, au lieu du système A, A′, A″, on en envisage un autre, tel que C, C′, C″, si bien que le groupement choisi sera conservé et que tous ces systèmes pourront être représentés « schématiquement » par une seule direction. D'ailleurs pareille concordance subsiste pour le rayon AB et pour le rayon MN, qui doit interférer avec lui, et aussi bien pour les autres couples de rayons qu'il faut grouper; dans ces conditions, la valeur de ε reste constante, et cette circonstance justifie le raisonnement présenté plus haut.

Il n'en est plus de même dans le cas général où les deux réseaux ont des périodes différentes; les points A, A′, A″ étant homologues, B, B′, B″ ne le sont plus et le groupement choisi ne peut être conservé.

Si la période du premier réseau est un multiple égal à p de celle du second, l'homologie de A, A', A'' entraîne encore l'homologie de B, B', B''; toutefois ces derniers points ne seront plus sur des éléments consécutifs du deuxième réseau, mais sur des éléments disposés de p en p; la différence de marche par rapport à ce second réseau sera de p longueurs d'onde, et la diffraction qui interviendra sera celle d'ordre p.

Si, au contraire, la période du premier réseau est p fois plus petite que l'autre, les rayons provenant de deux points homologues consécutifs, A, A', A'', ..., ne parviendront pas à des points homologues, et, pour rétablir la concordance, il faudra envisager des rayons diffractés sur les éléments disposés de p en p, et, comme précédemment, tenir compte de l'ordre p de la diffraction; la netteté des phénomènes exigera alors la régularité des réseaux sur une plus grande étendue.

Ces considérations suffisent à montrer que les apparences seront profondément modifiées, dès que les réseaux ne seront plus identiques ou dès que le rapport des périodes s'écartera des valeurs simples :

$$1, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{3}, \quad 2, \quad 3\,;$$

j'ai étudié expérimentalement le cas où le rapport était égal à 1/2 et à 2; on voit l'intérêt qu'il y a à étendre ces recherches pour des valeurs plus complexes du rapport des périodes (¹), afin de préciser la forme de la condition d'interférence régulière qui se traduit, dans le cas le plus simple, par la loi de l'homologie.

(¹) Je rappelle à ce propos que j'ai indiqué (*C. R.*, 22 juillet 1901) un procédé qui permet, à l'aide de franges rigoureusement achromatiques, d'obtenir des réseaux dont la période est variable à volonté.

CALORIMÈTRE POUR LA MESURE DU POUVOIR CALORIFIQUE DES GAZ ET LIQUIDES COMBUSTIBLES ;

Par M. Ch. FÉRY [1].

I

L'importance que présente, tant au point de vue théorique qu'industriel, la connaissance du pouvoir calorifique des combustibles et en particulier du gaz, a fait imaginer un certain nombre de procédés de mesure pour obtenir cette constante.

Dans les laboratoires, les méthodes de la bombe de Berthelot ou de Malher ne laissent rien à désirer. Mais la conduite un peu délicate de l'opération a fait chercher des méthodes plus rapides.

Quand il s'agit de déterminer la chaleur de combustion d'un gaz ou d'un liquide, on se sert plus généralement dans les usines du calorimètre de Junker.

Cet appareil bien connu consiste, comme on le sait, à évaluer le pouvoir calorifique par l'état d'équilibre pris par l'appareil brûlant au régime normal un poids connu ou un volume connu de combustible par unité de temps. Un courant d'eau constant passant dans l'appareil et entrant à une température constante t sort à une température également constante T, en enlevant par unité de temps $P(T - t)$ calories, en désignant par P le poids d'eau écoulé dans l'unité de temps choisie. Le rapport de ces calories au poids ou au volume brûlé dans le même temps donne le pouvoir calorifique.

On peut même recueillir l'eau condensée dans l'appareil, ce qui donne déjà une indication sur la composition chimique du combustible et permet de calculer soit le pouvoir calorifique *faible*, soit le pouvoir calorifique *fort*, suivant qu'on néglige ou au contraire qu'on tient compte des calories dues à la condensation de l'eau.

Néanmoins, bien plus simple que celui de la bombe, l'emploi du Junker demande encore une petite installation, l'obtention d'un régime d'équilibre assez délicat, et des calculs.

Ajoutons que des tentatives ont été faites pour rendre cet appareil enregistreur, mais qu'elles ne semblent pas avoir donné les résultats qu'on en attendait.

---

[1] Communication faite à la Société française de Physique : séance du 19 avril 1907.

II

J'ai pensé, étant donné le grand intérêt industriel qui s'attache à une marche régulière des appareils producteurs de gaz, qu'il serait



Fig. 1.

possible d'obtenir l'enregistrement continu de la valeur combustible d'un gaz par une méthode plus simple.

Les bons résultats que j'ai obtenus par l'appareil représenté *fig.* 1 m'engagent à le décrire.

La combustion s'effectue dans une cheminée en verre C, l'air destiné à la combustion étant appelé par la cheminée identique F, ces deux tubes de verre étant reliés à leur partie inférieure par un tube métallique formant monture.

Les extrémités supérieures de ces deux verres sont formées par des quadrillages en nickel analogues à ceux utilisés dans les brûleurs Méker [1].

Ces quadrillages forment les deux soudures d'un élément thermoélectrique constantan-cuivre, la lame qui les réunit étant en constantan, le cuivre étant représenté par les fils d'amenée du courant.

Dans ces conditions, on comprend facilement que le quadrillage F sera toujours à la température ambiante, étant refroidi continuellement par le courant d'air qui le traverse, tandis que le quadrillage C, échauffé par les produits de la combustion, peut atteindre la température de 400°, ce qui produit une force électromotrice de 16 millivolts environ.

L'expérience m'a montré que le voltage obtenu est très rigoureusement proportionnel au pouvoir calorifique et au poids du volume brûlé par unité de temps. L'étalonnage se fait en employant une petite lampe L brûlant de l'acétate d'amyle, produit déjà employé dans un étalon de lumière à cause de sa constitution chimique bien définie permettant de le reproduire facilement dans des conditions parfaites de pureté.

III

En adjoignant à cet appareil un régulateur de débit, on réalisera donc un appareil enregistreur pour les gaz.

Il y a néanmoins une objection qui s'élève et qui résulte de variations possibles de densité du gaz à mesurer. En effet, les régulateurs de débit, qui sont basés sur l'écoulement du gaz par une petite ouverture, ne donnent un débit constant que si la densité ne varie pas.

Cette objection théorique n'exclut cependant pas absolument l'emploi de l'appareil, qui n'a généralement à enregistrer qu'un gaz conservant sensiblement la même densité.

Toute objection disparaît si on mesure le volume au moyen d'un *compteur à gaz*.

Dans ces conditions, et pour ne pas avoir à se préoccuper des variations possibles de la pression qui occasionneraient des variations de débit et, par conséquent, de voltage de la pile thermo, on doit remplacer le galvanomètre par un *compteur électrique* dont la

---

(1) *Bulletin de la Société française de Physique* du 6 janvier 1906.

vitesse soit proportionnelle à la force thermo-électrique du couple. Un tel compteur existe dans l'industrie, où il est employé comme ampère-heure-mètre, en totalisant la différence de potentiel aux bornes d'un shunt, laquelle est proportionnelle à l'intensité même qui passe dans ce shunt.

Pour les liquides, le compteur de volume (compteur à gaz) sera remplacé par la balance, qui, au moyen de deux pesées, donnera la quantité de liquide brûlée pendant la durée de l'expérience.

La rotation du compteur électrique ne commence que quelques secondes après que le combustible est enflammé ; d'autre part, elle ne cesse pas instantanément après extinction de la flamme.

L'expérience a montré que ces décalages entre les indications des deux compteurs à gaz et électrique, et qui sont dus à l'inertie de la soudure chaude qui présente une certaine masse, ne faussaient pas la mesure, pourvu que celle-ci dure au moins une demi-heure. Le débit de combustible est d'ailleurs très faible : de 7 à 15 litres à l'heure pour le gaz et de l'ordre de 7 à 10 grammes par heure pour les liquides.

La Compagnie pour la fabrication des Compteurs a bien voulu entreprendre la construction de ce petit appareil.

RADIO-PYROMÈTRE A DILATATION ;

Par M. CH. FÉRY [1].

Depuis que nos connaissances sur les lois du rayonnement se sont précisées, grâce aux travaux de Wien, Lummer, Stefan, Boltzmann, Pringsheim, Rubens et plusieurs autres physiciens, il est devenu évident que la meilleure manière de mesurer les températures élevées consistait à les évaluer par la puissance du rayonnement monochromatique ou total.

Bien avant que les travaux modernes de ces divers physiciens n'aient été faits, M. Le Châtelier avait compris tous les avantages qu'on pourrait tirer de la radio-pyrométrie et avait imaginé son pyromètre optique, qui a permis pour la première fois de repérer

---

[1] Communication faite à la Société française de Physique : séance du 19 avril 1907.

les hautes températures voisines de 2000°, qu'on obtient aujourd'hui couramment dans les industries métallurgiques.

J'ai moi-même présenté ici([1]) un pyromètre basé sur l'emploi de la radiation totale agissant sur une pile thermo-électrique de faible masse. Le courant électrique obtenu, proportionnel à la puissance totale du rayonnement, c'est-à-dire à la quatrième puissance de la température absolue du corps noir visé, est mesuré par un galvanomètre sensible à aiguille. On peut même enregistrer les indications de l'appareil en munissant l'aiguille du galvanomètre d'une plume se déplaçant sur une bande de papier entraînée par un mouvement d'horlogerie. Ce système enregistreur est très employé en Angleterre et en Amérique pour la conduite et la surveillance des fours à longue marche.

Dans le cas où il n'est pas nécessaire d'indiquer à distance la température du four, ce qui peut se faire pour des distances de 50 mètres avec le radio-pyromètre thermo-électrique, on peut remplacer la pile thermo-électrique par un autre procédé thermométrique.

Cependant les thermomètres à dilatation ordinaire à liquides ou même à gaz ne peuvent servir, étant donné leur masse trop grande et l'impossibilité où l'on est de diminuer cette masse, sans diminuer en même temps la sensibilité.

Il n'en est plus de même si on s'adresse à la dilatation des solides; une lame bimétallique, par exemple, présente une sensibilité d'autant plus grande que son épaisseur est plus faible, c'est-à-dire sa masse plus petite.

Il m'a donc suffi de remplacer simplement dans l'ancien pyromètre la pile thermo-électrique par une spirale de $0^{mm},02$ d'épaisseur et analogue à celle employée dans le thermomètre métallique de Bréguet, pour réaliser un radio-pyromètre jouissant des propriétés générales de l'ancien instrument : indépendance des indications avec la distance, instantanéité des mesures, loi connue de la déviation en fonction de la température, et cela tout en supprimant l'accessoire des conducteurs électriques et du galvanomètre.

L'appareil, ainsi simplifié et rendu plus portatif, se présente sous forme d'un télescope (*fig.* 1) sur le corps duquel est fixée l'échelle divisée en températures. L'aiguille mobile sur cette échelle est portée par la lame bimétallique elle-même (*fig.* 2). Cette lame, qui a 2 mil-

---

(1) *Comptes Rendus des Séances de la Société de Physique*, 18 mars 1904.

limètres de largeur, est enroulée en une spirale dont le diamètre extérieur ne dépasse pas 2 millimètres. L'extrémité centrale libre de la spirale supporte, par l'intermédiaire d'une petite tige métallique, un plateau P sur lequel est collée l'aiguille.

L'ensemble étant soigneusement noirci, il est facile de voir que les rayons concentrés par le miroir concave du télescope et qui sont reçus par la lame sont parfaitement utilisés, car ceux qui ont échappé à l'action absorbante de la spirale sont recueillis par le plateau P.

Un bouton de réglage permet de déplacer l'aiguille, sans ouvrir le télescope, et de la ramener au zéro avant chaque mesure; enfin, pour éviter tout l'échauffement de l'appareil lorsqu'il doit rester





Fig. 1.

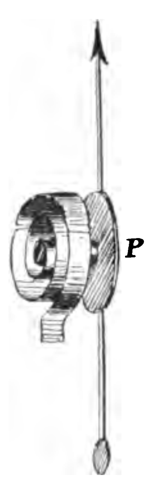


Fig. 2.

longtemps soumis au rayonnement, un écran nickelé visible en avant de l'appareil (*fig.* 1) le protège de l'action directe des radiations.

Cet appareil est établi pour fonctionner entre 600 et 1 300°; un diaphragme spécial à secteurs, analogue à celui qui a été employé dans le télescope thermo-électrique, peut lui être adapté. Dans ces

conditions, une seconde échelle divisée de 1 200 à 2 000° permet d'atteindre les plus hautes températures industrielles.

Cet appareil est étalonné par le Conservatoire national des Arts et Métiers.

RECHERCHES SUR LA SOLIDIFICATION ;

Par M. C. DAUZÈRE.

La constitution des solides est encore imparfaitement connue, bien qu'elle ait été l'objet de recherches nombreuses, qui ont porté principalement sur les métaux et les alliages. Il est très probable que l'on obtiendrait des renseignements importants sur cette structure en observant comment elle s'élabore au moment du passage de l'état liquide à l'état solide. C'est ce que montrent les expériences suivantes effectuées sur des matières facilement fusibles.

I. Surfusion dans des mélanges solides. — Le salol est une des substances dont la surfusion est la plus facile à obtenir. Cette aptitude à la surfusion persiste dans les mélanges contenant du salol. Quand on fond ensemble du salol et de la cire jaune d'abeilles, on obtient un mélange parfaitement homogène à l'état liquide. Si on laisse refroidir lentement ce mélange, la solidification pâteuse de la cire se produit bientôt sans qu'il y ait de séparation visible entre les deux substances. On obtient une masse solide d'apparence homogène, dont la couleur jaune rougeâtre est d'autant plus foncée que le mélange contient plus de cire ; la dureté augmente aussi avec la proportion de cire.

Ce mélange solide possède les propriétés des liquides surfondus. Si l'on prend soin de préserver la surface de tout contact avec des parcelles de salol cristallisé, on peut conserver indéfiniment la masse en état d'équilibre à la température ordinaire. Ce n'est là qu'un *faux équilibre*, qui est détruit aussitôt qu'on dépose à la surface une parcelle de salol cristallisé, aussi petite qu'on voudra. Autour du point où l'on a déposé ce germe, on voit se former une tache rose pâle, circulaire, à contours très nets ; la tache grandit peu à peu en restant circulaire et finit par envahir toute la surface ; en même temps la dureté et l'opacité augmentent ; il y a évidem-

ment cristallisation progressive du salol resté en surfusion à l'intérieur de la masse solide refroidie.

La forme circulaire de la tache montre que la cristallisation progresse également vite dans toutes les directions sur le plan de la surface libre.

Il n'en est pas de même en profondeur : si on fait dans la masse une section passant par le centre de cristallisation, on voit que la portion cristallisée au bout de quelques minutes a la forme d'une lentille plan-convexe dont l'axe serait normal à la surface, ce qui montre que la cristallisation se propage moins vite à l'intérieur qu'à la surface.

Quand on se borne à étudier le phénomène à la surface libre, la netteté du contour des taches et la lenteur de la transformation permettent de mesurer facilement la vitesse de cristallisation. Des premières expériences faites, il résulte que : *la vitesse de cristallisation à la surface dépend de la température, de l'épaisseur de la couche surfondue, et de la dose de salol existant dans le melange.*

1° *Influence de la température.* — J'ai simplement constaté que la vitesse de cristallisation est faible au voisinage du point de fusion, et va d'abord en augmentant à mesure que la température baisse. Il faudrait rechercher si les lois trouvées par Tammann[1] s'appliquent aux mélanges que j'ai employés.

D'ailleurs la température à laquelle la cristallisation se produit semble avoir une influence non seulement sur la vitesse de cristallisation, mais encore sur la texture du mélange solide obtenu après la fin de la transformation. Si ce mélange est sous la forme de plaque mince translucide, les parties cristallisées à froid sont plus opaques que les parties cristallisées à chaud.

2° *Influence de l'épaisseur.* — En opérant à la température à peu près constante du laboratoire (15° à 16° environ), j'ai remarqué que *la vitesse de cristallisation d'un mélange de composition donnée diminue lorsque l'épaisseur diminue et semble tendre vers une vitesse limite lorsque l'épaisseur tend vers zéro.* C'est ce que montrent les nombres suivants :

---

(1) Voir à ce sujet : *la Fusion et la Cristallisation d'après les recherches de Tammann* (*Rapports présentés au Congrès international de Physique en* 1900, t. I, p. 449).

Épaisseur en millimètres.	Vitesses de cristallisation.
$0^{mm},5$	$0^{mm},84$ par minute
2 ,0	0 ,90
6 ,0	1 ,06
9 ,0	1 ,10

3° *Influence de la composition du mélange.* — La vitesse de cristallisation à une température donnée, et pour une épaisseur donnée, diminue beaucoup lorsque la proportion de salol existant dans le mélange diminue. Si l'on prend pour abscisses les proportions de salol en centièmes et pour ordonnées les vitesses de cristallisation en millimètres par minute, on obtient une courbe qui, prolongée vers le haut, irait couper la parallèle à l'axe des ordonnées d'abscisse 100 en un point dont l'ordonnée mesurerait la vitesse de cristallisation du salol pur. Cette courbe, d'abord très voisine de l'axe des abscisses, se relève brusquement pour un point correspondant à une richesse critique en salol variable avec la nature de la cire employée (*fig.* 1).

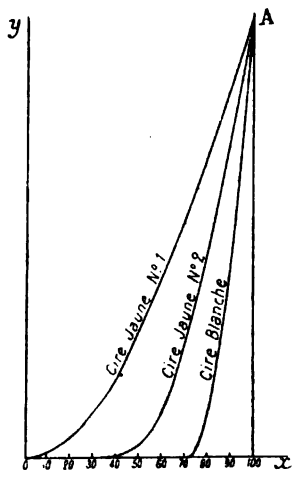


Fig. 1.

Les faits précédents sont relatifs à la propagation de la cristallisation à partir d'un seul centre. Quand il y a deux centres de cristallisation, la propagation se fait de la même manière à partir de chacun d'eux. On voit se produire à la surface deux taches circulaires qui grandissent peu à peu, deviennent tangentes, puis con-

tinuent à croître. Les points d'intersection dessinent une courbe qui se grave en creux sur la surface d'autant plus profondément que le mélange contient plus de salol. Lorsque les deux germes ont été déposés en même temps ou à des instants très rapprochés, la ligne d'intersection est une droite perpendiculaire à la ligne des centres. Lorsque les deux germes ont été déposés à des instants différents, la ligne d'intersection est un arc d'hyperbole dont les foyers sont les deux centres de cristallisation.

En créant plusieurs centres de cristallisation, on obtient autant de lignes droites ou d'arcs d'hyperbole qu'il y a de couples de points. Ces lignes dessinent par leurs intersections des cellules qui peuvent être très régulières et arrangées d'une manière symétrique, lorsque les centres de cristallisation sont eux-mêmes disposés symétriquement. Par exemple, en disposant en quinconce les centres de cristallisation, on obtient un réseau hexagonal régulier de cellules (*fig.* 2). Ces cellules ne se dessinent pas seulement sur la surface libre, elles forment un réseau qui occupe toute la masse.



FIG. 2. — Cire et salol.

Des cellules analogues existent dans un solide quelconque à structure cristalline, par exemple dans un métal (¹). Elles ont été formées, comme dans mes expériences par la limitation mutuelle d'individus cristallins développés à partir de certains centres indépendants de cristallisation. Dans la cristallisation ordinaire, ces centres se créent

(¹) Voir à ce sujet : OSMOND et WERTH, *Théorie cellulaire des propriétés de l'acier* (*Annales des mines*, 1883) ; — CARTAUD, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1er semestre 1901, p. 1327 ; 1er semestre 1903, p. 51 ; 2e semestre 1904, p. 428.

spontanément, d'une manière que nous aurons l'occasion d'expliquer, et donnent naissance à un réseau de cellules en apparence irrégulier. Dans mes expériences, les centres de cristallisation sont créés artificiellement et fournissent un réseau artificiel dont la régularité est aussi parfaite que l'on veut. Il peut y avoir néanmoins quelque intérêt dans le rapprochement de ces deux sortes de réseaux cellulaires.

J'ai préparé des mélanges de salol en surfusion avec des matières organiques facilement fusibles autres que la cire : paraffine, suif, stéarine, j'ai remplacé le salol par le thymol ; j'ai observé les mêmes phénomènes pour tous ces mélanges.

II. Solidification cellulaire. — Les substances qui viennent d'être énumérées, employées pures, en particulier la cire, fournissent un réseau cellulaire naturel tout différent du précédent, quand on produit leur solidification dans des conditions convenables. Il suffit pour cela de laisser refroidir lentement (dans le bain-marie qui a servi à produire la fusion) un vase à fond plat contenant une couche mince de ces substances, de telle sorte que le liquide soit traversé pendant le refroidissement par un flux de chaleur vertical dirigé de bas en haut. Il s'établit alors dans la nappe des courants de convection qui, ainsi que M. Bénard l'a établi [1], divisent cette nappe en cellules prismatiques qui tendent à donner un réseau hexagonal régulier, lorsqu'il y a uniformité parfaite des conditions physiques dans un plan horizontal.

Cette division cellulaire persiste au moment de la solidification ; celle-ci commence près du contour de chaque cellule, dont le centre reste encore liquide. Il suffit d'observer le refroidissement de la cire fondue pour voir les cellules apparaître au moment où commence la solidification, avec une netteté remarquable. La solidification progressant dans la masse est accompagnée d'un retrait grâce auquel les cellules prennent après solidification complète un relief saisissant, ainsi que le montrent les photographies des *fig.* 3 et 4. Il se forme dans chaque cellule un noyau qui, dans la photographie 3 relative à la cire blanche d'abeilles, a la forme d'un bourrelet à peu près circulaire entourant une dépression munie d'un piton central, ce qui rappelle l'aspect des cirques lunaires. La photographie 4 est relative à la même cire presque complètement dépouillée de l'un de ses cons-

---

(1) Henri Bénard, *les Tourbillons cellulaires dans une nappe liquide* (*Revue générale des Sciences*, 1900, p. 1261 et p. 1309).

tituants, l'acide cérotique, par des traitements successifs à l'alcool bouillant (il reste de la myricine presque pure); l'aspect des cellules est modifié, et elles se forment avec une facilité bien plus grande. Les deux photographies représentent les phénomènes avec une réduction de moitié environ ; elles permettent de se rendre compte des dimensions des cellules ; ces dimensions augmentent rapidement avec l'épaisseur de la couche, ainsi que M. Bénard l'a observé.



Fig. 3. — Cire blanche d'abeilles, épaisseur 4 millimètres environ, solidification achevée depuis longtemps.



Fig. 4. — Myricine extraite de la cire blanche d'abeilles, épaisseur 3 millimètres environ, solidification achevée depuis longtemps.

Les phénomènes précédents ne sont pas localisés à la surface libre ; la nappe tout entière a une structure cellulaire qui se manifeste de diverses manières :

1° Une plaque mince de cire est translucide. Quand on place cette plaque devant l'œil, on s'aperçoit que les diverses parties de la cellule ont des transparences inégales : l'opacité est plus grande sur le contour et au centre du noyau que dans la zone intermédiaire.

2° Les contours des cellules sont des lignes suivant lesquelles la rupture est la plus facile. En courbant entre les doigts une plaque de cire pendant qu'elle est encore chaude, on sépare les cellules et on peut les enlever une à une comme on enlève les pavés d'une rue. Le retrait accompagnant la solidification est incapable de provoquer cette séparation, parce que la cire est une matière trop plastique ; les cellules restent collées les unes aux autres, mais il suffit d'un léger effort pour les décoller. Si on mélange la cire à la stéarine du commerce (acide stéarique), on diminue sa plasticité, et, pour un mélange

contenant environ 50 0/0 de stéarine, j'ai obtenu la séparation spontanée et complète des cellules par simple refroidissement; dans la masse se produisent des fentes suivant exactement les contours des cellules.

Les phénomènes relatifs à la stéarine pure sont aussi très remarquables. Il faut opérer sous une épaisseur un peu grande, 5 à 6 millimètres environ; il n'y a plus de cellules à proprement parler, on observe seulement le dessin des lignes appelées *coupures* par M. Bénard, lignes dont la formation dans le liquide précède celle des cellules. L'acide stéarique cristallise par solidification; *les premiers cristaux apparaissent sur le trajet des coupures*, comme le montre la photographie de la *fig.* 5, et la cristallisation progresse à partir de ces centres, comme dans les mélanges de cire et de salol précédemment



Fig. 5. — Acide stéarique, épaisseur 5 millimètres environ, solidification commençante.

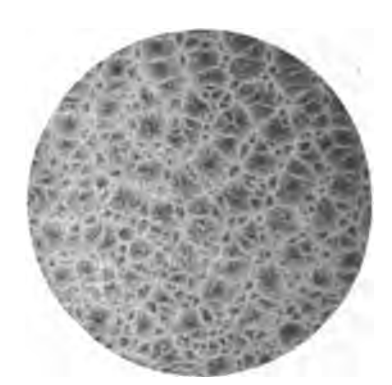


Fig. 6. — Acide stéarique, épaisseur 5 millimètres, solidification presque achevée.

étudiés. C'est de la limitation mutuelle des individus cristallins ainsi développés que résultent les cellules que l'on voit dans la photographie de la *fig.* 6; elles forment des chapelets qui suivent le trajet des coupures. Ces expériences semblent montrer que les centres de cristallisation ne naissent pas absolument au hasard dans un liquide; le réseau cellulaire naturel des solides cristallins qui en résulte, et dont j'ai parlé plus haut, n'a qu'une irrégularité apparente; il est lié d'une manière étroite à la division créée dans le liquide par les courants de convection. Cette liaison a déjà été signalée par M. Cartaud (1) pour les métaux.

(1) Cartaud, *loc. cit.*

L'observation des phénomènes que je viens de décrire est d'une très grande facilité avec les matières que j'ai employées, parce qu'elles fondent au-dessous de 100°. Il est très probable que des matières plus difficiles à fondre les donnent également. En particulier, les mélanges de silicates qui constituent les roches se comportent peut-être d'une manière analogue à la cire. S'il en était ainsi, la formation des colonnes de basalte et des pavés de géants s'expliquerait facilement. Les basaltes fondus seraient divisés par les courants de convection en cellules prismatiques qui persisteraient au moment de la solidification ; le retrait accompagnant le refroidissement provoquerait alors la séparation des cellules par des fentes suivant leur contour, comme je l'ai observé pour la cire mélangée de stéarine.

RECHERCHES SUR LA RADIOACTIVITÉ.

[Travail de l'Institut de Physique de Pise (Direct. A. Battelli).]

Par MM. A. BATTELLI, A. ACCHIALINI et S. CHELLA.

1. Il y a quelques années nous entreprîmes une série de recherches sur la radioactivité des eaux et des gaz de différentes parties de la Toscane. Mais, depuis quelque temps, notre attention s'est arrêté surtout à l'étude des gaz émanant des eaux de San Giuliano, à cause de l'action radioactive extraordinaire que nous y avions constaté.

La composition de ces eaux fut déterminée par divers chimistes et à différentes époques.

Les diverses analyses indiquent une composition presque constante de ces eaux dans un intervalle de cinquante ans : celle du professeur Grimald, faite en 1900, donne pour la teneur du gaz dissous dans 1 litre d'eau :

Acide carbonique	$84^{cm^3},65$
Oxygène	3 ,13
Azote	12 ,22

Dans cette analyse, les gaz ont été extraits de l'eau par ébullition ; mais le gaz qui se dégage spontanément au moment où l'eau sort des puits a une composition bien différente. Selon Orosi, elle contient

pour 1 litre du mélange :

Acide carbonique	130 cm³
Oxygène	40
Azote	830

2. Nos essais sur la radioactivité ont été faits au moyen de la méthode électroscopique bien connue d'Elster et Geitel.

L'électroscope employé était du type Exner à feuille d'or, à disperseur cylindrique renfermé dans une cage de zinc. L'électroscope ainsi monté avait une capacité d'environ 25 unités électrostatiques.

Le même appareil servait aux mesures de la radioactivité du gaz et de l'eau. Pour mesurer la radioactivité du gaz, on faisait circuler ce dernier dans la cloche de zinc, qui, à cet effet, était munie de deux robinets, l'un d'entrée, l'autre de sortie. Pour la mesure de la radioactivité de l'eau, on introduisait celle-ci dans un récipient annulaire qui entourait la tige du disperseur et reposait sur le même soutien qui supportait la cloche de zinc.

La dispersion de l'eau des deux établissements balnéaires a été mesurée en introduisant dans l'appareil 1/2 litre d'eau ; elle est en moyenne de 55 volts à l'heure.

En introduisant, au contraire, environ 10 litres de gaz dans la cloche de l'électroscope, on trouva, en moyenne, une dispersion de 12 volts à l'heure.

Selon l'analyse rappelée ci-dessus, on a environ 50 centimètres cubes de gaz dans le demi-litre d'eau soumis à l'expérience. Ces gaz, introduits seuls dans l'appareil, auraient donné une dispersion de 60 volts par heure. Nous concluons donc que la radioactivité de l'eau doit être entièrement attribuée au gaz qu'elle tient en solution.

Étant donnée la très grande radioactivité de ces eaux, il nous sembla important de faire une analyse qui pût nous donner quelque indication sur la nature de la matière qui provoquait la radioactivité.

3. Il était facile de reconnaître si la radioactivité était due à du thorium ou à de l'actinium. Il suffisait, pour cela, de laisser séjourner le gaz dans le gazomètre pendant une demi-heure environ pour être sûr qu'il ne contenait plus ces éléments. Et, comme après ce laps de temps le gaz conservait sa radioactivité intacte, cette dernière ne pouvait être due qu'à une émanation de radium ou d'un autre élément inconnu.

Pour éclaircir ce point, il ne restait qu'à étudier la loi de décroissement de l'activité du gaz et celle de la radioactivité induite sur les corps métalliques à et les comparer avec les lois analogues relatives au radium.

Pour l'étude de la loi de décroissement de l'activité du gaz, on procédait de la façon suivante : après avoir accumulé dans un gazomètre une certaine quantité de gaz, on en mesurait la dispersion jour par jour en l'introduisant dans la cage de l'électroscope en quantité déterminée (environ 1 000 centimètres cubes).

Les résultats d'une détermination sont rapportés dans le tableau suivant :

Age du gaz.		Dispersion du gaz en volts par heure.
1 jour	1 heure	786
2	2	611
2	23	501
3	18	454
6	16	316
7	14	288
8	14	253

La dispersion décroît avec le temps selon une loi assez bien représentée par la formule exponentielle :

$$I = I_0 e^{-ht}.$$

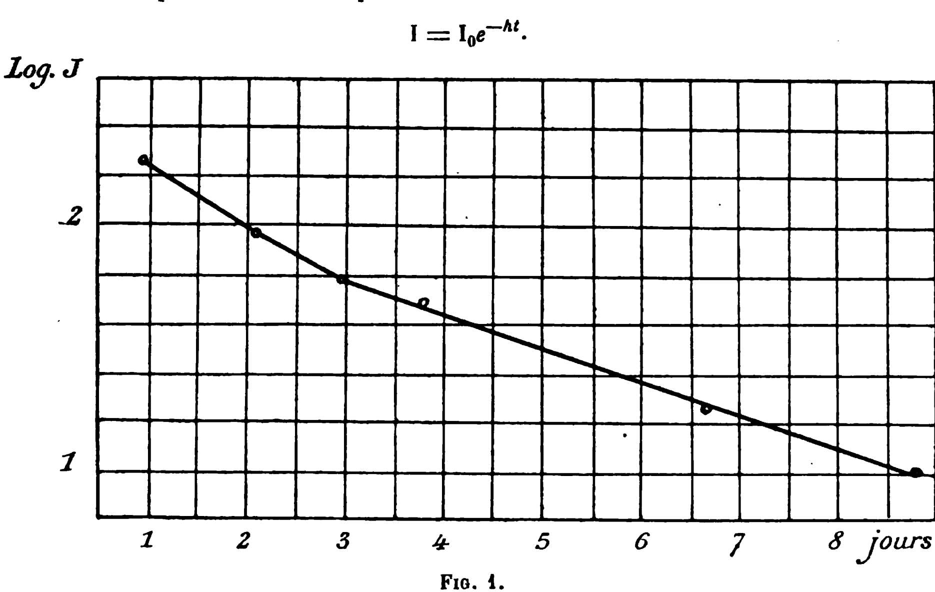


Fig. 1.

En effet, en prenant pour abscisses les temps et pour ordonnées

les logarithmes des activités (dispersion en volts par heure), on obtient la ligne tracée dans la *fig.* 1, qui, au delà du troisième jour, prend une forme sensiblement rectiligne.

En considérant seulement les valeurs comprises dans la partie de la courbe qui suit une marche exponentielle, on trouve que l'émanation radioactive contenue dans le gaz de San Giuliano se réduit de moitié en six jours, tandis que celle du radium se réduit de moitié en quatre jours. En d'autres termes, la valeur de la constante du temps $\frac{1}{\lambda}$ déduite de la formule précédente est de huit jours et quinze heures, tandis que celle de la constante du temps du radium est de cinq jours et treize heures.

La radioactivité induite fut mesurée de différentes façons. On commença par faire séjourner le gaz dans une cloche métallique pendant environ une demi-heure, ensuite on aérait abondamment la cloche et on mesurait la radioactivité qui lui restait. Ou bien on laissait le disperseur métallique de l'électroscope suspendu pendant un jour au-dessus d'un des bassins auxquels aboutissait la source. On activa aussi des morceaux de métal en les maintenant à un haut potentiel négatif dans une cloche remplie de gaz recueilli aux pôles.

On tenta aussi de radioactiver un morceau de charbon pris comme cathode dans un bain soumis à l'électrolyse; mais l'activité acquise dans ce cas fut toujours trop petite pour que l'on pût faire une mesure concernant l'action du temps.

La radioactivité induite décroît après quelque temps selon une loi exponentielle et se réduit de moitié après trente sept minutes, comme on le voit d'après la *fig.* 2 relative à une détermination, tandis que celle du radium se réduit de moitié au bout de vingt-huit minutes.

Ce qui veut dire que la constante du temps $\frac{1}{\lambda}$ est, pour la radioactivité induite par les gaz de San Giuliano, de cinquante-quatre minutes, tandis que celle du radium est de quarante et une minutes.

Avant d'affirmer que les constantes du temps de l'émanation et de la radioactivité induite des eaux de San Giuliano sont différentes des éléments correspondants du radium, nous avons voulu nous assurer qu'aucune erreur systématique ne s'était introduite dans nos expériences. Pour ce faire, les mêmes appareils furent employés pour la mesure de la radioactivité induite par une solution de baryum radi-

fère. On prit les mêmes précautions et on employa les mêmes méthodes que pour les mesures précédentes. Mais, dans ce cas, nous trouvâmes que la radioactivité du radium se réduisait de moitié après vingt-huit minutes, conformément à ce qu'avaient établi Curie et Rutherford.

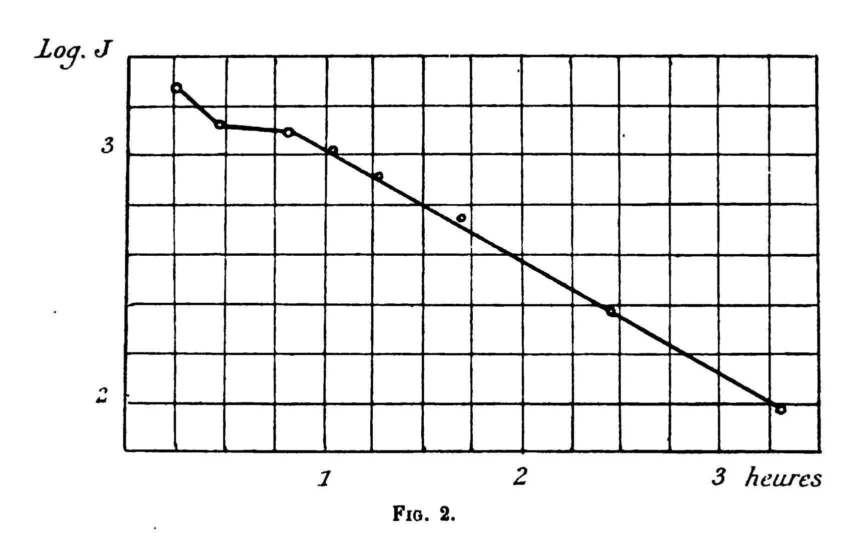


Fig. 2.

Nous pouvons donc avoir la complète assurance que les mesures des constantes de temps de l'émanation contenue dans les eaux de San Giuliano et de la radioactivité induite par cette dernière sont différentes de celles du radium.

4. Ayant trouvé cette radioactivité des eaux de San Giuliano, nous cherchâmes à étudier l'émanation radioactive pour voir si elle présentait quelques propriétés pouvant la caractériser.

Il était très important pour nous de pouvoir décider si l'émanation radioactive de nos eaux était suffisante pour traiter avec profit la grande quantité de mètres cubes nécessaires pour l'accumulation de la quantité d'émanation qu'il fallait pour étudier ses propriétés spécifiques.

Pour nous renseigner à ce sujet, nous tentâmes dans des conditions convenables de condenser l'émanation sur la blende de Sidot. Pour cela nous avons extrait le gaz de l'eau au moyen du dispositif suivant : une pompe aspirait l'eau depuis la source jusqu'à la hauteur de 8 mètres environ dans un récipient de verre R (*fig.* 3) dans lequel

elle abandonnait les gaz à cause de la raréfaction que l'on y produisait. Ce récipient était muni à son ouverture d'un couvercle de laiton G auquel s'abouchait un tuyau de plomb qui, à son autre extrémité, plongeait dans l'eau de la source. Le couvercle même était traversé par deux tubes *p* et *f*. Le premier de ces tubes arrivait jusqu'au sommet du récipient de verre et était en relation avec les pompes d'aspiration. Le deuxième arrivait jusqu'à la moitié de la hauteur du récipient et s'immergeait par son autre bout dans une cuve mise dans un puits à un niveau plus bas que l'eau de la source. Ainsi l'eau, au fur et à mesure qu'elle arrivait au récipient R, se déchargeait dans le puits par le tube *p*, en se renouvelant continuellement.

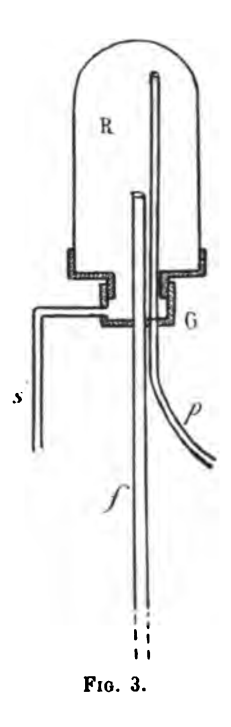


Fig. 3.

Le gaz débarrassé de l'acide carbonique et de la vapeur d'eau passait dans l'appareil à condensation représenté dans la *fig.* 4. Dans une éprouvette A, recouverte à l'intérieur de blende de Sidot et munie dans sa partie supérieure d'une tubulure latérale *a*, on introduit un tube de verre *b*, qui, à travers un bouchon fermant l'éprouvette, arrive presque au fond de celle-ci. L'appareil est

immergé dans l'air liquide contenu dans un récipient de Dewar C. Le gaz entre par le tube *b*, arrive au fond de l'éprouvette, et remonte dans celle-ci pour sortir par la tubulure *a*.

Mais l'émanation à la température de l'air liquide se condense et, en s'accumulant dans l'éprouvette, finit par donner une forte luminosité à la blende de Sidot.

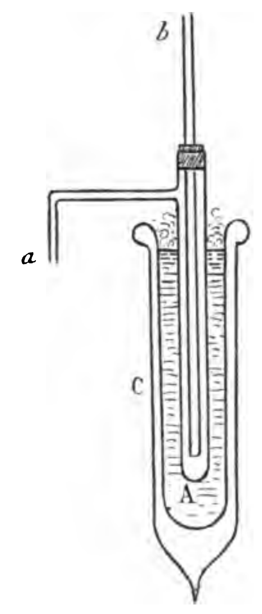


Fig. 4.

Cette luminosité apparaissait environ deux heures après que le gaz avait commencé à passer et, pendant le temps employé à ce travail de condensation (environ soixante heures de suite), augmentait continuellement. Elle arrivait à la fin à une intensité telle qu'elle était visible des points les plus éloignés d'une vaste salle et qu'on pouvait voir les heures sur une montre placée près du tube.

Une éprouvette de ce genre, gardée dans l'air liquide, conservait sa luminosité inaltérée pendant un grand nombre d'heures.

La diminution de la luminosité était, au contraire, très rapide si on laissait l'éprouvette à la température ordinaire. Dans ce cas, il suffisait de vingt minutes pour que toute trace de luminosité ait disparu. En somme, cette émanation se présente comme un gaz très volatil et très diffusible.

5. Nous avons voulu comparer les effets obtenus par cette émanation avec ceux donnés par l'émanation produite par la solution de baryum radifère dont nous avons parlé ci-dessus.

La luminosité, dans ce dernier cas, se montrait un peu plus rapidement que celle obtenue par notre émanation ; mais, quant à ce qui regarde l'intensité de la lumière, les deux émanations ne présentaient pas de différence sensible à l'œil.

Dans toutes nos expériences, nous avons eu soin de tenir les appareils contenant le sulfure de zinc à l'obscurité pendant plusieurs heures, avant de les mettre en contact avec l'émanation. Nous travaillions toujours à une lumière très faible, de façon que la lumière extérieure ne communiquât pas à la blende de Sidot une luminosité qui n'aurait pu être attribuée à l'émanation.

Nous croyons toutefois que cette précaution est superflue, car nous avons pu nous rendre compte que la blende de Sidot, même si on l'a tenue au soleil préalablement, perd instantanément toute trace de luminosité sitôt qu'elle est portée à la température de l'air liquide.

6. Des recherches précédentes, nous pouvons conclure que la radioactivité des eaux thermales de San Giuliano est due à une matière radioactive très énergique qui a une émanation dont les caractères sont semblables à celle du radium, mais qui se distingue de cette dernière par sa durée et par la durée de la radioactivité induite sur les morceaux de métaux.

Le tableau suivant met en regard les caractères du radium et ceux des gaz de San Giuliano.

	Pour la radioactivité induite.	Pour l'émanation.
Radium............	41	5 jours 13 heures
Gaz de San Giuliani..	54	8 15

Ces résultats, toutefois, ne nous semblent pas suffisants pour arriver à une conclusion sûre quant à la nature de la matière radioactive, car l'analyse de la radioactivité, faite par l'étude des lois selon lesquelles l'activité décroît avec le temps peut nous donner d'utiles indications quand il s'agit de substances pures, mais non lorsqu'on considère des mélanges de corps radioactifs.

Pour arriver à des conclusions précises, il est nécessaire d'associer

à ces recherches l'analyse spectrale de l'émanation même et l'étude de ses propriétés physiques.

Les expériences faites jusqu'ici nous permettent d'assurer qu'une étude faite dans ce sens ne peut manquer de donner des résultats intéressants, quand on l'entreprendra avec des moyens appropriés.

Nous nous préparons maintenant à cette deuxième partie de cette étude, dont nous publierons ultérieurement les résultats.

MESURES DES RÉSISTANCES ET DES COEFFICIENTS DE SELF-INDUCTION A L'AIDE DU TÉLÉPHONE DIFFÉRENTIEL;

Par M. C. ATHANASIADIS.

MM. Federico (1), Duanne et Lory (2) et H. Ho (3) ont déjà fait usage du téléphone différentiel pour mesurer les résistances et les coefficients de self-induction; mais, dans leurs méthodes, ils utilisent des courants alternatifs produits soit par une bobine d'induction, soit à l'aide d'un commutateur tournant.

Nous avons été amené à constater que, dans les méthodes dans lesquelles on utilise des courants alternatifs avec un téléphone, ces courants alternatifs peuvent être remplacés par des courants continus provenant des dynamos, tels que les courants qui servent à l'éclairage des villes. Cette substitution a été faite par nous dans les mesures des résistances et des capacités par le pont de Wheatstone.

Afin de diminuer l'intensité du courant, on intercale dans le circuit du courant continu une résistance convenable sans self-induction ou plutôt un condensateur (de capacité 1 microfarad et plus); dans ce cas, un téléphone, intercalé dans le circuit, donne un son constant et net dont la hauteur dépend du nombre des ondulations par seconde du courant de la dynamo. Nous employons souvent des courants de 110 ou 220 volts; le son est cependant toujours perceptible, même sous un voltage plus faible. Il est à remarquer, cependant, qu'on entend mieux le son quand le voltage est plus élevé ou la capacité du condensateur plus grande.

---

(1) *Il Nuovo Cimento*, 4e série, t. VI; 1897.
(2) *The Physical Review* (*On the differential telephone*), p. 275-179; 1905.
(3) *The Physical Review*, p. 166-170; 1905.

Par cette substitution nous pouvons faire la mesure des résistances sans self et des coefficients de self-induction à l'aide du téléphone différentiel. Le téléphone (type Ader) porte deux bobines identiques, mais d'enroulements contraires. Pour mesurer une résistance non inductive, les deux bobines du téléphone sont intercalées sur deux circuits parallèles alimentés par la même force électromotrice alternative (à cause du condensateur), l'un de ces circuits contenant la résistance à mesurer, et l'autre une boîte de résistances sans self. On règle jusqu'à extinction du son au téléphone ; la résistance à mesurer est alors égale à la résistance intercalée de la boîte (méthode du galvanomètre différentiel). L'approximation est 0,001 pour les résistances de 50-10 000 ohms.

On emploie aussi ce moyen pour mesurer les coefficients de self-induction selon la méthode de MM. Duanne et Lory ou de M. H. Ho avec un téléphone différentiel.

Les avantages de cette disposition sont : 1° simplification des appareils, car nous pouvons laisser de côté les bobines d'induction et les piles ; 2° facilité dans l'exécution des mesures ; 3° nous pouvons prendre le courant d'une prise quelconque du réseau de la ville, par exemple d'une lampe électrique ; 4° par l'intercalation du condensateur, nous pouvons faire les mesures sans dépense appréciable d'énergie électrique.

PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY OF LONDON ;

T. LXXVII ; 1906.

C.-V. BOYS. — A Gas Calorimeter (Calorimètre à gaz). — P. 122-130.

L'auteur décrit un calorimètre à gaz destiné à évaluer le pouvoir calorifique du gaz d'éclairage, recherche imposée actuellement aux Compagnies du gaz à Londres.

Le gaz est brûlé dans un bec Bunsen ordinaire ; les produits de la combustion sont refroidis au contact d'une circulation d'eau dont la vitesse d'écoulement et la température permettent de déterminer la chaleur de combustion du gaz. Au bout d'un quart d'heure, l'équilibre de température est établi à un dixième de degré près.

W.-A. BONE et R.-V. WHEELER. — The Combination of Hydrogen and Oxygen in Contact with hot Surfaces (Combinaison de l'hydrogène et de l'oxygène au contact de surfaces chaudes). — P. 146-147.

Les auteurs ont effectué une série de recherches systématiques sur la combinaison lente de l'hydrogène et de l'oxygène au contact de diverses surfaces chauffées telles que la porcelaine poreuse, la magnésie, les métaux tels que l'or, l'argent, le platine et le nickel, et les oxydes réductibles tels que l'oxyde ferrique, l'oxyde de nickel et l'oxyde cuivrique. Le mélange gazeux humide circulait à une vitesse uniforme sur la surface, maintenue à température constante dans le tube à combustion. La vapeur produite étant rapidement enlevée de la sphère d'action par condensation, le degré de combinaison était mesuré en observant la chute de pression dans l'appareil pendant des intervalles de temps successifs.

Les résultats montrent que, dans aucun cas, le degré de combinaison ne dépend de « l'ordre » de la réaction, comme l'avait affirmé Bodenstein (1) dans le cas de la porcelaine poreuse, ni des facteurs de diffusion, comme le voulait Nernst (2). Le processus ne peut non plus être expliqué par une théorie purement chimique.

Le pouvoir catalyseur d'une surface neuve augmente jusqu'à un maximum persistant par le passage, sur elle, des gaz de l'électrolyse. A ce moment, la vitesse de combinaison du gaz électrolytique normal est directement proportionnelle à la pression.

Quand l'un ou l'autre des gaz réagissants est en excès, la vitesse de combinaison est à peu près proportionnelle à la pression partielle de l'hydrogène.

Le pouvoir catalyseur de la porcelaine, de la magnésie et des surfaces métalliques peut être stimulé, souvent à un haut degré, par une exposition préalable dans l'hydrogène à des températures modérées.

En résumé, excepté dans le cas de l'oxyde cuivrique, l'hydrogène joue un rôle très important dans le processus catalytique ; il est rendu « actif » par association avec la surface. Dans la majorité des cas, l'hydrogène est même occlus ou condensé par la surface. Dans

(1) *Zeit. Phys. Chem.*, t. XXI,X p. 665; 1899.
(2) *Zeit. Phys. Chem.*, t. XLVII, p. 52; 1904.

le cas de l'argent, il semble même y avoir formation d'un hydrure instable.

Dans le cas de l'oxyde cuivrique, le processus catalytique dépend en premier lieu de la condensation d'une pellicule d'oxygène « actif » sur la surface.

W.-T. COOKE. — Experiments on the Chemical Behaviour of Argon and Helium (Expériences sur l'action chimique de l'argon et de l'hélium). — P. 148-155.

Quand un poids connu d'une substance est vaporisé dans un volume donné de gaz chimiquement inerte vis-à-vis de cette substance, on peut calculer la densité de la vapeur connaissant la température finale et la pression du mélange gazeux. Mais, si le gaz et la substance se combinent totalement, le composé résultant a, en général, une densité plus grande que celle de la vapeur de la substance. Par conséquent, de fortes valeurs de la densité peuvent être considérées comme l'indice d'une combinaison chimique, même si la combinaison n'est que partielle. La méthode employée par l'auteur consiste à obtenir les valeurs des densités de divers éléments dans des gaz inertes (hydrogène, azote) et à comparer ces valeurs avec celles que l'on obtient en employant, dans le même appareil, l'argon ou l'hélium.

L'auteur a ainsi trouvé que le zinc et l'hélium ont une tendance marquée à se combiner, la densité étant 12 0/0 plus grande dans l'argon que dans l'azote. Avec l'hélium, il n'y a pas de signe de combinaison.

Le cadmium et l'argon ne montrent pas de tendance à la combinaison, mais dans l'hélium la densité est 12,4 0/0 plus grande que dans l'hydrogène.

Pour le mercure, les valeurs obtenues sont très irrégulières; les valeurs moyennes montrent cependant que le mercure a une tendance à se combiner à l'argon et à l'hélium.

L'arsenic et le soufre ne montrent aucune tendance à se combiner aux gaz précédents ; le sélénium, au contraire, en a une légère.

COMTE DE BERKELEY et E.-G.-J. HARTLEY. — The Determination of the osmotic Pressures of Solutions by the Measurement of their vapour Pressures (Détermination des pressions osmotiques des solutions par la mesure de leurs pressions de vapeur). — P. 156-169.

Le principe de la méthode a été indiqué par Ostwald [1]. Deux flacons de Liebig contenant, l'un la solution, l'autre de l'eau, sont reliés l'un à l'autre. Le dernier est pesé et relié à son tour à un tube en U contenant de la pierre ponce imbibée d'acide sulfurique. Un courant d'air traverse l'appareil. Cet air se sature d'abord à la pression de vapeur de la solution, puis prend à l'eau la quantité de vapeur nécessaire à sa complète saturation, et finalement cède le tout à l'acide sulfurique. La perte de poids du flacon à eau est à l'augmentation de poids de l'acide sulfurique comme la différence entre la tension de vapeur de la solution et celle de l'eau pure est à la tension de vapeur de l'eau pure.

Les auteurs ont rencontré de grandes difficultés dans l'application pratique de cette méthode. Ils ont dû renoncer à obtenir la saturation de l'air par barbotage dans la solution et dans l'eau pure, car des particules de liquide peuvent être entraînées. Ils se sont contentés de faire passer l'air sur les liquides, en employant de très grandes surfaces de contact. Les pressions osmotiques ont été calculées d'après les pressions de vapeur par la formule bien connue d'Arrhénius :

$$P = \frac{A\rho}{\sigma} \log_e \frac{p}{p_1},$$

ρ désignant la densité de la solution.

Les premières déterminations faites par les auteurs diffèrent de moins de 5 0/0 de celles qui sont obtenues par la méthode directe.

T.-H. HAVELOCK. — Artificial Double Refraction, due to Æolotropic Distribution, with Application to colloidal Solutions and magnetic Fields (Double réfraction artificielle due à la distribution æolotropique, et application aux solutions colloïdales et aux champs magnétiques). — P. 170-182.

L'auteur regarde la double réfraction artificielle dans les solutions colloïdales comme due à une déformation du milieu consistant en changement dans l'assemblage des particules colloïdales.

---

[1] OSTWALD, *Physic. Chem. Measurements*, p. 188 (Walker's translation, 1894).

Cette déformation peut être produite par des tensions mécaniques provenant de ce que de telles solutions possèdent une certaine rigidité.

Les effets observés présentent une grande analogie avec la double réfraction due à un champ magnétique.

R.-C. MACLAURIN. — On metallic Reflection and the Influence of the Layer of transition (Sur la réflexion métallique et l'influence de la couche de transition). — P. 211-234.

Les principaux résultats du présent mémoire sont les suivants:

1° Dans la réflexion métallique, si la transition d'un milieu à l'autre est abrupte, l'incidence principale est toujours voisine de l'angle de quasi-polarisation, et est donnée par la formule très approximative :

$$\sec \varphi = M + M^{-1}\left(1 - \frac{1}{2}\cos 2\alpha\right);$$

2° Même quand on a pris grand soin de nettoyer la surface du métal, la transition de celui-ci au milieu voisin est souvent graduelle et non abrupte. Ce fait s'accorde avec les recherches expérimentales et théoriques sur la réflexion par les substances transparentes comme le verre et le diamant;

3° L'influence de cette couche sur l'ellipticité de la lumière réfléchie et sur la différence de phase entre la lumière polarisée perpendiculairement et parallèlement au plan d'incidence s'étend sur une plus grande échelle que dans le cas des substances transparentes;

4° L'épaisseur de la couche est à peu près du même ordre de grandeur que dans le cas des milieux transparents;

5° La couche affecte considérablement la position de l'incidence principale et influe également sur l'azimut principal;

6° En conséquence, si l'on déduit les constantes optiques d'un métal des seules observations de l'incidence principale et de l'azimut principal, on s'expose à des erreurs considérables. Dans le cas de l'acier, par exemple, cette méthode conduit à $\mu = 2,249$ et $a = 3,257$, tandis que la théorie conduit à $\mu = 2,134$ et $a = 2,906$.

7° Quatre constantes sont nécessaires pour représenter les propriétés optiques d'un réflecteur métallique, deux d'entre elles dépendant de la nature de la couche de transition ;

8° Avec ces quatre constantes, on obtient un accord très satisfai-

sant entre la théorie et l'expérience en ce qui concerne à la fois l'intensité de la lumière réfléchie et la différence de phase entre les lumières polarisées perpendiculairement et parallèlement au plan d'incidence.

W. SPENS. — The Relation between the osmotic Pressure and the vapour Pressure in a concentrated Solution (Relation entre la pression osmotique et la tension de vapeur dans une solution concentrée). — P. 234-240.

L'auteur arrive à la relation :

$$Pv_s = sp \log \frac{p}{p'},$$

dans laquelle P désigne la pression osmotique ; p', la tension de vapeur de la solution ; p, celle du solvant pur ; s, le volume spécifique de la vapeur, et v_s, l'augmentation de volume d'une grande quantité de solution à la pression hydrostatique $P + p$, quand on y ajoute l'unité de masse du solvant.

Cette formule diffère de celle de lord Berkeley et Hartley:

$$Pu = sp \log \frac{p}{p'}.$$

Cette deuxième formule peut se déduire de la première si l'on suppose que la pression osmotique est indépendante de la pression hydrostatique du solvant.

W. MAKOVER. — On the Effect of high Temperatures on Radium Emanation (Sur l'effet des hautes températures sur l'émanation du radium). — P. 241-247.

L'activité de l'émanation du radium en équilibre radioactif avec ses produits A, B et C est modifiée par le chauffage au-dessus de 1000°.

L'effet augmente avec la température jusqu'à 1200° et peut-être au delà.

L'effet augmente avec le temps de chauffe pendant la première heure, mais un chauffage subséquent n'a plus d'action.

C.-G. BARKLA. — Polarisation in Secondary Röntgen Radiation (Polarisation dans la radiation Röntgen secondaire). — P. 247-255.

Dans un précédent mémoire [1], l'auteur a rendu compte d'expériences qui démontrent la polarisation partielle d'un faisceau de rayons X provenant de l'anticathode d'un tube focus et vérifient la théorie donnée antérieurement [2] de la production de rayons X secondaires dans les substances de faible poids atomique.

Les expériences décrites dans le mémoire actuel ont été faites sur la radiation secondaire provenant du carbone, substance de poids atomique faible. La méthode employée a été la même que dans le premier mémoire. L'auteur s'est principalement attaché à éliminer les difficultés provenant de la faible intensité des faisceaux tertiaires. On fait réfléchir horizontalement, par une lame de carbone, le faisceau primaire vertical provenant d'un tube focus. Le faisceau secondaire, dont il s'agit d'étudier la polarisation, est reçu sur une deuxième lame de carbone et l'on observe au moyen d'électroscopes sensibles les intensités du faisceau tertiaire qui se propage dans deux directions à angle droit et perpendiculaires à la direction de propagation du faisceau secondaire. Lorsqu'on fait tourner le tube à rayons X autour de l'axe du faisceau secondaire, les intensités de la radiation tertiaire, dans les deux directions mentionnées plus haut, changent ; l'une augmente jusqu'à un maximum, l'autre diminue jusqu'à un minimum. Le faisceau tertiaire horizontal atteint son maximum et le faisceau tertiaire vertical son minimum lorsque le faisceau primaire est horizontal. C'est l'inverse quand le faisceau primaire est vertical. Les intensités dans les deux directions principales sont sensiblement dans le rapport de 3 à 1. Si l'on considère l'obliquité des rayons secondaires et tertiaires dans les faisceaux étudiés, ce résultat indique une polarisation tout à fait complète dans un étroit pinceau de radiation secondaire provenant de la substance dans une direction perpendiculaire à celle de la propagation du primaire.

Lorsqu'on emploie le fer à la place du carbone dans le faisceau secondaire, les déviations dans les électroscopes sont du même

(1) *Phil. Trans.* (A.), t. CCIV, p. 467 ; 1905.
(2) J.-J. Thomson, *Conduction of Electricity through Gases*, p. 268 ; — et C.-G. Barkla, *Phil. Mag.*, juin 1903 et mai 1904.

ordre que précédemment; mais il n'y a pas de variation appréciable si l'on change la direction du faisceau primaire.

Ces résultats peuvent être prévus par la théorie de la production des rayons X secondaires dans le carbone et les autres substances de faible poids atomique. L'indépendance du mouvement des électrons disparaît dans les atomes plus lourds. Dans ceux-ci, il existe une connexion plus intime entre chaque électron et ses voisins et, comme conséquence, chacun d'eux est soumis à des forces considérables pendant la période de passage de chaque pulsation sur un groupe d'électrons dans le voisinage ; l'accélération résultante n'est pas dans la direction d'un déplacement électrique dans le faisceau secondaire. Dès lors la différence d'intensité du faisceau tertiaire dans différentes directions disparaît, tandis que l'épaisseur de la pulsation dans le faisceau tertiaire devient plus grande que dans le secondaire.

A. GRAY. — Note on Heusler's Magnetic Alloy of Manganese, Aluminium and Copper (Note sur l'alliage magnétique d'Heusler formé de manganèse, d'aluminium et de cuivre). — P. 256-259.

L'un des échantillons étudiés contenait environ 26,5 0/0 de manganèse, 14,6 0/0 d'aluminium, et le reste était du cuivre. L'intensité d'aimantation induite pour un champ d'environ 8 gauss était approximativement 105.

Le deuxième échantillon contenait 16 0/0 de manganèse, 8 0/0 d'aluminium, un peu de plomb, et le reste était du cuivre.

L'échantillon tourné en forme de barreau était pratiquement non magnétique. Supposant que le chauffage et les vibrations auxquels il avait été soumis pendant qu'on le tournait avaient détruit ses propriétés magnétiques, l'auteur essaya de les lui rendre par un traitement thermique. Chauffé à 400°, puis refroidi lentement, il retenait une quantité considérable de magnétisme quand il était soumis à l'action d'un champ magnétique. L'immersion dans l'air liquide produit une faible augmentation de susceptibilité magnétique.

Des chocs répétés à 100° produisent une réduction considérable du magnétisme rémanent, mais la valeur initiale fut obtenue de nouveau par l'action d'un champ magnétique.

Le chauffage à 400° C., suivi d'un refroidissement rapide par immersion dans l'eau froide, ramène l'alliage à l'état pratiquement

non magnétique. Dans cet état, l'immersion dans l'air liquide produit une augmentation de la susceptibilité magnétique.

G.-W. WALKER. — On the electric Resistance to the Motion of a charged conducting Sphere in free Space or in a Field of Force (Sur la résistance électrique au mouvement d'une sphère conductrice chargée dans l'espace libre ou dans un champ de forces). — P. 260-273.

Etude purement mathématique de cette question.

M. WILDERMAN. — Galvanic Cells produced by the Action of Light. The chemical Statics and Dynamics of reversible and irreversible Systems under the Influence of Light. (Seconde communication) (Piles galvaniques produites par l'action de la lumière. Statique et dynamique chimiques des systèmes réversibles et irréversibles sous l'influence de la lumière). — P. 274-276.

L'auteur donne de nouvelles preuves que la vitesse de réaction chimique et l'équilibre chimique dans les systèmes homogènes suivent, sous l'action de la lumière, la loi de l'action de masse. Il montre expérimentalement : que la force électromotrice produite par la lumière dans les différents systèmes consiste en deux forces électromotrices: l'une, créée par la lumière à température constante, est due à la variation du potentiel chimique ; l'autre, force électromotrice thermo-électrique, produite simultanément par l'effet thermique de la lumière, est due à la variation du potentiel chimique avec la température.

Les phénomènes observés par Becquerel et Minchin ne sont pas des phénomènes superficiels, mais leur combinaison forme des piles galvaniques inconstantes sous l'action de la lumière.

L'auteur expose ensuite la statique et la dynamique chimiques des piles constantes réversibles et leur théorie physico-chimique.

J. MUIR. — On the Overstraining of Iron by Tension and Compression (Sur la surtension du fer par traction et compression). — P. 277-289.

L'auteur a étudié un échantillon d'acier qui obéit à la loi de Hooke jusqu'à la charge de 21 tonnes et demie par pouce carré, où se produit un raccourcissement permanent soudain. Sous cette charge, la lecture sur un extensomètre d'Ewing varie de 241 à 2900 sans que la charge augmente. Le raccourcissement permanent au point de

fléchissement à la compression est pratiquement égal à l'extension au point de fléchissement à la traction de la même matière.

Un second essai de compression sur le même échantillon, après retour de la surtension de compression, montre que le point de fléchissement à la compression s'est élevé de 4 tonnes par pouce carré. C'est approximativement la valeur dont le point de fléchissement à la traction peut être élevé par la surtension à la traction.

D'autres expériences ont été réalisées pour étudier comment se comporte, à la compression, l'acier préalablement soumis à une surtraction. Ces expériences montrent que l'acier peut être trempé par une surtraction de façon à résister à des tensions supérieures à la fois à la traction et à la compression.

F.-T. TROUTON et MISS B. POOL. — The vapour Pressure in Equilibrium with Substances holding varying Amounts of Moisture (La tension de vapeur en équilibre avec des substances retenant des quantités variables d'humidité). — P. 292-314.

La connaissance de la quantité d'eau retenue, dans diverses circonstances, par des substances absorbantes telles que le coton et la laine, dans une atmosphère contenant une quantité déterminée de vapeur d'eau, est intéressante non seulement au point de vue de l'hygrométrie, mais aussi par ses relations avec les procédés employés pour dessécher ces substances.

Les substances étudiées sont d'abord desséchées en présence de l'air sur de l'anhydride phosphorique, et l'on détermine leurs poids. Elles sont ensuite exposées aux conditions atmosphériques ordinaires et leur poids est observé de temps en temps, ainsi que l'état hygrométrique de l'atmosphère.

L'expérience montre que la quantité d'humidité contenue dans l'atmosphère peut varier beaucoup, tandis que le poids d'eau w retenu par la substance reste le même. Mais, dans chaque cas, l'état hygrométrique $\frac{p}{P}$ reste le même ; autrement dit, on a la relation :

$$w = f\left(\frac{p}{P}\right).$$

Les auteurs justifient cette formule par des considérations thermodynamiques.

Les auteurs ont construit les courbes *isohygrométriques* tracées

sur le diagramme des pressions et des températures, de manière que la pression soit toujours une fraction constante de la pression de saturation. Ils ont montré que ces courbes coïncident sensiblement avec les courbes *isonériques* [1] donnant, à différentes températures, la tension de vapeur d'une substance retenant un poids constant d'eau.

Ils ont également vérifié expérimentalement la relation :

$$\frac{(w_1 - w)^2}{1 - e} = C^{te},$$

formule dans laquelle :

w_1 désigne le poids de la substance saturée d'humidité;

w, le poids de la substance quand l'état hygrométrique est e.

H. STANSFIELD. — Observations and Photographs of Black and Grey Soap Films (Observations et photographies des lames de savon noires et grises). — P. 314-323.

Le phénomène des lames de savon noires et grises, observé pour la première fois par Newton, a été étudié par Reinold et Rücker [2], qui ont trouvé, par des déterminations électriques, que le noir le plus pur avait la moitié de l'épaisseur du gris. Johonnott [3] publia ensuite les résultats de mesures optiques montrant que le noir le plus mince avait la moitié de l'épaisseur limite atteinte par le noir le plus épais au cours de l'amincissement progressif.

M. Stansfield a observé en lumière réfléchie et photographié des lames de savon planes et verticales. Il a constaté que le passage brusque du noir épais au noir mince s'observe facilement avec des lames provenant d'une solution au soixantième d'oléate de soude dans l'eau. Il a trouvé également que le passage d'un noir à l'autre n'est que le dernier terme et le plus frappant d'une série de changements analogues qui ont lieu quand une pellicule s'amincit.

Les photographies obtenues montrent les deux pellicules noires et trois stades compris entre la partie colorée de la pellicule et le noir le plus épais, stades que l'auteur appelle premier, second et troisième gris. Ces photographies montrent également diverses apparences (taches coloriées, épaississements lenticulaires, etc.) que l'on peut observer sur les lames de savon.

---

(1) De ὑγρός, humidité.

(2) *Philos. Trans.* (A.), t. CLXXXIV, p. 513; 1893.

(3) *Philos. Magaz.*, t. XLVII, p. 501 ; 1899.

P.-F. SHAW. — An Electrical Measuring Machine for Engineering Gauges and other Bodies (Machine de mesure électrique pour les étalons de longueur à bout et autres corps). — P. 340-364.

Dans les machines du type inventé par J. Whitword, l'étalon repose contre une mâchoire fixe de l'appareil et l'autre mâchoire se déplace au moyen d'une vis micrométrique jusqu'à ce qu'elle touche l'autre extrémité de l'étalon; le contact est indiqué par un dispositif mécanique.

L'auteur remplace ce procédé de contact mécanique, qui peut provoquer des erreurs, par un procédé de contact électrique au moyen d'une pointe. Cette méthode est beaucoup plus sensible, comme l'auteur le montre par quelques exemples.

W.-R. BOUSFIELD. — Ionic Size in Relation to the Physical Properties of Aqueous Solutions (Dimension des ions en relation avec les propriétés physiques des solutions aqueuses). — P. 377-384.

Dans un précédent mémoire [1], l'auteur est arrivé, pour le rayon d'un ion hydraté, à l'expression

$$r = r_\infty \left(1 + Bh^{-\frac{2}{3}}\right)^{-1},$$

dans laquelle B est une constante, et h le degré d'hydratation de la solution.

La fonction r, qui exprime le rayon moyen de l'ion, est appelée « radion ». Le volume de l'ion est proportionnel au cube du radion et le volume d'une paire d'ions à la somme des cubes. Ces cubes et leur somme sont appelés « volumes ioniques ».

Par des considérations théoriques, l'auteur arrive à ce résultat que les inverses des « nombres de transport » de Hittorf sont exprimables en fonction linéaire du rapport des radions. Ces considérations permettent de déterminer les coefficients B pour les ions séparés; ces coefficients ou « nombres d'hydratation » sont reliés aux nombres de transport pour une dilution infinie par une équation de la forme :

$$B = B_1 N_1 + B_2 N_2.$$

---

(1) *Zeit. für Physik. Chem.*, t. LIII, p. 257; 1905.

D'autre part, l'auteur montre que la viscosité d'une solution est proportionnelle à son radion.

Enfin le volume de solution et la dépression moléculaire effective du point de congélation sont des fonctions linéaires du volume ionique.

C. CHREE. — A Discussion of Atmospheric Electric Potential Results at Kew, from selecter Days during the seven years 1898 to 1904 (Discussion des résultats obtenus à Kew sur le potentiel électrique de l'atmosphère pendant les jours de beau temps de 1898 à 1904). — P. 385-387.

L'auteur a exclu les jours de pluie ou de potentiel négatif. Les courbes diurnes présentent, toutes, deux maxima et deux minima distincts. Les minima ont toujours lieu vers quatre heures du matin et deux heures de l'après-midi ; les heures des maxima sont plus variables, mais l'intervalle entre les deux est plus long en été qu'en hiver. Le gradient de potentiel moyen le plus élevé se présente en décembre. L'amplitude de l'inégalité diurne est maximum au milieu de l'hiver ; son rapport à la valeur journalière moyenne est alors minimum. Les inégalités diurnes pour les divers mois ont été analysées au moyen de la série de Fourier à quatre périodes. Le terme de douze heures est, en général, le plus important ; ses variations d'amplitude et de phase pour toute l'année sont relativement faibles. Le terme de vingt-quatre heures est plus fort en hiver qu'en été et sa phase varie beaucoup.

Parmi les éléments météorologiques, la température est celui qui a le plus d'influence sur le potentiel : un potentiel moyen élevé et une forte variation diurne de potentiel sont associés à une basse température pour chaque mois de l'année, à l'exception du mois le plus chaud (juillet).

B. HOPKINSON. — Explosions of Coal-gas and Air (Explosions des mélanges de gaz d'éclairage et d'air). — P. 387-413.

L'auteur a étudié la propagation de l'inflammation à travers un mélange de gaz et d'air contenu dans un récipient clos et enflammé en un point par une étincelle électrique. Il a mesuré la variation de résistance de fils de platine immergés en différents points du mélange et, en même temps, la pression intérieure. L'arrivée de l'inflammation

sur un fil est marquée par une augmentation soudaine de sa résistance. En outre, l'élévation de température du fil après que l'inflammation l'a atteint permet, moyennant certaines corrections, de mesurer la vitesse avec laquelle les gaz se combinent autour du fil. Il a été possible de résoudre, dans le cas de certains mélanges, la question de l'« after-burning », qui fut longtemps matière à controverse dans la théorie du moteur à gaz, et de déterminer approximativement la chaleur spécifique du mélange d'anhydride carbonique, de vapeur d'eau et de gaz inertes qui sont les produits de la combustion.

G. MARCONI. — On Methods whereby the Radiation of electric Waves may be mainly confined to certain Directions, and whereby the Receptivity of a Receiver may be restricted to emanating from certain Directions (Sur les méthodes par lesquelles la radiation d'ondes électriques peut être en grande partie confinée dans certaines directions, et par lesquelles la réceptivité d'un récepteur peut être restreinte à des ondes électriques émanant de certaines directions). — P. 413-421.

Lorsqu'un fil horizontal isolé est relié par une de ses extrémités à l'une des sphères d'un éclateur dont l'autre sphère est à la terre, et qu'on fait passer des étincelles entre les deux sphères, on constate, en explorant l'espace qui entoure un oscillateur de cette nature, que les radiations émises atteignent un maximum dans le plan vertical qui contient le fil horizontal et procèdent principalement de l'extrémité du fil qui est reliée à l'éclateur, tandis que la radiation est nulle ou atteint un minimum dans des directions qui font approximativement un angle de 100° avec la direction de l'effet maximum.

L'auteur a encore observé qu'un conducteur horizontal d'une longueur suffisante, placé sur la surface du sol ou à une faible distance au-dessus, et relié à la terre à l'une de ses extrémités par l'intermédiaire d'un détecteur convenable, ne reçoit des ondes avec une efficacité maximum que lorsque le transmetteur est situé dans le plan vertical renfermant ce conducteur récepteur horizontal et dans une direction telle que l'extrémité reliée au détecteur et au sol soit pointée vers la station transmettrice.

En se basant sur ces observations, l'auteur a fait un certain nombre d'essais de télégraphie sans fil en employant les dispositifs suivants:

1° Conducteurs transmetteurs consistant en fils horizontaux, dont les radiations sont reçues à distance par des antennes verticales ordinaires syntonisées ;

2° Conducteurs transmetteurs et récepteurs consistant tous deux en fils horizontaux;

3° Conducteurs transmetteurs consistant en une ou plusieurs antennes verticales dont les radiations sont reçues par des conducteurs récepteurs horizontaux.

Dans tous les cas, lorsque la direction du fil horizontal transmetteur ou récepteur s'écarte de la ligne qui joint les deux stations, les signaux diminuent d'amplitude pour cesser complètement pour des angles variant de 20 à 90°.

L'auteur poursuit ses expériences.

G.-H. DARWIN. — On the Figure and Stability of a Liquid Satellite (Sur la figure et la stabilité d'un satellite liquide). — P. 422-425.

L'auteur a repris les travaux d'E. Roche [1] sur la forme que prend un liquide satellite tournant, sans mouvement relatif, autour d'une planète solide. Il a cherché à les vérifier et à les étendre.

L'auteur a étudié également l'équilibre de deux masses de liquide contraintes à rester sphériques et réunies par un tube sans poids, tournant l'une autour de l'autre dans une orbite circulaire sans mouvement relatif.

F.-T. TROUTON. — On the Coefficient of Viscous Traction and its Relation to that of Viscosity (Sur le coefficient de traction visqueuse et sa relation avec le coefficient de viscosité). — P. 426-440.

Il est évident qu'il doit exister une relation intime entre le coefficient de traction visqueuse et le coefficient de viscosité défini à la façon ordinaire. La force de traction appliquée à un barreau peut être résolue en deux forces de cisaillement à angle droit l'une de l'autre et à 45° de la direction de la traction, en même temps qu'en une force uniforme de dilatation. La valeur de chaque force de cisaillement et celle de la force de dilatation sont, dans chaque cas, le tiers de la force de traction.

Un raisonnement simple montre que le coefficient de viscosité μ doit être égal au tiers du coefficient de traction visqueuse λ.

Pour comparer ces deux coefficients dans la même substance, l'auteur a adopté deux méthodes distinctes : l'une consiste à

(1) *Mém. de l'Acad. des Sciences de Montpellier*, t. I (1847) ; t. LVI, p. 243.

choisir une substance suffisamment visqueuse pour que le coefficient de viscosité puisse être déterminé par torsion d'un barreau de cette substance et pour que le coefficient de traction visqueuse puisse être trouvé en étirant directement le barreau ou en faisant fléchir un barreau horizontal. La seconde consiste à choisir une substance suffisamment fluide pour que le coefficient de viscosité puisse être déterminé par la vitesse d'écoulement sous pression à travers un tube et en même temps assez solide pour que le coefficient de traction visqueuse puisse être déterminé par la méthode de fléchissement d'un barreau ou par la méthode de la colonne descendant sous son propre poids.

Voici les valeurs obtenues pour plusieurs substances ayant des valeurs très différentes de ces coefficients :

λ	μ	$\frac{\lambda}{\mu}$
$4,3 \times 10^{10}$	$1,4 \times 10^{10}$	3,07
$3,6 \times 10^{10}$	$1,0 \times 10^{10}$	3,60
$12,9 \times 10^{9}$	$4,2 \times 10^{9}$	3,07
$6,7 \times 10^{9}$	$2,2 \times 10^{9}$	3,04
$5,9 \times 10^{6}$	$2,0 \times 10^{6}$	2,95
$9,3 \times 10^{5}$	$2,8 \times 10^{5}$	3,25
$7,6 \times 10^{5}$	$2,6 \times 10^{5}$	2,91

R.-J. STRUTT. — On the Distribution of Radium in the Earth's Crust, and on the Earth's internal Heat (Sur la distribution du radium dans la croûte terrestre, et sur la chaleur interne de la Terre). — P. 472-485.

L'auteur a déterminé, par l'évaluation de la quantité d'émanation produite, la teneur en radium de différentes espèces de roches et aussi de météorites. Ses conclusions sont les suivantes :

1° Le radium peut être aisément décelé dans toutes les roches ignées. Les roches granitiques, en général, en contiennent le plus, et les roches basiques le moins ;

2° La distribution du radium est suffisamment uniforme pour permettre d'estimer la quantité totale de ce corps qui se trouve dans chaque couche de 1 600 mètres de profondeur de la croûte terrestre ;

3° Le résultat indique que la croûte ne peut avoir beaucoup plus de 45 milles de profondeur, car, s'il en était autrement, la production de chaleur serait beaucoup plus grande qu'elle ne l'est en réalité. L'intérieur doit consister en une matière totalement différente. La température à la profondeur de 72 kilomètres serait voisine de 1 500°.

La valeur trouvée pour l'épaisseur de la croûte terrestre est conforme à la conclusion tirée par M. Milne d'une étude sur la vitesse de propagation des secousses de tremblements de terre à l'intérieur de la Terre;

4° La Lune consiste probablement pour la plus grande partie en roches et, s'il en est ainsi, sa température intérieure doit être beaucoup plus élevée que celle de la Terre. Ceci expliquerait le grand développement des volcans dans la Lune ;

5° Le fer météorique contient peu de radium, si tant est qu'il en contienne. Quelques pierres météoriques en contiennent à peu près autant que les roches terrestres auxquelles elles ressemblent.

D. CLERK. — On the specific Heat of, Heat Flow from, and other Phenomena of the working Fluid in the Cylinder of the internal Combustion Engine (Sur la chaleur spécifique, le flux de chaleur et autres phénomènes du fluide en travail dans le cylindre des moteurs à combustion interne). — P. 500-527.

Les expériences ont été faites sur un moteur de 60 chevaux-vapeur au frein, de construction spéciale. La méthode consistait à comprimer et dilater alternativement les gaz portés à une haute température à l'intérieur du cylindre, tandis que le refroidissement se poursuit, et à observer par l'indicateur les chutes successives de pression et les courbes de compression et d'expansion de révolution en révolution. Au moyen de 200 tracés d'indicateur pris dans des conditions diverses, l'auteur a calculé : 1° une courbe de chaleur spécifique apparente du contenu gazeux à volume constant entre 200 et 1 500° C.; 2° les courbes de chaleur cédée aux parois ; 3° la distribution de la chaleur dans le cycle de travail.

Il a constaté que la chaleur spécifique apparente à volume constant augmente de 22 livres-pied par pied cubique à 200° C. à 27,4 livres-pied à 1.500° C. Les courbes de perte de chaleur montrent que, pour des différences de température égales, la perte de chaleur par unité de surface exposée augmente avec la densité. La température moyenne des parois du cylindre varie, en pleine charge, de 190° C. pour une course entière à 400° C. pour une course de trois dixièmes.

W.-H. WHITE. — The Stability of Submarines (Stabilité des sous-marins). P. 528-537.

Résumé des calculs effectués par l'auteur pour déterminer les conditions de stabilité des sous-marins dans les diverses circonstances qui se présentent dans la pratique.

L.-H. WALTER. — On a Method of obtaining Continuous Currents from a magnetic Detector of the Self-Restoring Type (Sur une méthode pour obtenir des courants continus d'un détecteur magnétique du type auto-restaurateur). — P. 538-542.

Les détecteurs magnétiques pour la télégraphie sans fil ont donné des résultats satisfaisants pour la réception téléphonique, mais cependant ils n'ont pas été capables de fournir des courants continus convenables pour l'emploi avec des instruments enregistreurs. L'auteur a créé une nouvelle forme de détecteur magnétique, capable de fournir à la fois des courants continus et alternatifs, les premiers pour l'enregistrement, les derniers pour la réception téléphonique.

L'appareil se présente sous la forme d'une dynamo différentielle possédant deux armatures identiques sur le même arbre. Les noyaux de l'armature sont en fils de fer ou d'acier. Les forces électromotrices produites par les deux armatures sont opposées l'une à l'autre et s'équilibrent normalement, de sorte qu'on ne peut enregistrer aucune différence de potentiel aux balais du commutateur. Les oscillations produites dans la partie aérienne du récepteur, comme résultat des signaux, sont conduites à travers le fil magnétique formant un noyau d'armature, l'obligeant à prendre une induction supérieure et modifiant ainsi l'équilibre. Un courant continu est ainsi obtenu aussi longtemps que persistent les oscillations. Ce courant est utilisé pour actionner l'instrument enregistreur ou relais.

Pour une réception simultanée des signaux du téléphone, le courant alternatif engendré par l'action des oscillations est détourné au moyen d'anneaux à coulisse et de balais avant d'être transformé en courant d'un seul sens.

R. THRELFALL. — On a Static Method of comparing the Densities of Gases (Sur une méthode statique de comparaison des densités des gaz). — P. 542-545.

Etant donné qu'on peut construire simplement un micro-manomètre indiquant des différences de pression gazeuse de quelques centimètres d'eau, exactes à 1/100 ou 1/1 000 de millimètre, il est possible de déterminer les densités relatives des gaz par la méthode qu'a employée Regnault pour déterminer la variation avec la température de la densité du mercure. En employant des colonnes gazeuses de 20 mètres de hauteur, on peut observer la différence de densité qui existe entre l'azote chimique et l'azote atmosphérique.

L'auteur a employé cette méthode pour comparer les densités du gaz à l'eau et de l'air. Les deux colonnes de gaz et d'air, d'environ 20 mètres de hauteur, étaient entourées d'un tube de fer dans lequel on faisait circuler un courant d'eau.

Dans deux expériences sur deux échantillons différents de gaz, on a observé des différences de pression égales respectivement à $0^{cm},3458$ et $0^{cm},3550$ d'eau. On a pu ainsi déterminer la densité par rapport à l'air du gaz à l'eau à 1/5 000 près environ, en employant le micro-manomètre industriel de l'auteur. Puisqu'il est possible de construire un instrument cinq fois plus sensible et d'utiliser des colonnes de gaz deux fois plus longues, la méthode peut donner sans difficulté des résultats de densités relatives exacts à 1/10 000 près.

W.-R. DUNSTAN et B.-M. JONES. — A Variety of Thorianite from Galle, Ceylan [(Variété de thorianite de Galle (Ceylan)]. — P. 546-549.

Certains échantillons de thorianite de Galle contiennent de 58,84 0/0 à 63,36 0/0 d'oxyde de thorium associé à 32,7 0/0 à 27,9 0/0 d'oxyde d'uranium. La thorianite ordinaire de Balangoda contient 78,98 0/0 d'oxyde de thorium et 13,40 0/0 d'oxyde d'uranium. Les auteurs attirent l'attention sur le remplacement réciproque du thorium et de l'uranium dans le minéral. Ils concluent que les oxydes des deux éléments sont présents en un mélange isomorphe et ne sont pas chimiquement combinés.

N. LOCKYER et F.-E. BAXANDAL. — Some Stars with peculiar Spectra (Quelques étoiles avec des spectres particuliers). — P. 550-553.

Les plus importantes de ces étoiles dont le spectre présente certaines particularités qui les différencient des types communs sont : α d'Andromède, θ d'Auriga, α *Canum Venaticorum* et ε de la Grande Ourse. Elles sont toutes sur la partie descendante de la courbe de Kensington de la température stellaire, les trois premières appartenant au type Markabien et la dernière au type Sirien. Le mémoire contient une courte description du spectre de ces étoiles.

R. Paillot.

REVUE DES TRAVAUX ITALIENS.

C. BELLIA. — Sui raggi di Blondlot (Sur les rayons de Blondlot). — *Accademia Gioenia di Scienze Naturali in Catania*, mai 1905.

L'auteur conclut de ses expériences que les phénomènes décrits par M. Blondlot peuvent être attribués à une cause physiologique, parce qu'il les a vus sans aucune source de rayons N et parce que, quelque soin qu'il y mît, il n'a pu les enregistrer par la photographie.

C. BELLIA. — L'isteresi nelle coppie termoelettriche (L'hystérésis dans les couples thermoélectriques). — *Accademia Gioenia di Scienze Naturali in Catania*, juillet 1906.

MM. Bachmetieff et Barrett avaient trouvé un phénomène d'hystérésis dans les couples thermoélectriques : la force électromotrice serait représentée par une courbe qui ne serait pas la même pour les températures croissantes et les températures décroissantes. — M. Bellia reprend le couple fer-cuivre ; il trouve que les différences entre les forces électromotrices pour les températures croissantes et les températures décroissantes sont inférieures aux erreurs d'expérience, et il attribue les résultats des auteurs précédents au fait que, les mesures étant faites pendant le réchauffement et le refroi-

dissement du bain, l'équilibre thermique n'était pas stable, les thermomètres ne suivant pas avec précision la température de la soudure.

G. TROVATO-CASTORINA. — Sulla direzione delle scariche elettriche atmosferiche nelle fulminazioni (Sur la direction des décharges électriques atmosphériques dans les coups de foudre). — *Accademia Gioenia di Scienze Naturali in Catania*, mai et juillet 1906.

Les roches de l'Etna sont fortement magnétiques. Tandis que les effets des coups de foudre sur les roches magnétiques des environs de Rome et des Alpes centrales se présentent sous forme de points distincts disposés d'une manière irrégulière, sur les roches de l'Etna ils donnent de longues zones, en forme de rubans, de 1 centimètre de largeur, celles de polarités opposées étant parallèles deux à deux. Leur disposition permet de déterminer la direction de la décharge électrique; en admettant que chaque double ruban de polarités opposées soit dû à une décharge, cette décharge a eu lieu dans 38 cas du sol au nuage, dans 12 cas du nuage au sol, dans 4 cas horizontalement.

G. PLATANIA. — Variazione di declinazione magnetica durante l'eclisse del 30 agosto 1905 (Variation de la déclinaison magnétique pendant l'éclipse du 30 août 1905). — *Accademia Gioenia di Scienze Naturali in Catania*, juillet 1906.

Les recherches ont été conduites à Acireale conformément à un programme émané du département du magnétisme terrestre de l'Institut Carnegie de Washington. L'auteur donne des courbes de variation de la déclinaison du 24 août au 7 septembre. Il n'en résulte pas clairement une influence de l'éclipse sur cette variation; mais les données obtenues dans cette station anormale au point de vue magnétique (puisqu'elle est située sur les pentes de l'Etna) concordent avec les observations faites dans des régions non troublées.

O. SCARPA. — Misura della suscettività magnetica dell'acqua (Mesure de la susceptibilité magnétique de l'eau). — *Elettricista*, XIV, n° 19; 1905; — *Nuovo Cimento*, 5° série, t. X, p. 155; 1905.

L'auteur, après avoir rappelé les valeurs obtenues dans les recherches précédentes, donne une modification de la méthode de

Wiedemann, qu'il appelle méthode de la balance. Cette méthode appliquée d'une façon rationnelle est aussi exacte que les meilleures méthodes imaginées pour la mesure de la susceptibilité magnétique des liquides.

La valeur de la susceptibilité magnétique de l'eau par rapport à l'air est :

$$K = -0{,}80 \times 10^{-6} \text{ à } 22^{\circ} \text{ centigrades,}$$

et celle par rapport au vide :

$$K = -0{,}77 \times 10^{-6} \text{ à } 22^{\circ} \text{ centigrades.}$$

Enfin l'auteur a confirmé, dans les limites des erreurs expérimentales et des champs employés, que la susceptibilité magnétique de l'eau est indépendante de la variation de l'intensité du champ auquel elle est soumise.

O. SCARPA. — Un dispositif simple pour la mesure de faibles forces électromotrices (tissus animaux, piles de concentration, etc.). — *Archives internationales de Physiologie*, novembre 1905 (travail de l'Institut de Physiologie expérimentale de Naples).

M. Scarpa décrit un potentiomètre permettant de mesurer des forces électromotrices comprises entre 0 et 1 volt avec une précision supérieure à $\frac{1}{1\,000}$; cet appareil est basé sur l'ancienne méthode de Poggendorff; mais la valeur de la force électromotrice inconnue s'obtient directement par une seule lecture d'un index sur une échelle graduée.

O. SCARPA. — Ricerche magnetiche e ottiche su alcuni colloidi magnetici (Recherches magnétiques et optiques sur quelques colloïdes magnétiques). — *Assoc. elettrotecnica italiana*, octobre 1905; — *Nuovo Cimento*, 5e série, t. XI, p. 80 et 162; 1906.

L'auteur étudie les propriétés magnétiques des colloïdes. Ses recherches comprennent la mesure de la susceptibilité magnétique de vingt substances (colloïdes de Bredig : fer, nickel, cobalt; — oxydes de fer, acétate ferrique, chlorure ferrique); la mesure de leur pouvoir rotatoire magnétique pour une lumière jaune de longueur d'onde 589 $\mu\mu$; enfin, un appendice destiné à étudier les propriétés physico-

chimiques de ces substances, savoir : les coefficients d'absorption pour la lumière dans huit régions du spectre visible, la conductibilité électrique, la densité, le sens du transport électrique, l'apparence de ces substances et de leurs coaguli par les méthodes microscopique et ultramicroscopique, la détermination quantitative des principaux éléments qui les constituent, enfin quelques observations relatives à l'intensité avec laquelle elles présentent le phénomène de Tyndall.

O. SCARPA. — Un metodo per metallizzare le superfici del sostanze porose (Une méthode pour métalliser les surfaces des substances poreuses). — *Elettricista*, V, n° 14; 1906.

Pour recouvrir de platine ou de palladium la surface interne d'un vase poreux, on le remplit de mercure jusqu'à la hauteur voulue, et on l'immerge dans un vase de verre contenant un sel du métal demandé; puis on produit l'électrolyse, le mercure servant de cathode et l'anode étant une lame de platine ou de palladium plongeant dans la solution saline. On prend le dispositif inverse pour couvrir de métal la face externe. Les vases obtenus sont imperméables aux liquides et aussi aux gaz que le métal déposé n'absorbe pas.

F. PIOLA et L. TIERI. — Variazioni magnetiche prodotte nel ferro colla torsione (Variations magnétiques produites dans le fer par la torsion). — *Lincei*, vol. XV, mai 1906, p. 566, et août 1906, p. 231.

Dans le premier mémoire, les auteurs étudient l'effet irréversible et l'effet cyclique produits par la torsion dans un fil de fer, parcourant un cycle magnétique symétrique. L'effet irréversible de la torsion n'est pas toujours de diminuer l'aimantation, mais peut-être de l'augmenter ou de la renverser. Dans tout cycle magnétique, il y a deux points neutres, l'un dans le champ croissant, l'autre dans le champ décroissant, pour lesquels une torsion déterminée ne produit aucun effet. L'effet limite de la torsion est de modifier le cycle d'hystérésis magnétique en en diminuant l'aire et en en augmentant la hauteur.

L'effet cyclique consiste toujours en une diminution de l'aimantation limite. Pour des torsions assez grandes, le cycle élastique d'un fil de fer, au lieu d'être parcouru dans le sens ordinaire, est par-

couru en sens inverse; il y a une grandeur de torsion pour laquelle l'aire du cycle élastique disparaît sensiblement. La cause de la dissymétrie présentée par les cycles élastiques doit être cherchée dans ce fait que l'effet magnétique dépend non des déformations, mais des forces qui les produisent.

Dans le second mémoire, les auteurs étudient les effets irréversibles quand le cycle magnétique est dissymétrique et formé par un arc de cycle magnétique et un arc de retour intérieur à ce cycle.

F. PIOLA. — Dispositivo per lo studio dell'isteresi magnetica sotto l'azione di campi magnetici oscillanti (Dispositif pour l'étude de l'hystérésis magnétique sous l'action de champs magnétiques oscillants). — *Lincei*, vol. XV, juillet 1906, p. 18. — Alcuni risultati ottenuti col tubo di Braun (Quelques résultats obtenus avec le tube de Braun). — *Lincei*, vol. XV, août 1906, p. 222.

L'auteur décrit une méthode pour étudier les variations que subit l'aimantation d'une substance qui parcourt un cycle magnétique symétrique donné, quand elle est soumise à des champs oscillants très rapides obtenus par les décharges des condensateurs. Il emploie un tube de Braun disposé de façon à pouvoir faire varier le point du cycle primitif auquel commencent les cycles superposés, par suite la phase du début des oscillations par rapport à celle du champ cyclique. Il étudie ainsi l'action d'une décharge ou de plusieurs décharges pendant une demi-période et l'action des champs oscillants amortis.

F. PIOLA. — Le correnti di Foucault nel nucleo conduttore interno ad un solenoide percorso da corrente alternata (Les courants de Foucault dans un noyau conducteur placé à l'intérieur d'un solénoïde parcouru par un courant alternatif). — *Lincei*, vol. XVI, janvier 1907, p. 35. — Scarica di un condensatore attraverso un solenoide abbraciante un mezzo conduttore (Décharge d'un condensateur à travers un solénoïde entourant un milieu conducteur). — *Lincei*, vol. XVI, janvier 1907, p. 122.

Quand un faisceau de fils cylindriques conducteurs est placé à l'intérieur d'un solénoïde, parallèlement à l'axe, et que le solénoïde est parcouru par un courant alternatif, l'influence que le noyau exerce sur le courant traversant le solénoïde dépend non seulement de la perméabilité, mais encore des courants de Foucault produits dans le noyau; à cause de ceux-ci, les couches externes opposent une résistance insurmontable à la pénétration du champ dans les couches profondes;

aussi le flux d'induction n'est pas distribué uniformément dans la section, et plusieurs physiciens l'ont déterminé expérimentalement. M. Piola détermine théoriquement en amplitude et en phase le champ magnétique et le flux d'induction : dans le premier mémoire, il étudie le cas où le courant est dû à une force électromotrice sinusoïdale, et dans le second mémoire le cas où il est dû à la décharge d'un condensateur.

A. RIGHI. — Sulla massa elettromagnetica dell' elettrone (Sur la masse électromagnétique de l'électron). — *R. Accademia delle Scienze dell' Instituto di Bologna*, février 1906.

On a souvent cherché à établir la relation existant entre la masse apparente de l'électron et sa rapidité, mais on n'a pu y parvenir qu'en faisant des hypothèses plus ou moins satisfaisantes sur le champ électromagnétique qu'il produit. L'auteur étudie ici le cas d'un électron ayant un mouvement rectiligne et uniforme et propose une hypothèse nouvelle qui permet d'arriver au but d'une manière très simple. La force électrique produite par l'électron en un point donné croît indéfiniment quand la distance du point à l'électron tend vers zéro, et il en est de même de l'énergie contenue dans l'élément de volume de l'éther au point considéré et de la tension le long des lignes de force, d'après le concept de Maxwell. L'hypothèse de M. Righi consiste à considérer comme impossible que cette énergie et cette tension dépassent une certaine valeur maxima sans que l'éther soit profondément modifié dans ses propriétés. Ou bien on peut supposer que, dans une surface fermée entourant l'électron, l'éther se comporte comme un fil métallique auquel est attaché un poids supérieur à son coefficient de rupture et, par là, qu'il n'y a plus de tension le long de la ligne de force. Ou bien on doit admettre la valeur zéro pour la force électrique dans toute cette région, dans laquelle l'éther se comporterait d'une certaine manière comme un conducteur et non comme un diélectrique. Avec cette hypothèse, l'auteur calcule la masse de l'électron dans le cas du mouvement rectiligne et uniforme. Il trouve qu'elle croît avec la rapidité, d'abord lentement, puis extrêmement vite.

Une seconde hypothèse consiste à admettre une espèce de viscosité et d'élasticité subséquente de l'éther, et à attribuer à la force électrique une valeur différente de zéro dans la région contiguë à

l'électron. Les résultats trouvés pour la masse de l'électron sont les mêmes.

A. RIGHI. — Di alcune non recenti esperienze considerate dal punto di vista della teoria elettronica (Sur quelques expériences non récentes considérées au point de vue de la théorie électronique). — *Società italiana delle Scienze*, 3e série, t. XIV ; 1906.

L'auteur reprend simplement la relation de plusieurs de ses anciennes expériences, et en rend compte au point de vue de la théorie des électrons. Elles comprennent : l'influence de la densité électrique des électrodes sur la décharge, les décharges lumineuses dans les liquides, les trajectoires parcourues par les ions, les étincelles dans un champ électrique transversal, les phénomènes photo-électriques, la distribution du potentiel dans un tube de décharge, la propagation de l'électricité dans un gaz entre des plaques parallèles dont on fait varier la distance, les décharges électriques ayant l'aspect de luminosité avec un mouvement de translation lent.

A. RIGHI. — Su alcuni casi, apparentemente paradossali, di transmissione dell' elettricità attraverso un gas (Sur quelques cas, paradoxaux en apparence, de transmission de l'électricité à travers un gaz). — *Lincei*, vol. XVI, juin 1906, p. 665.

L'auteur, passant en revue un certain nombre de ses expériences déjà publiées dans le but de les interpréter suivant la théorie des électrons, note des analogies entre certains faits qui ont un caractère paradoxal et en donne les explications.

L. LOMBARDI. — Perturbazioni dovute alla disuniformuta del campo in alcuni freni elettromagnetici (Perturbations dues à la non-uniformité du champ dans quelques freinsélectromagnétiques). — *R. Instituto d'Incorraggiamento di Napoli*, juillet 1906.

Après avoir décrit les principaux freins électromagnétiques, l'auteur appelle l'attention sur les phénomènes qui, dans les freins dissymétriques, peuvent dépendre de la non-uniformité du champ dans la direction de l'axe et qui ont, pour le fonctionnement de l'appareil, une importance beaucoup plus grande que ne le croient les constructeurs.

A. GARBASSO. — Il miraggio (Le mirage). — *Accademia Reale delle Scienze di Torino*, décembre 1906.

Les recherches sur le mirage peuvent être classées en deux catégories : les unes d'ordre purement théorique, les autres uniquement expérimentales ; ce qu'il y a de caractéristique, c'est qu'on n'a jamais établi un lien logique entre les résultats du calcul, seuls étudiés par les mathématiciens, et ceux des expériencesque les physiciens n'ont pas songé à contrôler par la théorie ; c'est ce que M. Garbasso a essayé de réaliser. Dans un mémoire très complet, il expose d'abord les observations variées relatives au mirage et aux phénomènes analogues (mirages des plaines, mirages supérieurs, miragesdes glaciers, fée Morgane, mirages des mers, mirages des lacs, mirages nocturnes, mirages accidentels), puis les recherches théoriques de Biot, Gergonne, Grüner, Bravais et Tait, enfin les travaux purement expérimentaux de Wollaston, Macé de Lépinay et Pérot, Wiener et Wood. — Il obtient ensuite les équations différentielles de la trajectoire lumineuse, en conduisant successivement le calcul en coordonnées cartésiennes cylindriques et sphériques ; il démontre que les trajectoires peuvent être planes pour certaines valeurs des constantes. — Il établit que, dans un système de liquides hétérogènes miscibles, l'indice de réfraction doit satisfaire à l'équation de Fourier, c'est-à-dire suit les lois qui règlent le mouvement de la chaleur. Il calcule l'indice en fonction du temps et en fonction des coordonnées pour un système constitué à l'origine par deux liquides homogènes séparés par un plan ; il applique le résultat obtenu au système sulfure de carbone-alcool éthylique, et il le compare aux résultats expérimentaux. Pour préparer des recherches ultérieures, il montre qu'on peut donner deux nouvelles formes à l'expérience de Wollaston en recourant aux phénomènes de la diffusion des électrolytes dans la gélatine. — Il étudie ensuite le mirage de Monge, établit une formule donnant l'indice et la vérifie en plaçant une masse de gélatine en contact avec une solution aqueuse de chlorure de zinc maintenue saturée par un artifice convenable. — Enfin il s'occupe du cas où les surfaces d'égal indice sont des cylindres de même axe ou des sphères concentriques, et il les réalise en creusant dans une masse de gélatine des

cavités cylindriques ou sphériques dans lesquelles sont introduits des liquides convenables.

Ch. TOUREN.

OCT. et ALICE DONY-HÉNAULT. — Sur la prétendue radioactivité du peroxyde d'hydrogène (1). — *Congrès de chimie et de pharmacie de Liège*, juillet 1905.

Les propriétés photographiques de l'eau oxygénée fournissent une méthode de recherche commode de ce corps ; on peut, par exemple, fixer ainsi l'action catalysante de la rouille et du chlorure de potassium associés sur l'eau oxygénée. — Un caractère distinctif des images ainsi obtenues est qu'elles sont spontanément déformables avant le développement, et cela grâce à la diffusibilité de l'eau oxygénée dans la gélatine impressionnée, diffusibilité qui se fait avec une vitesse analogue à celle de la diffusibilité d'un sel dans l'eau.

Une expérience décisive montre l'inexistence des radiations de l'eau oxygénée, imaginées par Graetz et auxquelles il faut désormais renoncer. — L'action à distance de l'eau oxygénée sur la résistance du sélénium résulte d'une altération de la surface de ce sélénium par les vapeurs du système liquide employé. — Toutes les observations faites confirment la probabilité de l'hypothèse de Russell, d'après laquelle l'altération de la couche sensible de la plaque photographique serait due à des vapeurs d'eau oxygénée.

Ch. TOUREN.

E. HENRARD. — De la valeur de l'étincelle équivalente dans la détermination de la dureté de l'ampoule de Röntgen. — *Société scientifique de Bruxelles*, 1906.

La qualité des rayons X peut être déterminée pour une ampoule donnée par la longueur de son étincelle équivalente ; mais l'auteur montre que celle-ci varie avec la nature du spintermètre ; il souhaite donc que l'indication précise du spintermètre employé soit toujours donnée à l'avenir, et il propose l'étincelle équivalente à boules de 22 millimètres de diamètre.

Ch. TOUREN.

---

(1) Voir *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 151 ; 1906.

A.-H. BUCHERER. — Introduction mathématique à la théorie des électrons. *Archives des Sciences physiques et naturelles*, Genève, août 1906, p. 105.

M. de La Rive donne une analyse détaillée du livre de M. Bucherer, paru à Leipzig : dans cet ouvrage, M. Bucherer expose la théorie des électrons en se servant de la méthode vectorielle et donnant la démonstration toujours complète des formules relatives aux nombreuses applications qui y sont traitées.

Ch. Touren.

L. de La Rive. — Sur l'introduction du facteur de Doppler dans la solution des équations de la théorie des électrons. — *Archives des Sciences physiques et naturelles*, Genève, septembre 1906, p. 209.

L'auteur propose l'hypothèse d'après laquelle l'action de l'électron en mouvement est due à un état oscillatoire de l'éther qui se propage avec la vitesse de la lumière ; d'où la nécessité d'introduire le rapport de Doppler comme dénominateur de la vitesse de la masse oscillante.

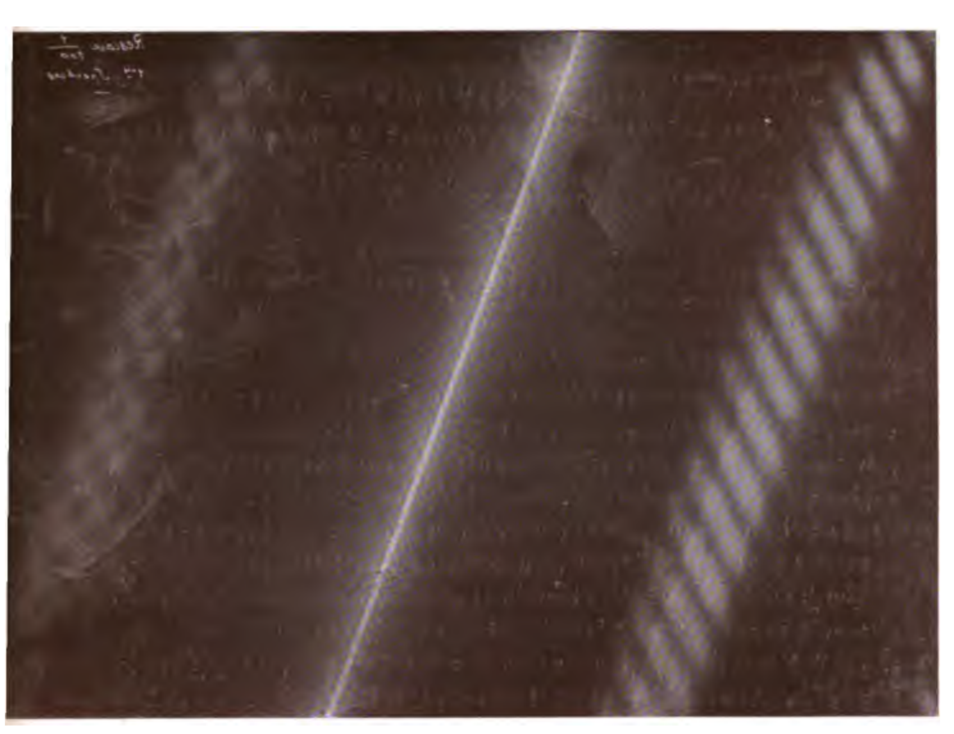
Ch. Touren.

Gustav GRANQVIST. — Untersuchungen über den selbsttönenden Wellenstromlichtbogen (Recherches sur l'arc chantant). — *Acta nova regiæ societatis scientiarum Upsaliensis ;* sér. IV, vol. I, n° 5, p. 1-62.

Étude expérimentale, systématique et détaillée, de toutes les circonstances qui peuvent influer sur la production du phénomène (intensité, voltage, résistances, self-induction, capacité du condensateur) et des conditions dont dépend la production de l'un ou de l'autre des deux types d'arcs chantants, étudiés précédemment dans ce *Journal* par M. Blondel (1).

F. Carré.

(1) Blondel, *J. de Phys.*, 4e série, t. V, p. 77 ; 1906.

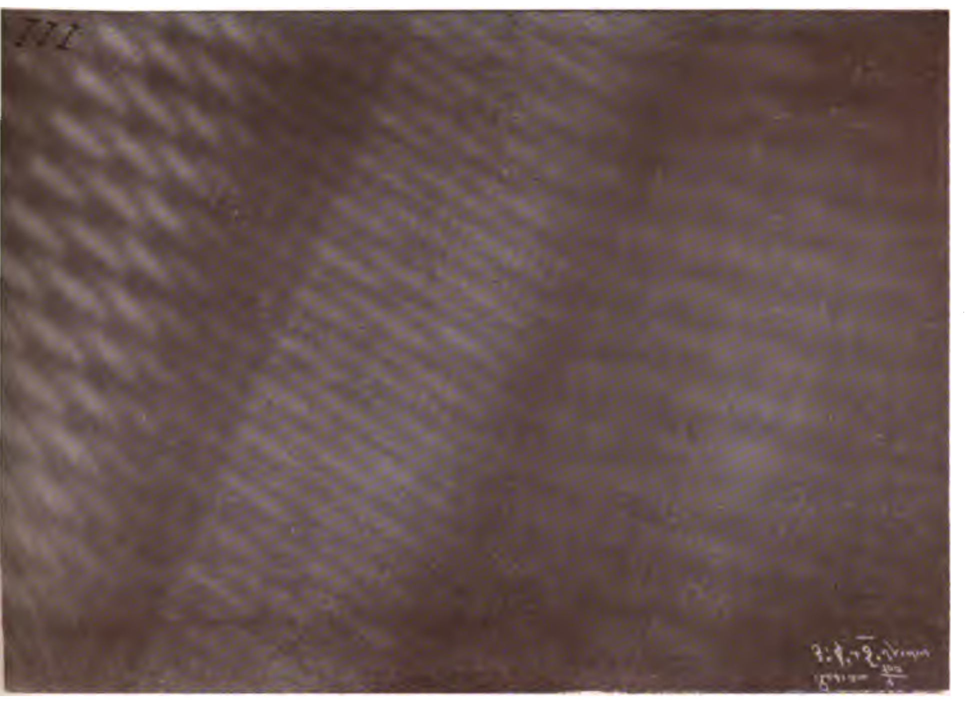


Cliché I (*réduction* 1/2)

IMAGE DE LA FENTE AU CENTRE ; SPECTRES DE 1er ORDRE A DROITE ET A GAUCHE.

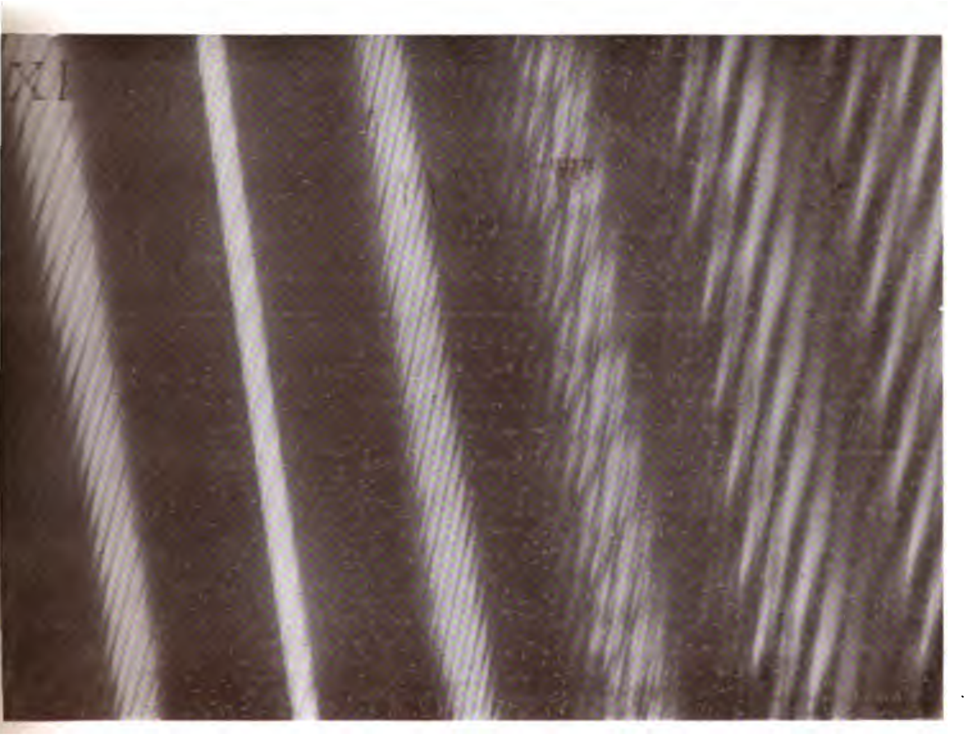
Cliché II.

SPECTRES DE 1er, DE 2me ET DE 3m ORDRE.



Cliché III.
SPECTRES DE 3me, 4me ET 5me ORDRE.

Cliché X.
IMAGE DE LA FENTE (vers la gauche); SPECTRES DE 1er, 2me, 3me ET 4me ORDRE.



Cliché XI.

ECTRE DE 1er ORDRE (gauche); IMAGE (élargie) DE LA FENTE; SPECTRES DE 1er, 2me, 3me ET 4me ORDRE (droite).

Dans les spectres de 1er ordre, on constate l'identité des cannelures de trois en trois seulement.

TABLE DES MATIÈRES.

NOVEMBRE 1907.

(Voir la suite à la page 2.)

Tours. — Imprimerie Deslis Frères.

Le Gérant : J. [illegible]

Ce Recueil paraît chaque mois.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, G. LIPPMANN, E. MASCART,
L. POINCARÉ,

ET

MM. B. BRUNHES, M. LAMOTTE et G. SAGNAC,
adjoints à la rédaction,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

QUATRIÈME SÉRIE.

TOME VI. — DÉCEMBRE 1907.

(*Clos le 15 Novembre.*)

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
97, BOULEVARD ARAGO (14e).

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à **M. Lucien Poincaré**, 130, rue de Rennes, à Paris, 6e.

Tout ce qui concerne l'administration (demandes d'abonnements, réclamations, etc.) **doit être adressé à M. Sandoz**, boulevard Arago, 97, à Paris, 14e.

Par application de la loi du 7 avril 1879, **tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemarck, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements.** Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 17 francs pour la France ou 18 francs pour les pays ci-dessus désignés, **au nom de M.** Sandoz, *Secrétaire du Journal*, 97, boulevard Arago, **à Paris, 14e. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.**

DÉCEMBRE 1907.

SUR QUELQUES PHÉNOMÈNES ÉLECTRIQUES DE L'ATMOSPHÈRE ET LEURS RELATIONS AVEC L'ACTIVITÉ SOLAIRE (1);

Par M. Arthur SCHUSTER.

L'ionisation de l'air est un fait fondamental qui joue un rôle prépondérant dans tous les phénomènes de l'électricité atmosphérique. Cette ionisation peut s'observer facilement dans les basses couches de l'atmosphère qui nous sont accessibles ; elle doit exister cependant aussi, et probablement à un haut degré, dans les régions très élevées.

Pour en estimer la valeur, on doit chercher une méthode indirecte ; on trouve celle-ci dans l'observation des oscillations de l'aiguille aimantée. La théorie que la variation diurne du champ magnétique terrestre est causée par des courants électriques circulant dans l'atmosphère est ancienne, mais elle ne pouvait être maintenue d'une manière sérieuse qu'après la découverte de la possibilité d'avoir un gaz qui fût conducteur de l'électricité sous l'influence des forces électromotrices les plus faibles. Dans un travail (2) dans lequel, il y a vingt ans, j'ai démontré pour la première fois qu'on peut ioniser les gaz par des étincelles électriques, j'avais déjà attiré l'attention des physiciens sur l'importance de ce fait comme preuve de la conductibilité de l'atmosphère, surtout dans les hautes régions où les décharges électriques indiquées par les aurores boréales doivent maintenir une ionisation permanente.

Je voudrais vous parler d'abord de quelques conclusions importantes qu'on peut déduire des variations magnétiques. Tout le monde sait que, si un conducteur se meut à travers des lignes de force, il en résulte un courant électrique. Si donc l'atmosphère est conductrice et si l'air est sujet à des mouvements périodiques, on doit avoir des courants induits par ce mouvement, toutes les fois qu'il se produit à travers les lignes du champ magnétique terrestre.

Comme on peut calculer les courants électriques qui peuvent être la cause des variations observées, on pourra en déduire les déplacements périodiques de l'air nécessaire pour l'explication des variations. C'est ce travail que j'ai entrepris et qui m'a donné des résultats intéressants. On trouve que la variation diurne magné-

---

(1) Conférence faite à la Société française de Physique le vendredi 5 avril 1907.
(2) *Proc. Roy. Soc.*, vol. XLII, p. 373 ; 1887.

tique est liée intimement à la variation diurne de la pression atmosphérique, et je dois d'abord vous rappeler en quelques mots quels sont les faits principaux des changements périodiques de la pression.

Il est tout naturel que le soleil, en chauffant les couches de l'atmosphère, produise un mouvement horizontal de l'air et donne naissance à une onde qui ressemble au flux de la marée. Cette onde aurait un effet barométrique possédant une période principale de 24 heures. Comme la variation de la température, développée par une série de Fourier, possède un terme dont la période est une demi-journée, on s'attendrait à une variation barométrique secondaire de cette durée. Non seulement on peut observer cette période de 12 heures, mais elle est même beaucoup plus importante que celle de 24 heures. Les météorologistes ont été beaucoup embarrassés par ce fait dont l'explication, sans doute correcte, a été d'abord indiquée par lord Kelvin. En effet, l'amplitude de l'oscillation engendrée par une cause périodique doit dépendre de la période propre des oscillations de l'atmosphère considérée comme système vibrant indépendant. Lord Rayleigh [1] a calculé d'une manière approximative ces périodes libres, et a trouvé que la durée des deux oscillations qui sont les plus importantes est de 23^h3 minutes et de 13^h7. Ces nombres doivent être modifiés à cause de la rotation de la Terre, et M. Margules, en tenant compte de cette rotation, a démontré que la seconde oscillation s'approche de 12 heures beaucoup plus que la première s'approche de 24 heures. De cette manière on arrive à l'explication naturelle de la grandeur relative de la période semi-diurne.

En me basant sur les mouvements horizontaux qui donnent lieu aux variations de pression, je peux prouver que ces mêmes mouvements produisent, sous l'influence de la composante verticale, des forces magnétiques terrestres, justement les courants électriques nécessaires pour l'explication des variations magnétiques.

Je commence par imaginer une conductibilité qui peut varier avec la hauteur, mais qui est uniforme dans chaque couche sphérique de l'atmosphère. Le calcul montre alors que la variation diurne du baromètre doit être accompagnée par une variation diurne magnétique et que la variation semi-diurne de la pression est

---

(1) *Œuvres complètes*, vol. III, p. 334.

accompagnée également par une variation magnétique correspondante. Ces variations magnétiques calculées s'accordent assez bien avec celles qu'on observe, pourvu qu'on prenne la moyenne de toute l'année. Quant aux phases du phénomène, on calcule pour le temps civil local du maximum diurne du potentiel magnétique : 12 heures (période de 24 heures) et 6h48 minutes (période de 12 heures), tandis que l'observation donne 10h24 minutes et 4h58 minutes. Les temps observés sont donc en avance sur les temps calculés d'un intervalle qui est presque le même (1h36 minutes et 1h30 minutes) pour les deux périodes. Il est nécessaire de remarquer que, pour comparer les deux phénomènes, on ne peut pas prendre directement les changements observés en un seul lieu, mais que l'on doit traiter l'ensemble des observations faites en différents endroits sur la surface de la terre par les fonctions de Laplace, et comparer les termes correspondants des changements barométriques et magnétiques. Ces fonctions ne peuvent être calculées que si les phénomènes sont connus dans un nombre suffisant d'endroits; mais, à cause des lacunes dans les observations, les variations soumises au calcul sont un peu incertaines, de sorte que l'erreur de phase signalée plus haut pourrait s'expliquer par les défauts de notre connaissance. Malheureusement il y a une difficulté beaucoup plus sérieuse qui doit être résolue avant qu'on puisse accepter l'explication simple que j'ai donnée de la période magnétique. Si on calcule la conductibilité de l'air pour les deux variations, on trouve un nombre différent selon qu'on la déduit de la variation de 24 heures ou de celle de 12 heures : dans le premier cas, la conductibilité qui ressort du calcul est trois fois plus grande. Il faut noter aussi que la variation magnétique observée est beaucoup plus grande en été qu'en hiver, tandis que la variation barométrique est à peu près la même dans les deux saisons, et ce désaccord nous conduit, je crois, à l'explication de la discordance signalée. En effet, si l'ionisation de l'air dans les hautes régions de l'atmosphère était produite par la radiation solaire, on comprendrait facilement l'augmentation des courants électriques en été, et notre première supposition de l'uniformité de la conductibilité de l'air ne serait pas juste. Ces réflexions m'ont conduit à reprendre le calcul en introduisant une variabilité de conduction d'après l'angle sous lequel les rayons du soleil tombent sur les différentes parties d'une couche sphérique de l'atmosphère, et j'ai obtenu une solution qui montre qu'on peut

arriver de cette manière à un accord entre la théorie et les observations. Les détails du calcul seront publiés prochainement, et, quoique l'incertitude des observations ne nous permette pas de prononcer un jugement définitif, on verra qu'il n'y a pas d'objections sérieuses à la théorie que les variations magnétiques sont causées par des courants électriques induits sous l'influence combinée des forces magnétiques permanentes de la terre et de la grande oscillation atmosphérique qu'on observe dans les périodes diurnes de la pression barométrique.

Admettons donc, pour le moment, qu'il en est ainsi et demandons-nous quelle est la conductibilité électrique qui doit exister pour expliquer la grandeur des changements magnétiques. Le calcul nous donne le produit de la conductibilité par l'épaisseur de la couche conductrice et on trouve pour ce produit le nombre 3×10^{-6}. Les observations sur les aurores boréales et la hauteur à laquelle les météorites deviennent lumineux nous montrent que l'atmosphère s'étend bien au delà de 300 kilomètres, et, si on admet ce nombre comme épaisseur de la couche conductrice, on trouve que la conductibilité en unités électromagnétiques a une valeur moyenne de 10^{-13}. Ce nombre est très grand si on le compare avec la conductibilité observée près de la surface de la terre, qui est approximativement 10^{-24}; mais les expériences indiquent que la conductibilité augmente en raison inverse de la pression si la cause de l'ionisation reste invariable et si la vitesse de recombinaison est indépendante de la température. A une hauteur telle que la pression est 1 millième de millimètre de mercure, la conductibilité devrait donc être 10^{-18}, et ce nombre doit être augmenté si, comme il est probable, la recombinaison des ions est plus lente lorsque la température est très basse. On voit cependant que, même en tenant compte de l'accroissement de la conductibilité par diminution de pression, il faut admettre une cause d'ionisation beaucoup plus forte dans les hautes régions qu'on l'observe sur la surface de la terre et, comme j'ai déjà dit, cette ionisation doit dépendre de la position du soleil. Donc elle doit être causée par un rayonnement du soleil. C'est un résultat important qui ressort de notre théorie et qui en démontrerait l'impossibilité si on pouvait prouver que la valeur de l'ionisation à laquelle elle conduit est inadmissible. A cet égard, je crois que, si l'on réfléchit à la presque impossibilité d'expliquer les variations magnétiques autrement que par des courants induits

de l'atmosphère, on préférera admettre la grande conductibilité dans les hautes régions plutôt que d'abandonner une théorie qui, d'ailleurs, explique bien les faits.

Les effets électrostatiques qu'on observe près de la surface de la terre se passent, en apparence, en indépendance complète des effets magnétiques. On observe, par exemple, que les décharges électriques de l'éclair ne sont pas accompagnées de perturbations magnétiques, et, pendant les orages magnétiques, on n'aperçoit pas d'anomalies du potentiel. On ne peut quand même séparer la discussion des deux phénomènes, et l'origine de l'électricité atmosphérique forme un problème fondamental sur lequel je voudrais dire quelques mots. La théorie qui, à présent, semble être la plus probable repose sur le fait que la condensation de la vapeur d'eau se fait plus facilement sur les ions négatifs que sur les ions positifs. La pluie devrait donc transporter de haut en bas un excès d'électricité négative qui, en se répandant sur la surface du globe, maintiendrait la charge observée. La théorie demande que la quantité d'électricité communiquée au sol par la pluie soit égale à la quantité perdue par la conduction de l'air. Cette dernière quantité, on la connaît assez bien et on a cherché à mesurer les charges de la pluie qu'on trouve quelquefois d'un signe, quelquefois de l'autre, avec un excès cependant en faveur du signe négatif. On a cru démontrer de cette manière que l'ordre de grandeur de cet excès négatif est le même que celui de la quantité dissipée par conduction, mais je crois qu'un simple calcul nous montrera qu'on ne pourra pas résoudre la question de cette manière.

La quantité de pluie qui tombe par seconde sur toute la surface de la terre est très considérable. La discussion des observations, qu'on doit d'abord à Sir John Murray (1), puis à M. Bruckner et M. Richard Fritsche (2), nous permet d'estimer la hauteur moyenne de l'eau recueillie sur les continents comme étant de près de 75 centimètres. La chute de pluie sur les océans est mal connue, mais elle a été estimée par Supau ; et M. Fritsche, en tenant compte de tous les faits connus, donne 91 centimètres comme la hauteur probable de la chute moyenne sur le globe de la terre. Il est intéressant de noter qu'en se basant sur ce nombre, on trouve que, pendant chaque

(1) *Scottish biographical Magazine*, III, 2 ; 1887.
(2) *Zeitschrift für Esenwasserkunde*, VII ; 1906.

seconde, un poids d'eau égal à 15 millions de tonnes tombe sur la surface de la terre.

Le courant électrique qui traverse la surface de la terre et qui tend à dissiper sa charge négative a été mesuré par plusieurs physiciens et notamment par MM. Gerdien et C.-T.-R. Wilson. En acceptant le chiffre de M. Wilson (1), qui donne une dissipation de 0,56 0/0 de la charge par minute, on trouve pour le courant vertical $8,25 \times 10^{-18}$ en mesure électromagnétique. Ce nombre est intermédiaire entre les deux valeurs trouvées pendant des ascensions en ballon des 11 mai et 18 août 1905 par M. Gerdien (2), par une méthode tout à fait différente. Une chute de pluie de 75 centimètres par an veut dire qu'en moyenne $2,4 \times 10^{6}$ grammes d'eau tombent par seconde sur 1 centimètre carré. Si cette chute remplace la perte par dissipation, on trouve que 1 gramme d'eau transporte vers le bas $3,5 \times 10^{-12}$ unités électromagnétiques. Dans les expériences sur l'électrisation de la pluie, on n'a malheureusement pas mesuré la quantité de pluie qui est tombée, mais seulement la quantité d'électricité apportée à l'électromètre dans un temps donné. Mais, en Allemagne où ces mesures ont été faites, le maximum d'eau tombée, dans une autre série d'expériences entreprise pour un objet différent par M. Lenard (3), a été $0^{cm^3},012$ par seconde. Et, si toute la pluie tombait aussi vite que cela, on devrait avoir pendant une averse un apport d'électricité de $4,16 \times 10^{-15}$ unités par seconde, en supposant que la pluie rapporte seulement à la terre l'électricité qui s'échappe par conduction. En réalité, on s'attendrait à un apport beaucoup moindre, parce que l'exemple emprunté à M. Lenard se rapporte à un cas d'une averse exceptionnellement forte. Au contraire, on trouve une électrisation beaucoup plus grande. Pendant les pluies, MM. Elster et Geitel (4) ont mesuré très souvent des électrisations de 6×10^{-15} C. G. S. par seconde, et une fois l'électrisation atteignit la valeur 76×10^{-15}. Le signe de la charge était quelquefois positif et quelquefois négatif. On voit donc que, pour calculer le total de la charge rapportée à terre par la pluie, il faut avoir des mesures de deux quantités qui ne diffèrent pas beaucoup et dont il faudrait connaître la différence pour décider la

(1) *Proc. Camb. Phil. Soc.*, XIII, p. 363; 1906.
(2) *Gœttinger Nachrichten*, 1905, p. 447.
(3) *Met. Zeitschrift*, 1904, p. 249.
(4) *Terrestrial Magnetism*, vol. IV, p. 15; 1899.

question que nous avons posée. Il serait déjà presque impossible d'arriver à des nombres exacts pour un endroit, et, quand même on y parviendrait, on ignorerait encore tout à fait si les conditions sont les mêmes dans les régions tropiques ou arctiques ou sur les océans. Tout ce qu'on peut dire à présent est que la quantité d'électricité positive et négative portée en bas par la pluie est, autant qu'on peut juger par les mesures faites en Europe, beaucoup plus grande que celle qu'il faut avoir pour remplacer la charge dissipée par conduction ; mais, comme c'est la différence entre le rendement des signes contraires qui intervient, les faits s'accordent bien avec la théorie que c'est bien l'eau tombant des nuages qui maintient la charge de la terre. Sans donc pouvoir prouver la théorie, les lois de la condensation de la vapeur d'eau sur les ions nous donnent des raisons qui suffisent pour l'adopter provisoirement.

Cette théorie explique d'une manière satisfaisante la variation du potentiel avec la hauteur au-dessus du sol. La diminution de cette variation nous prouve qu'il doit y avoir un excès d'ions positifs dans l'atmosphère, excès qui, en partie, tient à l'accroissement de la conductibilité. Car M. Gerdien nous a donné de bonnes raisons pour croire que le courant vertical doit rester approximativement constant, et il a pu confirmer cette conclusion dans deux ascensions en ballon. Si V représente le potentiel, x la hauteur et k la conductibilité, on peut exprimer la condition de la constance du courant :

$$K\frac{dV}{dx},$$

en écrivant :

$$\frac{d}{dx}K\frac{dV}{dx} = 0.$$

On a donc pour la charge du volume :

$$-\frac{1}{4\pi}\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{1}{4\pi K}\frac{dK}{dx}\frac{dV}{dx}.$$

Comme $\frac{dK}{dx}$ et $\frac{dV}{dx}$ ont un signe positif, la charge du volume est positive.

Dans la région de la constance du courant vertical, la diminution de la variation du potentiel doit être complètement expliquée par l'augmentation de la conductibilité; mais, dès qu'on s'élève à la hauteur où la séparation des deux ions par condensation a lieu,

d'autres circonstances modifient la distribution des surfaces équipotentielles.

La discussion des phénomènes électrodynamiques de l'atmosphère est incomplète sans la considération des relations très importantes qu'on a pu constater avec l'état variable de l'activité solaire. On constate facilement que la variation magnétique est notamment plus grande dans les années où les taches du soleil abondent, et la connexion de ces taches avec les orages magnétiques a été prouvée définitivement. Mais, en outre de ces relations certaines, on a beaucoup discuté des relations moins évidentes entre les taches et divers phénomènes de la météorologie. Ces relations, si on pouvait en être sûr, auraient une importance énorme. Cependant je crois qu'il faut approcher la question avec un scepticisme profond, car on n'a qu'à lire une grande partie des travaux qu'on a publiés sur ce sujet pour reconnaître que l'idée de ce qui constitue une preuve est beaucoup moins rigoureuse dans la physique cosmique que dans les autres branches de la science. S'il faisait beau temps, par exemple, les vendredis pendant trois semaines consécutives, personne ne conclurait qu'il fera beau tous les vendredis; mais, si la vendange était bonne trois fois de suite pendant le maximum des taches solaires, tout le monde ou presque tout le monde dirait qu'une relation réelle entre les deux phénomènes est prouvée. On a, sans doute, mis au jour des faits qui méritent des recherches plus approfondies et qui même promettent des résultats positifs et décisifs. Par exemple, on ne peut guère regarder les courbes publiées par M. Koeppen (¹) sur la température moyenne dans la zone tropique sans être impressionné par la similitude presque absolue entre la courbe de température et celle du nombre des taches du soleil; pendant les quatre cycles 1822-1856, les maxima des taches solaires coïncident avec les minima de température et *vice versa*. Il est difficile de croire que cet accord soit accidentel; mais, avant 1800, la correspondance n'est plus exacte, et dans la période 1780-1790 les effets sont même complètement renversés; aussi, en 1860, il y avait un maximum de température à la place du minimum qui aurait dû avoir lieu si la relation était parfaite. Il y a d'autres recherches, comme celles de M. J.-S. Lockyer (²)

(¹) *Zeitschrift der œsterreichischen Gesellschaft für Meteorologie*, vol. VIII, p. 141.

(²) *Proc. Roy. Soc.*, vol. LXXXVIII, p. 43; 1906.

sur les variations de pressions, qui semblent établir une relation au moins très probable; mais, d'autre part, on pourrait citer des publications sur ce sujet qui ne prouvent que le manque de faculté critique de la part des auteurs.

Je suis loin de nier l'existence d'une véritable connexion entre les taches solaires et les phénomènes météorologiques.

Il est certain que les courants électriques de l'atmosphère sont plus intenses dans les années de taches, et cela veut dire qu'il y a un développement de chaleur plus grand pendant cette période. On ne saurait nier que tous les faits météorologiques doivent être reliés ensemble, et ceci est vrai, même d'une façon plus générale. En effet, on doit constater qu'il n'y a pas de variations indépendantes au monde. Si on laisse tomber une feuille de papier, on change la valeur de l'accélération de gravité au Japon, et semblablement je peux affirmer sans peur de contradiction qu'il y a une relation véritable entre les taches du soleil et le nombre de gens qui vont à l'église le dimanche. La variation d'une quantité entraîne toujours la variation d'un grand nombre d'autres phénomènes; mais ce qui importe, c'est de savoir si c'est la première décimale qui est affectée ou la vingtième, et voilà justement ce qui est difficile à déterminer.

Une méthode que j'ai développée nous permet d'appliquer la théorie des probabilités aux relations entre divers phénomènes; mais l'application demande un calcul assez considérable et, quand on traite de périodes longues comme celle du cycle solaire, on doit posséder une série d'observations assez étendue. Je suis en train de soumettre quelques données météorologiques à l'épreuve de cette méthode, mais je n'ai pas encore obtenu de résultats décisifs.

En attendant, je me borne aux relations bien établies entre le cycle solaire et les phénomènes électromagnétiques observés sur la surface de la terre. A l'augmentation de l'amplitude de la période diurne du magnétisme terrestre pendant les années de taches nombreuses, il faut ajouter le fait important que les orages magnétiques sont plus nombreux pendant les mêmes années. On a cru pouvoir identifier les taches individuelles qui produisent une perturbation magnétique sur la terre; mais quelquefois on affirme que l'action de la tache se fait quand elle apparaît au bord du soleil, pendant que d'autres fois les auteurs placent l'action maximum au moment où la tache traverse le méridien central. Nous attendrons

pour discuter les causes du phénomène, qu'on soit d'accord sur les faits; mais je ne peux pas bien me rendre compte de l'importance qu'on attache au méridien central. Je comprends que, si on se limite à des actions qui quittent le soleil radialement et se propagent en lignes droites, le centre du soleil joue un rôle spécial, et dans ce cas une tache qui passerait près du centre serait en position d'agir fortement. Mais dans ce cas aussi un déplacement par rapport au centre devrait diminuer la probabilité d'action, quelle que soit la direction du déplacement. Si c'est bien le méridien central qui définit le plan d'action, on serait forcé de croire que les lignes d'actions puissent être courbées dans les plans méridiens, mais pas dans les autres plans. On pourrait peut-être citer les rayons polaires de la couronne, qu'on observe pendant quelques éclipses comme montrant qu'une courbure dans le sens indiqué existe vraiment, et ceux qui se sont lancés dans ces spéculations ont été entraînés de la sorte à parler du magnétisme solaire et d'un grand nombre d'autres propriétés imaginées seulement pour éviter d'avouer leur ignorance. Si on invente de cette manière une nouvelle hypothèse pour chaque phénomène, on fait de la poésie plutôt que de la science; on achève peut-être une œuvre méritoire en préparant le chemin pour des études plus sérieuses, mais on ne fournit pas de fondements solides sur lesquels ces études puissent reposer. Nous nous contenterons, pour ces raisons, d'affirmer une relation générale entre les taches solaires et les orages magnétiques, mais nous éviterons d'attribuer un certain orage à une certaine tache.

Intimement liées aux orages magnétiques, les aurores boréales nous présentent un problème très difficile, dans lequel je ne veux pas entrer aujourd'hui. Il suffit de dire que, dans les années où il y a beaucoup de taches solaires, les aurores descendent en plus grand nombre dans les latitudes modérées, tandis que la période solaire ne se montre pas avec la même évidence dans les régions polaires.

Il me semble que tous les phénomènes électromagnétiques de la terre dépendant de l'activité solaire peuvent être expliqués, si l'on admet une conductibilité plus grande de l'atmosphère pendant les années de taches. D'après la théorie de la variation diurne que j'ai développée [1], on voit tout de suite qu'un agrandissement de la con-

---

[1] *Reports British Association* (Edinburgh), p. 627 ; 1892.

ductibilité entraînera un accroissement de l'amplitude. Pour les aurores, on ignore encore la force électromotrice qui les produit ; peut-être la trouvera-t-on dans la circulation générale de l'atmosphère de l'ouest à l'est autour des pôles, circulation qui se ferait à travers les lignes de force magnétiques de la terre. L'augmentation de conductibilité ayant lieu surtout dans les régions exposées aux rayons du soleil, on comprendrait l'étendue des aurores vers les zones tropiques pendant les années de grande activité solaire. Quant aux orages magnétiques, ils sont, à mon avis, causés par des changements subits de conductibilité dans les hautes régions de l'atmosphère ; les forces électromotrices qui provoquent les courants seraient les mêmes mouvements de l'atmosphère qui causent les variations diurnes et les aurores. Il faudrait donc admettre que des changements brusques de conductibilité sont fréquents près du maximum des taches solaires. Si l'ionisation des gaz dans les hautes régions est causée par la radiation solaire — et ce seront les rayons ultra-violets qui seront les rayons actifs — nous devrons conclure que la radiation ultra-violette incidente dans l'atmosphère et probablement absorbée en partie dans les parties extérieures varie avec la période solaire.

M. Arrhenius a développé dans son livre sur *la Physique cosmique* une théorie qui couvre un grand nombre de faits en se basant sur la répulsion des gouttelettes condensées dans les environs du soleil autour de noyaux qui, le plus souvent, seront des ions négatifs. Cette répulsion, exercée par une forte radiation, joue probablement un rôle important dans la nature et donne une explication simple des queues de comètes et probablement aussi des rayons de la couronne solaire. Cependant les idées de M. Arrhenius me semblent un peu visionnaires ; elles sont intéressantes, mais elles agissent plutôt comme des stimulants qui nous font oublier nos maux, au lieu de les guérir.

Ce qui enlève un peu la réalité à la discussion sur les effets des taches solaires est que nous n'avons que des idées très vagues sur la nature des taches, et nous ignorons absolument ce qui les fait varier d'une manière périodique. J'ai publié récemment des recherches [1] qui ont montré qu'il y a plusieurs cycles et que les périodes sont plus régulières qu'on ne le croit généralement. En

---

[1] *Phil. Trans.*, vol. CCVI, p. 69 ; 1906.

vue de ces faits, je crois qu'on ne peut admettre qu'une cause cosmique, et on n'en connaît pas d'autres que la circulation de matière autour du soleil dans des orbites fermées. Il faut donc regarder le changement périodique de la forme de la couronne, qui est très bien établi comme phénomène primaire dont dépend l'activité solaire qui se montre dans les taches proéminentes ou facules. Plusieurs savants ont cru pouvoir constater que les longs rayons de la couronne partent des régions fortement perturbées de la surface solaire. Si cette conclusion est justifiée, on devra regarder cette perturbation non comme la cause du rayon, mais comme produite par lui.

Nos mesures de la radiation solaire ne sont pas encore assez exactes pour pouvoir décider la question de sa variabilité avec l'état de la surface ; mais les flocules de calcium relevées par les photographies du spectro-héliographe montrent l'importance de l'influence de ces flocules sur l'intensité des radiations qui sont près du bord violet du spectre visible. Et, comme ces flocules semblent être liées aux facules qui varient avec les taches du soleil, une variation périodique de ces radiations est presque certaine. Il restera à prouver qu'elle est suffisante pour avoir un effet sensible sur l'ionisation atmosphérique.

Une discussion des détails qu'on observe dans la couronne et des changements qu'elle subit avec la période solaire m'entraînerait trop loin et je résumerai maintenant l'objet principal de cette conférence. Au lieu de me lancer dans des théories cosmiques, je préfère étudier en détail les phénomènes terrestres qui sont influencés par des causes cosmiques. La période diurne du magnétisme terrestre me semble bien adaptée pour jeter de la lumière sur les causes qui agissent, et j'ai expliqué la théorie de cette variation qui conduit à se former une idée de la grandeur de la conductibilité des hautes régions de l'atmosphère. Une théorie en physique ne vaut rien si on ne peut pas prouver qu'elle est fausse : je veux dire qu'une théorie doit être suffisamment bien définie pour nous permettre de tirer des conclusions nettes qui peuvent être soumises à l'épreuve. Si une théorie est assez vague pour nous offrir toujours une porte de salut dès que nous trouvons un fait qui n'est pas tout à fait en accord avec elle, sa valeur disparaît au point de vue philosophique. J'attache donc quelque importance aux conclusions qu'on peut tirer de la théorie que j'ai formée, et je tiens à indiquer le chemin par

lequel on pourra établir sa faillite, si elle n'est pas juste. En première approximation, on peut traiter l'axe magnétique terrestre comme coïncidant avec l'axe géographique. On arrive au résultat que la variation diurne dépend seulement de la latitude et du temps local. Mais, si on tient compte de l'inclinaison des deux axes, on trouve que la période doit avoir un terme qui dépend du temps du méridien contenant l'axe magnétique. Ce terme est assez important près de l'équateur pour être mis en évidence par les observations en comparant les courbes tracées dans des longitudes différentes. Malheureusement il y a peu d'endroits dans les régions équatoriales où on a observé la période diurne, et je n'ai pas encore eu l'occasion d'examiner si les observations qui existent suffisent pour notre but.

Les effets lunaires nous fournissent un autre exemple pour mettre la théorie à l'épreuve. Les marées de l'atmosphère qui correspondent aux marées de l'océan ne peuvent guère être distinguées au delà des régions équatoriales. A Batavia, on a trouvé une influence du jour lunaire sur le baromètre qui montre un excès de $0^{mm},11$, une heure après les culminations supérieures et inférieures, sur la pression observée six heures après ou avant les culminations. Notre théorie doit donc donner une période magnétique dont le temps total est une journée lunaire. En effet, on a observé une telle période, mais les faits pour le moment sont encore trop mal étudiés pour pouvoir les soumettre au calcul. On peut cependant déjà entrevoir qu'en poursuivant les calculs on ne manquera guère de jeter de la lumière sur le jeu mystérieux des relations cosmiques. Ce qui nous manque en premier lieu, c'est une discussion suffisante des observations qu'on accumule de plus en plus dans les observatoires magnétiques sans les appliquer aux problèmes qui attendent leur solution, et en second lieu il nous faut des observations nouvelles faites dans des endroits bien choisis. On attache trop d'importance à ce qu'on appelle la continuité des observations, continuité qui très souvent est imaginaire, parce qu'on fait des changements dans l'ajustement des instruments, qui sont quelquefois aussi importants que le serait un changement d'endroit. Comme on a peur d'interrompre les observations une fois commencées, on préfère les continuer dans les voies anciennes, et on retarde ainsi le progrès de la science en faveur d'un avantage de sentiment qui généralement est illusoire. Il faut sans doute quelques obser-

vatoires permanents pour les séries longues, et ici on devrait insister plus strictement à ce que les observations d'une année puissent être mises exactement en relation avec les observations de l'année précédente. Mais, pour l'élucidation des variations, ce qu'il nous faut, pour le moment, ce sont de courtes séries dans un plus grand nombre d'endroits. Des observations faites pendant une année avec des instruments bien comparés nous apprendraient beaucoup, pourvu que la situation des endroits soit fixée par rapport au problème qu'on doit résoudre. Ce n'est qu'en ayant une idée claire de ces problèmes avant de déterminer le plan d'observation qu'on arrivera à un résultat satisfaisant.

En conclusion, je tiens à vous remercier de l'honneur que vous m'avez fait en me demandant de parler devant votre Société, qui jouit d'une réputation si grande. Quand l'invitation de votre secrétaire me parvint, j'avais justement terminé le travail sur la variation diurne du magnétisme terrestre, dont je vous ai parlé. Je me rendis bien compte de la difficulté que j'aurais à expliquer dans une langue étrangère un sujet difficile qui ne se prête guère à une exposition populaire ; mais je suis un peu l'apôtre des conférences internationales, et je vous prie de croire que, si j'ai entrepris une tâche qui était au-dessus de mes forces, c'est parce que je n'avais pas le courage de me refuser la jouissance d'entretenir mes confrères scientifiques d'un sujet auquel j'ai voué un intérêt spécial.

L'ASTROLABE A PRISME ;

Par MM. CLAUDE et DRIENCOURT.

L'astrolabe à prisme est un instrument qui sert à observer l'instant où la hauteur apparente d'un astre atteint une valeur *rigoureusement invariable* voisine de 60°. Il est employé, soit pour la détermination de la position du zénith sur la sphère céleste à une heure donnée d'un compteur de temps par l'observation d'un certain nombre d'astres dont les positions sont supposées connues, soit au contraire pour obtenir un lieu géométrique de la position sur la sphère céleste de chaque astre inconnu observé, en partant de celle du zénith à l'instant de l'observation de cet astre supposée déterminée préala-

blement. Dans le premier cas, il donne simultanément la *colatitude* et l'*heure sidérale du lieu*, qui sont les coordonnées de la position du zénith par rapport au pôle et au méridien du point équinoxial γ. Dans le second, les coordonnées dans le même système de l'intersection de deux lieux géométriques d'un même astre obtenus soit au même point, soit en deux points différents, sont la *distance polaire* et l'*ascension droite* de cet astre. L'instrument est donc, comme le cercle méridien, destiné à la détermination des *positions géographiques* et des *positions des astres ;* mais, sous sa forme actuelle, il n'est pas fait, comme lui, pour donner l'azimut avec précision.

I. — MÉTHODE DES HAUTEURS ÉGALES.

La méthode que l'instrument permet d'appliquer est *celle des hauteurs égales de Gauss généralisée*, dont le principe est le suivant.

Principe de la méthode. — Supposons qu'on ait noté, à un compteur de temps dont la marche est connue, les heures $t_1, t_2, \ldots, t_n$, auxquelles n astres $A_1, A_2, \ldots, A_n$ ont atteint une même distance zénithale *apparente* ζ_a. A_p désignant l'un quelconque de ces astres dont la position est connue, son observation fournit, de la position Z_p du zénith du lieu sur la sphère céleste à l'heure t_p, un lieu géométrique qui est le petit cercle décrit de A_p comme centre avec la distance zénithale *vraie* $(\zeta_a + \rho_p)$ comme rayon sphérique ($\rho_p =$ réfraction à l'heure t_p). Il jouit de la propriété d'être perpendiculaire en chacun de ses points à la direction de l'astre A_p. Nous le désignerons sous le nom de *cercle de hauteur*, pour le distinguer de la courbe de hauteur, qui est le lieu correspondant sur la surface terrestre.

On a ainsi autant de cercles de hauteur qu'il y a d'astres connus observés ; mais chacun d'eux se rapporte à une position particulière du zénith, celle qui correspond à l'heure de l'observation. A l'aide des heures notées $t_1, t_2, \ldots, t_n$, il est aisé de déplacer tous ces lieux sur la sphère céleste pour les faire se rapporter à une même position Z_0 du zénith correspondant à l'heure t_0 arbitrairement choisie du compteur de temps.

Le lieu de Z_p, par exemple, devient un lieu de Z_0, si on lui fait subir autour de la ligne des pôles une rotation égale à celle qui est nécessaire pour amener Z_p à coïncider avec Z_0, c'est-à-dire à

$15 [t_0 - t_p + m(t_0 - t_p)]$, en appelant m la marche du compteur sur le temps sidéral dans l'unité de temps qui sert à exprimer $t_0, t_1, \ldots, t_n$; la rotation étant comptée positivement dans le sens des ascensions droites croissantes. Cela revient à augmenter l'ascension droite α_p de A_p de la quantité

$$t_0 - t_p + m(t_0 - t_p).$$

Posons, pour abréger,

$$\alpha^0{}_p = \alpha_p + t_0 - t_p + m(t_0 - t_p),$$

et désignons par $A^0{}_p$ la position qu'occupe le centre du petit cercle après la rotation, c'est-à-dire le point qui a même distance polaire que A_p, et $\alpha^0{}_p$ pour ascension droite.

Le lieu de Z_0 ainsi obtenu est perpendiculaire à la direction azimutale de l'astre comme l'était celui de Z_p : *il peut donc être considéré comme un cercle de hauteur fourni par l'observation de l'astre fictif* $A^0{}_p$ *à l'heure* t_0, avec cette restriction cependant que le rayon reste $(\zeta_a + \rho_p)$, ρ_p correspondant à l'heure t_p et non à l'heure t_0. On observera également que, tandis que le centre A_p du lieu de Z_p n'est affecté que des *erreurs de ses coordonnées*, distance polaire δ_p et ascension droite α_p, l'ascension droite $\alpha^0{}_p$ comprend en outre l'*erreur d'observation* changée de signe commise sur t_p et l'erreur du terme $m(t_0 - t_p)$ résultant de l'*erreur sur la marche* m employée.

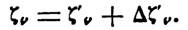
Si ces erreurs n'existaient pas et si, de plus, le rayon $\zeta_a + \rho_p$ était connu exactement, le cercle de hauteur résultant de l'observation de $A_p{}^0$ passerait exactement par le point Z_0. On aurait ainsi autant de lieux concourant en Z_0 que d'astres connus observés. Deux de ces astres choisis de manière que leurs directions azimutales se coupent sous un angle convenable suffiraient pour déterminer Z_0.

Mais chaque lieu est affecté d'une erreur qui dépend à la fois de celle de la position du centre et de celle de rayon. Cette dernière, qui entraîne un égal déplacement du lieu, est la somme algébrique de celles de la distance zénithale apparente ζ_a et de la réfraction tabulaire ρ_p. *Admettons la symétrie de la réfraction autour de la verticale à la distance zénithale* ζ_a, et supposons, en outre, pour simplifier l'exposé, que la température et la pression n'aient pas varié durant la série des observations, en sorte que la réfraction ait

conservé la même valeur ρ. (Rien ne serait plus facile, dans le cas contraire, que de tenir compte des variations de rayon, telles que $\rho_p - \rho$, pour chaque lieu.)

Dans ces hypothèses, ζ_a étant constant par définition, la distance zénithale vraie $\zeta_v = \zeta_a + \rho$ est elle-même une constante. Gauss a eu l'idée géniale de considérer cette constante comme *une inconnue à déterminer par les observations*, afin d'éliminer à la fois les erreurs de ses deux termes qui affectent de la même manière tous les lieux géométriques de Z_0.

Soit alors (*fig.* 1) ζ'_v une valeur approchée quelconque ζ_v, telle que :



$$\zeta_v = \zeta'_v + \Delta\zeta'_v.$$

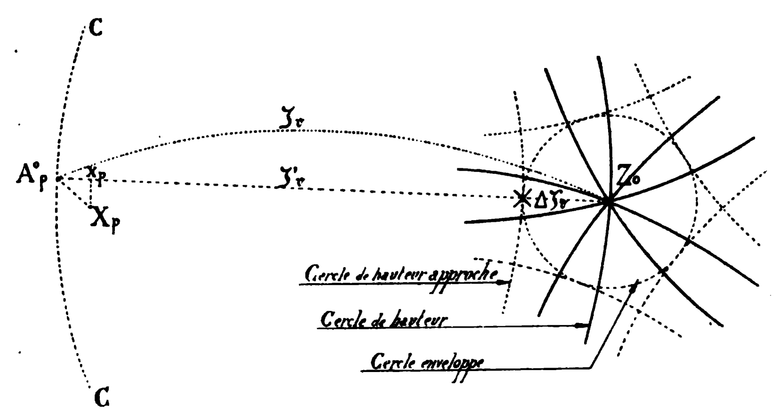


Fig. 1.

Le *cercle de hauteur approché* tracé de A^0_p comme centre avec ζ'_v comme rayon sphérique, au lieu de passer par le point Z_0, en passera à la distance sphérique $\Delta\zeta'_v$ comptée positivement dans la direction de l'astre, abstraction faite, bien entendu, des erreurs de position de l'astre, d'observation et de marche du compteur de temps. En appliquant la même construction pour tous les astres connus observés, on aura autant de cercles, non plus concourant en Z_0 comme précédemment, mais tangents intérieurement ou extérieurement, tous dans le même sens, à un même petit cercle de rayon $\Delta\zeta'_v$ ayant pour centre Z_0.

Problème de Gauss. — Il suffit évidemment de trois cercles tangents en des points convenablement espacés, par conséquent de trois astres observés dans des directions azimutales faisant entre elles des

angles convenables, pour déterminer ce *cercle enveloppe* : c'est là proprement le problème des hauteurs égales de Gauss, celui dont le grand géomètre et après lui Cagnoli ont donné des solutions directes. Il consiste à trouver sur la sphère le centre Z_0 du petit cercle CA^0_pC passant par les trois astres fictifs correspondant aux trois astres observés.

Généralisation de la méthode. — Mais on conçoit qu'avec trois astres seulement, si les erreurs de distance zénithale apparente et de réfraction tabulaire sont éliminées, celles de position des astres fictifs ont au contraire une grande influence sur le tracé du cercle qu'ils déterminent, puisque leurs composantes suivant le rayon interviennent tout entières.

Ainsi le point X_p (*fig.* 1) représentant la vraie position de A^0_p par exemple, le cercle des trois points, qui devrait passer par X_p ou par sa projection x_p sur $A^0_pZ_0$, se trouve tracé en réalité par A^0_p; il est donc déplacé de $x_pA^0_p$, composante de l'erreur suivant le rayon $A^0_pZ_0$.

L'erreur de position de A^0_p, ainsi qu'on l'a vu plus haut, comprend trois parties :

1° L'erreur de position de A_p, résultante de l'erreur en distance polaire et de l'erreur en ascension droite. Ces composantes, qui sont tantôt positives, tantôt négatives, et dont les plus petites sont les plus nombreuses, peuvent être considérées comme des erreurs accidentelles et, pour diminuer leur influence, il faut augmenter le nombre des astres observés dans la même direction azimutale;

2° L'erreur d'observation sur t_p, qui se reporte sur l'ascension droite seule x^0_p. Elle se subdivise en deux : l'une, l'*erreur personnelle*, constante en général pour le même observateur ou du moins dont les variations, avec son état physiologique, avec l'éclat et la vitesse de l'astre, sont regardées comme accidentelles; l'autre variable : c'est l'*erreur d'appréciation* proprement dite; elle est, comme les erreurs accidentelles, indifféremment positive ou négative; mais sa grandeur, au lieu de suivre la loi des erreurs fortuites, augmente en moyenne avec la lenteur du mouvement en distance zénithale, et cela quel que soit l'observateur.

L'erreur, ou, comme on dit, l'*équation personnelle*, affectant de la même manière les ascensions droites de tous les astres fictifs, affecte également l'ascension droite de Z_0, c'est-à-dire l'heure sidérale, comme, du reste, dans toutes les méthodes de détermination de l'heure, et on ne peut songer à l'éliminer.

Quant à l'erreur d'appréciation, elle rentre dans la catégorie des erreurs fortuites, s'il s'agit d'astres observés dans la même direction azimutale, puisque alors ils ont même vitesse zénithale au moment de l'observation. On atténuera son influence en multipliant les observations dans la même direction azimutale ;

3° Enfin, l'erreur du terme $m(t_p - t_0)$ résultant de l'*erreur sur la marche adoptée*, laquelle est très faible, si l'on a soin de comparer le compteur de temps immédiatement avant et après la série d'observations avec une pendule ou un chronomètre fixe à marche très régulière. Mais, comme cela n'est pas toujours possible, il convient de voir comment doivent être dirigées les observations pour que l'erreur de marche entraîne le minimum d'erreur sur la position de Z_0.

Nous supposerons l'instrument de mesure du temps assez parfait pour que la marche puisse être considérée comme constante durant la série, ce qui, pour un instrument déterminé, est d'autant plus admissible que l'intervalle $t_n - t_0$ entre la première et la dernière observation est plus court. La valeur absolue de l'erreur de α^0_p, due à l'erreur de marche, est alors proportionnelle à $t_0 - t_p$: il y a donc intérêt à prendre pour t_0 l'heure moyenne des observations. En second lieu, elle change de signe avec $t_0 - t_p$, en sorte que, si t_0 est la moyenne des heures de passages t_p et t_q de deux astres A_p et A_q observés dans la même direction azimutale, la moyenne des deux positions A^0_p et A^0_q sera indépendante de l'erreur de marche. Les observations dans chaque direction azimutale doivent donc être deux à deux équidistantes du milieu de la série pour que l'erreur de marche soit sans influence sur les résultats.

On voit par cette analyse de l'erreur de position d'un astre fictif que, s'il était possible, dans un temps suffisamment court, de multiplier les observations suivant *trois directions azimutales* convenablement écartées et de les répartir également dans chacune d'elles de part et d'autre du milieu de la série, en remplaçant tous les astres fictifs d'une même direction par l'astre fictif moyen, on reviendrait au cas des trois astres de Gauss : le problème serait encore déterminé et l'effet des erreurs de ζ_a et de ρ supprimé ; de plus, celui des autres erreurs serait grandement atténué.

Mais, pour que des étoiles soient observables à la même hauteur et dans le même azimut, il faut qu'elles aient la même distance polaire, et le cas de deux étoiles équidistantes du pôle se présente rare-

ment, surtout parmi celles en nombre assez restreint qui sont *brillantes* et de position bien déterminée. Ce mode de généralisation de la méthode de Gauss n'est donc pas applicable.

On pourrait sans doute remplacer les trois directions azimutales par trois *régions azimutales* dans chacune desquelles on observerait un nombre égal k d'étoiles. En prenant une étoile de chaque région, on formerait k groupes entièrement distincts de trois observations qui, traitées séparément, fourniraient autant de solutions partielles dont on prendrait ensuite la moyenne. Mais, pour être en droit d'admettre que les k solutions partielles ont la même probabilité, il faudrait réduire suffisamment l'étendue des régions azimutales pour que, dans chacune d'elles, la vitesse zénithale des astres, dont dépend en grande partie la précision des observations, puisse être considérée comme constante. On n'aurait ainsi qu'un nombre beaucoup trop faible d'étoiles à observer dans le temps pendant lequel les variations de marche du garde-temps sont négligeables.

On se trouve donc conduit à observer dans tous les azimuts pour arriver à une élimination aussi complète que possible de l'influence des erreurs de position des astres fictifs. Les conclusions auxquelles nous sommes arrivés précédemment, pour la distribution la plus convenable des étoiles dans chaque direction azimutale ou mieux dans la région azimutale qui peut lui être substituée, subsistent. Mais comment doit se faire la répartition entre les différentes régions? Et comment combiner ensuite les observations pour obtenir la meilleure solution? La méthode des moindres carrés fournit la réponse à ces deux questions d'une manière très simple, à la condition d'abandonner la considération des solutions partielles pour revenir à celle des lieux géométriques.

Ainsi qu'on l'a vu plus haut, le problème revient, en somme, à tracer le mieux possible le cercle enveloppe des cercles de hauteur approchés. En principe, ce cercle doit être également bien déterminé dans tous les sens. Or il faut pour cela que la densité des cercles tangents et par conséquent des étoiles à observer dans une région azimutale donnée soit inversement proportionnelle au *poids* moyen des cercles de hauteur tangents dans cette région. Quant au cercle enveloppe le plus probable, il est déterminé par la condition que $\Sigma P d^2$ soit minimum, P désignant le poids d'un cercle de hauteur approché au point où il devrait être tangent, et d sa plus courte distance au cercle enveloppe. Il suffit donc, pour connaître la répartition

idéale des étoiles à observer dans les diverses régions azimutales et savoir trouver la solution la plus probable, étant donnée une série d'observations dans des azimuts quelconques, d'avoir l'expression du poids d'un cercle de hauteur approché dans le voisinage de son point de contact avec le cercle enveloppe, ou, ce qui revient au même, celle du poids du cercle de hauteur proprement dit correspondant. Car les deux cercles, dont les rayons ne diffèrent que par une constante, ont évidemment même poids aux extrémités d'un même rayon.

L'erreur probable $\delta\zeta$ d'un lieu du zénith correspondant à une erreur probable d'appréciation δt sur le temps du passage, la seule que nous ayons à considérer ici, est égale à δt multipliée par la vitesse zénithale de l'astre, laquelle a pour expression $\sin\lambda \sin Z$, en appelant λ la colatitude et Z l'azimut, et en prenant pour unité la vitesse d'un astre dans l'équateur. On a donc pour $(\delta\zeta)''$ exprimé en secondes d'arc en fonction de $(\delta t)^s$ en secondes de temps :

$$(\delta\zeta)'' = 15 \sin\lambda \sin Z (\delta t)^s. \tag{1}$$

La formule qui donne l'erreur probable du temps du passage d'une étoile derrière un fil dans un instrument méridien est :

$$(\delta t)^s_1 = \pm \sqrt{(0,07)^2 + \left(\frac{3,2}{G \sin\delta}\right)^2};$$

δ désigne la distance polaire de l'étoile ; G, le grossissement de l'instrument ; $\sin\delta$ est la vitesse azimutale de l'étoile vue à l'œil nu, en prenant toujours pour unité celle d'un astre dans l'équateur ; $G \sin\delta$ est cette même vitesse dans l'instrument. La formule peut s'appliquer également aux observations de passages à une hauteur déterminée ; il suffit d'y remplacer $\sin\delta$ par la vitesse zénithale $\sin\lambda \sin Z$. On a donc :

$$(\delta t)^s = \pm \sqrt{(0,07)^2 + \left(\frac{3,2}{G \sin\lambda \sin Z}\right)^2} \tag{2}$$

et par suite :

$$(\delta\zeta)'' = \pm 15 \sqrt{(0,07 \sin\lambda \sin Z)^2 + \left(\frac{3,2}{G}\right)^2}. \tag{3}$$

Le carré de l'expression inverse représente le poids cherché.

La méthode des hauteurs égales est ainsi complètement généralisée.

Importance du rôle que joue le grossissement. — La formule (2)

signifie qu'il y a une limite à l'exactitude de l'appréciation du temps d'un passage et que sa valeur probable pour les observations à l'œil et à l'oreille est de $0^s,07$, comme pour les passages au méridien. Elle montre que, pour $\lambda = 90°$ et $Z = \begin{cases} 90° \\ 270° \end{cases}$, c'est-à-dire pour un astre observé à l'équateur et dans le premier vertical, l'erreur probable ℰt est minimum. Le second terme sous le radical se réduit alors à $\left(\frac{3,2}{G}\right)^2$, et il devient rapidement négligeable vis-à-vis du premier lorsque G augmente. Au point de vue de la *détermination de l'heure*, il n'y a donc pas intérêt, dans ce cas, à dépasser un certain grossissement, celui qui permet pratiquement d'atteindre la précision limite dans l'appréciation du temps du passage.

En dehors de l'équateur, pour obtenir cette même précision dans l'observation des étoiles à l'est et à l'ouest, il faut que le grossissement augmente dans le rapport de 1 à $\frac{1}{\sin \lambda}$. *Les forts grossissements sont donc d'autant plus nécessaires, pour la détermination de l'heure, que l'observateur se trouve plus près du pôle.*

Les cercles de hauteur approchés fournis par les étoiles observables dans le voisinage du premier vertical sont à la fois les plus précis dans le sens est-ouest et ceux qui déterminent le mieux le cercle enveloppe suivant cette direction : c'est pourquoi nous venons de les examiner à part. Quant aux autres, ils contribueront d'autant plus efficacement à la détermination de l'heure, toutes choses égales d'ailleurs, que le grossissement sera plus élevé.

Mais ce qu'il importe de retenir, c'est que, dans tous les cas, *il y a une limite à la précision des cercles de hauteur dans le sens est-ouest* qu'on ne saurait dépasser, quel que soit le grossissement. C'est surtout par le nombre des observations qu'il faut chercher à augmenter la précision dans la détermination de l'heure.

Il en va tout autrement si l'élément à déterminer, au lieu d'être le temps, c'est-à-dire une quantité de même nature que celle qui est observée, est la *colatitude*, qui n'en dépend qu'indirectement. Les cercles de hauteur approchés qui déterminent principalement le cercle enveloppe dans le sens nord-sud et, par conséquent, la colatitude, sont ceux qui proviennent des observations circomméridiennes, c'est-à-dire pour lesquels Z est voisin de 0° ou de 180°. Le premier terme sous le radical dans la formule (3) devient alors négligeable,

et elle se réduit à :

$$(\delta\zeta)'' = \pm 15 \frac{3,2}{G}.$$

L'erreur probable du cercle de hauteur fourni par l'observation d'une circomméridienne est donc inversement proportionnelle au grossissement.

Si l'on fait abstraction des erreurs de position des étoiles et des variations de marche du compteur de temps dans le cours d'une série, on conclut de là que les déterminations de latitude par la méthode des hauteurs égales sont *susceptibles d'une précision illimitée*, à la condition que l'augmentation de grossissement ne soit pas obtenue au prix d'une diminution dans la précision du pointé.

Il convient d'insister un peu sur cette question d'absence de limite de précision dans le cas des circomméridiennes pour bien marquer les rôles respectifs du compteur de temps et du grossissement. La vitesse zénithale d'un astre étant en secondes d'arc $15 \sin \lambda \sin Z$, si l'erreur probable δt de l'observation du passage à une hauteur déterminée était constante, celle $\delta\zeta$ du cercle de hauteur serait, dans un lieu donné, proportionnelle à $\sin Z$ et, par conséquent, tendrait vers zéro quand on prendrait des étoiles passant de plus en plus près du méridien. Le compteur de temps remplirait ainsi l'office d'un cercle divisé dont la précision de lecture croîtrait en raison inverse de $\sin Z$. Mais l'expression (2) de δt montre que l'erreur probable d'observation augmente quand la vitesse zénithale diminue et que, pour $G = 1$, c'est-à-dire sans grossissement, elle varie sensiblement en raison inverse de la vitesse. Le compteur de temps donne donc, pour les observations à l'œil nu, à peu près la même précision de cercle de hauteur dans tous les azimuts ; et il en est de même tant que G n'est pas assez grand pour que le terme $(0,07)^2$ ne soit plus négligeable devant $\left(\frac{3,2}{G \sin \lambda \sin Z}\right)^2$, quel que soit Z. G continuant à croître, l'inégalité de précision entre les cercles de hauteur des étoiles circomméridiennes et ceux des étoiles orientales ou occidentales s'accuse de plus en plus, la précision des derniers tendant vers une limite tandis que celle des premiers augmente presque proportionnellement à G. Le compteur de temps reprend alors son rôle de cercle divisé à lecture de précision

variable et se rapproche d'autant plus de celui qu'il jouerait, si δt était constant, que G est plus grand.

On voit tout l'intérêt qu'il y a à associer à l'instrument qui sert à noter les heures des passages un instrument de hauteurs égales doué du plus fort grossissement que l'on puisse atteindre sans nuire à la précision du pointé, afin de multiplier le plus possible les vitesses zénithales faibles.

Détermination de la position des astres. — Nous n'avons envisagé jusqu'ici qu'une partie du problème de l'astronomie de position, celle qui a pour but de déterminer la position du zénith sur la sphère céleste à une heure donnée du compteur de temps. Quelques mots suffiront pour faire comprendre comment la méthode des hauteurs égales permet de résoudre l'autre partie, celle qui consiste à déterminer la position d'un astre inconnu X.

L'observation du passage de l'astre X est englobée dans une série d'observations d'étoiles connues qui fournit la position Z_0 du zénith à l'heure t_0 du compteur et la distance zénithale vraie ζ_v; on en déduit la position Z_x du zénith à l'heure t_x de passage de X, et on a ainsi pour l'heure sidérale T_x, qui correspond à t_x, un lieu géométrique de X qui est le petit cercle décrit de Z_x comme centre avec ζ_v comme rayon.

Si on observe les deux passages à l'est et à l'ouest, on a deux lieux symétriques par rapport au méridien de l'astre. En faisant varier la distance zénithale d'observation, on obtiendra chaque fois un couple de lieux dont l'inclinaison sur le méridien de l'astre sera différente. Enfin, en se déplaçant en latitude, on pourra avoir des lieux orientés dans toutes les directions.

L'erreur probable de chacun des lieux se calcule aisément en fonction de l'erreur probable d'observation, de celles des coordonnées du zénith et de celle de la distance zénithale vraie ζ_v. Connaissant les poids de tous les lieux, on appliquera la méthode des moindres carrés pour avoir la position la plus probable.

Il est essentiel de remarquer que, dans cette détermination aussi bien que dans la précédente, on ne fait pas intervenir la valeur absolue de la réfraction et que seule la dissymétrie de la réfraction par rapport à la verticale peut affecter les résultats. Cette cause d'erreur peut être considérée comme du second ordre, au moins tant que la distance zénithale n'est pas trop grande.

Avantages de la méthode. — La méthode des hauteurs égales

généralisées est la seule qui permette de résoudre le problème de l'astronomie de position dans toute sa généralité. Elle utilise des mesures si l'on suppose la hauteur d'observation rigoureusement invariable, et non l'un des termes d'une mesure. La quantité observée est toujours du temps, ce qui rend les observations beaucoup plus comparables et permet d'assigner à chacune sa véritable erreur probable. Les erreurs redoutables de la réfraction sont presque entièrement éliminées. La méthode fournit non des coordonnées, mais des positions, et donne le moyen de calculer leur précision. Enfin, au point de vue pratique, elle ne comporte que des observations de temps, qui sont beaucoup plus rapides et plus faciles que les lectures de cercles divisés.

Ces avantages la placent au premier rang des méthodes de l'astronomie de position.

II. — ASTROLABE A PRISME.

§ 1. Principes essentiels de l'instrument. — 1. *Conditions auxquelles doit satisfaire un instrument de hauteurs égales.* — La longue digression qui précède sur la méthode des hauteurs égales était nécessaire non seulement pour faire comprendre les avantages et l'importance de la méthode, mais encore pour mettre en évidence les conditions indispensables auxquelles doit satisfaire un instrument pour permettre de l'appliquer. Elles sont au nombre de trois principales :

1° La distance zénithale apparente mesurée doit être rigoureusement constante;

2° Il faut que l'appareil supporte un grossissement élevé;

3° Enfin, il doit être agencé de manière qu'on puisse observer un grand nombre d'étoiles dans un temps très court.

La première condition est la plus importante : si elle n'est pas remplie, la méthode n'existe plus.

2. *Le sextant employé comme instrument de hauteurs égales. — Ses avantages et ses inconvénients.* — Une distance zénithale apparente constante, c'est un angle constant dont l'un des côtés est vertical et l'autre dirigé vers l'astre. Il faut donc un appareil susceptible de mesurer un angle invariable et disposé de manière qu'au moment de l'observation l'angle soit compris dans un plan vertical et reprenne exactement la même position par rapport à la verticale. Il n'existait

jusqu'alors qu'un instrument au moyen duquel cette association d'un angle invariable avec la verticale pouvait être réalisée pour l'observation de distances zénithales égales : c'est le sextant combiné avec l'horizon artificiel à mercure. Aussi bien est-ce pour cet emploi particulier du sextant que Gauss avait imaginé la méthode des hauteurs égales. Si on fixe l'alidade dans une position quelconque, le système des deux miroirs constitue un appareil mesurant un angle constant,

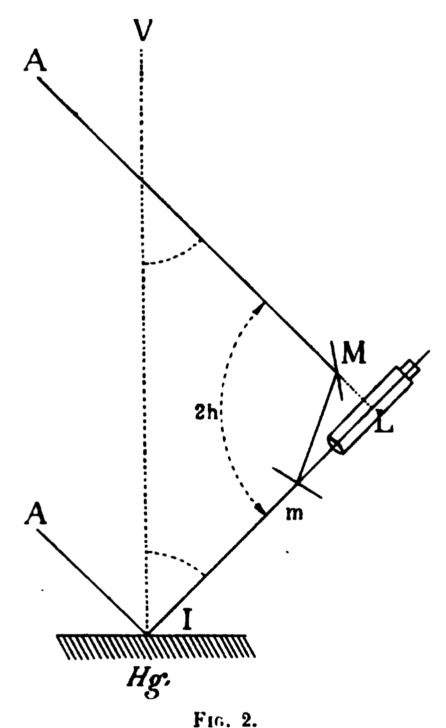


Fig. 2.

le double de celui des miroirs, dans un plan normal à leur intersection. En visant directement l'image d'une étoile dans l'horizon artificiel et l'astre lui-même par double réflexion dans les miroirs M, *m* (*fig.* 2), on n'a qu'à amener les images à passer l'une sur l'autre dans le plan vertical passant par l'axe optique de la lunette. Au moment où elles coïncident, l'intersection des deux miroirs est horizontale et, si l'axe optique est normal à cette intersection, celle-ci est perpendiculaire aux directions AM et I*m* des rayons directs et réfléchis sur le bain de mercure. L'appareil mesure donc bien un angle

constant vertical et toujours disposé de la même manière par rapport à la verticale, puisque ses côtés AM et Im sont également inclinés sur la verticale IV du bain de mercure. Cet angle $2h$ est le double de la hauteur apparente de l'astre à l'instant de la conjonction.

Ce mode d'observation, outre les avantages inhérents à la méthode des hauteurs égales, en présente deux autres très précieux :

1° La vitesse relative des images est double de celle d'une image simple : la précision d'observation est donc la même que celle qu'on aurait en observant le passage au fil horizontal d'une image avec une lunette de *grossissement double ;*

2° La lunette n'a pas besoin de réticule ; l'angle mesuré par les miroirs passant par un maximum ou un minimum lorsque le plan des rayons lumineux est normal à leur intersection, on règle la position de la lunette de manière que la ligne joignant le centre optique de l'objectif au centre du diaphragme placé au foyer soit normale à l'intersection des miroirs, et il suffit alors d'orienter l'instrument de manière que la coïncidence se produise *à peu près au centre du champ.*

Malheureusement, à côté de ces avantages, le sextant présente, au point de vue qui nous occupe, de graves défauts. On peut bien admettre que, au degré de précision que comporte le grossissement de la lunette, l'angle des miroirs reste constant tant que l'instrument est tenu verticalement dans la même position. Mais il n'en serait plus de même si l'on employait des grossissements comme ceux que réclame la méthode des hauteurs égales pour donner une grande précision ; la liaison des miroirs est trop précaire pour qu'on puisse compter sur l'invariabilité de leur angle. En outre, leur monture est très défectueuse : des miroirs même parfaits, lorsqu'ils sont mis en place, sont toujours assez déformés pour n'admettre que des grossissements faibles. Il est donc indispensable de substituer aux deux miroirs séparés un système de faces réfléchissantes absolument solidaires, parfaitement planes et le restant suffisamment pour que, placé dans sa monture, l'appareil supporte de forts grossissements. Ces faces doivent être taillées dans un même bloc de verre ou de métal ; mais alors, au lieu de pouvoir faire varier à volonté la distance zénithale d'observation comme avec le sextant, il faudra un système particulier pour chaque distance zénithale.

3. *Choix de l'appareil de mesure. — Le prisme équiangle. —* Quelle est la distance zénithale qu'il convient de choisir si l'on se contente d'un système unique ?

Au point de vue optique, on peut évidemment faire des systèmes correspondant à toutes les distances zénithales de 0° à 90°. Le problème qui consiste à ramener dans la même direction deux faisceaux de rayons parallèles faisant entre eux un angle donné $2h$ ou $360° - 2h$ au moyen de deux réflexions peut être résolu de diverses façons. Au lieu de faire subir les deux réflexions au même faisceau comme dans le sextant, on peut faire réfléchir une fois chaque faisceau : dans les deux cas, l'angle des faces réfléchissantes doit être la moitié de celui des deux faisceaux. On a le choix également pour la nature des faces réfléchissantes : miroirs métalliques ou de verre recouvert d'argenture, prismes à réflexions totales, prismes à réflexions intérieures sur des faces argentées, prismes à une réflexion intérieure et une extérieure. Sans vouloir entrer dans l'étude de cette question qui demanderait de trop longs développements, il nous suffira de dire que les prismes à réflexions intérieures sont les seuls systèmes acceptables, au moins pour des instruments appelés à voyager, les miroirs métalliques ou de verre argenté étant trop sujets à se piquer. Pour éviter la dispersion, les faces d'entrée et de sortie doivent naturellement être disposées de manière que les rayons incidents de chaque faisceau fassent avec la première le même angle que les rayons émergents avec la seconde ; on prend en général l'incidence normale.

De tous les prismes que l'on peut ainsi imaginer pour les diverses distances zénithales, le plus simple et de beaucoup le plus satisfaisant est celui qui a pour section droite un triangle équilatéral ABC (*fig.* 3). Il est du type à réflexions totales. Deux quelconques des faces AB, AC peuvent être prises comme faces réfléchissantes, chacune d'elles servant en même temps de face d'entrée pour le faisceau qui se réfléchit sur l'autre ; la troisième, BC, est la face d'émergence. L'angle A étant de 60°, ce prisme correspond à la hauteur de 60° ou à la distance zénithale de 30°.

Dans sa position normale, la face BC est placée verticalement. La direction commune d'émergence des deux faisceaux au moment de la coïncidence est donc horizontale, et la lunette est placée horizontalement. Grâce à ses propriétés géométriques, le prisme triangulaire équiangle peut être construit avec une grande perfection, comme on le verra plus loin, ce qui facilite beaucoup le réglage.

Au point de vue astronomique, la distance zénithale de 30° qu'il permet d'observer est celle qui convient le mieux pour la détermina-

tion du zénith. Elle marque à peu près la limite qu'il ne faut pas dépasser si l'on ne veut pas avoir à craindre d'erreurs provenant de la dissymétrie de la réfraction par rapport à la verticale ; et, d'autre part, elle est suffisante, sauf dans les régions polaires, pour donner à l'observateur un grand nombre d'étoiles bien déterminées parmi lesquelles il peut faire un choix raisonné.

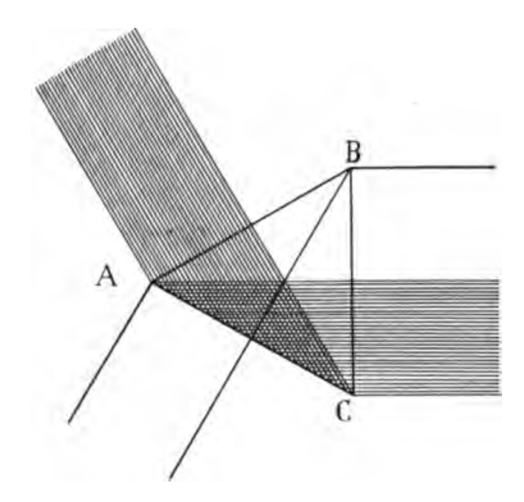


Fig. 3.

Telles sont les raisons qui ont fait donner la préférence au prisme triangulaire équiangle dans l'astrolabe à prisme.

Mais ce n'est pas assez que les faces de ce prisme soient taillées avec une extrême perfection, il faut encore que leur planéité ne soit pas altérée par la monture qui le maintient dans sa position par rapport à la lunette, ou du moins qu'elle le soit si peu que la netteté des images n'en souffre pas, même avec de très forts grossissements. On verra plus loin comment M. Jobin est parvenu à résoudre ce problème dans les instruments qu'il construit.

4. *Grossissement.* — Nous avons dit que l'un des avantages du mode d'observation au sextant et à l'horizon artificiel est de doubler la vitesse zénithale correspondant au grossissement de la lunette, ce qui équivaut à doubler le grossissement de celle-ci. Comme, dans les lunettes à réticule, on ne peut augmenter le grossissement qu'en augmentant la distance focale de l'objectif, puisque,

au delà d'une certaine limite, le grossissement par l'oculaire augmente le diamètre apparent des fils et diminue dans le même rapport la précision des pointés, on peut dire aussi que ce mode d'observation, comparé à celui du passage au fil horizontal dans une lunette à réticule, a pour effet de réduire de près de moitié la longueur de celle-ci pour la même précision.

Le deuxième avantage, l'absence de réticule, permet d'aller encore plus loin dans cette voie; car alors il n'y a plus d'autre limite au grossissement par l'oculaire que celle à partir de laquelle les images cessent de paraître fines. Avec de bons objectifs et en employant comme oculaires des microscopes, on parvient à atteindre, dans des instruments très portatifs, les grossissements des grands instruments d'observatoires, les images, celles des petites étoiles surtout, restant toujours très fines.

5. *Rapidité d'observation. — Bain de mercure.* — Nous n'avons pas encore parlé de la rapidité des observations. On ne sera pas étonné d'apprendre que, avec le sextant, elle est extrêmement faible. L'expérience est là pour prouver que les plus habiles observateurs ne peuvent guère prendre plus de cinq à six étoiles dans une soirée. Cela tient sans doute à ce que le nombre des étoiles observables avec cet instrument est très limité, mais aussi et surtout à ce que, à chaque observation, il faut un certain temps pour se préparer : l'observateur doit orienter son horizon à mercure à vue et s'orienter lui-même ensuite dans le vertical où se trouvera l'astre au moment de son passage, ce qui, même avec l'aide d'une boussole, ne laisse pas que de présenter quelque difficulté.

Pour obtenir la rapidité désirable avec la lunette munie de son prisme, il est nécessaire de faire tourner à la fois lunette et bain de mercure pour les diriger dans un azimut quelconque calculé d'avance comme on fait pour la lunette d'un théodolite. Si la chose ne souffre aucune difficulté pour la lunette, elle n'est possible, étant donnée la mobilité des horizons ordinaires à mercure, que si l'on fait usage d'un bain de mercure spécial dérivé du *bain de mercure amalgamé* et qui en diffère principalement par la minceur de la couche de mercure. Les oscillations de cette faible masse de mercure, rendue légèrement pâteuse par l'amalgame et par conséquent un peu moins mobile, sont amorties très rapidement par ce fait que la cuvette de l'horizon, en cuivre rouge amalgamé, est mouillée par le liquide. Cet amortissement est rendu encore plus complet par la forme des bords taillés en

pente très faible et sur lesquels viennent mourir les oscillations comme la houle sur les plages.

L'amortissement est d'autant plus énergique que la couche de mercure est plus mince. Il ne faut cependant pas aller trop loin dans ce sens, autrement on s'exposerait à n'avoir plus une surface horizontale. On reconnaît assez aisément qu'on a dépassé la limite à ce fait que les oscillations deviennent apériodiques. En pratique, il est bon de dépasser un peu l'épaisseur qui correspond à cette limite.

Des expériences exécutées avec deux astrolabes du modèle géodésique de M. Jobin (grossissement 75), disposés de manière à faire autocollimation de l'un sur l'autre par l'intermédiaire du bain de l'un d'eux, ont montré qu'avec une couche de $0^{mm},7$ d'épaisseur l'autocollimation n'est pas détruite lorsqu'on fait tourner la cuvette, à la condition que le fond soit parfaitement amalgamé.

§ 2. Description de l'instrument. — Les principes essentiels de l'instrument étant posés, nous allons donner maintenant sa description et celle de ses divers organes.

1. *Description générale de l'instrument.* — Nous prendrons comme type l'astrolabe à prisme modèle géodésique ou moyen modèle de M. Jobin, représenté *fig.* 4, qui est le plus couramment employé.

La lunette AA à prisme C, comportant un axe de rotation *a* avec secteur divisé M et un trépied D, est disposée, ainsi que l'horizon de mercure H, sur une pièce E qui peut tourner autour d'un axe K porté par trois vis calantes L au moyen desquelles il est rendu vertical par l'observation du niveau sphérique *r*.

La lunette étant amenée par rotation autour de *a* dans sa position normale, c'est-à-dire l'index de M étant au zéro, on amène l'aiguille du déclinatoire B fixé sur la lunette dans la direction de la ligne de foi tracée parallèlement à l'axe optique en faisant tourner la pièce E et, par suite, tout le système autour de K. Puis, sans plus toucher à la partie supérieure, on desserre la vis de pression du cercle horizontal N pour le rendre mobile autour de son axe, et on le fait tourner jusqu'à ce que son index marque la déclinaison du lieu si elle est N.-E. et son complément à 360° si elle est N.-O. Le cercle se trouve ainsi orienté. Pour observer une étoile dont on connaît l'azimut Z au moment de son passage au cercle de distance zénithale (30° + réfraction), il suffit alors de faire tourner la pièce E jusqu'à ce que l'index de N marque Z.

Il importe, dans la pratique, de pouvoir corriger l'azimut de la

lunette quelques instants avant la conjonction sans toucher au bain de mercure, qui doit rester immobile jusqu'à la conjonction pour

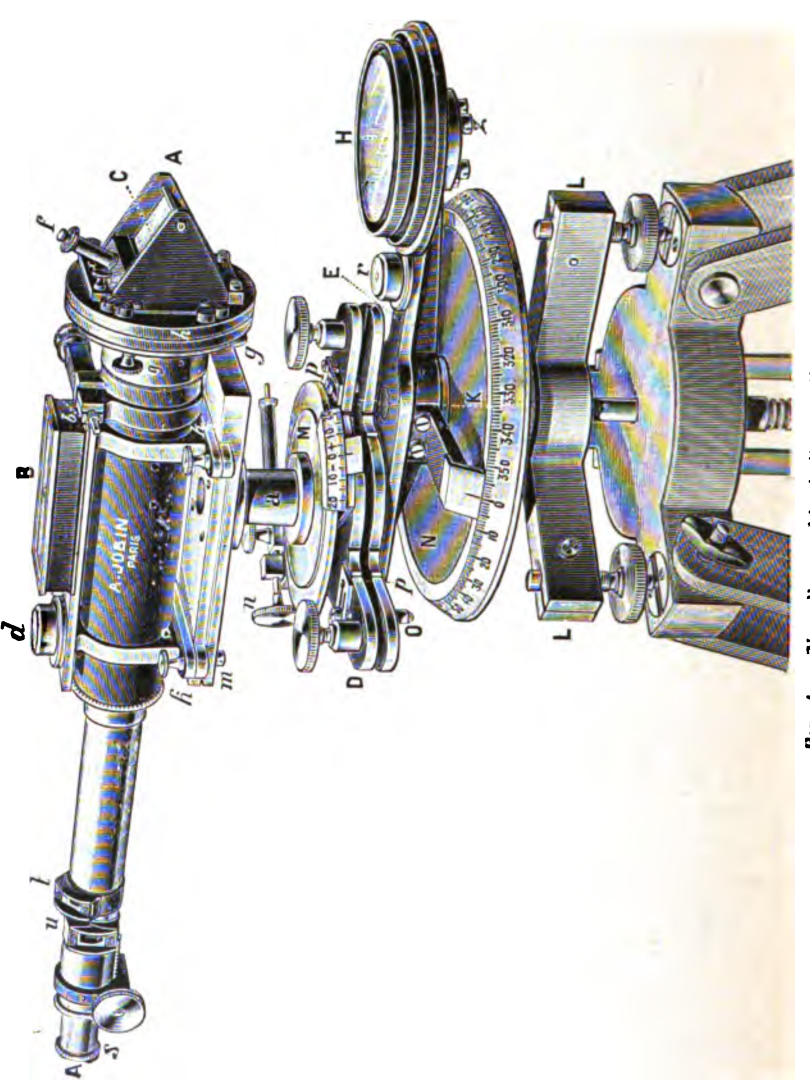


Fig. 4. — Vue d'ensemble de l'appareil.

qu'à ce moment l'image réfléchie soit nette. C'est pourquoi la lunette a été pourvue d'un axe de rotation spécial *a* avec secteur de cercle

horizontal M, qui permet de lire la correction à apporter à l'azimut primitif marqué par l'index de N.

Lorsque l'instrument est réglé et prêt pour l'observation, la position des divers organes est la suivante :

L'axe optique de la lunette se meut dans un plan horizontal ;

La face du prisme tournée vers l'objectif est normale à l'axe optique ;

Les arêtes du prisme sont horizontales.

Il est bien entendu que ces conditions ne sont nullement nécessaires. La seule qui importe est la perpendicularité de l'axe optique et de l'intersection des deux faces réfléchissantes ; encore suffit-il qu'elle soit réalisée à 2′ ou 3′ près. Mais il est bon, pour la commodité et la rapidité des observations, que ces conditions soient remplies le mieux possible.

Enfin, pour la stabilité de la surface réfléchissante du bain de mercure, les bords de la cuvette doivent rester dans un plan horizontal.

On a été conduit, pour donner à l'observateur les moyens de réaliser aisément ces conditions de bon fonctionnement, à introduire dans l'appareil un certain nombre de dispositifs de réglage que montre la *fig.* 4. Nous les exposerons en détail au fur et à mesure qu'ils se présenteront dans la description particulière des divers organes.

2. *Lunette.* — Le corps de la lunette est porté par deux colliers munis d'oreilles qui servent à les fixer au moyen des boutons de serrage *k* sur une plaque solidaire de l'axe *a* : il peut ainsi être séparé du reste de l'appareil et remis en place par la manœuvre très simple des boutons de serrage *k*.

Sur la partie supérieure des colliers est fixée une plaque portant la boussole B et le niveau sphérique *d* réglable au moyen de trois vis : la bulle du niveau doit être au centre du cercle tracé sur la glace lorsque l'axe *a* est vertical.

Devant l'objectif de la lunette est disposé le prisme C dont la monture, qui sera décrite plus loin, est fixée à un tube chaussant dans toute la longueur du corps de la lunette. Ce tube porte à l'avant une pièce en équerre placée entre la tête de la vis *b* et la tête d'une pompe à ressort antagoniste. On peut ainsi, en agissant sur le bouton à carré *b*, amener les arêtes du prisme à être horizontales. Ce réglage, qui n'a pas besoin d'une grande exactitude — car on le

parachève à chaque observation — est obtenu une fois pour toutes; le dispositif ci-dessus, très stable, le maintient suffisamment pour qu'il n'y ait qu'à le vérifier de temps en temps.

On peut faire tourner la lunette autour de l'axe *a* rapidement à la main, la pince *n* étant desserrée, ou très lentement avec la vis de rappel, la pince étant serrée. On a ainsi la possibilité d'amener par l'un et l'autre moyen la conjonction des images à se faire dans le plan vertical passant par l'axe optique de la lunette sans ébranler l'horizon de mercure.

Dans sa rotation autour de *a*, la lunette entraîne le secteur divisé M qui se déplace devant un index fixe. La division s'étend à 20° de part et d'autre du zéro; elle est marquée + d'un côté et — de l'autre, de manière qu'on lise directement avec son signe la correction à apporter à la lecture du cercle de calage N pour avoir l'azimut de la lunette.

L'axe *a* est monté sur un trépied D dont les vis calantes occupent les sommets d'un triangle rectangle ayant l'un de ses côtés de l'angle droit dans la direction de la lunette lorsque l'index est au zéro. La vis de l'extrémité avant de ce côté permet de rendre la lunette horizontale sans changer l'inclinaison des arêtes du prisme. La vis D, au contraire, permet de rendre horizontales les arêtes du prisme sans changer l'inclinaison de la lunette. Sa manœuvre est constante en cours d'observation pour amener les images directe et réfléchie *à passer aussi près que possible l'une de l'autre* (condition plus favorable que la conjonction proprement dite pour la précision de l'observation). La lunette étant réglée une fois pour toutes, au moyen du couple de vis *m*, à avoir son axe optique perpendiculaire à l'axe *a*, on n'aura presque pas à toucher à l'autre vis.

Le trépied D repose par trait-point-plan sur une contre-partie de même forme fixée à demeure sur la pièce E. Le trépied et sa contre-partie sont rendus solidaires au moyen de deux pompes à ressorts O, O qui font serrage dans deux verrous *p*, *p*. En soulevant O avec le doigt et dégageant *p*, on peut séparer complètement la partie supérieure de l'appareil du reste de l'instrument. On la remet en place par le procédé inverse.

3. *Réticule et oculaires.* — Les images directe et réfléchie se font dans le plan focal de l'objectif, à la hauteur de la fenêtre *t* où est placé le *réticule*, composé, comme celui du sextant, de quatre fils en croix formant un carré. C'est le centre de ce carré qui, avec le

centre optique de l'objectif, définit l'axe optique de la lunette. Le côté de ce carré, qui est d'environ 5', a été calculé par la condition que, lorsque l'instrument est réglé, l'erreur sur la hauteur simple mesurée soit inférieure à 0",1 pour toute conjonction produite entre les deux fils verticaux.

La fenêtre *t* peut être masquée ou découverte en faisant tourner la monture qui la couvre. Lorsqu'elle est découverte, on peut, à travers la petite glace de protection, éclairer par côté les fils du réticule qui apparaissent ainsi brillants sur fond noir. Cet éclairage est rendu très pratique par le dispositif suivant :

Une petite lampe à incandescence est placée dans une monture convenable qui se termine par deux jours faisant pince et pouvant se fixer par simple pression sur la fenêtre à éclairer. Une pile sèche se place sur la boussole, où elle est maintenue par un caoutchouc. Un contact à portée de la main de l'observateur (*fig.* 5) permet de produire la lumière au moment voulu. Tous ces éléments, piles, fils, lampes, se trouvent couramment dans le commerce.

A défaut de dispositif électrique, on peut très bien se servir d'une lampe ordinaire pour éclairer le réticule; mais c'est un peu moins commode.

Lorsque le ciel est très noir et, par suite, le champ sombre, il est très utile, pour l'observateur qui attend un passage d'étoiles l'œil à l'oculaire, de pouvoir éclairer les fils de temps en temps pour guider son œil de manière à bien fixer le champ.

Le triple problème qui a été résolu ici, tant par l'adoption de ce système d'éclairage des fils que par l'emploi de microscopes comme oculaires, est le suivant :

a) Rendre la vision commode ;

b) Obtenir des grossissements élevés;

c) Donner la possibilité de rendre à volonté le réticule visible dans le champ sombre à l'aide d'un dispositif simple, de façon à pouvoir amener la conjonction à se faire dans le vertical de l'axe optique de la lunette.

Le *microscope de visées* qui sert pour l'observation est mis au point par une crémaillère. Il peut recevoir deux oculaires proprement dits donnant, l'un 45, l'autre 75 environ, pour le grossissement total de la lunette dans le modèle géodésique que nous décrivons. Son emploi rend la vision particulièrement commode : les images sont nettes et faciles à voir dans le champ. En outre, le grossissement

peut être poussé sans inconvénient aussi loin que le permettent la puissance et la qualité de l'objectif d'une part, la perfection de la taille du prisme de l'autre : il n'en résulte aucune gêne pour l'observation.

Le réglage de la position du prisme C par rapport à l'axe optique de la lunette s'effectue et se vérifie au moyen d'un *viseur autocollimateur* qui se trouve dans les accessoires de l'instrument. Il se compose d'un objectif de faible grossissement devant lequel est disposée une glace transparente à 45° de l'axe optique. Il fonctionne avec l'un ou l'autre des deux oculaires du microscope de visée.

Lorsqu'on veut s'en servir, on le chausse à la place du microscope de visée en ayant soin de placer la glace réfléchissante à peu près verticalement et tournée vers la droite. Avec la crémaillère, on amène alors cette glace devant la fenêtre u en bonne position pour la suite de l'opération. On met le viseur au point sur les fils du réticule, qu'on éclaire au besoin un moment à l'aide d'une lumière placée devant le prisme de la lunette; puis on dispose devant la fenêtre u une source lumineuse quelconque, le dispositif de lampe électrique décrit plus haut ou, à défaut, une lanterne. Le faisceau qui pénètre par u se réfléchit sur la glace à 45° du viseur et va traverser nécessairement le plan du réticule et l'objectif de la lunette. La lunette étant parfaitement réglée à l'infini, c'est-à-dire les fils du réticule étant exactement dans le plan focal de l'objectif de la lunette, chaque point des fils éclairés envoie un faisceau qui, passant par l'objectif, en sort parallèlement à l'axe optique du faisceau incident, se réfléchit sur la face verticale du prisme, revient passer comme faisceau parallèle à travers l'objectif et forme une image symétrique du point lui-même par rapport à la normale à la surface réfléchissante menée par le centre optique de l'objectif. On voit donc apparaître à côté des fils réels des fils réfléchis qui coïncident avec les fils réels opposés, lorsque l'axe optique est normal à la face verticale du prisme. Si cette coïncidence n'a pas lieu, on la réalise en agissant sur les vis de calage h de la monture du prisme. Le réglage se trouve ainsi effectué.

Cette opération d'autocollimation permet, en outre, de vérifier jusqu'à un certain point la perfection de taille du prisme et le bon fonctionnement de sa monture qui ne doit pas altérer les qualités optiques du prisme nu. En effet, les faisceaux réfléchis en partie une première fois sur la face verticale du prisme traversent néan-

moins cette face et vont se réfléchir totalement sur l'une des faces inclinées et normalement sur l'autre. On a ainsi une triple autocollimation sur les trois faces du prisme, qui fournit par conséquent dans le plan focal de l'objectif trois images du réticule. Leur netteté est une vérification de la planéité des faces. Leur superposition fournit une vérification de la précision avec laquelle a été atteinte la valeur des angles de 60° et le parallélisme des arêtes.

4. *Prisme et monture.* — Le *prisme*, qui est la partie capitale de l'instrument, doit avoir, nous l'avons dit, des faces très planes pour fournir, par réflexion, des images nettes permettant de donner à l'oculaire de forts grossissements. Cette grande planéité s'obtient par les procédés interférentiels. Dans les prismes de M. Jobin, elle est réalisée à moins d'un quart de frange. L'égalité des angles ainsi que le parallélisme des arêtes y sont atteints également avec une très grande précision (à 2″ près environ), ce qui simplifie et facilite le réglage de l'instrument, qui peut se faire alors par simple autocollimation sur la face verticale, comme on vient de le voir.

La *monture métallique du prisme* le soutient par ses faces. Des flancs de métal mince protègent le prisme du côté de chacune de ses bases. Verticalement, le prisme est adossé contre une rondelle reliée au corps de la lunette par trois vis *h* avec ressorts antagonistes.

Cette rondelle porte deux pièces d'appui à 60° en métal feutré disposées parallèlement aux deux autres faces du prisme, qu'elles épousent ainsi en laissant à découvert la surface utile pour le passage des rayons lumineux. La pièce d'appui inférieure est fixe. Celle du haut est amovible au moyen de deux boutons *x*, ce qui permet d'enlever complètement le prisme pour le nettoyer, le retourner, etc. Elle porte une contre-plaque de serrage, feutrée également, qui maintient le prisme par la pression d'une pompe à ressort *f*.

La position du prisme dans cette monture est très stable, bien que les pressions soient très douces et qu'aucune déformation sensible par pression anormale ne soit à craindre, ainsi qu'on peut le vérifier par autocollimation sur l'appareil lui-même, comme il a été indiqué plus haut.

La plate-forme avec la monture du prisme qu'elle porte est amovible complètement au moyen des trois boutons *g*. On peut ainsi,

dans les voyages de longue durée, enlever tout le système du prisme sans le sortir de sa monture et le placer dans un gainage spécial où il est mieux à l'abri des accidents. Une fois les travaux commencés sur le terrain, et quand les stations d'observation se succèdent fréquemment, on peut laisser sans inconvénient le prisme en place sur la lunette dont le gainage prévoit cette position du prisme.

Avec les divers organes de la monture du prisme, on peut régler exactement la position de ce dernier. On sait déjà que les vis de calage *h* servent à rendre la face verticale du prisme normale à l'axe optique de la lunette par un procédé qui est aussi pratique sur le terrain que dans un observatoire.

Le bouton *b* sert à orienter les arêtes du prisme parallèlement au bain de mercure. Cette opération peut se faire en cours de campagne à l'aide d'un fil à plomb que l'on observe en enlevant l'oculaire et se plaçant à distance convenable. L'axe *a* étant supposé nivelé, on doit voir les deux tronçons du fil à plomb séparés par l'arête dans le prolongement l'un de l'autre.

On arrive plus rapidement et plus exactement à rendre les arêtes du prisme horizontales en se servant d'une équerre optique que l'on substitue au prisme à 60° de l'appareil pour faire une visée autocollimatrice sur un bain de mercure convenablement disposé. Ce procédé permet de régler en même temps, à l'aide des vis *m*, l'horizontalité de l'axe optique de la lunette.

5. *Horizon de mercure.* — La cuvette H de l'horizon à mercure est en cuivre rouge. Elle est montée sur un cône ajusté avec soin dans une fourrure conique en bronze portée par la pièce E. L'axe de la fourrure est réglé une fois pour toutes au moyen du système de trois doubles vis *z* de manière à être parallèle à l'axe K, autour duquel tourne E ; en sorte que, K étant nivelé, H le sera aussi, et cela quelle que soit la manière dont on aura engagé le cône de H dans son logement.

Lorsqu'on veut se servir de l'horizon, on verse du mercure dans la cuvette de manière qu'il atteigne les bords sans former de ménisque. L'excès de mercure coule dans la rigole pratiquée autour de la cuvette. On débarrasse la surface des impuretés qui la salissent en passant à plusieurs reprises un tube de verre qu'on fait tourner entre les doigts en l'appuyant sur les bords de la cuvette.

Pendant les observations, l'horizon de mercure est abrité du vent au moyen d'une boîte spéciale en bois noir que l'on chausse sur

l'horizon de mercure en ayant soin d'en orienter convenablement les ouvertures par rapport à l'axe de la lunette dans sa position normale. Ces ouvertures sont disposées de manière à laisser passer les faisceaux incident et réfléchi. L'intérieur de la boîte est étagé par un certain nombre de chicanes, de façon à rendre l'abri plus efficace.

Dans le gainage, le cône de H est mis à l'abri du mercure (gouttes ou vapeurs) au moyen d'un chapeau vissé qui le recouvre entièrement.

6. *Alidade et cercle divisé.* — La pièce E sur laquelle sont disposés, d'un côté, la lunette et ses accessoires, de l'autre l'horizon de mercure, tourne autour de l'axe K. Elle porte à cet effet un long cône qui s'engage dans une contre-partie conique creusée dans une douille en bronze solidaire du trépied L. Un niveau sphérique *r*, réglable comme *d* par trois vis, permet de rendre l'axe K vertical.

La douille comporte, outre le cône intérieur, un cône extérieur sur lequel vient se chausser le cercle N divisé en degrés. Ce cercle est mobile sur son cône ; il peut être fixé au moyen d'une vis de pince placée entre deux branches du trépied L.

On voit, par cette description, avec quel soin les instruments de M. Jobin sont étudiés dans tous leurs détails et quelles ingénieuses solutions il a su trouver pour toutes les questions qui se posaient encore lorsqu'il a entrepris la construction de l'astrolabe à prisme. Le type qu'il a créé est à ce point complet qu'on peut le considérer comme définitif.

7. *Autres modèles.* — Outre le modèle géodésique décrit ci-dessus, M. Jobin construit deux autres modèles, le grand et le petit, qui ne diffèrent du premier que par leurs dimensions et par quelques détails de construction.

Le *grand modèle* (*fig.* 5) a une ouverture d'objectif de 61 millimètres au lieu de 45 millimètres, qui est celle du modèle géodésique ; son grossissement est le double, 150 au lieu de 75. Il porte deux niveaux à fioles cylindriques réglables. Trois loquets à ressort qu'on engage ou qu'on dégage par rotation au moyen d'une manette remplacent les deux verrous *p* et les deux loquets O. Le grand prisme est maintenu par deux pompes *f*.

Dans le *petit modèle*, l'ouverture de l'objectif n'est que de 22 millimètres ; le grossissement, 30. Les organes essentiels sont les mêmes que ceux du modèle géodésique, avec toutefois quelques

simplifications qu'ont permis, d'une part le grossissement plus faible, d'autre part une recherche proportionnellement moins précise des réglages.

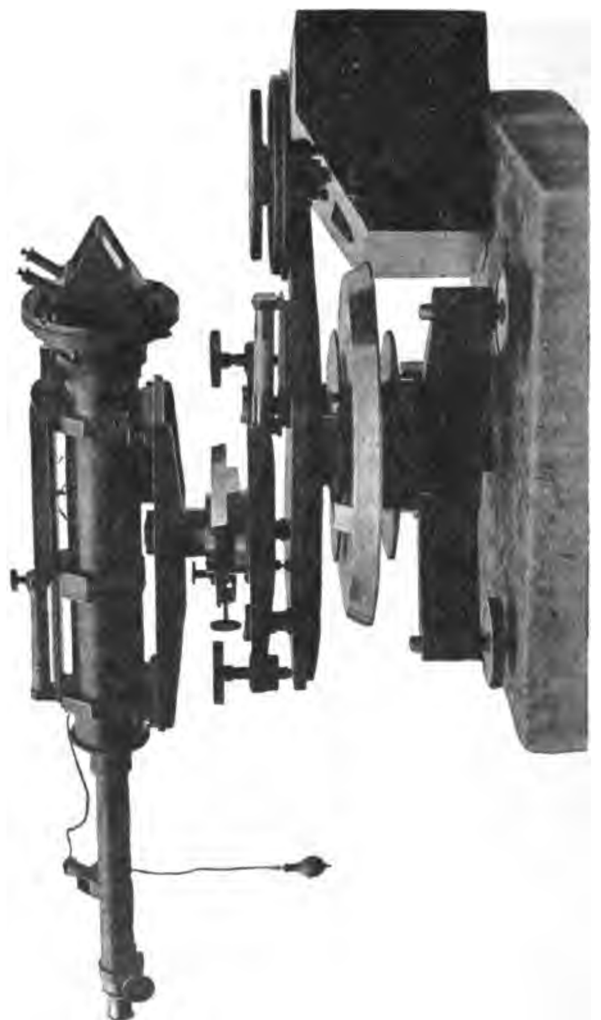


Fig. 5.

Les axes a et K ne sont pas distincts; l'appareil n'a qu'un axe avec deux portées : la portée supérieure autour de laquelle peut tourner la lunette seule, la pince n étant desserrée; la portée inférieure, autour de laquelle peut tourner l'alidade E et, par suite, l'hori-

zon H. En serrant n, on rend la lunette solidaire de E et de H dans le mouvement de rotation autour de l'axe.

Le trépied intermédiaire D est supprimé. La manœuvre de la vis D pour rendre les arêtes du prisme horizontales en cours d'observation est remplacée par celle de la vis b, qui est ici tout à fait à portée de la main.

§ 3. PRÉPARATION DES OBSERVATIONS. — MISE EN STATION DE L'INSTRUMENT. — PROCÉDÉ D'OBSERVATION. — Nous ne répéterons pas ce que nous avons dit ailleurs (1) sur la *préparation des observations.* Rappelons seulement que le travail est très simplifié par l'emploi d'un *abaque à transparent*, qui donne à vue l'angle horaire et l'azimut d'une étoile au moment de son passage au cercle de 30° de distance zénithale en fonction de sa distance polaire et de la latitude du lieu. Deux *nomogrammes* à points alignés qui donnent l'azimut d'une circomméridienne en fonction des mêmes éléments complètent heureusement cet abaque (2).

Enfin un *Catalogue d'étoiles brillantes* (3) comprenant 3800 étoiles a été dressé par le regretté M. Bossert, astronome à l'Observatoire de Paris, pour l'usage spécial de l'astrolabe. Les étoiles y sont rangées par distances polaires croissantes de degré en degré et, dans chaque degré, par ordre d'ascensions droites.

Tous les instruments, même le grand modèle, se montent sur un pied à trois branches. La *mise en station* consiste à niveler les deux axes, à préparer le bain de mercure et à orienter le cercle N de calage. Si le fond de la cuvette est bien amalgamé, l'opération ne prend pas plus de cinq minutes. L'orientation de N s'obtient d'abord, comme il a été dit, approximativement avec la boussole B et s'achève par l'observation d'une étoile d'azimut connu.

L'*observation* consiste, comme avec le sextant et l'horizon artificiel, à amener les images directe et réfléchie à passer entre les deux fils verticaux, l'une à côté de l'autre, juste assez près pour que les images restent distinctes. La manœuvre combinée des vis n et D (celle de la première pouvant être remplacée par la manœuvre de la lunette à la main) permet d'y arriver aisément. On note l'heure à laquelle les images sont à la même hauteur. La lunette restant hori-

---

(1) Voir *Revue générale des Sciences* du 30 décembre 1905, p. 1079.

(2) L'abaque et les nomogrammes de préparation sont en vente au Service hydrographique sous les numéros S. H. 27, 27 *bis* et 27 *ter*.

(3) Gauthier-Villars, éditeur.

zontale, l'observateur peut s'asseoir et suivre ainsi commodément la marche des images en hauteur. Une minute suffit pour observer une étoile à marche rapide. Avec une liste de calages assez complète, on peut observer en une heure une quarantaine d'étoiles.

§ 4. Précision des résultats. — L'erreur probable du cercle de hauteur d'une *circomméridienne* calculée avec la formule (3) pour le grossissement effectif $G = 75 \times 2 = 150$ du modèle géodésique est $\pm 0'',32$. Elle descend à $+ 0'',16$ pour le grand modèle, et elle n'est encore que de $\pm 0'',80$ pour le petit.

L'observation d'une étoile horaire à l'équateur a pour erreur probable $\pm 0^s,07$, $\pm 0^s,07$ et $\pm 0^s,09$ avec le grand, le moyen et le petit modèle d'après la formule (2).

Ces chiffres représentent assez exactement les erreurs probables réelles, comme on peut s'en rendre compte en comparant les écarts par rapport au cercle enveloppe des cercles de hauteur donnés par l'observation d'une même étoile à différents soirs. A cause des erreurs de position des étoiles, les écarts par rapport au cercle enveloppe des cercles de hauteur approchés provenant des diverses étoiles d'une même série sont notablement plus grands, et les erreurs probables absolues sont plus fortes que celles qui résultent des formules (2) et (3).

En fait, lorsque les étoiles sont choisies de manière à bien déterminer le cercle enveloppe dans tous les sens, les différentes valeurs de la colatitude obtenues avec des séries d'une heure à l'astrolabe du modèle géodésique par un bon observateur ne diffèrent guère de plus de $0'',3$ à $0'',4$. Partant de cette concordance, on peut en conclure que, abstraction faite de l'équation personnelle, l'erreur sur l'heure fournie en même temps par chaque série ne dépasse pas $\frac{0^s,03}{\sin \lambda}$.

Dans la détermination de la différence de longitude Paris-Brest, qui a été exécutée par l'Observatoire du Bureau des longitudes en avril 1906, les observateurs étaient doublés à chaque station. La comparaison des heures obtenues par les deux observateurs d'une même station à chaque série fournira, au sujet de la précision avec laquelle l'instrument permet de déterminer l'heure, des données encore plus certaines. Les calculs de cette opération sont aujourd'hui entièrement terminés, et les résultats définitifs pourront être donnés prochainement.

Enfin, l'observation du passage de la lune dans les régions équatoriales fournit la longitude absolue avec une précision tout à fait comparable à celles que donne l'observation des occultations. Les nombreux résultats obtenus dans les opérations de délimitation du Congo et du Kameroun par MM. Mailles et Dardignac, de la mission Moll, et par M. l'ingénieur Michel, de la mission Cottes, sont à cet égard des plus concluants.

On voit que l'astrolabe à prisme du type Jobin est digne de porter le nom d'instrument de hauteurs égales, puisque, aussi bien en pratique qu'en théorie, il réalise les promesses de la méthode des hauteurs égales généralisée.

SUR LA TEMPÉRATURE DES GAZ DANS LES TUBES A VIDE;

Par M. C. FÉRY (1).

Dans une note déjà ancienne (2), j'ai attiré l'attention sur l'impossibilité de mesurer d'une façon correcte la température d'un gaz incandescent. J'ai décrit dans cette note une méthode n'introduisant aucun corps solide dans la flamme, et qui est basée sur le renversement des raies brillantes fournies par des vapeurs métalliques produites dans le gaz lui-même : Un corps solide de pouvoir émissif sensiblement égal à l'unité, et dont on peut faire varier facilement la température (le filament de charbon d'une lampe à incandescence), permet dans la plupart des cas d'obtenir le renversement observé dans un spectroscope. On détermine la température du filament au moment de la disparition de la raie métallique; on admet alors qu'à ce moment la température de la flamme est la même que celle du fil.

Cette méthode est en défaut pour des températures supérieures à 2 400°, auxquelles le carbone ne résiste que quelques instants. Les résultats fournis par cette méthode sont constants et paraissent très acceptables :

---

(1) Communication faite à la Société française de Physique, séance du 5 juillet 1907.

(2) *Comptes Rendus* du 30 novembre 1903 : *Sur la température des flammes.*

Bec Bunsen		
1re	mesure.	1 870°
2e	—	1 885°
3e	—	1 870°
4e	—	1 870°
5e	—	1 895°
6e	—	1 855°
7e	—	1 870°
8e	—	1 855°
Moyenne.		1 871°

Bunsen	pleine admission d'air.......	1 871°
Bunsen	1/2 —	1 812°
Bunsen	sans air	1 712°
Brûleur à acétylène....................		2 458°
Alcool salé, flamme libre..............		1 705°
— en vapeur dans Bunsen.........		1 862°
— — avec 50 0/0 de benzine.		2 053°
Hydrogène, flamme libre..............		1 900°
— et oxygène (chalumeau)....		2 420°
Gaz d'éclairage et oxygène (chalumeau).		2 200°

Étant donné le grand intérêt théorique et pratique qui s'attache à la connaissance de ces températures, j'ai combiné le dispositif expérimental suivant qui permet de pousser les mesures jusqu'à 3 500° (température du cratère de l'arc électrique).

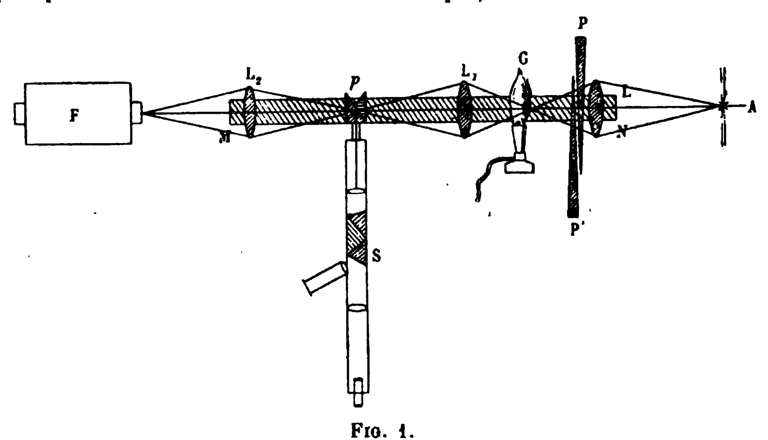


Fig. 1.

Sur un banc d'optique MN (*fig.* 1) est fixée la lentille L produisant l'image de l'arc A au centre de la masse gazeuse incandescente; cette image, reprise par la lentille L_1, est mise au point sur la fente du spectroscope S, en même temps que la flamme G (ou le tube renfermant le gaz), grâce à un prisme à réflexion totale *p*.

Entre l'arc et le gaz sont disposés deux prismes d'angle très petit et égal, P et P′, dont l'ensemble constitue une lame à faces parallèles d'épaisseur variable. La matière de ces prismes est un verre noir absorbant aussi également que possible toutes les radiations visibles [1], de sorte que, si on fait glisser en sens inverse les deux

[1] Le verre F 3815 de Shott et Gen., de Iéna, remplit très bien cette condition.

prismes au moyen d'un pignon non représenté sur la figure, on assombrit uniformément le spectre du cratère de l'arc, sur lequel se détachent en clair ou en noir les raies métalliques. On peut ainsi obtenir d'une façon très précise la disparition complète de raies. A ce moment, la température *apparente* de l'arc, vu au travers des verres neutres, est la même que celle du gaz.

Pour étalonner cet appareil, on a, au préalable, disposé en F un four électrique à résistance de charbon, pouvant être poussé jusqu'à 2000°. Les radiations émises par ce four sont amenées dans le spectroscope au moyen de la lentille L_2 et du prisme p; elles y fournissent un spectre continu tangent au spectre également continu du cratère de l'arc.

Pour chacune des températures du four, repérées par un procédé connu, on note la position des prismes absorbants pour quelques radiations de longueur d'onde déterminée.

Si on porte alors en abscisses l'inverse de la température absolue du four, et en ordonnées les déplacements des prismes P, proportionnels à l'épaisseur introduite sur le parcours du rayon, on obtient une droite pour chacune des longueurs d'onde choisies.

On a en effet :

$$\text{(1)} \qquad E = E_0 e^{-kx},$$

en appelant E l'éclat du faisceau absorbé par les prismes P, et E_0 l'éclat constant du cratère ; k est le coefficient d'absorption du verre et x son épaisseur.

D'autre part, si l'égalité photométrique a lieu pour une certaine couleur de longueur d'onde λ, on a aussi :

$$\text{(2)} \qquad E = Ae^{-\frac{B}{\lambda\theta}},$$

formule exprimant la loi du rayonnement monochromatique dans laquelle E est l'éclat du four à la température absolue θ et pour la longueur d'onde λ.

En égalant (1) et (2), on obtient :

$$\frac{E_0}{A} = e^{x - \frac{B}{\lambda\theta}},$$

qui peut prendre la forme d'une droite :

$$\text{(3)} \qquad kx = \log \frac{E_0}{A} + \frac{B}{\lambda\theta}.$$

Cet étalonnage, bien qu'un peu délicat, comme toutes les mesures spectrophotométriques, ne demande cependant que quelques soins, et la forme simple du graphique auquel il donne lieu permet de suite de juger de son exactitude. Il est bon, pour l'emploi courant de l'appareil étalonné, de tracer l'hyperbole portant directement θ en fonction de la déviation kx des prismes pour chaque couleur employée.

Résultats. — Cette méthode m'a permis de mesurer la température du chalumeau oxyacétylénique, qui est de 3 000° environ (à 50° près).

En plaçant en G une lampe Cooper Hewitt, je n'ai pu, même en supprimant les prismes P, obtenir le renversement des raies du mercure, ce qui montre que cette vapeur est à une température supérieure à 3 500°.

J'ai cependant remarqué que le doublet jaune 5770,90 est beaucoup plus près du renversement que la raie verte 5461 et surtout que la raie bleue 4358. Ceci montre que la loi du déplacement de Wien semble s'appliquer au spectre des gaz, c'est-à-dire que, dans ces derniers, l'éclat, comme pour le corps noir, croîtrait plus vite avec la température dans le violet que dans le rouge.

Afin de pouvoir vérifier ce fait par des mesures numériques, j'ai essayé d'employer le soleil comme source renversante.

Malheureusement le spectroscope de laboratoire que j'employais ne m'a pas encore permis de faire de mesure, par suite de la coïncidence presque absolue avec une aussi faible dispersion de la raie $\lambda = 5462,7$ U. A. avec la raie verte du mercure $\lambda = 5461,0$. La première raie, mentionnée dans les *Étalons* de Rowland, appartient au nickel.

Je me propose de continuer ces mesures en employant un spectroscope plus dispersif.

On peut néanmoins conclure dès maintenant que l'amplitude du mouvement vibratoire correspondant aux raies du mercure dans les tubes à vapeur de mercure a une valeur supérieure à celle qui correspond à un corps noir porté à 3500°.

A PROPOS DE LA THÉORIE DE LA COUCHE CAPILLAIRE;

Par M. G. BAKKER.

Dans le *Journal de Physique*, M. Tissot donne un court résumé très bien fait de mon mémoire sur la théorie de la couche capillaire paru dans le *Philosophical Magazine* de décembre 1906 [1]. A la fin de son résumé, il dit : « La théorie donnée par l'auteur permet de retrouver tous les résultats connus de la théorie de la capillarité (notamment les relations de lord Rayleigh et certaines formules de Van der Waals). »

Je comprends fort bien qu'on ne puisse donner une analyse très détaillée dans un espace trés restreint, mais on voudra bien me permettre d'ajouter à cette analyse deux remarques : 1° la formule (16) de mon mémoire, qui exprime la constante capillaire de Laplace au moyen de la pression thermique, est entièrement nouvelle [2] ; 2° dans ma thèse inaugurale (1888), j'ai trouvé pour une phase homogène (de densité uniforme) que le viriel des forces moléculaires B est égal à l'énergie potentielle W multipliée par $-\frac{3}{2}$; on a donc :

$$2B + 3W = o,$$

ou, si A est le travail qu'il faut dépenser pour mettre toutes les molécules en dehors de leurs rayons d'activité respectifs :

$$3A - 2B = o.$$

A la fin de mon mémoire dans le *Philosophical Magazine*, je calcule l'expression 3A — 2B *pour la couche capillaire*, et je trouve que cette expression, qui est nulle pour une phase homogène (liquide ou vapeur), n'est autre que la tension superficielle H dans le cas de la couche capillaire ou :

$$H = 3A - 2B,$$

où H = Cte de Laplace ; A = travail qu'il faut dépenser pour mettre toutes molécules en dehors de leurs rayons d'activité respectifs, et B = viriel des forces moléculaires, et *c'est une relation qui, elle aussi, est entièrement nouvelle* [3].

---

(1) *J. de Phys.*, 4e série, t. VI, p. 717; septembre 1907.
(2) Voir *J. de Phys.*, 4e série, t. I, p. 112; 1902.
(3) Voir *J. de Phys.*, 3e série, t. X, p. 139; 1901.

ANNALEN DER PHYSIK ;

T. XXI, n° 12 ; 1906.

A. WINKELMANN. — Untersuchung einer von E. Abbe gezogenen Folgerung aus dem Interferenzprinzip. (Recherches sur une conséquence tirée par Abbe du principe d'interférence). — P. 270-280.

D'après Abbe [1], si deux rayons issus de deux sources A et B, de longueur d'onde λ, interfèrent sous un angle de contingence ω, on obtient des franges de largeur $b = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\omega}{2}}$. Dans la région d'interférence se forme un système d'ondes dont la longueur apparente λ' est donnée par

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{1}{\cos \frac{\omega}{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2b}\right)^2}},$$

où, en première approximation,

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = 1 + \frac{1}{8}\left(\frac{\lambda}{b}\right)^2.$$

Si donc on place un réseau dans un système de franges de manière à faire coïncider les maxima avec les ouvertures du réseau, tout se passe comme si celui-ci formait la surface de séparation de deux milieux différents, et par conséquent, si le réseau est oblique à la bissectrice de l'angle de contingence, il se produit des phénomènes de réfraction.

L'auteur a vérifié qu'en effet, si on dispose un réseau dans la région commune aux faisceaux renvoyés par des miroirs de Fresnel recevant de la lumière parallèle, on peut amener en coïncidence, sur le prolongement de la bissectrice de l'angle de contingence, le premier spectre de droite du faisceau de gauche, et le premier spectre de gauche du faisceau de droite, en réglant convenablement l'angle des miroirs. La constante du réseau est alors égale au double de la distance des franges. Si alors on incline le réseau d'un angle φ, il

(1) *Gesammlte Abhandlungen*, t. II, p. 243 ; 1906.

faut, pour ramener cette coïncidence, modifier l'angle des faisceaux, et la direction dans laquelle elle a alors lieu fait avec la normale un angle $\varphi' \neq \varphi$; il y a entre ces angles la relation indiquée par Abbe, c'est-à-dire :

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi'} = \frac{\lambda'}{\lambda}.$$

Il montre également que la diffraction seule peut donner lieu à ce phénomène, même avec des faisceaux non interférents, à condition que les deux spectres du premier ordre tombent dans l'angle des directions d'incidence.

A. LIENHOP. — Ueber die lichtelektrische Wirkung bei tiefer Temperatur (Sur l'effet photoélectrique à basse température). — P. 281-304. (Extrait d'une dissertation de Kiel.)

Lenard a montré que la vitesse des charges libérées par la lumière ultra-violette dépend uniquement de la nature de la lumière, et nullement de son intensité (1). Si cette vitesse tire son origine non de l'énergie lumineuse, mais de l'énergie interne de l'atome, elle doit être indépendante de la température. C'est ce que l'auteur a vérifié, en comparant les courbes de rayonnement [courbes Y de Lenard (2), liant les charges émises au potentiel de l'électrode irradiée] obtenues à la température ordinaire, à la température de l'air liquide et à la température du mélange CO^2-éther. Il déduit également de l'étude de ces courbes que la force superficielle antagoniste à la déperdition et la distance à laquelle elle étend son action ne dépendent pas de la température. Les charges photo-électriques sont probablement identiques, d'après cela, aux électrons qui sont, d'après Lenard, des éléments essentiels de l'atome, et dont les vibrations produiraient les lignes « hors série » de Schumann, non excitables par la chaleur dans les spectres métalliques.

L. PFAUNDLER. — Bemerkung zu Hans Lehmanns Abhandlung über die Zenkerschen Streifen (Remarque sur la communication de Hans Lehmann relative aux franges de Zenker). — P. 399.

L'auteur explique par un malentendu les critiques adressées par M. Lehmann à son mode de calcul, et maintient son point de vue relativement à la base théorique du procédé Lippmann.

(1) *Ann. d. Phys.*, t. VIII, p. 149 ; 1902.
(2) *J. de Phys.*, 4e série, t. I, p. 781 ; 1902.

N° 13.

ERNST MÜLLER. — Untersuchungen über die Absorption des Lichtes in Lösungen (Recherches sur l'absorption de la lumière par les solutions). — P. 515-534.

Les mesures ont été faites au moyen du spectrophotomètre de Martens et Grünbaum [1] avec des sources donnant des raies peu nombreuses, mais très brillantes : He, 667,8, et H, 656,3 (rouges); He, 587,6, et Hg, 577,8 (jaunes); Hg, 546,1, et He, 501,6 (vertes); H, 486,1 ; He, 447,1 et Hg, 436,0 (bleues).

Contrairement aux résultats de Grünbaum [2], qui avait trouvé un coefficient d'extinction ε (inverse de l'épaisseur qui réduit l'intensité au dixième de sa valeur) variable avec la longueur traversée, l'auteur a toujours trouvé la même valeur dans les mêmes conditions, avec des cuves de longueurs différentes. Il a, de plus, étudié l'influence de la concentration et de la température (les tubes contenant les solutions étaient chauffés par un courant traversant un solénoïde étroitement enroulé sur le tube lui-même), et cherché si la théorie de la dissociation peut expliquer les changements de couleur par dilution, comme elle explique les écarts à la loi de Beer [3].

Concentration. — En désignant la concentration d'une solution par le nombre η de molécules-grammes de sel anhydre dans 1 centimètre cube de solution, et par δ le degré de dissociation, le *coefficient d'extinction* moléculaire pour une solution dans laquelle le solvant ne peut former avec les molécules ou les ions ni hydrates ni ions complexes peut s'exprimer par :

$$\frac{\varepsilon}{\eta} = A + B\delta,$$

A étant relatif aux molécules complètes, et B aux molécules dissociées.

Pour SO^4Cu, $\frac{\varepsilon}{\eta}$ est indépendant de la concentration ; pour $CuCl^2$ à 18°, $\frac{\varepsilon}{\eta}$ n'est pas une fonction linéaire de δ ; la variation de la concen-

(1) *Ann. de Phys.*, t. XII, p. 984; 1903; — et *J. de Phys.*, 4e série, t. III, p. 222; 1904.
(2) *J. d. Phys.*, 4e série, t. III, p. 223; 1904.
(3) *J. de Phys.*, 4e série, t. III, p. 278; 1904.

tration entraîne donc la formation d'hydrates ou de complexes, résultat également obtenu par Vaillant (1).

Température. — Pour SO^4Cu, la variation de ε avec la température est linéaire entre 10 et 70°. Il n'en est pas de même pour les solutions de $CuCl^2$, sauf pour la solution à 288g,49 de sel anhydre pour 1 000 centimètres cubes de solution à 10°, et pour $\lambda = 546,1$, conditions dans lesquelles $\frac{\varepsilon}{\eta}$ est à peu près constant.

La courbe de ε en fonction de t s'éloigne d'autant plus d'une droite que les variations de $\frac{\varepsilon}{\eta}$ sont plus grandes; pour les faibles longueurs d'onde en particulier, la courbe monte très vite, ce qui explique le passage au vert de la solution bleue étendue quand on la chauffe; mais ce vert n'est pas celui des solutions concentrées.

Les expériences ont porté en outre sur des solutions troubles (mastic et silicate de sodium), sur $NiSO^4$ et sur $CrOK^4$, mais pour une seule température.

R.-A. HOUSTOUN. — Untersuchungen über den Einfluss der Temperatur auf die Absorption des Lichtes in isotropen Körpern (Recherches sur l'influence de la température sur l'absorption de la lumière par les corps isotropes). — P. 535-573. — D'après une dissertation de Gœttingen. (Deux planches hors texte, courbes d'absorption.)

L'auteur a : 1° comparé qualitativement les spectres d'absorption de deux échantillons de même épaisseur, l'un à la température ordinaire, l'autre chauffé; et 2° fait au spectrophotomètre des mesures d'intensité qui lui ont permis de calculer l'indice d'absorption $n\kappa$ (défini par $I' = Ie^{-4\pi n\kappa \frac{l}{\lambda}}$, où l est l'épaisseur traversée; n, l'indice de réfraction; λ, la longueur d'onde). Les expériences ont porté sur : deux verres au didyme, un verre d'urane, un verre rubis à l'or, un verre de cobalt, un verre au cuivre à couche superficielle, un verre à la potasse et au manganèse ; des solutions de chlorure de didyme, de chlorure de cobalt, de fuchsine (eau et alcool), de vert malachite (eau et alcool), de chlorophylle (alcool).

Les solides pouvaient être chauffés jusqu'à 500°, les liquides jusque vers 80°.

---

(1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 7e série, t. XXVIII, p. 213; 1903.

Le mémoire contient de nombreux résultats numériques et des courbes, et une partie théorique, comparaison des résultats avec les théories de l'absorption et de la dispersion. L'auteur n'a pas constaté de déplacements de maximums d'absorption, mais seulement des variations de distribution de l'intensité dans les bandes. Les changements déterminés par l'élévation de température lui paraissent dus à une variation du nombre des électrons à vibrations propres par unité de volume. On peut élargir la théorie de la dispersion, par la considération des forces alternatives des électrons.

Ernst WAGNER. — Notiz über eine stroboskopische Erscheinung an Schwingenden Stimmgabeln (Note sur un phénomène stroboscopique présenté par des diapasons vibrants). — P. 574-582.

En face d'un diapason dont le plan de vibration est horizontal, on installe un tambour mobile autour d'un axe vertical, et muni, suivant un certain nombre de génératrices équidistantes, de tiges verticales bien éclairées (aiguilles à coudre, par exemple), ou plus simplement une roue horizontale munie sur sa tranche de repères équidistants. On place l'œil de façon à apercevoir par réflexion sur la branche voisine du diapason (munie au besoin d'un petit miroir) une image des repères. Si on met le diapason en vibration et si on fait tourner le tambour, on voit dans le miroir des images stroboscopiques des aiguilles, qui paraissent immobiles dans des conditions convenables. C'est un effet de contraste dû à ce que, pendant une moitié de la période du diapason, le mouvement de ce dernier déplace l'image d'un repère dans le même sens que la rotation du tambour, tandis que, dans l'autre moitié, ces déplacements sont de sens inverse ; l'image peut donc rester sensiblement immobile pendant un temps assez court. La condition qui assure le maximum de netteté est l'égalité de la vitesse maximum du diapason et de la vitesse linéaire des repères. On en déduit facilement, entre l'amplitude de la vibration, ou plutôt l'angle des deux positions extrêmes de la branche vibrante, et sa distance h de la circonférence du tambour, la relation :

$$\varphi h = C^{te}.$$

On peut appliquer cette disposition à la mesure soit de la vitesse d'une roue, soit de la fréquence d'un diapason.

N° 14.

J. SCHNIEDERJOST. — Ueber das Spektrum des elektrischen Hochspannungsbogen in Luft (Sur le spectre de l'arc électrique à haute tension dans l'air). — P. 848.

Réclamation de priorité relative à un travail de M. B. Walter sur le même sujet (*J. de Phys.*, 4e série, t. IV, p. 766 ; 1905).

N° 15.

ROBERT POHL. — Ueber Zersetzung von Ammoniak und Bildung von Ozon durch Stille elektrische Entladung (Sur la décomposition de l'ammoniac et la formation de l'ozone par la décharge électrique silencieuse). — P. 879-900.

L'ammoniac. — Le gaz étant enfermé sous une pression initiale connue dans un tube à effluves, l'auteur mesurait, d'une part, la quantité décomposée dans un temps donné en notant la variation de pression à volume constant, et, d'autre part, la quantité d'électricité passée dans ce temps par conduction à travers le gaz ; il a étudié l'influence de l'humidité, de la pression initiale, de la différence de potentiel entre les électrodes, de leur grandeur et de la densité du courant. La quantité d'électricité se déduisait facilement de la différence de potentiel, mesurée à l'électromètre, entre les extrémités d'une résistance connue et très grande (150000 ohms) mise en série, dans le circuit de charge, avec le tube à effluves.

Les phénomènes lumineux de l'effluve ont également été étudiés.

Dans le gaz sec, on voit d'innombrables pinceaux lumineux mobiles, qui s'élargissent en diminuant d'éclat sous l'influence de la moindre trace d'humidité, et se rejoignent si l'humidité augmente, jusqu'à ce que le tube s'illumine entièrement ; la clarté générale est alors minimum, et le courant de conduction maximum. Il s'est vraisemblablement déposé sur le verre une mince couche d'eau, qui enlève aux résultats toute signification. Il est donc indispensable d'opérer sur un gaz parfaitement sec.

Résultats. — Le nombre de coulombs nécessaire pour détruire une molécule d'ammoniac diminue quand la pression augmente, quand la tension augmente et quand la surface utile des électrodes augmente. Entre 137 millimètres et 852 millimètres de pression de mercure, entre 6 780 et 10 750 volts, on a trouvé de 1 950 à 6 500 coulombs. La loi de

Faraday ne s'applique donc pas à ce phénomène; les quantités d'électricité requises sont d'ailleurs très inférieures à celles que l'électrolyse met en jeu.

Le rapport ε du nombre des molécules restantes à l'instant t au nombre des molécules initiales (déterminé en donnant à l'expérience, dans des conditions données, des durées différentes) peut être représenté sensiblement, en fonction du temps, par

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dt} = C^{te},$$

ce qui indique une action monomoléculaire, comme le sont d'ordinaire les actions photochimiques ; l'action photocathodique, s'il y en a une, est donc négligeable.

Le nombre des molécules non détruites au bout d'une quarantaine de minutes a été trouvé (expérimentalement) plus grand que le nombre calculé d'après cette relation ; le désaccord est dû à une formation d'ammoniac sous l'action de l'effluve ; d'après des mesures faites sur un mélange d'azote et d'hydrogène, l'auteur évalue à 2,4-2,8 0/0 la proportion d'ammoniac formé quand l'équilibre est établi.

Ozone. — L'air ou l'oxygène passaient dans le tube à effluves avec une vitesse suffisante pour annihiler l'effet de l'action désozonisante de l'effluve. L'influence d'un accroissement de la tension s'exerce dans le même sens que pour l'ammoniac, c'est-à-dire diminue le nombre de coulombs nécessaire pour former une molécule d'ozone. Entre 4000 et 10000 volts, on a trouvé de 360 à 1000 coulombs. Le rendement en ozone paraît également augmenter avec la rapidité de variation de la tension.

W. SEITZ. — Die Beugung der Lichtes an einem dünnen, zylindrischen Drahte (Diffraction de la lumière par un fil fin cylindrique). — P. 1013-1029.

Extension aux ondes lumineuses (au moins rouges ou infra-rouges) de la théorie relative aux perturbations subies par une onde hertzienne rencontrant une sphère ou un fil cylindrique de longueur infinie perpendiculaire à la direction de propagation. Application numérique des formules obtenues à un fil d'or de 0,716 μ de diamètre, pour $\lambda = 1{,}5\ \mu$ (constantes optiques empruntées au mémoire de Hagen et Rubens sur l'absorption par les métaux).

L'auteur conclut à la possibilité de vérifier la théorie au moyen du bolomètre, en employant une source rayonnante très intense et prolongeant suffisamment la radiation, le fil étant placé dans le vide.

P. LUGOL.

COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES ;

T. CXLIV ; 1er semestre 1907.

H. MOISSAN et TOSIO WATANABE. — Sur la distillation des alliages Ag-Cu, Ag-Sn, Ag-Pb. — P. 16.

La distillation au four électrique d'alliages Ag-Cu, Ag-Sn, Ag-Pb permet de classer ces métaux, d'après leur point d'ébullition croissant, dans l'ordre suivant : plomb, argent, cuivre et étain.

JEAN MERLIN. — Résultats des mesures micrométriques faites lors de l'éclipse du 30 août 1905 à Roquetas et à Saint-Denis-Javal. — P. 20.

L'auteur montre qu'il y a lieu de corriger les positions relatives du Soleil et de la Lune données dans la *Connaissance des temps*. La correction ne modifie pas la trajectoire apparente de la Lune par rapport au Soleil ; elle ne fait qu'avancer la position de la Lune sur cette trajectoire et elle correspond à une avance de $11^s,1$ sur les instants calculés des contacts.

PIERRE WEISS. — Sur la théorie des propriétés magnétiques du fer au delà de la température de transformation. — P. 25.

La théorie cinétique du magnétisme, complétée par l'hypothèse d'un champ intérieur NI proportionnel à l'intensité I d'aimantation et dirigé comme elle (1), rend compte des propriétés complexes du fer aux températures élevées. On peut retrouver la constante de Curie à la condition d'admettre que la molécule de fer, soit α, soit β, soit γ, est formée de deux atomes, tandis que celle de fer δ en contient trois.

(1) Voir *C. R.*, t. CXLIII ; 1906.

J. BERGONIÉ. — Mesure du degré radiochronométrique par le voltmètre électrostatique dans l'utilisation en médecine des rayons de Röntgen. — P. 28.

L'emploi de voltmètres électrostatiques, gradués jusqu'à 60000 volts, permet de savoir le degré radiochronométrique des rayons émis par un tube de Crookes, ce degré dépendant du voltage et non de l'intensité du courant qui traverse le tube.

G. URBAIN et C. SCAL. — Sur le spectre de phosphorescence ultra-violet des fluorines. Variations du spectre de phosphorescence d'un même élément dans un même diluant. — P. 30.

Il y a de grandes différences d'intensité entre les bandes de même longueur d'onde du gadolinium dans les fluorines naturelles et dans celles de synthèse; ce phénomène tient à la dilution plus ou moins grande de la gadoline dans le fluorure de calcium, et avait déjà été observé pour l'europium. De plus, le spectre de phosphorescence dans le même diluant dépend absolument des circonstances de l'excitation.

TH. MOUREAUX. — Sur la valeur des éléments magnétiques à l'Observatoire du Val-Joyeux au 1er janvier 1907. — P. 51.

Eléments	Valeurs absolues au 1er janvier 1907	Variation séculaire
Déclinaison occidentale....	14° 48′ 71	— 5′ 02
Inclinaison................	64° 46′ 9	— 1′ 9
Composante horizontale....	0,19735	+ 0,00006
— verticale......	0,41905	— 0,00046
— Nord..........	0,19079	+ 0,00013
— Ouest.........	0,05045	— 0,00026
Force totale...............	0,46320	— 0,00039

G. GABET. — Nouvel appareil de télémécanique sans fil. — P. 74.

L. TORRES. — P. 973.

L'appareil se compose d'une roue mobile autour d'un axe horizontal portant des palettes correspondant chacune à une commande spéciale; chaque palette porte un tube sinueux en verre, où on a fait le vide après y avoir introduit une goutte de mercure. Cette goutte

se place à la partie périphérique au moment où la palette vient de franchir la partie horizontale et ferme alors le circuit. — Grâce à l'émission de trains d'ondes supplémentaires, l'opérateur peut toujours amener dans le plan horizontal la palette correspondant à la commande à enregistrer; de même il peut annuler toute commande étrangère perturbatrice, en envoyant un train d'ondes qui fait progresser la roue d'une palette avant que le mercure ait eu le temps d'atteindre la périphérie, par suite de fermer le circuit.

Les solutions indiquées par M. Gabet sont les mêmes que celles déjà appliquées par M. Torres dans le télékine.

D. BERTHELOT.— Sur le calcul exact des poids moléculaires des gaz. P. 76, 195, 269.

L'auteur rappelle comment il faut utiliser les méthodes qu'il a indiquées pour le calcul du poids moléculaire des gaz par les densités limites, densités qui peuvent s'obtenir soit directement par l'étude de la compressibilité, soit indirectement d'après les constantes critiques.

LÉO VIGNON. — Teinture et ionisation. — P. 81.

Les textiles d'origine animale (soie et laine), plongés dans des solutions aqueuses d'acides ou de bases, fixent une proportion relative d'électrolyte d'autant plus grande que la solution est plus étendue et que la température est plus élevée, c'est-à-dire que l'ionisation de l'électrolyte est plus forte.

E.-P. FORTIN. — Une précaution à prendre lors de l'observation des couleurs. P. 103.

ADRIEN GUEBHARD. — P. 223.

L'éclairage d'un objet ne variant pas, la coloration de cet objet sera perçue différemment suivant que l'œil est ou n'est pas exposé à la lumière. Si l'œil a été exposé à la lumière quelques minutes, ou s'il s'est trouvé dans le voisinage de surfaces blanches la réfléchissant, il ajoute en quelque sorte du bleu vert à toutes les couleurs qu'il perçoit. M. Guébhard fait remarquer que le mécanisme physio-

logique est l'inverse, c'est-à-dire que l'œil fait soustraction de rouge, parce que, inondé de rouge à travers ses enveloppes vasculaires opaques pour le reste du spectre, il est mis en état de fatigue par rapport à cette couleur.

A. JACQUEROD et L. PERROT. — Sur la préparation de l'hélium pur par filtration des gaz de la clévéite à travers une paroi de silice — P. 135.

La diffusion de l'hélium à travers la silice à haute température donne un moyen relativement aisé de préparer ce gaz à l'état pur; les expériences confirment, de plus, ce fait que la silice est imperméable aux autres gaz jusqu'à 1 100°.

H. DESLANDRES et L. D'AZAMBUJA. — Recherches sur l'atmosphère solaire. Vapeurs à raies noires et amas de particules. — P. 229 et 541.

Essai de dispositions nouvelles des appareils pour la reconnaissance complète de toutes les vapeurs solaires et de leurs couches successives.

Avec les raies $\lambda = 404,5$ et $438,5$, les plages brillantes des facules apparaissent nettement au centre du disque solaire, quand on isole les parties dégradées; elles sont invisibles sur les images formées seulement avec la petite raie noire centrale qui représente vraisemblablement la couche supérieure de la vapeur de fer.

G. BIGOURDAN. — Sur la relation entre les chutes de la pression barométrique et les dégagements de grisou dans les mines. — P. 247.

L'auteur signale à nouveau (1) la concordance remarquable entre les explosions simultanées de grisou du 28 janvier 1907, dans les bassins de Lens et Saarbrück, et la chute de pression barométrique importante qui s'est produite du 27 au 29 janvier.

L'accroissement dans l'émission du gaz précède donc en général la chute du baromètre.

(1) *C. R.*, t. II, p. 323 et 509; 1836.

JULES BAILLAUD. — Étoiles variables nouvelles à variations lumineuses très rapides. — P. 251.

Dans les clichés de la carte du ciel obtenus à l'aide de trois poses successives de trente minutes, la plaque photographique étant légèrement déplacée chaque fois, ce qui donne trois images contiguës d'une même étoile, on remarque que les intensités des composantes de quelques images triples sont dans des rapports très différents de ceux des intensités des composantes des autres images du cliché. L'auteur en conclut l'existence d'étoiles à variations d'éclat très rapides.

J. AMAR. — Sur la réfraction dans les gaz composés. — P. 260 et 482.

Si l'on appelle réfraction l'indice diminué d'une unité, et réfraction atomique le quotient de la réfraction d'un corps simple par son atomicité, on peut formuler la règle suivante : « La réfraction d'un gaz composé est la somme des réfractions des atomes qui entrent dans la molécule. »

La formule établie par l'auteur permet de démontrer que la densité d'un corps et sa réfraction sont fonction continue l'une de l'autre; elle conduit comme cas particulier à la loi de Gladstone $\frac{N-1}{D} = C^{te}$, et peut donner l'ordre de grandeur des constantes diélectriques.

L. MALCLÈS. — Recherches expérimentales sur les diélectriques solides. — P. 264.

On sait que, lorsqu'un diélectrique solide est introduit entre les armatures d'un condensateur, la capacité de celui-ci prend une valeur plus grande qui, d'ailleurs, continue à croître avec le temps jusqu'à une certaine limite.

M. Malclès a montré que cette propriété n'est pas générale et que la paraffine anglaise, fusible vers 72°, en est totalement dépourvue. Il a utilisé ce fait nouveau pour étudier au sein de la paraffine anglaise divers diélectriques : ébonite, verre, etc. Il a observé ainsi, dans d'excellentes conditions, les effets de surcharge et de résidu et

a trouvé, pour représenter ces phénomènes, des courbes d'allure exponentielle.

G. DE KOWALSKI. — Essai d'une théorie de la phosphorescence et de la fluorescence. — P. 266.

J. DE KOWALSKI et C. GARNIER. — Sur la phosphorescence des terres rares. — P. 266.

Dans les corps phosphorescents et fluorescents, il y aurait coexistence de deux genres de systèmes corpusculaires : systèmes électronogènes, expulsant des électrons sous l'influence d'une énergie extérieure (ex. : lumière), et systèmes luminophores, dont l'énergie intérieure est très proche de l'énergie critique (valeur minima de l'énergie à partir de laquelle un groupement corpusculaire faisant partie d'un atome produit de la lumière, d'après J.-J. Thomson). La lumière, agissant sur les corps phosphorescents ou fluorescents, produit une expulsion d'électrons des groupes électronogènes ; ces électrons pénètrent dans les systèmes luminophores, augmentent leur énergie, d'où émission de lumière. S'ils sont absorbés, l'émission est durable (phosphorescence) ; s'ils ne font que traverser, il y a alors fluorescence.

Les terres rares doivent être d'excellents luminophores ; en les diluant dans des substances électronogènes, on doit s'attendre à une phosphorescence intense et durable. C'est ce qui a été vérifié sur les sulfures au praséodyme, néodyme, samarium et erbium, additionnés d'un fondant qui augmente en général la luminosité du corps phosphorescent.

G. BLUM. — Appareil simple reproduisant toutes les particularités de l'expérience de Foucault sur la rotation de la Terre. — P. 365.

L'appareil se compose d'une sphère (R = 11 centimètres) qui tourne autour d'un axe vertical et porte le long d'un de ses demi-méridiens une fente de 6 centimètres de largeur dans laquelle se déplace un équipage mobile supportant le pendule. Cet équipage comprend une planchette rectangulaire pouvant s'appliquer sur la fente à toute latitude et soutenant la potence du pendule ; celui-ci est une petite boule de bois attachée par un fil à la potence et main-

tenue dans une direction normale à la sphère par un ressort à boudin. Il peut osciller dans une ouverture circulaire pratiquée dans la planchette et être écarté de sa position d'équilibre par un crochet d'acier qu'un système particulier permet de déclencher, que la sphère soit en repos ou en rotation.

G. BAUME et D.-E. TSAKALATOS. — Sur la variation des tensions de vapeur en fonction de la température et la détermination des constantes ébullioscopiques. — P. 373.

Des formules de Clausius et d'Arrhénius, relatives à la chaleur latente de vaporisation et à l'élévation moléculaire des points d'ébullition des dissolvants ébullioscopiques, on déduit :

$$\frac{dp}{dT} = \frac{0{,}01Mp}{E}.$$

E étant l'élévation moléculaire relative au dissolvant étudié et M le poids moléculaire de sa vapeur.

Cette formule permet d'étudier soit la polymérisation de la vapeur du dissolvant, soit son élévation moléculaire, suivant que E ou M sont connus. Application à des exemples.

JOUGUET et CRUSSARD.— Etudes sur les ondes de choc et de combustion. P. 415, 417, 560, 632.

Théorie mathématique. — Démonstration de la stabilité de l'onde explosive.

ADOLPHE MINET. — Les poids atomiques, fonction du rang qu'ils occupent dans la série de leur valeur croissante. — P. 428.

On peut représenter les poids atomiques, celui de l'hydrogène étant pris pour unité, avec une erreur en général inférieure à 3 0/0, en portant en abscisses la suite des nombres entiers de 1 à 79, représentant les rangs occupés par les éléments dans la série croissante de leur poids atomique, et en ordonnées les poids atomiques correspondants. On obtient ainsi une droite pour les éléments du rang 2 au rang 20, et ensuite une courbe de forme parabolique.

H. BECQUEREL. — Phosphorescence des sels d'uranyle dans l'air liquide. P. 459 et 671.

On sait que le spectre d'absorption des sels d'uranyle se modifie sous l'influence d'une très basse température ; il en est de même du spectre d'émission. Ainsi, dans l'air, à la température ordinaire, la lumière émise par certains de ces sels éclairés par des rayons violets donne un spectre de bandes plus ou moins larges et diffuses, formant des groupements qui se succèdent régulièrement ; dans l'air liquide, les mêmes bandes se subdivisent en bandes multiples qui deviennent parfois très fines, modifications observées aussi sur les bandes d'absorption. Les vibrations lumineuses de diverses bandes sont polarisées dans des directions différentes, et les intensités des mouvements lumineux considérablement modifiées.

De même l'abaissement de température permet de distinguer les bandes du spectre de phosphorescence dues à la formation ou à la destruction de composés chimiques existant à l'état de traces dans la matière étudiée qui agit comme dissolvant solide.

H. PELLAT. — Sur la constitution de l'atome. — P. 481, 744, 902, 968.

TOMMASINA. — Remarque. — P. 746.

Pour concilier, avec les radiations émises réellement, la théorie d'après laquelle l'atome, en général électrisé et constitué par une nuée de corpuscules gravitant autour d'un centre sous l'influence d'une force électrique, émettrait des radiations lumineuses ayant pour périodes les périodes mêmes de révolution des corpuscules, il faut supposer, soit que l'atome n'a pas une forme sphérique, soit que la loi de Coulomb n'est pas applicable aux distances intra-atomiques. M. Pellat montre que la forme stable de l'atome est voisine d'une forme sphérique et que, aux distances intra-atomiques, la force attractive doit augmenter moins rapidement que l'inverse du carré de la distance ou la force répulsive plus rapidement. En prenant pour la charge de l'atome monovalent $1,1 . 10^{-20}$ C. G. S. magnétique, son rayon serait $7,8 . 10^{-9}$ centimètres ; quant à l'atome plurivalent, il serait constitué par la juxtaposition d'autant d'atomes monovalents sphériques qu'il y a d'unités dans la valence.

A. SENOUQUE. — Sur la diminution de l'intensité du champ magnétique terrestre en fonction de l'altitude dans le massif du mont Blanc. — P. 535.

Les variations des éléments magnétiques observées dans le massif du mont Blanc ont une régularité telle qu'elles semblent dues à la diminution réelle du champ terrestre et non à des anomalies locales.

M. DE BROGLIE. — Conditions de formation des centres électrisés de faible mobilité dans les gaz. — P. 563.

La production des centres de faible mobilité dans les gaz issus des flammes paraît liée à la production dans la flamme de produits solides ou liquides ou à la présence des centres existant antérieurement à l'état normal dans l'air atmosphérique.

EUG. DEMOLE. — Contribution à l'étude de l'image latente photographique. P. 565.

Etude de l'action des oxydants faibles sur l'image latente, non pour la détruire, comme le font les oxydants énergiques, mais pour chercher à l'engager dans une combinaison nouvelle qui permette d'en déduire la constitution. L'oxydant faible joue le rôle d'un régulateur du temps de pose ; de plus, si la plaque impressionnée soumise à son action est développée à la lumière d'une bougie, le cliché obtenu est positif au lieu d'être négatif.

Si la pose est prolongée au delà d'une certaine limite, l'image subit un second renversement en sens inverse du premier. L'auteur essaye d'expliquer ces faits par l'hypothèse de la formation d'un oxybromure d'argent Ag-O-Br.

A. ETÉVÉ. — Sur les aéroplanes. — P. 630.

Contribution à la théorie mathématique de ces appareils.

W. RITZ. — Sur l'origine des spectres en série. — P. 634.

L'auteur montre comment on peut concevoir physiquement un sys-

tème donnant un ensemble de vibrations dont les fréquences soient celles du spectre ordinaire de l'hydrogène et du spectre nouveau découvert par Pikering dans certaines étoiles. Théorie.

E. ODDONE. — Sur quelques constantes sismiques déduites du tremblement de terre du 4 avril 1904. — P. 662 et 722.

L'auteur a pu déduire des indications des sismographes que les ondes sismiques longitudinales mettent, pour parcourir le rayon terrestre, le même temps (huit minutes) qu'emploie la lumière à nous venir du Soleil.

J. BOUSSINESQ. — Théorie approchée de l'écoulement sur un déversoir vertical en mince paroi, sans contraction latérale et à nappe libre. — P. 668.

Théorie mathématique, conduisant à des résultats concordant avec ceux obtenus expérimentalement par M. Bazin.

F. FERBER. — Sur le coefficient de la résistance de l'air à adopter dans un projet d'aéroplane. — P. 680.

Discussion montrant que les valeurs admises pour le coefficient de la résistance de l'air ne sont pas très exactes, et d'après laquelle on est tenté de conclure que la résistance opposée par l'air à une surface se mouvant orthogonalement ou presque tangentiellement à sa trajectoire est la même.

FOIX. — Théorie du rayonnement des manchons à incandescence. — P. 685.

Des traces d'oxyde de cérium (0,008), intimement mélangées à l'oxyde de thorium incandescent, augmentent considérablement son rayonnement lumineux sans modifier son rayonnement infra-rouge. L'auteur donne la théorie de ce phénomène et montre que l'oxyde de thorium, théoriquement inutile, est indispensable pour servir de corps à l'oxyde de cérium dont le squelette, à l'état pur et sous une faible épaisseur, serait trop fragile.

F. LAPORTE et R. JOUAUST. — Influence de la température ambiante sur l'intensité lumineuse d'une lampe à incandescence électrique. — P. 688.

Malgré une variation de 100° de la température ambiante, l'intensité lumineuse de la lampe a été trouvée constante. Ce résultat est en désaccord avec la variation de $\frac{1}{1\,000}$ par degré trouvée par certains expérimentateurs, mais peut concorder avec la variation $\left(\frac{4}{1\,000}\right.$ pour 100°$\left.\right)$ déduite des lois du rayonnement, variation qui n'était pas observable dans les conditions expérimentales où se trouvaient les auteurs.

G.-A. HEMSALECH. — Sur le rôle et la nature de la décharge initiale (trait de feu) dans l'étincelle électrique. — P. 692.

On sait que, dans la décharge d'un condensateur, le trait de feu est très lumineux par rapport aux oscillations qui suivent si le circuit de décharge a une self nulle ou très petite, tandis qu'il devient très faible quand la self dépasse une certaine valeur critique. Dans ce cas, la décharge initiale est constituée par une étincelle produite par la décharge des électrodes, de la capacité desquelles elle dépend, et elle sert uniquement à préparer le passage des oscillations de la décharge du condensateur.

G. MILLOCHAU. — Sur la photographie du spectre solaire infra-rouge. — P. 725.

Photographies du spectre solaire, de $0^{\mu},75$ à $0^{\mu},95$, avec des plaques à gélatino-bromure teintées avec du vert malachite, puis insolées derrière un écran violet avant leur utilisation.

A. BLANC. — Action du champ magnétique sur l'air ionisé en mouvement. P. 739.

On peut mesurer facilement l'action du champ magnétique sur les ions des deux signes en la comparant à celle d'un champ électrique

de valeur connue, car les mobilités des ions ne sont pas modifiées par le champ magnétique.

G.-A. HEMSALECH. — Sur les oscillations d'ordre supérieur (harmoniques) dans l'étincelle électrique. — P. 741.

La méthode consiste à projeter l'image de l'étincelle sur la fente d'un collimateur parallèle à la direction de cette étincelle et à projeter aussi l'image de cette fente sur une pellicule photographique mobile. L'examen des photographies révèle la présence de stries équidistantes dans chacune des oscillations d'une même décharge, stries dont les intervalles correspondent à des fréquences multiples de celles de l'oscillation fondamentale. Les harmoniques sont surtout marqués dans la première oscillation, très riche en vapeur métallique, et sont en grande partie la cause de la luminosité de la vapeur métallique dans l'étincelle, vapeur qui ne reste lumineuse que pendant le passage du courant dû à l'harmonique.

KREBS. — Appareil pour la mesure de l'écoulement des liquides. — P. 747 et 906.

L'appareil, qui permet, par simple lecture, de connaître le débit, se compose d'un réservoir à niveau maintenu constant qui alimente la conduite par où s'écoule le liquide. Dans cette conduite est disposé un premier robinet portant un orifice percé en mince paroi; immédiatement après se trouve un tube vertical en verre, et à la suite, sur la conduite, un deuxième robinet est destiné à régler l'écoulement du liquide. Le deuxième robinet étant fermé, et le premier ouvert, le liquide s'élève dans le tube de verre à la même hauteur que dans le réservoir; mais, si le deuxième robinet est ouvert, le liquide baisse dans le tube et les débits sont à chaque instant proportionnels aux racines carrées des dénivellations constatées. On gradue au préalable l'appareil, dont le principe se trouve aussi exposé dans les travaux de M. Parenty.

L. TEISSERENC DE BORT et L. ROTCH. — Caractères de la circulation atmosphérique intertropicale. — P. 772.

Les vents alizés de nord à est entre les tropiques ne s'étendent en général en hauteur qu'à une altitude de quelques centaines de

mètres ; dans cette couche, la température décroît très vite. Vient ensuite une zone où le vent est moins intense et où la température présente des inversions. Au-dessus, on observe des vents de directions différentes, mais venant surtout du nord-ouest. Enfin, vers 2000 mètres, on rencontre le contre-alizé à composante sud.

BOURGEOIS et NOIREL. — Sur la forme du géoïde dans la région du Sahel d'Alger. — P. 792.

Résultats obtenus et courbes.

JEAN MEUNIER. — Détermination des limites d'inflammabilité des mélanges explosifs de vapeurs d'éther et d'air. — P. 796 et 1107.

O. BOUDOUARD et LE CHATELIER. — P. 910.

Méthode et résultats. La limite inférieure d'inflammabilité est de 45 à 90 milligrammes d'éther par litre, souvent vers 58 milligrammes. MM. Boudouard et Le Chatelier [1] avaient trouvé 60 milligrammes par litre. La limite supérieure d'inflammabilité est de l'ordre de 200 milligrammes.

L. BRUNINGHAUS. — La phosphorescence des composés calciques manganésifères. Détermination de l'optimum. Influence de la constitution et de la masse des molécules sur la longueur d'onde des radiations émises. — P. 839 et 1040.

On sait que les corps phosphorescents sont toujours des mélanges contenant une petite quantité d'un composé d'un certain métal (phosphorogène) disséminée dans une masse beaucoup plus grande du même composé d'un autre métal (diluant). L'auteur montre que l'optimum de phosphorescence dans les composés calciques manganésifères étudiés, qui sont des sels à radicaux acides différents, s'observe pour une même valeur correspondant à :

$$\frac{1 \text{ atome de Mn}}{254 \text{ atomes de Ca}}.$$

De plus, deux facteurs interviennent pour donner à la phosphorescence d'un composé sa couleur caractéristique : ce sont la cons-

(1) C. R., t. CXXVI ; 1897.

titution chimique et la masse moléculaire de la molécule diluante. Plus cette masse est élevée, plus la couleur de phosphorescence a une longueur d'onde faible.

ADRIEN KARL. — Sur la triboluminescence de substances contenant du zinc. — P. 841.

L'auteur a réussi à préparer une série de corps qui possèdent au plus haut degré la propriété d'émettre de la lumière quand on les écrase (triboluminescence), et dont la phosphorescence est à peu près nulle. Ces corps s'obtiennent en chauffant vers 1200°, pendant trente minutes, des mélanges de sulfure de zinc et de corps extrêmements variés, sels de manganèse, acides silicique, stannique, etc.

Il ne paraît pas certain que la triboluminescence soit due à la présence de composés définis, et il y a lieu de rechercher si cette propriété n'est pas due à des impuretés, comme dans la phosphorescence.

G. LIPPMANN. — Collimateur suspendu donnant la position du zénith. P. 873 et 1137.

L'appareil a pour objet de rendre le zénith visible dans le champ d'une lunette visuelle ou photographique sous la forme d'un point lumineux. Il se compose d'un collimateur vertical portant en son plan focal un trou très fin qu'on peut éclairer, et soutenu, soit par un couteau horizontal, soit par un ressort très flexible, avec, dans ce cas, un amortissement produit par un système de palettes immergées dans un vase d'huile annulaire concentrique.

Le réglage s'exécute et se vérifie en faisant tourner de 180° l'axe de suspension dans le plan vertical qui le contient.

Un appareil fondé sur le même principe avait, du reste, déjà été construit par M. Schwartzchild (1).

LE CADET. — Observation de l'éclipse de Soleil du 14 janvier 1907 à l'observatoire de Phu-Lien (Tonkin). — P. 883.

Résultats. — Perturbation corrélative dans la variation baromé-

(1) *Astronomische Nachrichten*, 1904.

trique diurne et utilité de l'observation précise du baromètre dans les régions tropicales, au cours des éclipses de Soleil.

E. BELOT. — Sur la distance des satellites d'Uranus et de Jupiter. — P. 885.

Conséquences intéressantes concernant les distances des satellites de ces planètes tirées de la loi de distribution formulée par l'auteur ([1]).

BERNARD BRUNHES. — Action d'un courant aérien horizontal sur un tourbillon vertical. — P. 900.

L'auteur a vérifié expérimentalement qu'un courant horizontal exerce, sur un tourbillon vertical mobile, une force horizontale perpendiculaire au courant et dirigée vers sa gauche s'il est sinistrorsum, vers sa droite s'il est dextrorsum.

F. BEAULARD. — Sur la constante diélectrique de la glace et de l'eau au voisinage de 0°. — P. 904.

Mesure de la constante par celle du moment du couple auquel est soumis dans un champ hertzien un ellipsoïde de la substance à étudier. Les résultats ont été les suivants : glace, $K = 1,455$; eau et glace, K compris entre 2 et 2,6;

Eau (aux environs de 0°), $K = 3,072$.

Remarquons que, pour la glace, K est voisin de $n^2 = 1,71$.

H. ABRAHAM. — Rendement acoustique du téléphone. — P. 906.

En dehors des cas de résonance, le meilleur téléphone ne transmet pas à l'oreille la millième partie de l'énergie qu'il reçoit de la ligne. C'est ce qui résulte de la théorie donnée par l'auteur, théorie qui permet de déterminer la puissance disponible sur la membrane du téléphone par la mesure : 1° de la flexion produite sur cette membrane par une force connue; 2° de l'effort exercé sur elle par l'électro-aimant pour l'intensité de courant utilisée.

([1]) *C. R.*, décembre 1905.

A. QUIDOR et A. NACHET. — Sur un nouveau microscope et ses applications à la microphotographie stéréoscopique. — P. 908.

Description, emploi et dessin de l'appareil.

H. DESLANDRES. — Étude des variations du rayonnement solaire. P. 941.

Historique de la question. Description d'un procédé simple d'étude.

CIRERA et BACCELLI. — Etude des rapports entre l'activité solaire et les variations magnétiques et électriques enregistrées à Tortose (Espagne). — P. 958.

Les auteurs signalent une fois de plus l'analogie entre les divers phénomènes.

ARGYROPOULOS. — Sur un condensateur parlant. — P. 971.

MARCEL DESPRETZ. — Théorie. — P. 1012.

PIERRE SÈVE. — P. 1211.

H. ABRAHAM. — P. 1154.

Le condensateur parlant diffère du condensateur chantant par l'intercalation, dans le circuit du fil secondaire du transformateur du microphone, d'une source de force électromotrice produisant entre les deux armatures du condensateur une différence de potentiel constante de quelques centaines de volts. Cette introduction augmente d'une façon extraordinaire l'intensité du son émis par le condensateur, et cela d'autant plus que le voltage est plus grand. M. Marcel Despretz en donne la théorie. M. Pierre Sève fait remarquer que les actions mécaniques exercées étant, dans l'expérience du condensateur parlant, analogues à celles qui s'exercent sur une membrane téléphonique ordinaire, elles pourront reproduire assez exactement la parole. De même un condensateur excité par le courant alternatif vibre à l'octave aiguë; avec l'introduction analogue d'une source à voltage constant, il vibre à l'unisson.

M. Abraham avait imaginé déjà un téléphone électrostatique ayant pour organe sensible une feuille de métal battu, tendue sur l'ouverture d'un pavillon acoustique. Un disque métallique fixe et isolé est amené aussi près que possible de la feuille; on forme ainsi un condensateur montable dans un boîtier de téléphone et que l'on polarise d'abord par une charge de 1 millier de volts. On y envoie ensuite les différences de potentiel alternatives étudiées. L'appareil est beaucoup moins sensible que le condensateur parlant.

GUSTAVE-D. HINRICHS. — Sur le poids atomique absolu du brome et du manganèse. — P. 973 et 1343.

Discussion des déterminations de M. Baxter (1) et de Baxter et Hines (2); elles confirment exactement la valeur 80 du poids atomique absolu du brome et la valeur 55 du poids atomique du manganèse.

Ph.-A. GUYE. — Application de la méthode des densités limites aux gaz liquéfiables. — P. 976 et 1360.

Discussion. L'auteur propose de revenir pour la constante des gaz parfaits à $R = 22^{lit},10$.

DAUTRICHE. — Vitesse de détonation des explosifs. — P. 1030.

Lorsqu'on comprime un explosif sous des densités croissantes, la vitesse de détonation augmente d'abord, passe par un maximum, puis diminue asymptotiquement. Applications.

CANOVETTI. — Sur la résistance de l'air au mouvement des corps. — P. 1031.

Sauf pour les surfaces de 6 mètres carrés, qui éprouvent une résistance un peu moindre, jusqu'à des vitesses de 30 mètres par seconde la loi représentant les résultats obtenus est :

$$R = 0,0324V^2 + 0,432V.$$

(1) *Revue physico-chimique*, t. III; 1906, Leipzig.
(2) *Phys. chim. Centralblatt*, t. III; 1906.

De plus, la loi du sinus donne des résultats notablement supérieurs à ceux de l'expérience.

J. BECQUEREL. — Sur les changements des bandes d'absorption des cristaux et la loi de variation de l'amortissement du mouvement des électrons absorbants à diverses températures. — P. 1032.

Résultats expérimentaux conduisant à la loi importante suivante : « L'amortissement du mouvement vibratoire des électrons absorbant la lumière est sensiblement proportionnel à la racine carrée de la température absolue. »

G. CLAUDE. — Sur les deux modes de détente employés dans la liquéfaction de l'air. — P. 1037.

Considérations théoriques intéressantes sur les rôles respectifs du compresseur et de l'air comprimé dans l'énergie fournie dans le refoulement effectué par le gaz. Il n'y a, dans la détente par simple écoulement continu et sans vitesse sensible, refroidissement que parce que l'air n'est pas un gaz parfait. Dans la détente avec travail extérieur récupérable, le travail $\int pdv$ est, au contraire, tout entier disponible pour la production du froid. Aussi, dans le premier cas (machine de Linde), faut-il partir de pressions très élevées (200 atmosphères) et refroidir le gaz, tandis que, dans le second cas, il suffit de faibles pressions (40 atmosphères).

R. BENOIT, CH. FABRY et A. PÉROT. — Nouvelle détermination du mètre en longueurs d'onde. — P. 1082.

La règle choisie fut une règle d'invar, de section en forme d'U, laissant à l'intérieur un creux dans lequel peut passer un faisceau lumineux ; aux extrémités sont appliquées des glaces planes argentées rendues parallèles. Sur les faces supérieures des glaces sont tracées des divisions telles que la distance entre deux traits convenablement choisis soit très voisine de 1 mètre. Cette longueur a été évaluée en fonction de celle du mètre international. La distance des glaces a été réperée en longueurs d'ondes rouges du cadmium par l'intermédiaire d'étalons de $6^{cm},25$, $12^{cm},5$, 25 et 50 centimètres, d'après les méthodes

optiques connues de Pérot et Fabry. De même on a repéré en longueurs d'onde la somme des distances séparant les traits choisis des faces planes des glaces.

Les résultats ont été ramenés à l'air sec, à 15° du thermomètre à hydrogène, sous la pression normale 760 :

$$1^m = 1\,553\,164^{\lambda},13,$$
$$\lambda = 0^{\mu},64384696.$$

H. ABRAHAM. — Sensibilité absolue de l'oreille. — P. 1099.

Un cylindre d'environ 100 centimètres cubes est fermé à l'une de ses bases par la membrane d'un téléphone, et son autre base possède une ouverture munie d'un pavillon que l'on applique contre l'oreille. Les courants téléphoniques, de période et d'intensité connues, produisent dans le cylindre des variations de pression connues (l'étalonnage se fait en courant continu par la mesure du volume d'air balayé par la membrane dans son déplacement). La sensibilité de l'oreille se déduit de l'intensité efficace du courant au moment où elle cesse d'entendre. Il semble résulter des expériences que le seuil des sensations de l'oreille normale correspond à des variations de pression ayant une amplitude d'environ 4 à 10 millioniêmes de millimètre de mercure.

A. DE GRAMONT. — Sur les raies ultimes ou de grande sensibilité des métaux dans les spectres de dissociation. — P. 1101.

On sait que les raies d'un élément dans les spectres d'étincelle des minéraux disparaissent successivement au fur et à mesure de la diminution de la teneur de celui-ci; les dernières lignes persistantes sont les raies ultimes, ou de grande sensibilité. L'auteur montre que ces raies sont les mêmes pour l'étincelle condensée, avec ou sans self, pour l'étincelle non condensée, pour l'arc et pour les flammes très chaudes; il donne les raies ultimes d'un grand nombre de métaux.

D.-E. TSAKALATOS. — Application de la loi de Trouton à la détermination des élévations moléculaires des points d'ébullition des dissolutions. — P. 1104.

De l'équation de Trouton modifiée par Nernst [1] :

$$\frac{ML}{T} = 9,5 \log T - 0,007T,$$

et de la relation

$$E = 0,02 \frac{T^2}{L},$$

on obtient :

$$E = M \frac{1}{475 \frac{\log T}{T} - 0,35}.$$

Cette formule permet de déduire les élévations moléculaires, ou peut servir de critérium dans la recherche de l'association moléculaire d'un corps. Exemples.

P. SALET. — Sur l'absence de polarisation des protubérances. — P. 1147.

L'absence de polarisation des protubérances semble indiquer qu'il y a contradiction entre la théorie de la polarisation de Fresnel et les théories solaires de Schmidt ou de Julius.

Marcel BRILLOUIN. — Sur la viscosité des fluides. — P. 1151.

Dans les fluides, le transport d'une propriété se fait : 1° par déplacement de la molécule qui la possède ; 2° par le saut brusque de cette propriété du centre d'une molécule au centre d'une autre au moment de leur choc. L'essai de théorie fait en partant de ces deux mécanismes conduit à des résultats comparables aux résultats expérimentaux, et permet de conclure que la viscosité des liquides dépend de la diffusion des molécules et, en proportion moindre, du transport de centre à centre au moment du choc.

---

(1) *Theoretische Chemie*, Stuttgart, 1906.

H. BUISSON et CH. FABRY. — Mesures de longueurs d'onde dans le spectre du fer pour l'établissement d'un système de repères spectroscopiques. — P. 1155.

Tableau, à 15° et sous 76 centimètres de mercure, des longueurs d'onde du fer dans l'ultra-violet rapportées à la raie rouge de cadmium ($\lambda = 0^{\mu},64384696$) ; ce tableau complète la liste des longueurs d'onde données précédemment (1).

HERGESELL. — L'exploration de l'atmosphère libre au-dessus des régions arctiques. — P. 1187.

Résultats des lancers de ballons-sondes et de cerfs-volants. Existence de températures d'inversion, accompagnées de variations analogues de l'humidité. Le centre du grand tourbillon polaire doit changer souvent de place et parcourir tout le bassin arctique.

LOUIS BESSON. — Nouvelle théorie de l'anthélie, des paranthélies et des halos blancs de Bouguer et d'Hévélius. — P. 1190.

Théorie basée sur les divers assemblages des cristaux de neige.

LŒWY et PUISEUX. — Sur l'origine des accidents du sol lunaire. P. 1193 et 1309.

Discussion de la théorie d'après laquelle il aurait existé dans le passé des corps détachés de la Terre en même temps que la Lune ou dans des conditions analogues, corps qui, attirés par la Lune, seraient venus tomber sur sa surface. Cette théorie est peu vraisemblable et ne permet pas d'expliquer les traits caractéristiques de la physionomie des mers de la Lune, traits qui sont au contraire facilement explicables par la théorie de l'affaissement local sous l'influence du refroidissement, des dégagements de gaz et de l'ajustement isostatique.

---

(1) *C. R.*, t. CXLIII ; 1906.

Ed.-El. COLIN. — Observations magnétiques à Tananarive. — P. 1197.

Tableaux.

H. ABRAHAM et DEVAUX-CHARBONNEL. — Appareil pour l'étude des courants téléphoniques. — P. 1209.

Les auteurs indiquent les dispositions prises pour utiliser le galvanomètre à cadre mobile pour courants alternatifs de toutes fréquences, décrit par l'un d'eux [1], à la détermination non seulement des amplitudes, mais encore des phases et de la puissance des courants téléphoniques. Ces dispositions consistent, du reste, à obtenir deux forces électromotrices d'amplitudes égales, dont l'une soit en phase et l'autre en quadrature avec le champ magnétique du galvanomètre.

WOLODGINE. — Pyromètre enregistreur à plaque photographique fixe. P. 1212.

Le rayon lumineux réfléchi par le galvanomètre d'un pyromètre Le Chatelier tombe sur un miroir oscillant autour d'un axe horizontal et est renvoyé sur une plaque photographique fixe. Les déplacements verticaux de l'image permettront ainsi la mesure du temps, mesure qui était réalisée auparavant avec beaucoup de difficulté par un déplacement de la plaque photographique proportionnel au temps.

A. LEDUC. — Application des formules relatives aux volumes moléculaires au calcul de la variation de la force élastique maxima de la vapeur d'eau avec la température. — P. 1259.

L'auteur montre que la valeur numérique de $\frac{dp}{dt}$ tirée de la formule de Clapeyron, en prenant pour L et J les valeurs les plus sûres et

---

(1) H. Abraham, *C. R.*, t. CXLII; 1906.

pour u' la valeur calculée d'après ses formules (1), concorde avec la valeur de $\frac{dp}{dt}$ tirée des expériences de Chappuis (2).

P. VILLARD. — Sur la décharge électrique dans les gaz. — P. 1261.

Pour de faibles intensités et à des pressions telles que la lumière négative ne remplisse pas l'ampoule, la décharge se compose de trois parties :

1° La lumière positive, véritable conducteur dont l'extrémité cathodique est désagrégée par le choc des corpuscules négatifs et dans lequel toute cause d'ionisation intense produirait un espace sombre ;

2° L'espace obscur de Faraday, dû aux rayons cathodiques ; dans cet espace, l'électricité est transportée uniquement par convection ;

3° L'émission cathodique.

Pour une certaine intensité, la lumière positive peut surmonter l'ionisation cathodique ; l'espace de Faraday, la chute cathodique, l'émission de corpuscules n'existent plus ; les électrodes sont reliées par la lumière positive comme par un conducteur ; il peut y avoir oscillation. (L'arc et l'étincelle condensée sont des décharges réduites à la lumière positive.)

Dans l'ampoule de Crookes, au contraire, la lumière positive a disparu et la décharge se réduit à l'émission cathodique.

A. ROSENSTIEHL. — Hydrolyse des sels. — P. 1284.

Les corps qui résultent de l'action d'un acide sur un alcool ou une base, avec élimination d'une molécule d'eau, subissent en se dissolvant tôt ou tard la réaction inverse. Une partie du dissolvant intervient chimiquement, l'autre sert de diluant. Leur molécule se dédouble, et ce dédoublement, purement chimique, rend inutile, pour les éthers et les sels, l'hypothèse de l'ionisation.

(1) *Ann. de Phys. et Chimie;* 1899.
(2) *Séances du Comité international des Poids et Mesures;* 1900.

G. BIGOURDAN. — Sur le mode habituel de publication des observations équatoriales et sur un moyen de l'améliorer. — P. 1315.

Théorie des erreurs inhérentes à l'ancien procédé et description d'un nouveau.

JEAN BECQUEREL. — Sur les déplacements des bandes d'absorption des cristaux sous l'action des variations de température. — P. 1336.

Les bandes d'absorption des cristaux se déplacent en général vers les petites longueurs d'onde quand la température s'abaisse. Ces déplacements ne présentent aucune relation avec ceux que l'on observe sous l'action d'un champ magnétique ou avec la longueur des bandes; mais ils sont identiques pour les bandes qui se correspondent dans des groupes de cristaux contenant une même substance.

G.-A. HEMSALECH et C. DE WATTEVILLE. — Sur une nouvelle méthode de production des spectres de flamme des corps métalliques. — P. 1238.

Un ballon, contenant les électrodes du métal à étudier, est intercalé sur le trajet du courant d'air qui produit dans un brûleur la combustion complète du gaz. On fait éclater, entre ces électrodes, pendant toute la durée de l'expérience, des étincelles (10 par seconde environ) fournies par un condensateur de forte capacité. Dans ces conditions, la flamme présente un spectre du métal le plus riche en raies que l'on connaisse, tout en ne nécessitant l'emploi que d'une très petite quantité de matière.

CH.-A.-FRANÇOIS FRANCK. — La microphotographie en couleur avec les plaques autochromes de MM. A. et L. Lumière. — P. 1340.

Excellents résultats obtenus avec ces plaques dans les cas examinés (agrandissements faibles ou importants de pièces polychromes, polarisation, stéréoscopie, etc.).

G. URBAIN et Clair SCAL. — Phosphorescence cathodique des systèmes complexes. Action paralysante exercée par certains excitateurs de la série des terres rares sur d'autres excitateurs de la même série. — P. 1363.

La phosphorescence cathodique n'est pas une propriété additive. En particulier, certains corps, noirs ou fortement colorés, masquent des phosphorescences qui, sans eux, seraient très vives. De même certains corps blancs peuvent masquer la phosphorescence de corps colorés. C'est ce que les auteurs ont constaté pour la terbine (colorée) ou les sels de samarium, terbium, etc. (blancs). Ces corps masquent la phosphorescence des autres terres rares.

E. FOUARD. — Sur les propriétés colloïdales de l'amidon. — P. 1366.

A concentration égale en ions hydrogène, les acides ont le même pouvoir coagulant pour l'amidon soluble; un excès d'ions ou de molécules neutres exerce une action antagoniste de la coagulation. Les solutions alcalines, sauf la baryte, à égale concentration en ions hydroxyle, présentent toutes le même pouvoir stabilisant.

Quant à la coagulation spontanée, réversible, d'un colloïde en solution aqueuse, elle peut s'expliquer par la présence des ions $\overset{+}{H}$ et $\overset{-}{OH}$ provenant de la faible dissociation de l'eau.

F. WALLERANT. — Sur les transformations polymorphiques des mélanges isomorphes de trois corps. — P. 1373.

Étude et mode particulier de représentation suivant la composition et la température des propriétés des cristaux mixtes d'azotate d'ammonium, de césium et de thallium.

G. Boizard.

O. MANVILLE. — Régulateur de trompe à mercure (*Séance de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 16 mars 1905.)

L'auteur décrit un régulateur supprimant la soupape de sûreté de la trompe de MM. Berlemont et Jouard et régularisant le fonctionnement de cette trompe de telle façon que tout mouvement brusque du mercure est évité et que toute inattention peut être réparée à temps.

MALTÉZOS. — Siphon noyé (Athènes: 1907).

M. Maltézos montre que le « vase de Tantale » des cabinets de physique était bien connu des anciens Grecs et, chose curieuse, on vend encore aujourd'hui, en Grèce, des petits vases d'argile construits dans les poteries d'Égine qui s'appellent vases de justice ou d'égalité et dont la ressemblance avec le siphon noyé, décrit dans les *Pneumatiques* d'Héron d'Alexandrie, est tout à fait frappante. Il est probable que la tradition des grands potiers de l'ancienne Egine s'est transmise à leurs obscurs descendants.

ERRATUM

Page 429, ligne 10 en remontant, lire 4810 au lieu de 4680.

TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

DES MATIÈRES CONTENUES DANS LES TOMES IV, V ET VI

DE LA 4e SÉRIE.

Les titres des Mémoires sont donnés en abrégé. Le premier nombre inscrit à la suite de chaque Mémoire indique le volume; le second désigne la page.

FIN DE LA TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES

DES TOMES IV, V ET VI DE LA 4e SÉRIE.

GÉNÉRALITÉS. — MÉTROLOGIE. — MÉCANIQUE ET PESANTEUR.

Physique moléculaire.

Ollivier. Compressibilité des liquides par méthode capillaire, VI, 757. — Pour les gaz, voir plus loin à la *Chaleur : Dilatation et compressibilité des fluides*.

CHALEUR ET THERMODYNAMIQUE. — PHYSICO-CHIMIE.

d'ébullition des composés homologues, IV, 732; V, 52. — *Gebhardt*. Tensions de vapeur du mercure et du sodium, V, 567. — *Heyl*. Point d'ébullition des liquides traversés par un courant électrique, V, 624. — *D'Arsonval* et *Bordas*. Distillation et dessiccation dans le vide à basse température, VI, 343. — *Pernian* et *Davies*. Tension de vapeur, VI, 70. — *Wiedemann*, *Stelzner* et *Niederschulte*. Tension de vapeur des solides, VI, 428. — *Wiedemann*. *Id.*, VI, 660. — *Leduc*. Calcul de la force élastique maxima de la vapeur d'eau, VI, 1012.

Solidification et liquéfaction des gaz. — *Dewar*. Liquéfaction de l'hélium, IV, 232. — *Schmidlin*. Action des basses températures sur les matières colorantes, IV, 239. — *Travers*. Solidification de l'hydrogène, IV, 274, 370. — *Dewar*. Constantes physiques aux basses températures, IV, 281. — *Claude*. Liquéfaction de l'air, V, 5, 865; VI, 343. Détente dans la liquéfaction de l'air, VI, 1008. — *Dewar*. Absorption des gaz occlus dans le charbon aux basses températures, V, 196. Séparation des gaz les plus volatils de l'air sans liquéfaction, V, 196. — *Blythswood* et *Allen*. Méthode de Dewar pour la production des vides élevés, V, 433. — *Bradley* et *Rowe*. Liquéfaction de l'air, V, 612. — *Bradley* et *Hale*. Distribution des températures dans un liquéfacteur de Hampson, V, 612. — *Fenner* et *Ritchmyer*. Chaleur de vaporisation de l'air liquide, V, 615. — *Kester*. Effet Joule-Thomson dans l'anhydride carbonique, V, 625. — *Claude* et *Lévy*. Production de vides élevés à l'aide de l'air liquide, V, 856. — *Kamerlingh-Onnes*. Méthodes et appareils en usage au laboratoire cryogène, VI, 325. — *Grunmach*. Tension superficielle de O et Az liquides, VI, 572. — *Cook*. Vitesse du son et rapport $\frac{C}{c}$ dans l'air liquide, VI, 847. — *Zeleny*. Température de l'acide carbonique solide, VI, 849.

Etat critique. — *Kamerlingh-Onnes* et *Happel*. Continuité des états liquides et gazeux, IV, 50. — *Centnerszwer*. Détermination du volume critique, IV, 369. — *G. Bakker*. Epaisseur de la couche capillaire entre les phases liquide et vapeur, IV, 96, 373. — *Verschaffelt*. Influence des impuretés sur les phénomènes critiques, V, 139. — *Bertrand* et *Lecarme*. Etat de la matière au voisinage du point critique, V, 294. — *Monnory*. Chaleur spécifique d'un liquide à la température critique, V, 421. — *Bradley*, *Browne* et *Hale*. Effet de la vibration sur l'acide carbonique au voisinage de l'état critique, V, 611.

Dilatation et compressibilité des fluides. — *Verschaffelt*. Allure des isothermes au voisinage du point critique, IV, 41. — *Kamerlingh-Onnes* et *Hyndmann*. Isothermes des gaz diatomiques, IV, 47. — *Meslin*. Constante de la loi de Mariotte et Gay-Lussac, IV, 252. — *Rayleigh*. Compressibilité de l'oxygène, hydrogène, azote, oxyde de carbone entre 1 et 1,5 atmosphère, IV, 271 ; entre 1 et 0,5 atmosphère, V, 211. — *Jacquerod* et *Schener*. Compressibilité des gaz à basses pressions, IV, 600. — *Witkowski*. Dilatation de l'hydrogène, V, 144.

Van der Waals. Manière dont la grandeur b de l'équation d'état dépend de la densité, IV, 34. L'état liquide et l'équation d'état, IV, 34, 377. Variation de la grandeur b, V, 130. Transformation d'un pli latéral en pli principal, V, 134. Sections de la surface de saturation dans le cas de trois phases, VI, 314. — *Verschaffelt*. Remarque sur les calculs de Keesom, IV, 44. — *Goebel*. Equation plus exacte des gaz, IV, 369. — *Kohnstamm*. Equations de Clausius et de Van der Waals, IV, 728, 729. Equation d'état, V, 502. — *Haentzschell*. Calcul des constantes a et b à partir des éléments critiques, IV, 771. — *Van Laar*. Vérification d'une formule récente de Van der Waals, V, 131. — *Gibbs*. Constantes de l'équation de Van der Waals, V, 872. — *Bakker*. Equation d'état, VI, 97. — *Friderich*. Equation d'un fluide, VI, 97. — *Scheel*. Formule pour la pression de la vapeur

Physicochimie.

Matignon. Prévision d'une réaction chimique formant un système monovariant, IV, 588. — *Armstrong*. Retard de combustion par l'oxygène, V, 193. — *Perman* et *Atkinson*. Décomposition de l'ammoniaque par la chaleur, V, 194. — *Chapman* et *Burgess*. Période d'induction chimique dans l'union de H et Cl, V, 209. — *Van der Waals*. Remarques sur l'allure de la transformation moléculaire, IV, 30. — *Ariès*. Conditions de l'état indifférent, IV, 146. — *Gaillard*. Temps que la précipitation met à apparaître, IV, 590. — *Bairston* et *Alexander*. Explosions de mélanges de gaz d'éclairage et d'air en vase clos, VI, 78. — *Noble*. Recherches sur les explosifs, VI, 81. — *Petavel*. La pression des explosions, VI, 90. *Dautriche*. Vitesse de détonation des explosifs, VI, 345, 1007. — *Bone* et *Wheeler*. Combinaison de H et O au contact des surfaces chaudes, VI, 909. — *Hopkinson*. Explosion des mélanges de gaz et d'air, VI, 920. — *Meunier*. Limite d'inflammabilité des mélanges explosifs, VI, 1003. — *Boudard* et *Le Chatelier*. *Id.*, VI, 1003.

Thermodynamique des mélanges. — *Van der Waals*. Phénomènes critiques de liquides partiellement miscibles, IV, 31. Relations entre les phases coexistantes d'un mélange binaire, V, 133. Contribution à la théorie des mélanges, VI, 314. — *Smiths*. Courbe de solubilité au voisinage de la température critique des mélanges binaires, IV, 36. — *Schreinemakers*. Tension de vapeur des mélanges ternaires, IV, 37 ; V, 130. Cristaux mixtes dans les systèmes ternaires, VI, 316 ; les chromates alcalins, VI, 317. — *Keesom*. Isothermes des mélanges d'O et de CO^2, IV, 47. — *Bœdke*. Phénomènes dans les mélanges binaires, IV, 92. — *Kortewegg*. Surface ψ : points de plissement, IV, 31. — *Verschaffelt*. Surface ψ, IV, 45 ; VI, 306. — *Kamerlingh-Onnes*, VI, 324. — *Van der Vaals*. Pli latéral et pli principal, V, 134. — *Marie*. Ebullioscopie de mélanges, IV, 236. — *Kamerlingh-Onnes* et *Zakzewski*. Condition de coexistence des phases vapeur et liquide des mélanges de gaz aux basses températures, V, 138. — *Smiths*. Courbe critique de plissement rencontrant la courbe de solubilité, V, 352. — *Van Laar*. Allure des courbes synodales et des courbes de plissement, VI, 312. — *Verschaffelt*. Mélanges d'anhydride carbonique et d'hydrogène, VI, 326. — *Bose*. Thermodynamique des mélanges non homogènes, VI, 352. — *Trouton* et *Pool*. Tension de vapeur des substances retenant des quantités variables d'humidité, VI, 917. — *Wallerand*. Transformations polymorphiques des mélanges isomorphes de trois corps, VI, 1015. Voir aussi p. 1067 : *Dilatation et compressibilité des fluides*.

Dissolution. — *Schürr*. Vitesse de dissolution des sels dans leurs solutions aqueuses, IV, 17, 381. — *Bruner* et *Tolloczko*. *Id.*, IV, 110 ; V, 501. — *Gardner* et *Gerassimoff*. Solubilité des sels d'acides faibles, IV, 62. — *Magie*. Contraction lors des dissolutions, IV, 71. — *Vaillant*. Densité des solutions salines, IV, 156. — *Cheneveau*. Indice de réfraction des solutions, IV, 159. — *Jones* et *Getman*. Hydrates dans les solutions aqueuses concentrées d'électrolytes, IV, 371. — *De Berkeley*. Solutions saturées, IV, 286. — *Euler*. Diminution de solubilité, IV, 371. — *Kohlrausch*. Solubilité de quelques sels peu solubles dans l'eau à 150°, IV, 633. — *Fredenhagen*. Théorie générale des constantes de dissolution, IV, 795, 796. — *Leenhart*. Vitesse de cristallisation des solutions sursaturées, V, 292. — *Hoffmann* et *Langebeck*. Actions qui influent sur la solubilité, V, 353. — *Traube*. Osmose, diffusion, tension superficielle et solubilité, V, 500. — *Osaka*. Partage de l'iode entre deux solvants, V, 503. — *Fleckenstein*. Solutions dans les mélanges d'alcool et d'eau, V, 568.

Knopp. Solubilité de l'hydrogène et du protoxyde d'azote dans les solutions aqueuses, IV, 60. — *Hantzch*. Vitesses d'absorption entre corps solides et gazeux, IV, 61. — *Richardson*. Solubilité et diffusion en solution des gaz dissociés, IV, 267. — *Geffchen*. Influences qui agissent sur la solubilité des gaz, IV, 371. — *Cassuto*. Solubilité des gaz dans les liquides, IV, 810. — *Magnus*. Absorption de l'oxygène par le platine, VI, 173.

Terechine. Conductibilité et formule de Lorenz, V, 280. — *Thovert*. Conductibilité calorifique, V, 298. — *Feliciani*. Conductibilité thermique du peroxyde d'azote, V, 357. — *Nieven*. Conductibilité calorifique, VI, 63. — *Thwing*. Gradient de température interne des matériaux communs, VI, 849.

ACOUSTIQUE.

Mouvement vibratoire en général. — *Carman*. Modèle de mouvement vibratoire, IV, 75. — *Peiser*. Figures acoustiques, IV, 123. — *Porter*. Renforcement mécanique des sons, IV, 266. — *Bronson*. Vibrations transversales des ressorts en hélice, IV, 295. — *Rubens*. Démonstration des ondes acoustiques stationnaires à l'aide de flammes manométriques, IV, 314; V, 505. — *Schmidt*. Appareil de démonstration des ondes stationnaires, IV, 467. — *Kapzov*. Forces de pression des ondes qui se dropagent sur une surface liquide, IV, 786, V, 787. — *Rubens* et *Krigar-Menzel*. Tubes à flammes pour expériences d'acoustique, IV, 787. — *Krigar-Menzel*. *Id.*, IV, 315. — *Malagoli*. Composition d'un mouvement vibratoire et d'un mouvement rectiligne, IV, 812. — *Terada*. Vibrations capillaires produites par un jet d'air dans le mercure, IV, 915.— *Knapman*. Expériences illustrant les harmoniques inférieures, V, 195. — *Majorana*. Flammes manométriques, V, 358. — *Oddone*. Extension d'une loi acoustique, V, 362. — *Morrow*. Vibrations transversales des verges, V, 425, 768. — *Barton* et *Garrett*. Courbes simultanées des vibrations d'une corde et de sa caisse de résonance, V, 427. — *Bailly*. Vibrations sympathiques des cordes, V, 564. — *Alliaume*. Propagation des ondes à la surface d'une lame liquide, V, 826. — *Jouguet*. Accélération des ondes de choc planes, V, 854. Accélération des ondes de choc sphériques, V, 860. — *Mikola*. Méthode pour obtenir les figures de vibration et la fréquence en valeur absolue, VI, 417. — *Barthon* et *Penzer*. Photographie d'un monocorde, VI, 717. — *Jouguet* et *Crussard*. Etude sur les ondes de choc et de combustion, VI, 997. — *Wagner*. Phénomène stroboscopique présenté par des diapasons vibrants, VI, 988.

Propagation du son.— *Sturn*. Formule de Kirchhoff pour la vitesse dans les tuyaux, IV, 127. — *Sieveking* et *Behm*. Recherches acoustiques, IV, 450. — *Violle* et *Vauthier*. Propagation des sons musicaux dans un tuyau, IV, 599. — *Boussinesq*. Propagation d'un mouvement autour d'un centre, V, 562. — *Hebb*. La vitesse du son, V, 615. — *Wood*. Pression des ondes sonores, VI, 172. — *Kalähne*. Vitesse du son, VI, 413.

Production du son. — *Fiorentino*. Propriétés microphoniques des jets gazeux, IV, 306. — *Hensen*. Transformation des condensations périodiques de masse en mouvement ayant un effet acoustique, IV, 776. — *Tarada*. Boîte de résonance, IV, 915. — *Laudet* et *Gaumont*. Mégaphone, V, 294. — *Brillouin*. Tuyaux sonores, V, 569. — *Wachsmuth* et *Kreis*. Production de sons dans les flûtes d'orgues, V, 874. — *Edelmann*. Vibrations longitudinales de la queue d'un diapason, VI, 170. — *Dussaud*. Amplification des sons, VI, 342.

Qualités du son. — *Zernow*. Mesure absolue de l'intensité du son, VI, 475, 753.

Acoustique physiologique. — *Marage*. Audition, IV, 146. Sensibilité de l'oreille physiologique pour certaines voyelles, IV, 582. Qualités acoustiques de certaines salles, V, 857; VI, 101. Audition des poissons, VI, 348. — *Bard*. Vibrations musculaires et sens de propagation des ondes sonores, IV, 236. — *Amaudrut*. Méca-

OPTIQUE. — RADIATIONS.

Radiations.

dans le four électrique, IV, 719; V, 448. — *Fritsch*. Le spectre du manganèse dans l'arc, IV, 775. — *Lockyer* et *Baxandall*. Raies renforcées du chrome, V, 198. Raies du groupe IV du silicium, V, 203. Spectre du scandium, V, 217. — *Crookes*. Ultra-violet du gadolinium, V, 211; de l'europium, V, 217. — *Barnes*. Spectre du magnésium, V, 440. — *Strong*. Étincelle du magnésium, VI, 136. — *Fowler*. Nouveaux triplets dans le spectre d'arc du strontium, V, 445. — *Saunder*. *Id.*, du Ca, St, V, 445. — *Morse*. Spectres donnés par l'interrupteur Wehnelt, V, 448. — *Drew*. Spectre infra-rouge du CO^2 et de Az, V, 623. — *Walter*. Spectre de l'arc électrique à haute tension, V, 766. — *Schniederjost*. *Id.*, VI, 989. — *Nasini* et *Anderlini*. Examen spectroscopique des produits volcaniques, V, 779. — *De Kowalski* et *Huber*. Spectres des alliages, V, 859. — *Nutting*. *Id.*, VI, 136. — *Lunt*. Spectre du silicium, VI, 65, 142. — *Huggins*. Radiation lumineuse spontanée du radium, VI, 138, 268. — *Dufour*. Spectre de l'hydrogène, VI, 177. — *Lyman*. *Id.*, dans la région des longueurs d'onde courtes, VI, 268. — *Lowater*. Spectre de l'anhydride sulfureux, VI, 271. — *Walter*. Spectre de la lumière de l'azote émis par les rayons du polonium, VI, 412. — *Wilkinson*. Spectre de « Swan », VI, 718. — *Fabry* et *Buisson*. Spectre du fer, VI, 335, 1011.

(Spectres du soleil, des étoiles, etc. : *voir* **Physique céleste.**)

Absorption : spectres d'absorption. — *Pflüger*. Absorption du quartz, etc., dans l'ultra-violet, IV, 112. — *Ikle*. Spectres d'absorption de quelques liquides organiques dans l'infra-rouge, IV, 115. — *Coblentz*. *Id.*, IV, 459; V, 618. — *Magini*. Constitution chimique et spectres d'absorption, IV, 384. — *Lester*. Bandes d'absorption de l'oxygène dans le spectre solaire, IV, 456. — *Schæfer*. Influence de la pression sur le spectre d'absorption du gaz carbonique, IV, 531. — *Magini*. Spectres ultra-violets d'absorption des isomères, IV, 805. Les rayons ultra-violets et l'isomérie chimique, IV, 806. Relation entre la double liaison et l'absorption, IV, 806. Spectres ultra-violets d'un composé tautomère, IV, 806. — *Julius*. Bandes de dispersion dans les spectres d'absorption, V, 134. — *Monpillard*. Ecrans colorés, V, 289. — *Krüss*. Absorption des colorants organiques dans l'ultra-violet, V, 352. — *Dowell*. Dichroïsme en solutions douées de pouvoir rotatoire naturel, V, 617. — *Lehmann*. Direction de l'absorption dans les cristaux liquides, V, 674. — *Ladenburg* et *Lehman*. Spectre d'absorption de l'ozone, V, 877. — *Hartley*. Spectres d'absorption et de fluorescence de la vapeur de mercure, VI, 84. — *Lewin*, *Miethe* et *Strenger*. Détermination des longueurs d'onde des raies d'absorption photographiées des matières colorantes du sang, VI, 333. — *Coblentz*. Spectres d'absorption et de réflexion dans l'infra-rouge, VI, 846. — *Muller*. Absorption de la lumière par les solutions, VI, 986. — *Houston*. Absorption par les corps isotropes, VI, 987.

Déplacement des raies. — *Kent*. Variation de longueur d'onde dans les spectres d'étincelle, VI, 137. — *Humphreys*. Effet d'une pression de 75 atmosphères sur certaines raies du spectre d'arc du fer, VI, 139. Renversement des bandes, VI, 140. Déplacement et élargissement des raies sous l'influence de la pression, VI, 269. — *Becquerel*. Déplacement des bandes d'absorption des cristaux sous l'action des variations de température, VI, 1008, 1014. (Phénomène de Zeeman. Voir « *Électro-optique* ».)

Mesures de longueurs d'onde. — *Eder* et *Valenta*. Invariabilité des longueurs d'onde, IV, 53. — *Lyman*. Mesures préliminaires des radiations de courte longueur d'onde, IV, 53. — *Hartmann*. Correction des longueurs d'onde étalons, IV, 57. — *Fabry*. Longueur d'onde de la raie du cadmium λ 5056, IV, 217. — *Kayser*, Etalons de longueur d'onde, IV, 219, 464. — *Crew*. *Id.*, IV, 464. — *Pérot* et *Fabry*. Rapport sur la nécessité d'établir un nouveau système de longueurs d'onde, IV,

464. — *Hermann*. Mesure de longueurs d'onde de raies rouges, IV, 774. — *Jewell*. Revision du système de longueurs d'ondes étalons de Rowland, V, 439. — *Frost* et *Brown*. Longueurs d'onde de certaines lignes du sodium, VI, 144. — *Millochau*. Mesure préliminaire des raies du spectre solaire dans les régions infra-rouges, VI, 332. — *Fabry* et *Buisson*. Mesure des longueurs d'onde dans le spectre du fer, VI, 335.

Diffusion de la lumière. — *Ehrenhaft*. Résonance optique, IV, 118. — *Pockels*. Remarque, IV, 120. — *Minchin*. Réflexion de la lumière sur les papiers colorés, IV, 579. — *Garnett*. Couleurs dans les verres, les pellicules et les solutions métalliques, VI, 79. — *Umow*. Dépolarisation chromatique par diffusion, VI, 166.

ÉLECTRICITÉ ET MAGNÉTISME.

Électrostatique. — *Nutting*. Nouveaux théorèmes analogues à ceux de Green, IV, 74. — *Almansi*. Problème d'électrostatique, IV, 301. — *Hesehus*. Influence de la déformation des corps sur leur électrisation par frottement, IV, 640. Electrisation des alliages par contact, V, 281. — *W. Gray*. Régulateur de potentiel automatique, IV, 527. — *Benoist*. Appareil de dosage dans les applications médicales, IV, 596. — *Wesendonck*. Effet des pointes dans un champ uniforme, IV, 887. — *Petrowsky*. Distribution du potentiel dans un conducteur homogène, V, 282. — *Seligman-Lui*. Base d'une théorie mécanique de l'électricité, V, 508. — *Gray*. Régulateur automatique de potentiel, V, 612. — *Terry*. Action de la température sur une capacité, V, 624. — *Levi-Civita*. Problème d'électrostatique, V, 703. — *Owen*. Comparaison des champs électriques, V, 769. — *Schaffer*. Vent électrique, VI, 146. — *Januszkiewicz*. *Id.*, VI, 146. — *Seddig*. Poussée électrostatique, VI, 146. — *Moulin*. Égalisateurs de potentiel, VI, 348. — *Holtz*. Expérience de cours sur les lignes de force, VI, 419.

Schaffers. Théorie des machines à influence, IV, 144, 163. — *Wommelsdorf*. Écartement des plateaux, IV, 661. Construction de machines à condensateur avec pôles multiples, IV, 709. Machines électrostatiques, IV, 657. — *Holtz*. Rôle des chemises entourant les frotteurs, V, 608. — *Gray*. Modification au générateur d'ozone Siemens, V, 612.

Koch. Électrisation des cristaux, V, 693.

Diélectriques. — *Ercolini*. Frottement interne des liquides isolants dans un champ électrique, IV, 301. — *Pochettino*. *Id.*, IV, 808. — *Bouty*. Cohésion diélectrique de la vapeur de mercure, IV, 317. — *Guye* et *Denso*. Chaleur dégagée par la paraffine soumise à un champ électrostatique tournant, IV, 586. — *Fortin*. Tension superficielle d'un diélectrique dans le champ électrique, IV, 589. — *Broca* et *Turchini*. Variation du pouvoir inducteur spécifique avec la fréquence, IV, 591. — *Ch.* et *H. Guye*. Rigidité électrostatique des gaz, IV, 599. — *Afanassiefy* et *Lopoukhine*. Capacité d'un tube rempli d'un gaz raréfié, IV, 641. — *Pétrowa*. Constantes diélectriques des liquides, IV, 646. — *Heydweiller*. Rigidité diélectrique des liquides conducteurs, IV, 797. — *Schering*. Perfectionnement aux isolateurs d'ébonite, IV, 896. — *Beaulard*. Pouvoir inducteur spécifique de l'eau, V, 165. Benzine et eau, V, 297. — *Bouty*. Passage de l'électricité à travers des couches de gaz épaisses, V, 229. — *Broca*. Pouvoir inducteur des métaux dans le cas des ondes calorifiques et lumineuses, V, 288. — *Gouré de Villemontée*. Diélectriques liquides, V, 291, 403. — *Martinelli*. Électrisation de quelques diélectriques par la compression, V, 362. — *Greinacher* et *Hermann*. Couches minces de diélectriques, V, 491. — *Greinacher*. Couches semi-conductrices,

V, 608. — *Broca*. Pouvoir inducteur spécifique et conductibilité, V, 865. — *Kohlraush*. Capacité électrostatique et capacité de résistance, V, 878. — *Corbino*. Viscosité diélectrique, VI, 147. — *Occhialini*. Pouvoir inducteur de l'air, VI, 148. — *Sagnac*. Théorie des diélectriques et équation de Clausius, VI, 273. — *Masclès*. Diélectriques solides, VI, 995. — *Beaulard*. Constante diélectrique de la glace, VI, 1005.

Cantone. Electrostriction, V, 360.

Condensateurs. — *Earhart*. Absorption d'énergie dans les condensateurs, IV, 72. — *Muller*. Condensateur simple à capacité variable, VI, 152. — *Zeleny*. Capacité des condensateurs en mica, VI, 836.

Conductibilité métallique. Loi d'Ohm. — *Dubois*. Fibres conductrices obtenues au moyen de l'argent allotropique, IV, 73.— *Lussana*. Influence de la pression sur la résistance électrique des métaux, IV, 303, 312. — *Bernini*. Température et conductibilité électrique du sodium ou du potassium, IV, 810; du lithium, V, 704; VI, 148. — *Coste*. Conductibilité électrique du sélénium, V, 298. — *Aschkinass*. Conductibilité électrique et pouvoir réflecteur du charbon, V, 668. — *Horton*. Conductibilité électrique des oxydes métalliques, V, 771. — *Dorn*. Résistance électrique des arbres vivants, VI, 149. — *Fournel*. Variation de résistance électrique des aciers, VI, 339. — *Fischer*. Variation de résistance du palladium par occlusion de l'hydrogène, VI, 418. — *Holtz*. Phénomènes observés quand on fait passer un courant dans des feuilles d'or flottantes, VI, 484.

Feussner. Courant dans les réseaux de conducteurs, IV, 522. — *Revilliod*. Répartition des courants dans un réseau, V, 559. — *Brunhes*. Lois de la filtration à travers les colonnes de sable et lois d'Ohm, VI, 194.

Thermo-électricité. — *De Metz*. L'inversion thermoélectrique et le point neutre, IV, 233. — *Pécheux*. Alliages d'aluminium, IV, 242. — *Bausenwein*. Variations de l'effet Peltier avec la température, IV, 520. — *Rogovsky*. Différence de température des corps en contact, IV, 598. — *Ponsot*. Pouvoir thermoélectrique et effet Thomson, IV, 602. — *Adler*. Appareil de contrôle des éléments thermoélectriques, IV, 662. — *Szarvassi*. Forces électromotrices et phénomènes réversibles dans le circuit électrique, IV, 794. — *Rogovsky*. Refroidissement dans les fils d'argent plongés dans l'eau et parcourus par un courant, V, 297. — *Weidert*. Illumination et pouvoir thermoélectrique du sélénium, V, 603. — *Schmitz*. Couple thermoélectrique comprenant trois métaux, VI, 159. — *Lecher*. Théorie de la thermoélectricité, VI, 418. — *White*. Couples thermoélectriques, IV, 843, 851. — *Henderson*. Pouvoir thermoélectrique de l'argent par rapport aux solutions salines, VI, 846. — *Bellia*. Hystérysis dans les couples thermo-électriques, VI, 927.

Électrochimie. Électrolytes. — *Plotnikow*. Conductibilité électrique des solutions de brome, IV, 61. — *Hollard*. Nature physique de l'anode et constitution du peroxyde de plomb, IV, 140. — *Ponsot*. Transport électrique des sels dissous, IV, 141. — *Brochet* et *Petit*. Emploi du courant alternatif, IV, 144. Influence de la densité du courant, IV, 229. Electrolyse d'acides organiques par le courant alternatif, IV, 587. — *Berthelot*. Remarque, IV, 144. — *Cotton* et *Mouton*. Transport par le courant de particules ultra-microscopiques, IV, 160. — *Fischer*. Anodes de Cu et d'Al, IV, 222. — *Bordier*. Variation de l'indice de réfraction d'un électrolyte soumis à l'action d'un courant, IV, 229. — *Bose*. Diffusion rétrograde des électrolytes, IV, 238. — *Brochet* et *Petit*. Influence de la nature de l'anode, IV, 240. — *Walker*. Théorie des électrolytes amphotères, IV, 273; V, 199. — *Medway*. Cathode tournante, IV, 294. — *La Rosa*. Circuit élec-

Wollgraff. Induction unipolaire, V, 128. — *Hermann.* Capacité et self-induction, V, 481. — *Boggio.* Induction magnétique pour une sphère isotrope, V, 564. — *Loepsel.* Résistance et self-induction à variation uniforme, V, 876. — *Rogowski.* Théorie de la résonance, VI, 427. — *Batelli.* Résistance des solénoïdes pour les courants de haute fréquence, VI, 559, 701. — *Dolezalek* et *Moller.* Suppression de l'inégalité de répartition des courants alternatifs, VI, 743. — *Coffin.* Influence de la fréquence sur la self-inductance, VI, 847. — *Piola.* Décharge d'un condensateur à travers un solénoïde entourant un milieu conducteur, VI, 931. Courants de Foucault dans un noyau conducteur, VI, 931.

Bobines d'induction. — *Shedd.* Interrupteur à fonctionnement magnétique, IV, 75. — *Johnson.* Interrupteur à vapeur, IV, 233. — *Giorgi.* Fonctionnement de la bobine de Ruhmkorff, IV, 302. — *Devaux-Charbonnel.* L'électro-diapason comme générateur de courants alternatifs, V, 858. — *Lenneck.* Interrupteur-turbine, VI, 419. — *Schnell.* Expériences sur la bobine d'induction, VI, 476. — *Petrovsky.* Oscillations dans les circuits de la bobine d'induction, VI, 755. — *Hubbard.* Etincelle de rupture dans un circuit inductif, VI, 837.

Mesures.

Mesures électriques. — *Crémieu.* Stato-voltmètre, IV, 148. — *Guinchant.* Electromètre à sextants et aiguille neutre, IV, 592. — *Spring.* Electromètre enregistreur, IV, 895. — *Threlfall.* Nouvelle forme de voltmètre thermique, V, 149. — *Boltzmann.* Electroscope d'Exner, VI, 150. — *Tamaru.* Observations des électromètres, VI, 151. — *Salmon.* Electromètre à torsion, VI, 551. — *Benoist.* Utilisation rationnelle des électromètres à feuilles mobiles, VI, 604. — *Scarpa.* Mesure de faibles forces électromotrices, VI, 929.

Guthe. Voltamètre à argent, IV, 71, 74.

Camichel. Ampèremètre thermique à mercure, IV, 231. — *Perkins.* Comparaison entre deux modes d'emploi du galvanomètre, IV, 294. — *Einthoven.* Amortissement d'un galvanomètre, IV, 704 ; V, 129. — *Price.* Utilisation de la variation de résistance pour obtenir la valeur du courant, V, 432. — *White.* Galvanomètre sensible à bobine mobile, V, 611 ; VI, 850. — *Jaeger. Id.*, VI, 477. — *Patterson.* Couple de torsion des bobines d'un électrodynamomètre, V, 619. — *Stewart.* Emploi de l'électromètre à quadrant comme galvanomètre, V, 625. — *Iklé.* Désignation de la sensibilité, VI, 151. — *Einthoven.* Galvanomètre à corde, VI, 317, 485. — *Russel.* Les points neutres de l'aiguille d'un galvanomètre pour les courants passagers, VI, 648. — *Wilson.* Théorie des galvanomètres balistiques à bobine mobile, VI, 650. — *Zeleny.* Mesures de précision avec le balistique à cadre mobile, VI, 850. — *Wells.* Galvanomètre à vibration, VI, 852.

Scarpa. Piles-étalons, V, 152.

Appleyard. Conductomètre, IV, 266. — *Smith.* Etalons de résistance à mercure, IV, 280. — *Hausrath.* Méthode différentielle de mesure des petites résistances, IV, 707. — *Nernst* et *Von Lerch.* Emploi du détecteur électrolytique dans le pont de Wheatstone, IV, 657.

Devaux-Charbonnel. Mesure de la capacité de longs câbles sous-marins, IV, 602. *Id.*, des lignes télégraphiques, VI, 333. — *Gerdien.* Mesure de faibles capacités, IV, 894. — *Boulgakov* et *Smirnov.* Détermination des capacités à l'aide d'un courant alternatif, VI, 746. — *De Forest-Palmer.* Pont pour la mesure des inductances et des capacités, VI, 846. — *Trowbridge* et *Taylor.* Comparaison des capacités, VI, 851.

Rosa et *Grover.* Mesure absolue de l'inductance, IV, 73. Effet des condensateurs à lames de mica, IV, 73. — *Ilovici.* Coefficients de self-induction, IV,

Électrotechnique. — Applications.

ÉLECTRO-OPTIQUE ET IONISATION.

Radioactivité.

Ionisation des gaz.

J.-J. Thomson. Emission de corpuscules négatifs par les métaux alcalins, V, 125. — *Moreau*. Mobilité des ions des vapeurs salines, V, 303, 561. — *Retchinsky*. Recombinaison des ions dans l'air, V, 481. — *Reiger*. Déperdition photoélectrique, V, 491. — *Hendren*. Loi de recombinaison des ions dans l'air, V, 626. — *Mache* et *Schweidler*. Vitesse spécifique des ions dans l'atmosphère, V, 632. — *Woege*. Influence des ions étrangers sur la décharge par étincelle, V, 636 — *Herweg*. Ionisation par les rayons cathodiques et de Röntgen, V, 690. — *Pocchettino* et *Sella*. Conductivité électrique de l'air dans les récipients clos, V, 701. — *Lindemann*. Photomètre photoélectrique, V, 763. — *Pacini*. Electrisation produite par le barbotement de l'air dans une eau impure, V, 780. — *Bragg* et *Kleeman*. Recombinaison des ions, V, 845. — *Hurst*. Genèse des ions par collision, V, 848. — *Bouty*. Expérience de Hittorf et généralisation de la loi de Paschen, V, 863. — *Geitel*. Ionisation spontanée de l'air et d'autres gaz, V, 874. *Coleridge Farr*. Dissipation des charges électriques à l'air libre, VI, 66. — *Swinton*. Passage des ions dans l'arc électrique, VI, 91. — *Guggenheimer* et *Horn*. Divergence des feuilles d'un électroscope placé dans le vide par illumination, VI, 170. — *Aselmann*. Véhicules d'électricité produits par les liquides qui tombent, VI, 248. — *Schering*. Mesure de déperdition en valeur absolue, VI, 259. — *Baudeuf*. Charge négative à distance d'une plaque métallique éclairée dans un champ électrique, VI, 349. — *Holtz*. Méthode pour reconnaître l'ionisation de l'air, VI, 419. — *Mélander*. Production de charges électrostatiques par la chaleur et les radiations, VI, 479, 658. — *Ewell*. Conductibilité de l'air à travers le générateur à ozone Siemens, VI, 502. — *Wood* et *Campbell*. Variation diurne de l'ionisation spontanée de l'air, VI, 723. — *Campbell*. Effet d'un changement de température sur l'ionisation spontanée, VI, 728. — *Gates*. Conductibilité de l'air due au sulfate de quinine, VI, 835. — *Child*. Conductibilite dans la région avoisinant l'arc au mercure, VI, 839.

Eve. Ionisation par les rayons X et le radium, IV, 206. — *Nordmann*. Mesure de la conductibilité des diélectriques au moyen des gaz ionisés, IV, 580. — *Langevin* et *Moulin*. Enregistreur des ions de l'atmosphère, IV, 585. — *Duane*. Ionisation de l'air en présence de l'émanation du radium, IV, 589, 605. — *Kucera*. Ionisation par les rayons β et γ du radium, V, 606. — *Righi*. Phénomènes provoqués dans l'air par les corps radioactifs, V, 704. — *Bragg*. Ionisation par les particules α, V, 849; VI, 726. — *Bronson*. *Id.*, V, 851. — *Hahn*. Portée d'ionisation des rayons de l'actinium, VI, 632. — *Kleemann*. Recombinaison des ions due aux rayons α, β et γ, VI, 632. — *Blanc*. Action du champ magnétique sur l'air ionisé en mouvement, VI, 1001.

[Voir aussi, sur l'ionisation de l'air au voisinage des sources minérales, le paragraphe : **Sources de radiations actives** (au chap. *Radioactivité*).]

NOYAUX DE CONDENSATION. — *Walter*. Courants de saturation, IV, 208. — *Barus*. Noyaux de condensation produits par les rayons X, IV, 572. Noyaux de condensation, V, 224; VI, 836. Couronnes dans les condensations produites dans l'air dénué de poussière, IV, 573. Noyaux de condensation colloïdaux, VI, 501. Méthode pour étalonner les couronnes dues à la condensation sous forme de nuage, VI, 502. Valeur réelle de la chute de pression dans la chambre de condensation, VI, 502. Nucléation de la vapeur dans le cours du temps, VI, 657. Poids de brouillard précipité par centimètre cube, VI, 851. — *Rebenstorff*. Noyaux de condensation dans les décharges par pointes, IV, 888. — *Bloch*. Conductibilité accompagnant la détente des gaz, VI, 352. — *Joslin*. Variation simultanée de l'ionisation et de la nucléation atmosphérique, VI, 846. — *De Broglie*. Conditions de formation des centres électrisés de faible mobilité, VI, 999.

IONISATION PAR LES CORPS CHAUDS. — *Merritt* et *Stewart*. Conductibilité causée

MÉTÉOROLOGIE ET PHYSIQUE COSMIQUE.

Physique céleste.

INSTRUMENTS. — *Barnard.* La lunette photographique Bruce, V, 440. — *Kempl.* Spectrohéliographe de l'observatoire de Potsdam, V, 440. — *Hall* et *Ellermann.* Spectrohéliographe, VI, 264. — *Deslandres* et *Bernard.* Photomètre destiné à la mesure de la lumière circumpolaire, VI, 334. — *Deslandres.* Enregistreur de l'atmosphère solaire, VI, 351. — *Lippmann.* Collimateur suspendu donnant la position du zénith, VI, 1004. — *Claude* et *Driencourt.* Astrolabe à prisme, VI, 951. — *Bigourdan.* Publication des observations équatoriales, VI, 1014.

SOLEIL. TACHES. PROTUBÉRANCES. — *Langley.* Variation possible de la radiation solaire, IV, 55, 194. — *Deslandres.* Photographie des diverses couches superposées composant l'atmosphère solaire, IV, 157. Particules brillantes de l'atmosphère basse solaire, V, 860. — *Arrhenius.* Equilibre électrique du Soleil, IV, 290. Nature physique de la couronne solaire, IV, 460. — *Cortie.* Coopération internationale dans les recherches solaires, IV, 464. — *Hale. Id.*, IV, 464; VI, 263. — *Perrine.* Problèmes d'éclipses totales, IV, 465. — *André.* Appareil à éclipse partielle de Soleil, V, 291. — *Poor.* La figure du Soleil, VI, 135. — *Moulton.* Evolution du système solaire, VI, 137. — *Wulf* et *Lucas.* Observations à l'aide de cellules de sélénium pendant une éclipse totale, VI, 170. — *Schuster.* Périodicité des taches solaires, VI, 266. — *Chester.* Eclipse solaire de 1905, VI, 267. — *Schwarzschild* et *Williger.* Distribution de l'intensité de la lumière ultra-violette sur le disque solaire, VI, 160, 270. — *Julius.* Loi du décroissement du pouvoir rayonnant du centre au limbe du disque solaire, VI, 271. Rayonnement du disque solaire, VI, 321. — *Millochau.* Température effective du Soleil, VI, 389. — *Meslin.* Mesures micrométriques lors de l'éclipse du 30 août 1905, VI, 991. — *Le Cadet.* Observation de l'éclipse du 14 janvier 1907, VI, 1004. — *Millochau.* Photographie du spectre solaire infra-rouge, VI, 1001. — *Deslandres.* Variations du rayonnement solaire, VI, 1006.

Julius. Dispersion anomale et périodicité de certains phénomènes solaires, IV, 41. Images spectro-héliographiques et leur interprétation par la dispersion anomale, V, 135. — *Hamy.* Fixité des raies solaires, IV, 150. — *Hale* et *Ellermann.* Flocons de calcium et d'hydrogène, IV, 213. — *Wéry.* Absorption par l'atmosphère solaire, IV, 218. — *Lockyer.* Variation des taches solaires en latitude (1861-1902), IV, 270. Relations entre les spectres des taches solaires et les étoiles, V, 189. — *Mitchell.* Relation entre les taches solaires et les étoiles, VI, 269. — *Cortie.* Spectres de taches solaires, IV, 462. — *Mitchell. Id.*, VI, 134. — *Moreux.* Constitution des taches solaires, IV, 589. — *Deslandres.* Etude de l'atmosphère solaire autour des taches, V, 295. Spectre de la couche renversante (éclipse du 28 mai 1900), V, 295. Particules lumineuses mêlées aux gaz de la chromosphère, V, 565. Etudes physiques relatives à l'éclipse du 30 août 1905, V, 304. — *Esquirol.* Protubérances solaires à deux couleurs, V, 565. — *Higgs.* Bandes d'absorption de l'oxygène dans le spectre solaire, VI, 143. — *Hale* et *Adams.* Observations photographiques des taches du Soleil, VI, 264. Raies des taches du Soleil dans les spectres des étoiles rouges, VI, 269. — *Adams.* Raies de l'hydrogène et du potassium et mouvements de la vapeur du calcium dans le Soleil, VI, 264. — *Millochau.* Mesures des raies du spectre solaire dans l'infra-rouge, VI, 331. — *Ricco.* Couleurs et spectres des protubérances, VI, 341. — *Deslandres* et *d'Azambuya.* Atmosphère solaire, VI, 994. — *Salet.* Absence de polarisation des protubérances, VI, 1010.

Pour la relation des taches et du magnétisme terrestre, voir le paragraphe : ***Magnétisme terrestre.***

Planètes. — *Stoney*. Echappement des gaz hors des atmosphères planétaires, V, 149. — *Salet*. Atmosphère de Mercure et Vénus, VI, 350. — *Belot*. Distance des satellites d'Uranus et de Jupiter, VI, 1005.

Lune. — *Lœvy* et *Puiseux*. Etude des photographies lunaires, IV, 583. Origine des accidents du sol lunaire, VI, 1011. — *Coblentz*. Température de la Lune, VI, 867.

Etoiles et nébuleuses. — *Hartmann*. Spectre d'Orion, IV, 55. — *Fowler*. Spectre des étoiles antariennes. IV, 278. — *Lockyer*. Classification thermique des étoiles, IV, 280; VI, 65. — *Hartmann*. Nouvelle méthode de mesure des spectres stellaires, IV, 465. Photographies monochromatiques de la nébuleuse d'Orion, VI, 134. — *Curtiss*. Méthode de mesure et de réduction des spectrogrammes, IV, 458. — *Frost*. Un desideratum en spectrologie, IV, 466. — *Garbasso*. Spectres des étoiles variables, IV, 820. — *Julius*. Bandes de dispersion dans le spectre de δ Orionis et de Nova-Persei, V, 136. — *Lockyer* et *Baxandall*. Raie stellaire proche de λ 4686, V, 217. Spectre de μ du Centaure, V, 217. Étoiles à spectres particuliers, VI, 927. — *Wilson*. Evolution du spectre d'une étoile, VI, 81. — *Cornstock*. Méthode pour la détermination de la vitesse radiale des étoiles, VI, 267. — *Baillaud*. Étoiles variables, VI, 995.

Mitchell. La comète Borelli et la pression de la lumière, IV, 59.

HISTOIRE DE LA PHYSIQUE.

Oudemans et *Bosscha*. Galilée et Marius, IV, 39. — Biographie d'Alfred Potier, IV, 395. — Nécrologie : Pierre Curie, V, 305. — Siphon noyé, VI, 1016.

TABLE DES MATIÈRES (*suite*).

DÉCEMBRE 1907.

(*Voir* la suite à la page 2.)

TABLE DES MATIÈRES

DÉCEMBRE 1907.

(Voir la suite à la page 3.)

Tours. — Imprimerie Deslis Frères.

Le Gérant : J. [illegible]

